



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

مسعود ناطقی ۹۶۱۰۲۵۶۷

تمرین پردازش و تحلیل تصاویر پزشکی

دکتر فاطمی زاده

۱. تصویر MRI ترکیبی از دستگاه تصویربرداری، یک pulse sequence و یک object (همان شخص) است که هر کدام می‌توانند باعث IIH شوند. محدودیت‌های فیزیکی دستگاه ممکن است باعث flip angle بشود. ممکن است تغییرات جزئی در میدان  $B_0$  (که قرار است ثابت باشد) باعث IIH بشود. همچنین غیرهمگن بودن RF coil که وابسته به هندسه و فیزیک آن است ممکن است باعث IIH شود. میدان برداری ممکن است به دلیل خواص غیر خطی محتمل باعث distortion در صفحه عکس شوند. اثر IIH در spin echo و gradient echo نیز دیده می‌شود. پارامترهای ثبت (مانند اینکه اسلایس‌ها تداخل داشته باشند یا خیر) می‌توانند در دامنه IIH تاثیرگذار باشند. زمان تکرار (TR) و تعداد اکوها نیز روی کیفیت عکس تاثیرگذار است. شکل object و خواص مغناطیسی آن از جمله دلایل IIH هستند. از علت‌های دیگر می‌توان به غیریکنواختی رادیو-فرکانسی (-radio frequency nonuniformity) و تکان خوردن مریض اشاره کرد.<sup>۱</sup>

در تصاویری که مشکل IIH دارند الگوریتم FCM عملکرد بدی دارد و به جای آن از AFCM استفاده می‌شود که اثر میدان را نیز به نوعی جبران می‌کند. تابع هدف این روش بصورت زیر است:

$$J_{AFCM} = \sum_{(i,j)} \sum_{k=1}^C u_k^2(i,j) \|y(i,j) - m(i,j)v_k\|_2^2 + \dots$$

$$\lambda_1 \sum_{(i,j)} \left( (m(i,j) * D_i)^2 + (m(i,j) * D_j)^2 \right) + \dots$$

$$\lambda_2 \sum_{(i,j)} \left( (m(i,j) ** D_{ii})^2 + 2(m(i,j) ** D_{ij})^2 + (m(i,j) ** D_{jj})^2 \right)$$

- ›  $m(i,j)$ : unknown multiplier field (model the brightness variation), **slow variation!**
- ›  $D_i$  and  $D_j$  are 1<sup>st</sup> order finite Difference operator for partial derivatives  $(\frac{\partial m}{\partial x}, \frac{\partial m}{\partial y})$
- ›  $D_{ii}, D_{jj}$  and  $D_{ij}$  are 2<sup>nd</sup> order finite Difference operator for partial derivatives  $(\frac{\partial^2 m}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 m}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y})$

ترم اول تغییرات روشنایی inhomogeneity را مدل می‌کند دو ترم بعدی اثر رگولاریزه کننده دارند و باعث می‌شوند تا میدانی که به دست می‌آید هموار باشد. با اضافه کردن قید  $\sum_{i=1}^C u_{ik} = 1$  و مشتق‌گیری، روابط آپدیت شدن بصورت زیر به دست می‌آید:

$$u_k(i,j) = \frac{\|y(i,j) - m(i,j)v_k\|^{-2}}{\sum_{l=1}^C \|y(i,j) - m(i,j)v_l\|^{-2}}$$

$$v_k = \frac{\sum_{(i,j)} u_k^2(i,j)m(i,j)y(i,j)}{\sum_{(i,j)} u_k^2(i,j)m^2(i,j)}$$

$$y(i,j) \sum_{k=1}^C u_k^2(i,j)v_k = m(i,j) \sum_{k=1}^C u_k^2(i,j)v_k^2 + \lambda_1(m(i,j) ** H_1(i,j)) + \lambda_2(m(i,j) ** H_2(i,j))$$

<sup>1</sup> Intensity non-uniformity correction in MRI: Existing methods and their validation, Boubakeur Belaroussi, Julien Milles, Sabin Carme, Yue Min Zhu, Hugues Benoit-Cattin

اما دستگاه معادله‌ای که برای آپدیت  $m(i, j)$  به دست می‌آید بسیار بزرگ است که روش‌های معمول حل معادله مانند گاوس-جردن و ... کارایی ندارد. معادله آخر را می‌توان به فرم  $f = Am$  نوشت که در آن:

$$y \in \mathbb{R}^{M \times N} \text{ then } f \in \mathbb{R}^{MN}, m \in \mathbb{R}^{MN} \text{ and } A \in \mathbb{R}^{MN \times MN}$$

اگر بتوان ماتریس  $A$  را بصورت  $A = D + L + U$  نوشت که در آن  $U$  و  $L$  و  $D$  به ترتیب ماتریس‌های بالامثلثی، پایین مثلثی و قطری هستند، آنگاه  $m$  بصورت iterative از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m^{(i+1)} = [(1 - \omega)I - \omega D^{-1}(L + U)]m^{(i)} + \omega D^{-1}f, \quad A = D + L + U, \omega^* = \frac{2}{3}$$

۲. روش اول (Low Pass Filtering): با توجه به این فرض که تغییرات میدان، تغییرات آرامی است، طیف intensity inhomogeneity (IIH) در فرکانس‌های پایین مقدار دارد. بنابراین اثر IIH را می‌توان با عبور دادن عکس از یک فیلتر پایین گذر  $\mathcal{L}$  و سپس تفریق از طریق بیان لگاریتمی IIH حذف کرد.

$$x = \alpha x' + \xi$$

که در آن  $\alpha$  اثر IIH،  $x$  و  $x'$  هم به ترتیب تصویر آلوده و تمیز هستند و  $\xi$  نیز اثر نویز را مدل می‌کند. در ادامه از اثر نویز صرف نظر می‌شود و رابطه بصورت زیر ساده می‌گردد.

$$y_i = \log x_i = \log x'_i + \log \alpha_i = y'_i + \beta_i$$

$$\mathcal{L}\{y\} \approx \beta$$

از مزایای این روش می‌توان به سادگی و پیاده‌سازی راحت آن اشاره داشت. اما ضعف اصلی آن این است که بین طیف IIH و طیف بافت‌های بیمار تداخل وجود دارد که باعث می‌شود تا کارایی این روش برای بسیاری از فیلترهای پایین گذر متداول محدود شود و در مواردی باعث intensity distortion و به وجود آمدن artifactهای مصنوعی می‌گردد.

روش دوم (Surface Fitting): با توجه به اینکه تغییرات میدان هموار است، راه دیگر این است که IIH را به وسیله یک functional هموار تقریب بزنیم و پارامترهای آن را پیدا کنیم. در خیلی از موارد مساله تخمین پارامترها به مساله image segmentation مربوط می‌شود و در واقع هر دو مساله در یک فریم‌ورک فرموله می‌شوند و بصورت هم‌زمان حل می‌شوند. بصورت معادل می‌توان مساله را به تغییر دادن یک ویژگی global در تصویر تغییر داد. به عنوان مثال آنتروپی grey levelها را مینیمم می‌کنیم که در ادامه هر دو رویکرد را توضیح می‌دهیم.

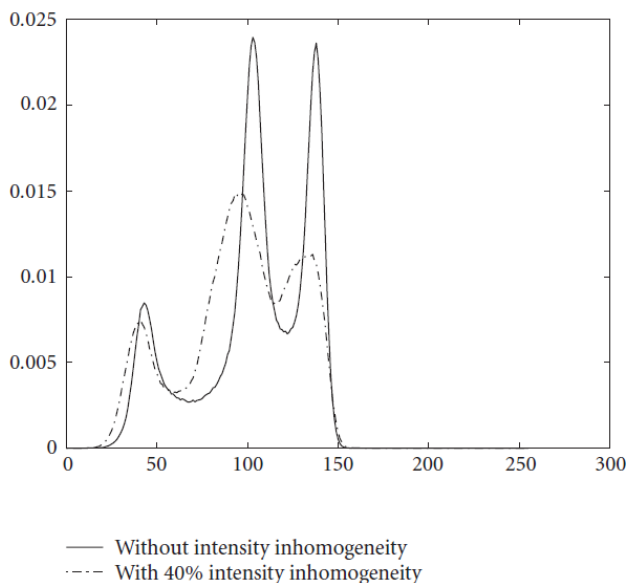
رویکرد segmentation: در این روش سعی می‌شود تا پارامترهای functional با توجه به نقاطی از بافت که حاوی اطلاعاتی از IIH هستند یادگیری شوند. فرض کنید  $I = \{1, \dots, n\}$  مجموعه نقاط متناظر با بافت مغز باشند. برای تعیین پارامترها نیاز داریم تا segmentation را انجام دهیم به نحوی که نقاط  $S_I$  حاوی اطلاعاتی از IIH باشند. تفاوت روش‌های مختلف در پیدا کردن  $S_I$  است.

در مقاله Dawant et al. پیشنهاد شده است که نقاطی را که متناظر با یک بافت هستند ( $S_I$ ) بصورت دستی انتخاب کنیم و بعد از اینکه segmentation را برای همه بافت‌ها با این روش انجام دادیم، تغییرات روشنایی روی پیکسل (یا voxel)ها را متناظر با اثر IIH در نظر می‌گیریم. البته این روش نیاز به متخصص دارد که آن را زمان‌گیر و مستعد خطا می‌کند. در مقاله Wang et al. انتخاب نقاط reference بصورت اتوماتیک انجام می‌شود.

در مقاله Meyer et al. از روش LCI استفاده می‌شود که در آن ابتدا روی تصویر segmentation انجام می‌شود و سپس پارامترهای functional روی تصویر segment شده یادگیری می‌شود. روش LCI فرض می‌کند تصویر بصورت تکه‌ای (piecewise) هموار است و بافت‌های مختلف در مرزها به خوبی از هم جدا شده‌اند که البته در عمل فرض سخت‌گیرانه‌ای است. زیرا این فرض عموماً به علت نویز، اثر حجم جزئی و یا IIH نقض می‌شود. هم‌چنین اجرای این الگوریتم هزینه سخت‌افزاری بالایی دارد که هر کلینیکی از عهده آن بر نمی‌آید. هم‌چنین Liew و Yan اثر IIH را بصورت پشته‌ای از سطح‌های B-spline با قید

پیوستگی بین لایه‌ها در نظر گرفتند. تخمین IIH با استفاده از FCM انجام می‌شود. در مقاله دیگری از local scale به عنوان معیاری از همگنی برای تصحیح اثر IIH استفاده شده است.

رویکرد Entropy minimization: در مورد تصاویر original فرض می‌شود که هیستوگرام آن‌ها multimodal است. به عبارت دیگر از هیستوگرام تا حدی مشخص است که کدام شدت روشنایی‌ها متناظر با مدام بافت‌ها هستند. اما اثر IIH این است که باعث تداخل شدت روشنایی‌های بافت‌های مختلف می‌شود. این مورد در تصویر زیر به خوبی نمایان است. به نحوی که در حضور IIH، قله‌ها و دره‌های هیستوگرام تصویر اصلی بسیار تخت شده‌اند.



تخت شدن هیستوگرام در اثر IIH باعث می‌شود تا آنتروپی تصویر افزایش یابد. بنابراین در این روش به دنبال دسته پارامترهایی برای مدل IIH هستیم که آنتروپی تصویر را کم می‌کند. مینیمم کردن آنتروپی بصورت مستقیم، جواب بدیهی میدان صفر (null field) را می‌دهد. برای جلوگیری از این کار بایستی قیدهایی را به مساله مینیمم سازی اضافه کنیم. به عنوان مثال می‌توان این قید را در نظر گرفت که اختلاف میانگین تصویر آلوده و تصویر تخمین زده شده باید کم باشد. یا در اثر تصحیح اثر میدان میانگین تصویر تغییری نکند. بنابراین برای حل این مساله قیدها همواره باید وجود داشته باشند.

۱. الف) ابتدا مفاهیم خواسته شده را توضیح می‌دهیم. در الگوریتم‌های خوشه‌بندی فازی، هر پیکسل (voxel) با احتمالی به هر یک از خوشه‌ها تعلق دارد که در تابع هزینه بصورت  $u_{ik}$  مشخص شده است که بیانگر احتمال تعلق پیکسل  $k$ -ام به خوشه  $i$ -ام است. به  $u_{ik}$ ‌ها membership گفته می‌شود. Class prototype‌ها در تابع هزینه بصورت  $v_i$  مشخص شده‌اند که در واقع همان مرکز خوشه‌ها می‌باشند. و در نهایت Bias Field همان اثر میدان است با این تفاوت که در فرمول بندی آن را از تبدیل لگاریتمی عبور داده‌ایم. در این فرمول بندی اثر میدان بصورت ضرب شونده در نظر گرفته می‌شود.

$$Y_k = X_k G_K \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$$

$$y_k = x_k + \beta_k \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$$

که در دو رابطه بالا به  $G_K$  در رابطه ضرب شونده gain field و به  $\beta_k$  در رابطه جمع شونده (که از لگاریتم گرفتن رابطه ضرب شونده به دست آمده) bias field گفته می‌شود.

تابع هزینه این روش بسیار شبیه به FCM معمولی است که به آن یک ترم رگولاریزه کننده اضافه شده است.

$$J_m = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N u_{ik}^p \|x_k - v_i\|^2 + \frac{\alpha}{N_R} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N u_{ik}^p \left( \sum_{x_r \in \mathcal{N}_k} \|x_r - v_i\|^2 \right)$$

این ترم اضافی باعث می‌شود تا عمل لیبیل زدن به پیکسل‌ها بصورت هموار انجام شود. در این رابطه  $\mathcal{N}_k$  همسایه‌های  $x_k$  در یک پنجره هستند و  $N_R = |\mathcal{N}_k|$  است. اهمیت این ترم با  $\alpha$  تنظیم می‌شود. در واقع هرچه SNR تصویر کوچکتر باشد اهمیت این ترم افزایش می‌یابد و برعکس. با استفاده از رابطه جمع شونده در بالا تابع هزینه بصورت زیر تغییر می‌یابد:

$$J_m = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N u_{ik}^p \|y_k - \beta_k - v_i\|^2 + \frac{\alpha}{N_R} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N u_{ik}^p \left( \sum_{y_r \in \mathcal{N}_k} \|y_r - \beta_r - v_i\|^2 \right)$$

و مساله بهینه سازی نهایتاً با قید  $\sum_{i=1}^c u_{ik} = 1$  بصورت زیر می‌شود:

$$\min_{U, \{v_i\}_{i=1}^c, \{\beta_k\}_{k=1}^N} J_m, \quad \text{subject to } U \in \mathcal{U}$$

در نهایت با استفاده از لاگرانژین و تغییر متغیر، تابع هزینه بصورت زیر می‌شود:

$$F_m = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N \left( u_{ik}^P D_{ik} + \frac{\alpha}{N_R} u_{ik}^P \gamma_i \right) + \lambda \left( 1 - \sum_{i=1}^c u_{ik} \right)$$

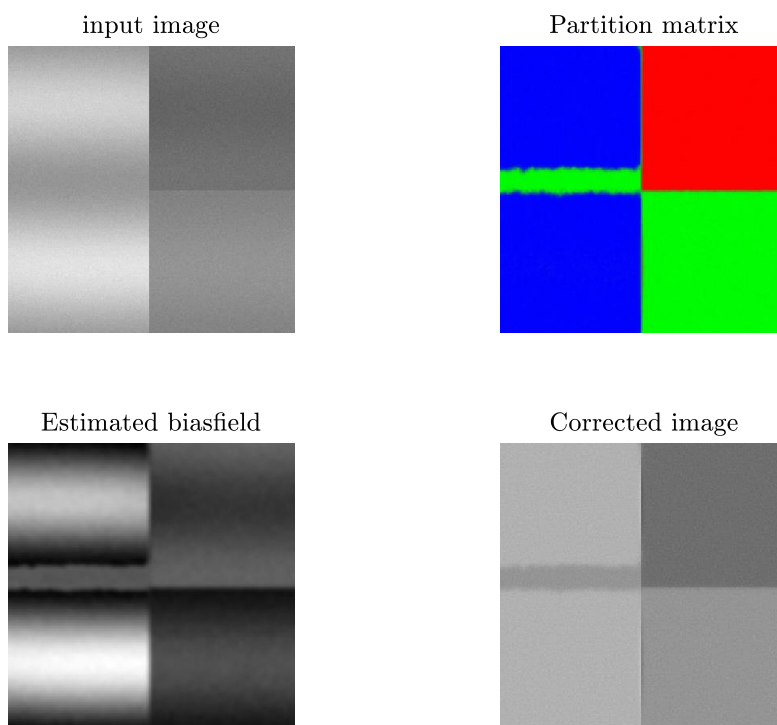
where  $D_{ik} = \|y_k - \beta_k - v_i\|^2$  and  $\gamma_i = (\sum_{y_r \in \mathcal{N}_k} \|y_r - \beta_r - v_i\|^2)$ .

با مشتق‌گیری از تابع هزینه نسبت به  $u_{ik}$ ،  $v_i$  و  $\beta_k$  و برابر صفر قرار دادن، روابط آپدیت شدن  $\lambda$  و  $\beta_k$ ،  $v_i$ ،  $u_{ik}$  بصورت زیر می‌شود:

$$\lambda = \frac{p}{\left( \sum_{j=1}^c \left( \frac{1}{(D_{jk} + \frac{\alpha}{N_R} \gamma_j)} \right)^{1/(p-1)} \right)^{p-1}} \quad u_{ik}^* = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left( \frac{D_{ik} + \frac{\alpha}{N_R} \gamma_i}{D_{jk} + \frac{\alpha}{N_R} \gamma_j} \right)^{1/(p-1)}}$$

$$v_i^* = \frac{\sum_{k=1}^N u_{ik}^P \left( (y_k - \beta_k) + \frac{\alpha}{N_R} \sum_{y_r \in \mathcal{N}_k} (y_r - \beta_r) \right)}{(1 + \alpha) \sum_{k=1}^N u_{ik}^P} \quad \beta_k^* = y_k - \frac{\sum_{i=1}^c u_{ik}^P v_i}{\sum_{i=1}^c u_{ik}^P}$$

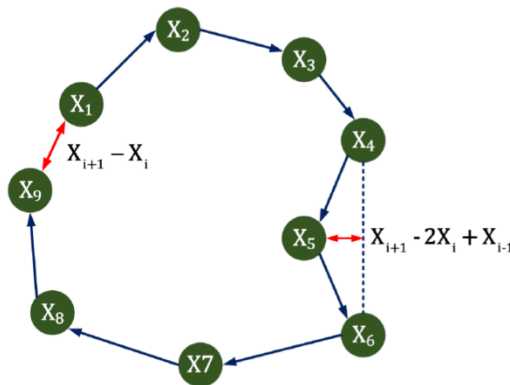
(ب)



۲. الف) در این روش سعی می‌شود تا تابع هزینه زیر مینیمم شود:

$$E = \int_0^1 \frac{1}{2} (\alpha |\mathbf{x}'(s)|^2 + \beta |\mathbf{x}''(s)|^2) + E_{\text{ext}}(\mathbf{x}(s)) ds$$

که در آن  $x(s)$  معادله خم (snake) پارامتریزه شده بر حسب  $s \in [0,1]$  است و هم‌چنین  $\alpha$  و  $\beta$  میزان اهمیت elasticity و rigidity را کنترل می‌کنند.  $x'(s)$  و  $x''(s)$  نیز به ترتیب مشتقات اول و دوم  $x(s)$  هستند. Elasticity به معنای این است که دو نقطه پشت سر هم تا چه میزان می‌توانند از یکدیگر فاصله بگیرند و به نوعی آن را با ضریب سختی فنر، بصورت مشابه در نظر می‌گیریم. هم‌چنین rigidity به معنای این است که تا چه حد ۳ نقطه پشت سر هم روی یک خط قرار دارند. به نوعی این نیرو با تورفتگی‌ها و بیرون‌زدگی‌های خم مقابله می‌کند. مفهوم این دو نیرو در شکل زیر نیز نمایش داده شده است.



$E_{\text{ext}}$  از روی تصویر  $I(x, y)$  (که آن را تابع پیوسته‌ای از آرگومان‌های مکانی در نظر می‌گیریم) بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} E_{\text{ext}}^1(x, y) &= -|\nabla I(x, y)|^2 \\ E_{\text{ext}}^2(x, y) &= -|\nabla (G_{\sigma}(x, y) * I(x, y))|^2 \end{aligned}$$

و برای تصاویر باینری:

$$\begin{aligned} E_{\text{ext}}^3(x, y) &= I(x, y) \\ E_{\text{ext}}^4(x, y) &= G_{\sigma}(x, y) * I(x, y) \end{aligned}$$

با توجه به روابط بالا مشخص است که اگر پارامتر  $\sigma$  را بزرگ در نظر بگیریم باعث blur شدن لبه‌ها می‌شود. اما این کار ضروری است. زیرا بایستی بتوانیم نیروی وارده از لبه‌ها را حتی با وجود داشتن فاصله از لبه‌ها حس کنیم. اگر  $\sigma$  خیلی کوچک انتخاب شود با کوچکترین جابه‌جایی از لبه‌ها در انتخاب نقاط اولیه، هیچ نیرویی به خم وارد نمی‌شود و خم را حرکت نمی‌دهد. از طرفی بزرگ کردن  $\sigma$  ما را از جواب اصلی (لبه‌های دقیق) دور می‌سازد.

با استفاده از calculus of variation مشتق‌گیری را انجام داده و متحد صفر می‌گذاریم. رابطه بصورت زیر می‌شود:

$$\alpha \mathbf{x}''(s) - \beta \mathbf{x}'''(s) - \nabla E_{\text{ext}} = \mathbf{0}$$



می‌دانیم مشتق انرژی نیرو است. بنابراین معادله بالا را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{F}_{\text{int}} + \mathbf{F}_{\text{ext}}^1 = 0 \quad \mathbf{F}_{\text{int}} = \alpha \mathbf{x}''(s) - \beta \mathbf{x}'''(s) \text{ and } \mathbf{F}_{\text{ext}}^1 = -\nabla E_{\text{ext}}$$

که در این رابطه، نیروهای داخلی از کش آمدن و تا شدن خم جلوگیری می‌کند و نیروهای خروجی خم را به سمت ویژگی مورد نظر (لبه‌ها) می‌کشد. می‌توان رابطه بالا را تابعی از  $s$  و  $t$  در نظر گرفت:

$$\mathbf{x}_t(s, t) = \alpha \mathbf{x}''(s, t) - \beta \mathbf{x}'''(s, t) - \nabla E_{\text{ext}} \quad (7)$$

در بی‌نهایت سمت چپ تساوی صفر می‌شود. به عبارت دیگر در بی‌نهایت، تغییرات خم بسیار جزئی است. جواب با استفاده از گسسته کردن معادله بالا و الگوریتم گرادیان کاهشی به دست می‌آید.

(ب) تابع هزینه GVF بصورت زیر است:

$$\mathcal{E} = \iint \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |\mathbf{v} - \nabla f|^2 dx dy$$

که در آن  $v(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$  یک میدان برداری است که در ادامه خواص آن را بیان می‌کنیم.

$f$  نیز یک edgemap است که از انرژی‌هایی که در قسمت قبلی معرفی کردیم می‌توان برای آن استفاده کرد. به عبارت دیگر:

$$f(x, y) = -E_{\text{ext}}^i \quad i = 1, 2, 3, 4$$

در این رابطه مینیمم سازی به این صورت انجام می‌شود که در زمان‌هایی که گرادیان بزرگ است، اثر ترم اول ناچیز می‌شود و ترم دوم اهمیت می‌یابد که برای مینیمم کردن بایستی داشته باشیم  $v = \nabla f$ . بنابراین میدان برداری  $v$  نباید خیلی متفاوت از edgemapها باشد. در واقع باید مثل edgemapها در نواحی نزدیک به لبه‌ها (که گرادیان مقدار بزرگی دارد) مقدار بزرگی داشته باشد. همچنین در نواحی هموار اثر ترم دوم کم می‌شود و برای مینیمم شدن بایستی میدان برداری  $v$  هموار باشد. به عبارت دیگر مشتقات جزئی میدان برداری مقدار کوچکی داشته باشند (لزوماً میدان برداری، صفر نیست). پارامتر  $\mu$  نیز trade-off بین ترم اول و دوم را تنظیم می‌کند و هر چه تصویر نویز بیشتری داشته باشد، این پارامتر باید بزرگ‌تر انتخاب شود. در ادامه و با استفاده از calculus of variation برای تابع انرژی، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\mu \nabla^2 u - (u - f_x)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (11a)$$

$$\mu \nabla^2 v - (v - f_y)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (11b)$$

با دقت در این رابطه، در نواحی هموار، با توجه به اینکه مشتقات جزئی میدان برداری صفر است، داریم:

$$\mu \nabla^2 u = 0$$

$$\mu \nabla^2 v = 0$$

که این بیانگر رابطه لاپلاس است و بیانگر آن است که در نواحی هموار  $u$  و  $v$  یک درونیایی از نقاط اطراف خود هستند و بنابراین در نواحی هموار  $u$  و  $v$  لزوماً برابر صفر نمی‌شوند. توجه می‌کنیم رابطه جدید برای آپدیت خم بصورت زیر می‌شود:

$$x_t(s, t) = \alpha x''(s, t) - \beta x''''(s, t) + v(x(s, t))$$

بنابراین در نواحی هموار برخلاف قبل، نیرو خارجی برابر صفر نیست و مقدار دارد و باعث می‌شود تا برای نواحی مقعر و هم‌چنین نواحی که خم از لبه‌ها دور است، خم به لبه‌ها نزدیک شود.

(ج) I : تصویر ورودی.

P : نقاط اولیه که توسط کاربر تعیین می‌شود.

verbose : عکس‌های مهم مانند تکامل خم، خم اولیه،  $E_{ext}$  و میدان برداری را نشان می‌دهد.

nPoints : تعداد نقاط خم.

Gamma : گام زمانی در آپدیت کردن روابط با استفاده از گرادیان کاهشی.

Iterations : تعداد تکرار الگوریتم (معادله ۷).

Sigma1 :  $\sigma$  ای که برای مشتق‌گیری از سیگنال استفاده می‌شود.

Wline : میزان جذب شدن به خط‌ها. اگر منفی باشد به خط‌های مشکی در غیر این صورت به خط‌های سفید جذب می‌شود.

Wedge : میزان جذب شدن به لبه‌ها.

Wterm : میزان جذب شدن به انتهای خطوط و یا گوشه‌ها.

Sigma2 :  $\sigma$  ای که برای محاسبه انرژی  $E_{ext}^2$  استفاده می‌شود.

mu : پارامتر  $\mu$  که قبلاً در مورد آن توضیح داده شد. trade-off بین بردارهای لبه واقعی و بردارهای نویز را تنظیم می‌کند.

Gliterations : تعداد تکرار برای حل معادله 11a و 11b.

Sigma3 :  $\sigma$  ای که برای محاسبه لاپلاسیان‌ها در معادله 11a و 11b.

alpha : همان ضریب  $\alpha$  در معادله ۷. انرژی membrane.

beta : همان ضریب  $\beta$  در معادله ۷. انرژی thin plate.

Delta : نیروی بالون

Kappa : وزن نیروی خارجی عکس

## Basic Snake

The image with initial contour



The external energy



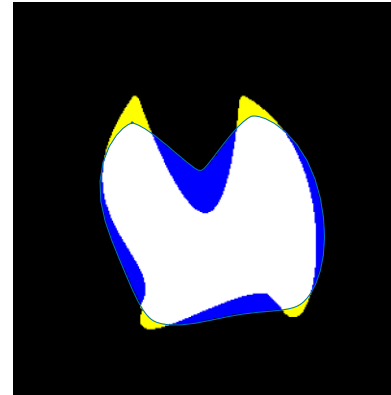
The external force field



Snake movement



## Basic Snake



با توجه به شکل بالا مشخص است که روش Basic Snake نمی‌تواند برای دره‌های object گرادیان کافی ایجاد کند (به دلایلی که در قسمت ب توضیح داده شد). بنابراین این روش در مورد شکل‌هایی که فرورفتگی دارند، عملکرد خوبی ندارد. هم چنین در مورد بیرون‌زدگی‌ها نیز عملکرد خوبی از خود نشان نمی‌دهد.

## GVF

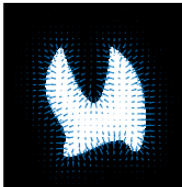
The image with initial contour



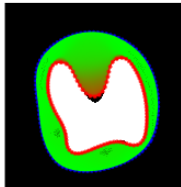
The external energy



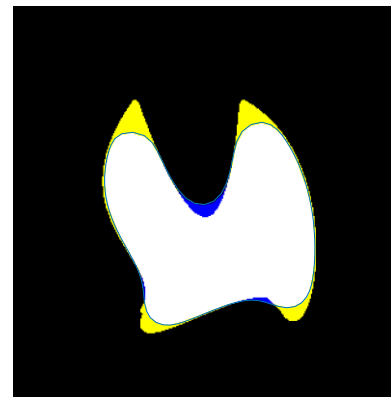
The external force field



Snake movement



## GVF



با توجه به نتایجی که با استفاده از روش GVF به دست آمد متوجه می‌شویم که این روش برای اشکالی که تورفتگی دارند نسبت به روش Basic Snake (با انتخاب نقاط اولیه یکسان) بسیار بهتر عمل می‌کند. در این روش با استفاده از میدان برداری جدیدی که تعریف کردیم، مشکل تورفتگی‌ها حل شد.