Praktikum 5: Baryzentrische Interpolation

Kopieren Sie passenden Code-Dateien aus den letzten Praktika in den des aktuellen Praktikums.

Aufgabe 1 `drawTriangle` anpassen

Ändern Sie die Signatur Ihre drawTriangle Methode in folgende Signatur:

```
public static final
void drawTriangle(int[] framebuffer, int w, int h,
                  int2 pointA, int2 pointB, int2 pointC,
                  float3 colorA, float3 colorB, float3 colorC).
```

Statt die bisher übergebene Farbe in den Framebuffer zu schreiben, verwenden Sie `0xff000000` .

Aufgabe 2 Tools

a) Fügen Sie in MathUtil die Methode

```
public static final int toColor(float r, float g, float b)
```

hinzu. Diese soll die Komponenten einer Farbe $r, g, b \in [0 \ldots 1]$ in einen 32-Bit Integer gepackt werden.

- Skalieren Sie dazu zuerst r, g, b in dem Bereich $[0 \ldots 255]$.
- Konvertieren Sie diese Float-Werte in die Integer-Werte $r_{\text{int}}, g_{\text{int}}, b_{\text{int}}$.
- Packen Sie die Integer-Werte in einen 32-Bit Integer und setzen Sie die dessen obersten 8 Bit (das ist der sogenannte Alpha-Kanal) auf $255_{10} = ff_{16}$.
- Runden Sie korrekt und achten Sie darauf, dass die Wertebereiche nicht verlassen werden!
- Die Methode `test_MathUtil_toColor` hilft Ihnen beim Testen. Achten Sie dazu auf die Ausgaben auf der Konsole!

b) Fügen Sie in der Klasse `float3` folgende Methode ein

```
/**
 * Computes and returns alpha * this + beta * b + gamma * c,
 * where alpha=1-beta-gamma.
 * This function is to compute bary-centric coordinates.
```

```
 * This method does not modify any members.
 * @param beta A scalar value.
 * @param gamma A scalar value.
 * @param b A vector value.
 * @param c A vector value.
 * @return float3 alpha * this + beta * b + gamma * c.
 */
public float3 weightedSum(float beta, float gamma, float3 b,
    float3 c)
```

und implementieren Sie diese entsprechenden des Kommentars. Die Methode `test_float3_weightedSum()` sollte Ihnen beim Testen helfen! Achten Sie wieder auf die Konsolenausgabe.

Aufgabe 3 Baryzentrische Koordinaten berechnen

Ein Dreieck mit den Ecken $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ hat die *Scaled Signed-Distance Functions* $l_*\left(\vec{x}\right)$

$$l_{\vec{a}\vec{b}}\left(\vec{x}\right) = \vec{n}_{\vec{a}\vec{b}}^{\top}\vec{x} - d_{\vec{a}\vec{b}}\ ,\ \ \vec{n}_{\vec{a}\vec{b}} = \text{cross1}\left(\vec{b} - \vec{a}\right),\ \ d_{\vec{a}\vec{b}} = \vec{n}_{\vec{a}\vec{b}}^{\top}\vec{a},$$

$$l_{\vec{b}\vec{c}}\left(\vec{x}\right) = \vec{n}_{\vec{b}\vec{c}}^{\top}\vec{x} - d_{\vec{b}\vec{c}}\ ,\ \ \vec{n}_{\vec{b}\vec{c}} = \text{cross1}\left(\vec{c} - \vec{b}\right),\ \ d_{\vec{b}\vec{c}} = \vec{n}_{\vec{b}\vec{c}}^{\top}\vec{b},$$

$$l_{\vec{c}\vec{a}}\left(\vec{x}\right) = \vec{n}_{\vec{c}\vec{a}}^{\top}\vec{x} - d_{\vec{c}\vec{a}}\ ,\ \ \vec{n}_{\vec{c}\vec{a}} = \text{cross1}\left(\vec{a} - \vec{c}\right),\ \ d_{\vec{c}\vec{a}} = \vec{n}_{\vec{c}\vec{a}}^{\top}\vec{c}.$$

Der Punkt $\vec{x}$ besitzt folgende baryzentrischen Koordinaten:

$$\alpha = \frac{l_{\vec{b}\vec{c}}\left(\vec{x}\right)}{l_{\vec{b}\vec{c}}\left(\vec{a}\right)},\ \ \beta = \frac{l_{\vec{c}\vec{a}}\left(\vec{x}\right)}{l_{\vec{c}\vec{a}}\left(\vec{b}\right)},\ \ \gamma = \frac{l_{\vec{a}\vec{b}}\left(\vec{x}\right)}{l_{\vec{a}\vec{b}}\left(\vec{c}\right)}.$$

Erweitern Sie Ihre Methode `TriangleRasterizer.drawTriangle` so, dass in jedem Punkt die baryzentrischen Koordinaten berechnet werden.

Wenn Sie α in den Rotkanal, β in den Grünkanal, γ in den Blaukanal schreiben und die Methode `toColor` richtig verwenden, erhalten Sie nachstehendes Bild:

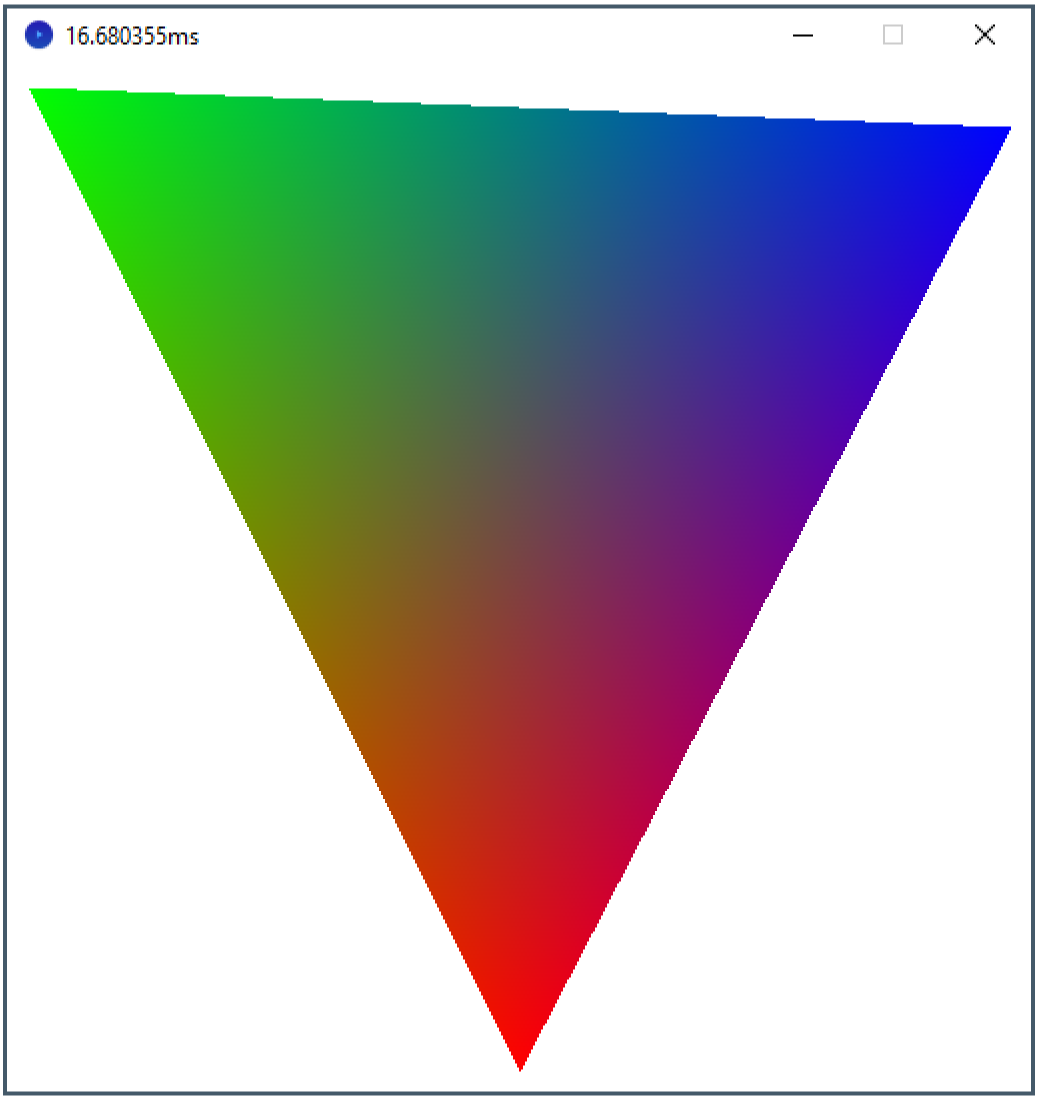

Abbildung 1: Die baryzentischen Koordinaten als Farbe gesetzt.

Aufgabe 4 Farben interpolieren

Interpolieren Sie nun die Farben `colorA`, `colorB`, `colorC`, die an den Ecken `pointA`, `pointB`, `pointC` Ihrer Methode `TriangleRasterizer.drawTriangle` übergeben werden, für jeden Pixel und schreiben Sie die interpolierte Farbe in den Framebuffer. Nutzen Sie dazu die Methode `weightedSum` und `toColor`. Sie sollten nachstehendes Ergebnis erhalten.

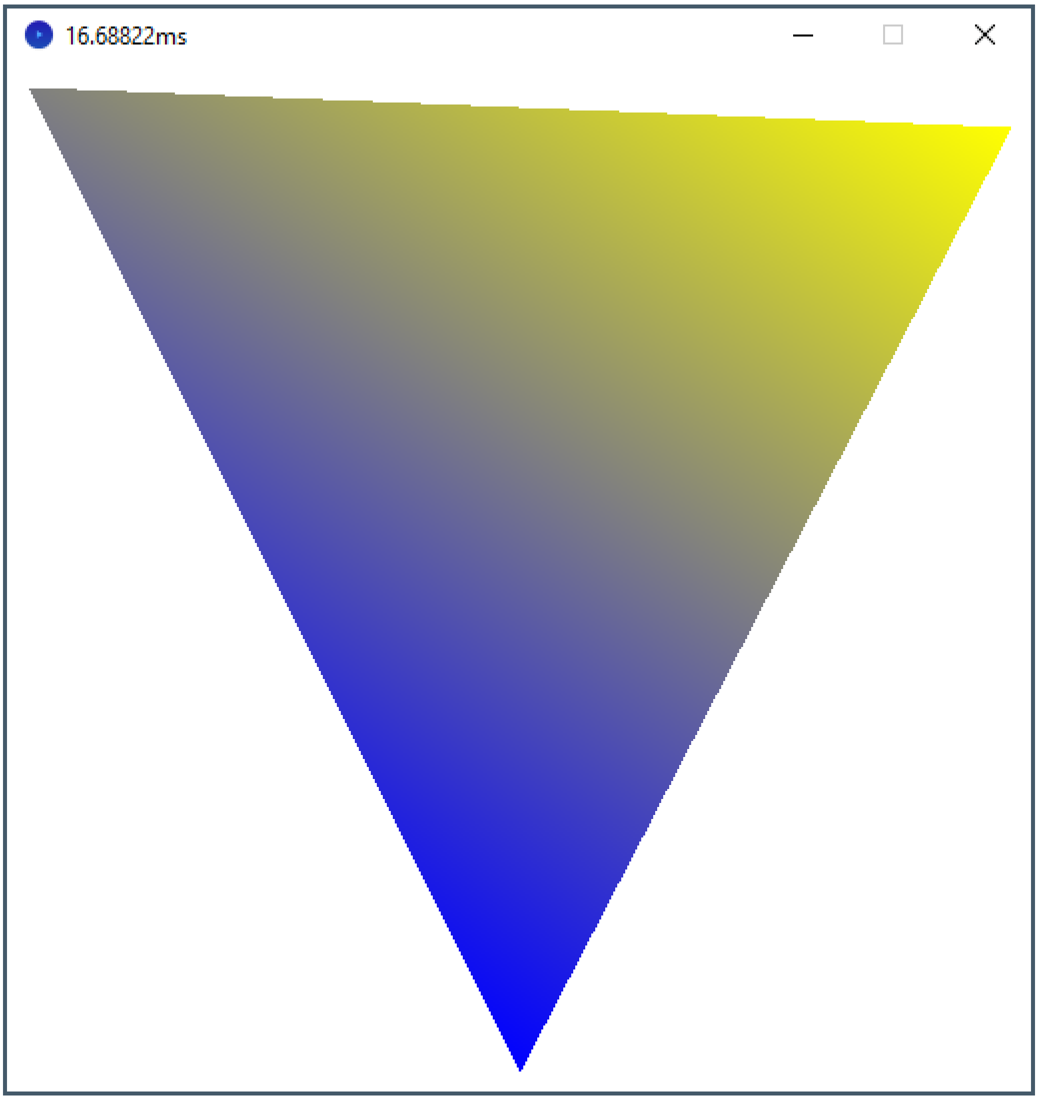

Abbildung 2: An den Ecken des Dreiecks sind Farbe definiert, die mit Hilfe von baryzentrischen Koordinaten über das Dreieck interpoliert werden.

Aufgabe 5 Beweis

Beweisen Sie die Formeln für α, β, γ aus Aufgabe 2.

Hinweis: $\gamma = \frac{\text{area}\left(\vec{a},\vec{b},\vec{x}\right)}{\text{area}\left(\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right)}$, area $\left(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right) = \frac{1}{2} g \cdot h$.