

Московский Физико-Технический Институт

Кафедра мультимедийных технологий и телекоммуникаций

## Расчёт фильтра по заданным параметрам квадрата АЧХ

(Режекторный фильтр Чебышева II рода)

Студентка: Маслова Е.М.

Группа: Б01-303

Преподаватель: Бахурин С.А.

Дата: 19 апреля 2025 г.



Московский Физико-Технический Институт  
(МФТИ)

# Содержание

1	Введение	2
2	Основная часть	3
2.1	Теоретические основы . . . . .	3
3	Результаты	5
3.1	Обработка данных . . . . .	5
3.2	Анализ результатов . . . . .	7
4	Заключение	8

# 1 Введение

Зададим требования к квадрату модуля проектируемого цифрового фильтра (вариант 12):

Частота дискретизации  $F_s = 5$  МГц

Тип фильтра: РФ Чебышева II рода

Граничные частоты (в МГц):

$$\omega_{pl} = 1$$

$$\omega_{sl} = 1.2$$

$$\omega_{ph} = 2$$

$$\omega_{sh} = 1.8$$

Неравномерность в полосе пропускания:  $R_p = 2$  дБ

Уровень подавления в полосе заграждения:  $R_s = 60$  дБ.

Цель работы: спроектировать цифровой БИХ фильтр, удовлетворяющий приведённым требованиям.

## 2 Основная часть

### 2.1 Теоретические основы

Шаги проектирования режекторного фильтра Чебышева II рода:

- Нормируем частоты пропускания и подавления к частоте дискретизации  $F_s$

$$f = 2\pi\omega/F_s \quad (1)$$

- Пересчитываем частоты пропускания и подавления аналогового прототипа:

$$\Omega = 2 \cdot tg(f/2) \quad (2)$$

Определяем, по какой полосе рассчитывать  $\Omega_s$  и  $\Omega_p$ :

$$B = \omega_{sh} - \omega_{sl} \quad (3)$$

$$\Omega_s = -\frac{\Omega_{sx} \cdot B}{\Omega_{sx}^2 - \Omega_c^2} \quad (4)$$

$$\Omega_p = \frac{-\Omega_{px} \cdot B}{\Omega_{px}^2 - \Omega_c^2} \quad (5)$$

- Рассчитываем порядок  $N(s)$  аналогового прототипа:

$$N = \frac{arch(\varepsilon_s/\varepsilon_p)}{arch(\Omega_s/\Omega_p)} \quad (6)$$

- Рассчитываем  $H(s)$  аналогового нормированного ФНЧ с частотой  $\omega_s = 1$  рад/с:

$$H(s) = \frac{\prod_{n=1}^L (s^2 + 1/\cos^2 \alpha_n)}{G_0 \cdot (s - \sigma_0)^r \prod_{n=1}^L (s^2 - 2\sigma_n s + \sigma_n^2 + \omega_n^2)} \quad (7)$$

$$\sigma_n = \frac{-\sin \alpha_n \cdot \sinh \beta}{\cos^2 \alpha_n \cdot \cosh^2 \beta + \sin \alpha_n \cdot \sinh^2 \beta} \quad (8)$$

$$\omega_n = \frac{\cos \alpha_n \cdot \cosh \beta}{\cos^2 \alpha_n \cdot \cosh^2 \beta + \sin \alpha_n \cdot \sinh^2 \beta} \quad (9)$$

$$\alpha_n = \frac{2n-1}{2N} \pi \quad (10)$$

$$\beta = \frac{1}{N} arsh(\varepsilon_s) \quad (11)$$

$$\sigma_0 = -\frac{1}{\sinh \beta} \quad (12)$$

$$G_0 = \frac{\prod_{n=1}^L (1/\cos^2 \alpha_n)}{(-\sigma_0)^r \prod_{n=1}^L (\sigma_n^2 + \omega_n^2)} \quad (13)$$

$$n = 1, \dots, L$$

$$N = 2L + r$$

- Производим частотное преобразование ФНЧ-РФ:

$$H_{rf} = H_{nf} \left( \frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2} \right) \quad (14)$$

$$\omega_c^2 = \omega_{sh} \cdot \omega_{sl} \quad (15)$$

- Переходим от  $H(s)$  аналогового фильтра к  $H(z)$  цифрового фильтра с помощью билинейного преобразования:

$$H(z) = H_{rf} \left( \frac{2 - 2z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \quad (16)$$

## 3 Результаты

### 3.1 Обработка данных

Последовательно выполним шаги, указанные в пункте "Теоретические основы":

- Нормировка к частоте дискретизации (формула (1)):

$$f_{pl} = 1.2566 \text{ рад/с}$$

$$f_{ph} = 2.5133 \text{ рад/с}$$

$$f_{sl} = 1.5080 \text{ рад/с}$$

$$f_{sh} = 2.2619 \text{ рад/с}$$

- Найдём частоты аналогового фильтра, соответствующие частотам цифрового фильтра, нормированного к частоте дискретизации (формула (2)):

$$\Omega_{pl} = 1.4531 \text{ рад/с}$$

$$\Omega_{ph} = 6.1554 \text{ рад/с}$$

$$\Omega_{sl} = 1.8781 \text{ рад/с}$$

$$\Omega_{sh} = 4.2502 \text{ рад/с}$$

- Определяем, по какой полосе рассчитывать  $\Omega_s$  и  $\Omega_p$ :

$$\xi_{ph} = \omega_c^2 / \omega_{ph};$$

По формуле (15) рассчитаем  $\omega_c$ :

$$\omega_c = 2.8253 \text{ рад/с}$$

$$\xi_{ph} = 1.2968 \text{ рад/с}$$

Так как  $\xi_{ph} < \Omega_{pl}$ , то рассчитываем по нижней переходной полосе.

По (3) - (5) рассчитаем  $\Omega_p$  и  $\Omega_s$ :

$$\Omega_s = 1.0000 \text{ рад/с}$$

$$\Omega_p = 0.5871 \text{ рад/с}$$

- Найдём порядок фильтра по (6):

$$N = 6.9908$$

Берём  $N = 7$ .

- Рассчитываем  $H(s)$  нормированного ФНЧ Чебышева II рода по формулам (7) - (13):

$$H(s) = \frac{0.0070s^7 + 0.0560s^5 + 0.1120s^2 + 0.0640}{s^7 + 2.9198s^6 + 4.2628s^5 + 4.0167s^4 + 2.6422s^3 + 1.2247s^2 + 0.3773s + 0.0640}$$

- Преобразование ФНЧ-РФ (14):

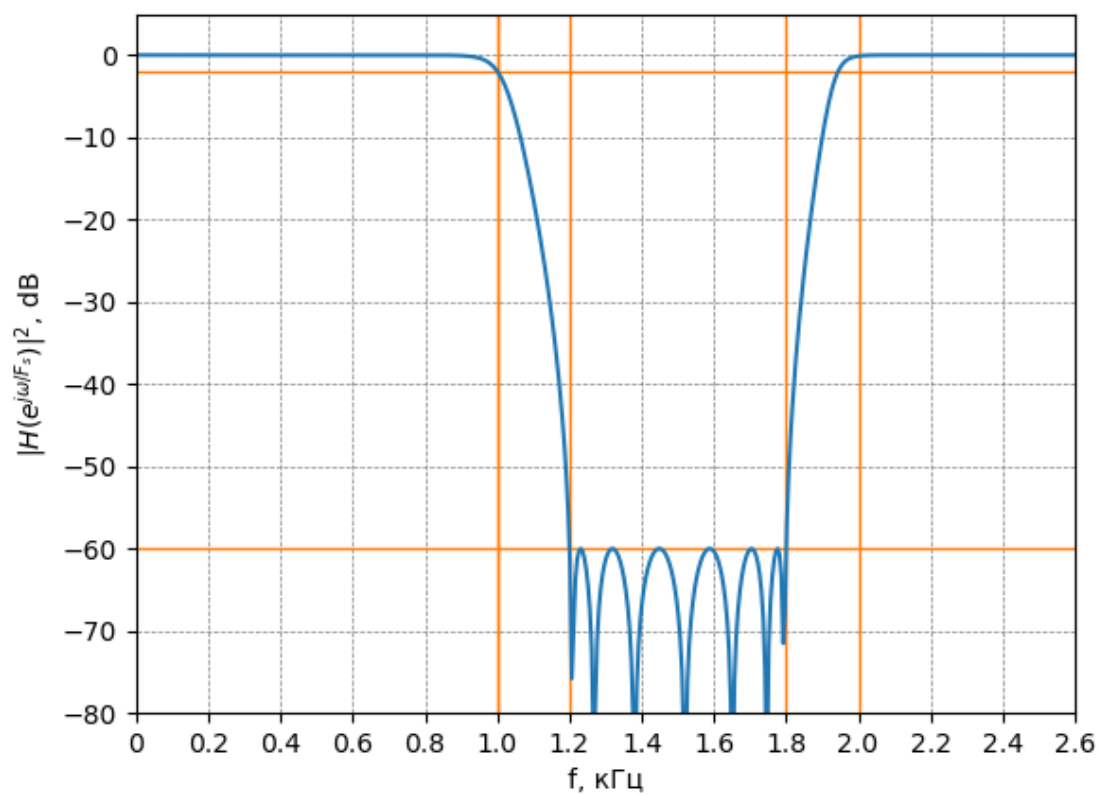
$$\begin{aligned} H_{rf}(s) &= \frac{0.064s^{14} + 4.2063s^{12} + 1.1256 \cdot 10^2 s^{10} + 1.5846 \cdot 10^3 s^8 + 1.2649 \cdot 10^4 s^6}{0.064s^{14} + 0.8952s^{13} + 10.4673s^{12} + 78.1430s^{11} + 4.8785 \cdot 10^2 s^{10} \\ &\rightarrow \frac{+5.7254 \cdot 10^4 s^4 + 1.3632 \cdot 10^5 s^2 + 1.3216 \cdot 10^5}{+2.3018 \cdot 10^3 s^9 + 9.0960 \cdot 10^3 s^8 + 2.8123 \cdot 10^4 s^7 + 7.2608 \cdot 10^4 s^6} \\ &\rightarrow \frac{+1.4667 \cdot 10^5 s^5 + 2.4814 \cdot 10^5 s^4 + 3.1727 \cdot 10^5 s^3}{+3.3924 \cdot 10^5 s^2 + 2.3160 \cdot 10^5 s + 1.3216 \cdot 10^5} \end{aligned}$$

- Билинейное преобразование (16):

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{8.7101z^{-14} + 37.6822z^{-13} + 123.0921z^{-12} + 273.7884z^{-11} + 509.5678z^{-10}}{75.8410z^{-14} + 233.8456z^{-13} + 489.4028z^{-12} + 746.3489z^{-11} + 969.2000z^{-10} \\ &\rightarrow \frac{+757.2702z^{-9} + 973.9571z^{-8} + 1042.3148z^{-7} + 973.9571z^{-6}}{+1038.6522z^{-9} + 970.5987z^{-8} + 770.3823z^{-7} + 538.4754z^{-6} \\ &\rightarrow \frac{+757.2702z^{-5} + 509.5678z^{-4} + 273.7884z^{-3} + 123.0921z^{-2}}{+317.6366z^{-5} + 162.7689z^{-4} + 67.3586z^{-3} + 23.3674z^{-2} \\ &\rightarrow \frac{+37.6822z^{-1} + 8.7101}{+5.5720z^{-1} + 1.0000} \end{aligned}$$

### 3.2 Анализ результатов

Чтобы убедиться в том, что все шаги были выполнены верно, построим график квадрата модуля АЧХ полученного фильтра (с помощью библиотеки Matplotlib, Python):



Квадрат модуля АЧХ режекторного фильтра Чебышева II рода

Видим, что полученный нами фильтр удовлетворяет требованиям.



## 4 Заключение

В ходе данной работы был спроектирован режекторный фильтр Чебышева II рода, квадрат модуля АЧХ которого удовлетворяет заданным требованиям.