

1) A)

Urči typ kuželosečky. Svůj odhad ověř upravením do středového (vrcholového) tvaru. Nakresli obrázek kuželosečky, urči poloosy a další významné body nebo parametry kuželosečky: a)  $2x^2 - 3y^2 + 8x + 6y + 17 = 0$

b)  $y^2 + 8x - 4y - 20 = 0$

c)  $4x^2 + 4y^2 - 24y + 35 = 0$

d)  $2x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 1 = 0$

e)  $4x^2 + y^2 - 8x - 4y + 6 = 0$

B)

Osy hyperboly jsou shodné s osami soustavy souřadnic, excentricita se rovná 5 a hyperbola prochází bodem  $M[3; -4]$ . Urči její rovnici.

C)

- : Parabola, jejíž osa je rovnoběžná s osou  $x$ , prochází body  $K[-2; 1]$ ,  $L[-1; 0]$  a  $M[2; -1]$ . Najdi její rovnici.

2) Řešte v C:

A)

Vyřeš kvadratické rovnice:

a)  $2x^2 + 3 = 0$

b)  $x^2 + 4x + 5 = 0$

B)

Vyřeš kvadratické rovnice:

a)  $9x^2 - 24x + 16 = 0$

b)  $5x^2 - 6x + 2 = 0$

c)  $6x^2 - 19x + 15 = 0$

d)  $2x^2 + 4x + 6 = 0$

C)

V množině C řešte rovnici:

$$x^2 + 25 + \sqrt{x^2 + 25} = 0$$

3) A)

Vypočtěte  $(1 - i)^8$ .

B)

Umožněte (pomocí Moivreovy věty) komplexní číslo:

$$(1 - i)^5$$

C)

**Pomocí Moivreovy věty vypočítejte mocniny a výsledek zapiš v algebraickém tvaru:**

a)  $z^8$ ,  $z = \sqrt{3} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ ;

b)  $z^{12}$ ,  $z = \sqrt{3} - i$ ;

c)  $z^{20}$ ,  $z = -2 - 2i$ ;

d)  $z^{30}$ ,  $z = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ ;

e)  $z^9$ ,  $z = -\sqrt{3} + i$ ;

f)  $z^{25}$ ,  $z = \left( \frac{1+i}{1-i} \right)$ ;

g)  $z^{-31}$ ,  $z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ ;

h)  $z^5$ ,  $z = \frac{15 - 5i}{1 + 2i} - \frac{1 - 3i}{i} + (3 + i)(-1 + 2i)$ .

4) A)

V množině C řešte rovnici  $16x^4 - 81 = 0$ . Použijte goniometrické tvar komplexního čísla.

B)

V množině C řešte rovnici  $x^6 + 64 = 0$ . Použijte goniometrické tvar komplexního čísla.

C)

i) V množině C řešte rovnici:

$$x^3 = -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

5)

1. Urči, kolika způsoby lze na šachovnici  $8 \times 8$  vybrat dvě různobarevná polička tak, aby obě neležela v téže řadě ani v témže sloupci.
2. Výbor sportovního klubu tvoří šest mužů a čtyři ženy. Urči:
  - a) kolika způsoby z nich lze vybrat předsedu, místo předsedu, jednatele a hospodáře
  - b) kolika způsoby z nich lze vybrat funkcionáře podle a) tak, aby ve funkci předsedy a místopředsedy byly osoby různého pohlaví
  - c) kolika způsoby z nich lze vybrat funkcionáře podle a) tak, aby právě jedním z nich byla žena.
3. Je dán čtverec  $ABCD$  a na každé jeho straně je  $n$  ( $n \geq 3$ ) vnitřních bodů. Urči počet všech trojúhelníků s vrcholy v těchto bodech.
4. V košíku je 12 jablík a 10 hrušek. Petr si má z něho vybrat buď jablko, anebo hrušku tak, aby Věra, která si po něm vybere jedno jablko a jednu hrušku, měla co největší možnost výběru. Urči, co si má vybrat Petr.
5. Urči, kolika způsoby je možno z dvaceti osob vybrat deset, požadujeme-li, aby mezi vybranými:
  - a) nebyl pan Novák
  - b) nebyli zároveň pánové Novák a Kropáček
  - c) byl alespoň jeden z pánu v bodě b)
6. Urči počet všech čtyřciferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu není nula a ze zbývajících devíti číslic se v něm každá vyskytuje nejvýše jednou. Kolik z těchto čísel je větších než 9000? Kolik je menších než 3000?
7. O telefonním čísle svého spolužáka s Vašek zapamatoval jen to, že je šestimístné, začíná sedmičkou, neobsahuje žádné dvě stejné číslice a je dělitelné pětadvaceti. Urči, kolik telefonních čísel přichází do úvahy.
8. Petr má sedm knih, o které se zajímá Ivana, Ivana má deset knih, o které se zajímá Petr. Urči kolika způsoby si Petr může vyměnit dvě své knihy za dvě knihy Ivaniny.
9. Urči, kolika způsoby lze na černá polička šachovnice  $8 \times 8$  rozmístit 12 bílých a 12 černých pěšců.
10. Urči kolika způsoby lze sestavit rozvrh na jeden den pro třídu v níž se vyučuje dvanácti předmětům a každém nejvýše jednu vyučovací hodinu denně, má-li se skládat ze šest vyučovacích hodin. V kolika z nich se vykytuje daný předmět a v kolika z nich je tento předmět zařazen na 1. vyučovací hodinu?

- 11.** Urči, kolika způsoby lze na šachovnici  $8 \times 8$  postavit pět různých figur tak, aby dvě stály na černých a tři na bílých polích.
- 12.** V kupé železničního vagónu jsou proti sobě dvě lavice po pěti místech. Z deseti cestujících si čtyři přejí sedět ve směru jízdy, tři proti směru a zbývajícím třem to je lhostejné. Urči, kolika způsoby se mohou rozsadit.
- 13.** Z místa  $A$  do místa  $B$  vedou čtyři turistické cesty, z místa  $B$  do  $C$  tři. Urči počet způsobů, jimiž lze vybrat trasu:
- z  $A$  do  $C$  a zpět
  - z  $A$  do  $C$  a zpět tak, že se z těchto sedmi cest není žádná použita dvakrát
  - z  $A$  do  $C$  a zpět tak, že z těchto sedmi cest jsou právě dvě použity dvakrát
- 14.** Urči, kolika způsoby je možno seřadit na startu osm závodních automobilů do dvou řad po čtyřech vozech, jestliže:
- v každé řadě záleží na pořadí
  - na pořadí nezáleží
- 15.** Urči počet všech nejvýše čtyřciferných čísel s různými číslicemi, která jsou sestavena z čísel 0, 2, 4, 6, 8.
- 16.** Herní systém hokejového turnaje pro deset družstev spočívá v tom, že v každé ze dvou skupin po pěti družstvech sehraje každé s každým jeden západ, první dvě mužstva z obou skupin postoupí do finále, kde opět každé s každým sehraje jeden zápas, avšak s výjimkou družstev, která již spolu hrála ve skupině. Urči celkový počet zápasů v turnaji.
- 17.** Urči, kolika způsoby se kolem kulatého stolu může posadit pět mužů a pět žen tak, aby žádné dvě ženy neseděly vedle sebe.
- 18.** Na maturitním večirku je 15 hochů a 12 děvčat. Urči kolika způsoby z nich lze vybrat čtyři taneční páry.
- 19.** Na vrchol hory vedou čtyři turistické cesty a lanovka. Urči počet způsobů, kterými je možno se dostat:
- na vrchol zpět
  - na vrchol a zpět tak, aby zpáteční cesta byla jiná než cesta na vrchol
  - na vrchol a zpět tak, aby alespoň jednou byla použita lanovka
  - na vrchol a zpět tak, aby lanovka byla použita právě jednou.