

Московский Физико-Технический Институт

Кафедра мультимедийных технологий и телекоммуникаций

## Домашнее задание №1

(Расчет характеристик цифрового БИХ фильтра)

Студент: Маслова Е.М.

Группа: Б01-303

Преподаватель: Бахурин С.А.

Дата: 10 марта 2025 г.



Московский Физико-Технический Институт  
(МФТИ)

# Содержание

1	Введение	2
2	Основная часть	3
2.1	Теоретические основы . . . . .	3
3	Результаты	4
3.1	Обработка данных . . . . .	4
3.2	Анализ результатов . . . . .	6
4	Заключение	7

# 1 Введение

Передаточная характеристика фильтра с бесконечной импульсной характеристикой имеет вид:

$$H(z) = \frac{\sum_{n=0}^N b_n z^{-n}}{1 + \sum_{m=1}^M a_m z^{-m}} \quad (1)$$

Причём  $a_0 \neq 0$ .

Дан вектор коэффициентов числителя и знаменателя передаточной характеристики  $H(z)$  БИХ фильтра:

Таблица 1: Вектор коэффициентов  $H(z)$  (вариант 3)

$b_0 = 0.04832$	$a_0 = 1.00000$
$b_1 = -0.01893$	$a_1 = -2.43900$
$b_2 = 0.04458$	$a_2 = 2.79000$
$b_3 = 0.04458$	$a_3 = -1.67300$
$b_4 = -0.01893$	$a_4 = -0.53850$
$b_5 = 0.04832$	$a_5 = -0.6838$

Цели работы:

- рассчитать характеристики цифрового БИХ фильтра по заданным коэффициентам (АЧХ, ФЧХ, ГВЗ, импульсная характеристика)
- нарисовать структуры фильтра в прямой канонической форме, а также в транспонированной форме.

## 2 Основная часть

### 2.1 Теоретические основы

Передаточная характеристика БИХ фильтра с заданными коэффициентами:

$$H(z) = \frac{0.04832 - 0.01893z^{-1} + 0.04458z^{-2} + 0.04458z^{-3} - 0.01893z^{-4} + 0.04832z^{-5}}{1 - 2.43900z^{-1} + 2.79000z^{-2} - 1.67300z^{-3} + 0.53850z^{-4} - 0.06838z^{-5}} \quad (2)$$

АЧХ фильтра характеризует избирательные свойства по частоте и определяется по формуле:

$$|H(e^{j\omega})| \quad (3)$$

ФЧХ фильтра задает фазовые набеги, приобретаемые дискретными гармоническими сигналами на выходе фильтра в зависимости от частоты  $\omega$ :

$$\Phi(\omega) = \arg(H(e^{j\omega})) \quad (4)$$

Групповое время запаздывания  $\tau_g(\omega)$ :

$$\tau_g(\omega) = -\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} \quad (5)$$

В точках разрыва ФЧХ расчёт ГВЗ по формуле (5) проблематичен, поэтому используют следующую формулу:

$$\tau_g(\omega) = \frac{F(BC - AD) - E(AC + BD)}{(A^2 + B^2)(C^2 + D^2)} \quad (6)$$

$$A = \sum_{n=0}^N b_n \cos(\omega n)$$

$$B = \sum_{n=0}^N -b_n \sin(\omega n)$$

$$C = \sum_{m=0}^M a_m \cos(\omega m)$$

$$D = \sum_{m=0}^M -a_m \sin(\omega m)$$

$$F = (AC + BD)'$$

$$E = (BC - AD)'$$

Импульсная характеристика  $h_n$ :

$$h_k = \sum_{n=0}^N b_n \delta_{k-n} - \sum_{m=1}^M y_{k-m} \quad (7)$$

## 3 Результаты

### 3.1 Обработка данных

Построим АЧХ фильтра по заданным коэффициентам (таблица 1), используя формулу (3):

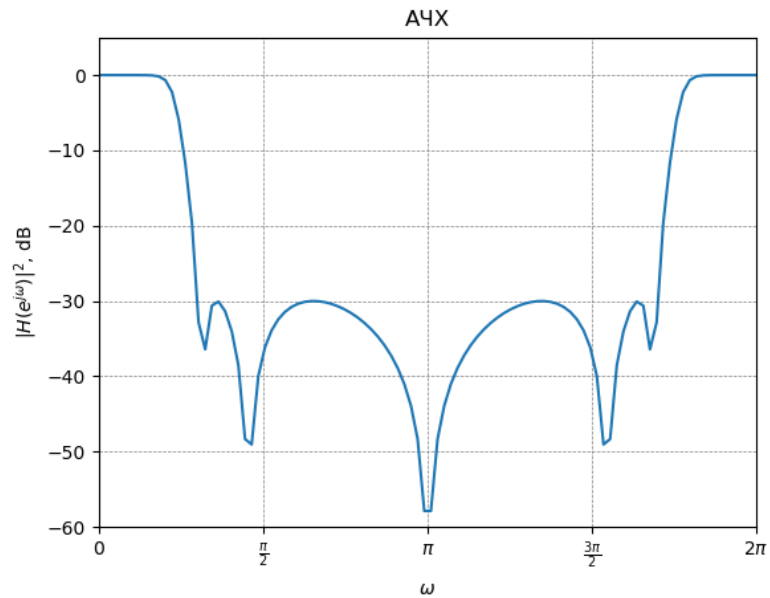


Рис. 1: АЧХ БИХ фильтра

Построим ФЧХ фильтра, используя формулу (4):

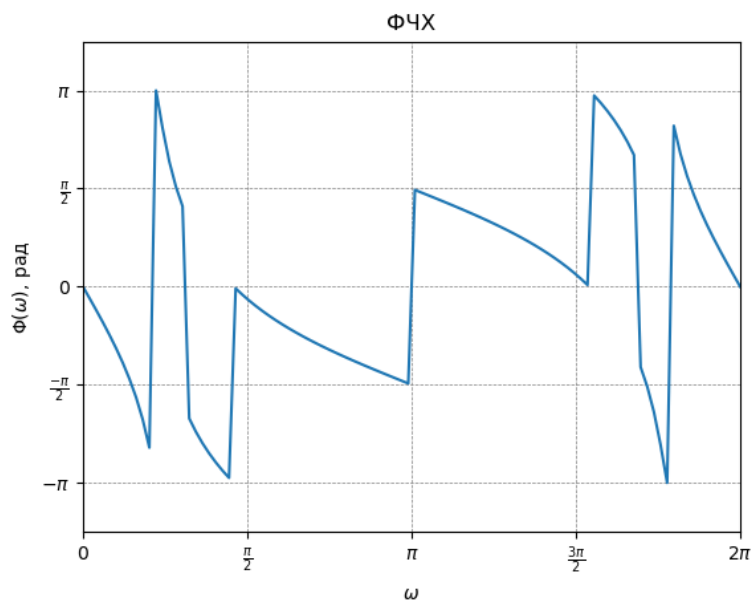


Рис. 2: ФЧХ БИХ фильтра

Далее, построим ГВЗ по формуле (6):

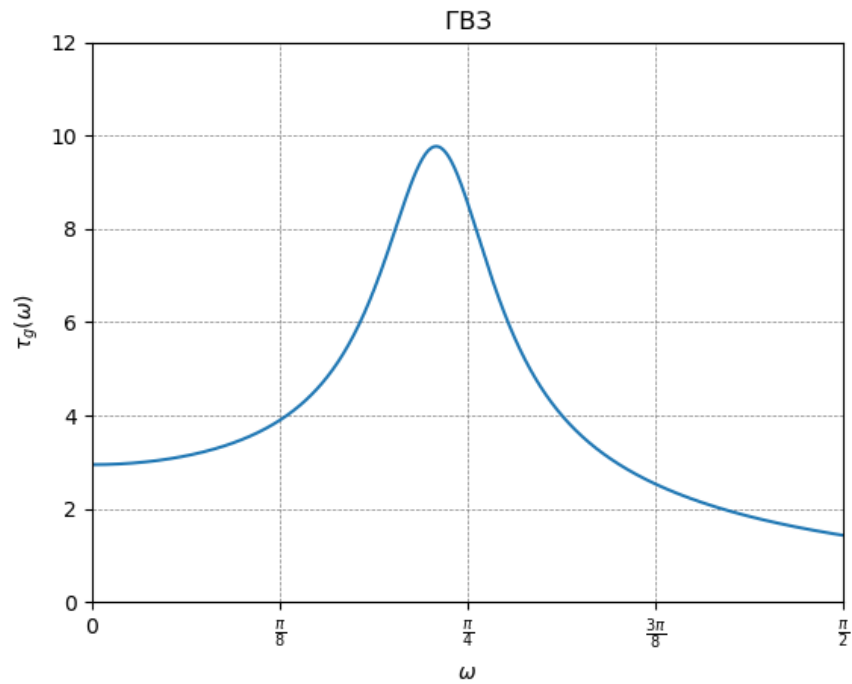


Рис. 3: ГВЗ БИХ фильтра

Импульсная характеристика (7):

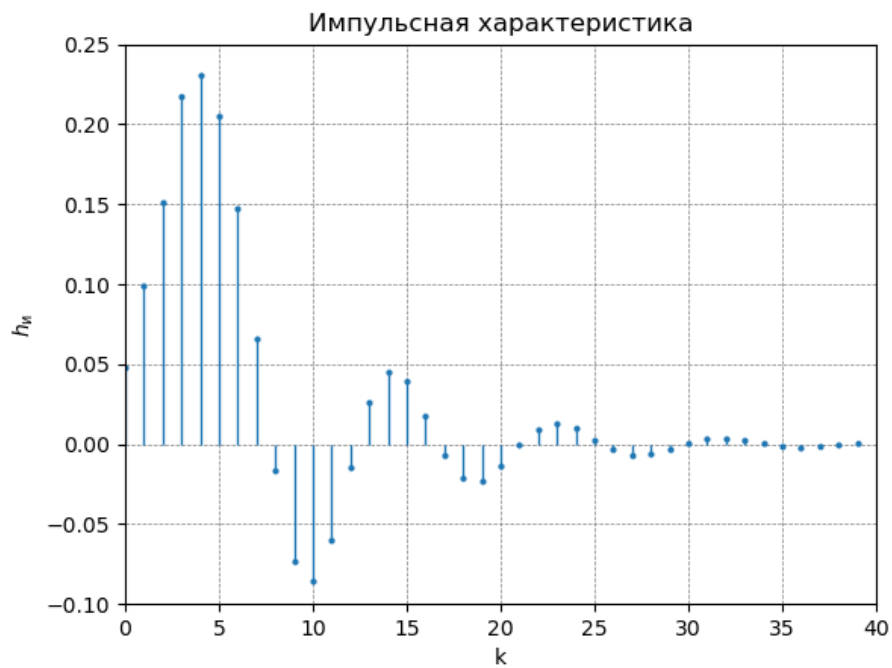


Рис. 4:  $h_n$  БИХ фильтра

Все графики были построены при помощи библиотеки Matplotlib.

Построим структуры фильтра в прямой канонической форме и транспонированной:

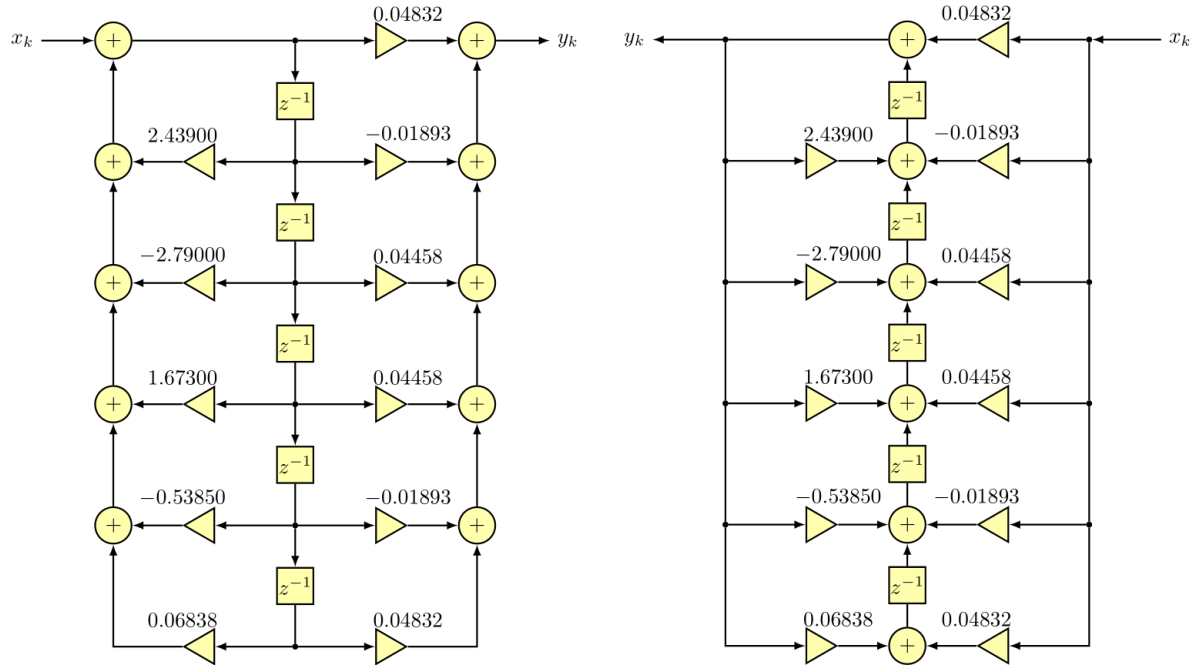


Рис. 5: Структура фильтра в прямой канонической форме и в транспонированной

Для структур фильтров использовался пакет TikZ.

### 3.2 Анализ результатов

По построенной АЧХ (1) можно определить тип фильтра - режекторный.

Оценим полосу задержания по уровню  $R_p = 3$  дБ:

$$R_p \approx 4.71 \text{ рад/с}$$

## 4 Заключение

В ходе данной работы были построены графики АЧХ, ФЧХ, ГВЗ и импульсной характеристики цифрового БИХ фильтра с заданными коэффициентами, а также структуры фильтра в прямой канонической форме и транспонированной.