



دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

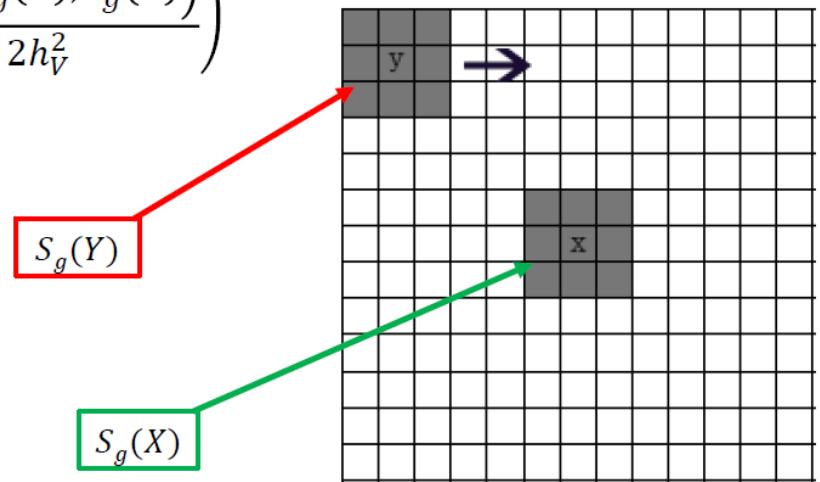
مسعود ناطقی ۹۶۱۰۲۵۶۷

تمرین پردازش و تحلیل تصاویر پزشکی

دکتر فاطمی زاده

۱. الف) در روش NLM که یکی از روش‌های point and block estimation است ابتدا یک پنجره حول پیکسل مرکزی و پیکسل شناور در نظر می‌گیریم و بر اساس معیارهایی نوعی شباهت (بر اساس فاصله) بین دو پنجره مذکور در نظر می‌گیریم. کرنل را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$K(g(X), g(Y)) = \exp\left(-\frac{\text{dist}(S_g(X), S_g(Y))}{2h_V^2}\right)$$



و در نهایت طبق رابطه زیر برای هر نقطه تخمین بدون نویز آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{Y \in \Omega} g(Y) K(g(X), g(Y))}{\sum_{Y \in \Omega} K(g(X), g(Y))}$$

تئوری روش INLM بسیار ساده است و شباهت زیادی به روش NLM دارد. در این روش تخمین تصویر حذف نویز شده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$u = \frac{1}{4}f + \frac{1}{2}N(f) + \frac{1}{4}N(N(f))$$

که در آن $N(f)$ همان تصویر حذف نویز شده از روش NLM است و $N(N(f))$ تصویر حذف نویز شده از روش NLM است که بار دیگر روی آن NLM را اعمال کردیم. بنابراین تصویر حذف نویز شده به سادگی از ترکیب خطی بالا به دست می‌آید.

ب) روش Trilateral نیز بسیار شبیه به Bilateral کار می‌کند و علاوه بر استفاده از خاصیت‌های تشابه مکانی و تشابه شدت روشنایی‌ها از شباهت‌های ساختاری نیز استفاده می‌کند تا با یک فیلتر با سایز کوچک (۳×۳) لبه‌ها را حفظ کند. در این روش، نواحی همگن تصویر گویی از یک فیلتر پایین گذر عبور می‌کنند و هموار می‌شوند و در نواحی ناهمگن (نزدیک لبه‌ها)، هموار کردن با توجه به تشابه مکانی، شدت روشنایی و شباهت ساختاری انجام می‌شود و به ازای سایز یکسان برای پنجره، این روش عملکرد بهتری نسبت به روش Bilateral دارد. با توجه به اینکه از سه ویژگی برای تعیین وزن‌ها استفاده می‌شود به این روش Trilateral گفته می‌شود.

۲. برای این سوال بهتر است از نرم صفر استفاده کنیم. زیرا اگر از نرم دیگری استفاده کنیم، هزینه ترم دوم بسیار زیاد می‌شود و عملاً سعی می‌شود تا u به v تبدیل بشود و هموارسازی انجام نمی‌شود. اما اگر از نرم صفر استفاده کنیم، هزینه ترم دوم متعادل‌تر می‌شود. زیرا این نرم تنها زمانی صفر می‌شود که آرگومان داخل آن صفر باشد یا به عبارت دیگر $u=v$ باشد که برای این منظور گرادیان بسیار زیاد می‌شود و بنابراین روی ترم اول هم مینیمم کردن انجام می‌شود.

original image (left), noisy image (right)



ب) در این روش ابتدا فاصله هر یک از پیکسل‌ها از پیکسل ثابت سنجیده می‌شود و این فاصله را از تابع $G_{h_X}(\|X - Y\|)$ می‌گذرانیم و به عنوان وزن پیکسل شناور در نظر می‌گیریم. تخمین بدون نویز پیکسل ثابت را جمع وزن دار (نرمالیزه) پیکسل‌های شناور در نظر می‌گیریم. ایده این روش این است که با توجه به هموار بودن تصاویر طبیعی، پیکسل‌های با موقعیت مشابه، شدت روشنایی مشابهی دارند. بنابراین به پیکسل‌های نزدیک‌تر وزن بزرگ‌تر و به پیکسل‌های دورتر وزن کوچک‌تری نسبت داده می‌شود. برای پیاده‌سازی طول پنجره را 5×5 در نظر گرفتیم.

Classical Regression Filtering: noisy image (left), denoise image (right)



ج) در این روش علاوه بر استفاده از تشابه مکانی، از تشابه مقادیر روشنایی نیز استفاده می‌شود. با این فرض که پیکسل‌های با مقادیر روشنایی نزدیک هم و در عین حال نزدیک به هم می‌بایست وزن بزرگ‌تری برای تخمین پیکسل حذف نویز شده داشته باشند. بنابراین در نواحی هموارتر مانند یک LPF عمل می‌کند و در نواحی نزدیک به لبه، از تشابه مکانی و تشابه شدت روشنایی استفاده

می‌شود و نهایتاً از پیکسل‌های با مقادیر روشنایی متفاوت کمتر استفاده می‌شود. این روش در حذف نویز عملکرد بهتری نسبت به روش classical regression filtering دارد. برای پیاده‌سازی پارامترهای هموارساز را بصورت $h_x = 1, h_g = 100$ انتخاب می‌کنیم و طول پنجره نیز 5×5 است.

Bilateral Filtering: noisy image (left), denoised image (right)



(د) در این روش یک patch ثابت داریم که می‌خواهیم تخمینی بدون نویز از پیکسل مرکزی آن ارائه دهیم و یک patch شناور داریم که پیکسل مرکزی آن کل تصویر را می‌پیماید. بر اساس معیارهای شباهتی که تعریف می‌کنیم، وزن پیکسل مرکزی patch شناور تعیین می‌شود. برای پیاده‌سازی از رویکرد limited search window استفاده کردیم که در آن طول پنجره مورد جستجو 9×9 و سایز patch‌ها را 3×3 در نظر می‌گیریم. همچنین پارامتر هموارساز را بصورت $h_V = 50$ انتخاب می‌کنیم.

NLM Filtering: noisy image (left), denoised image (middle), original image (right)



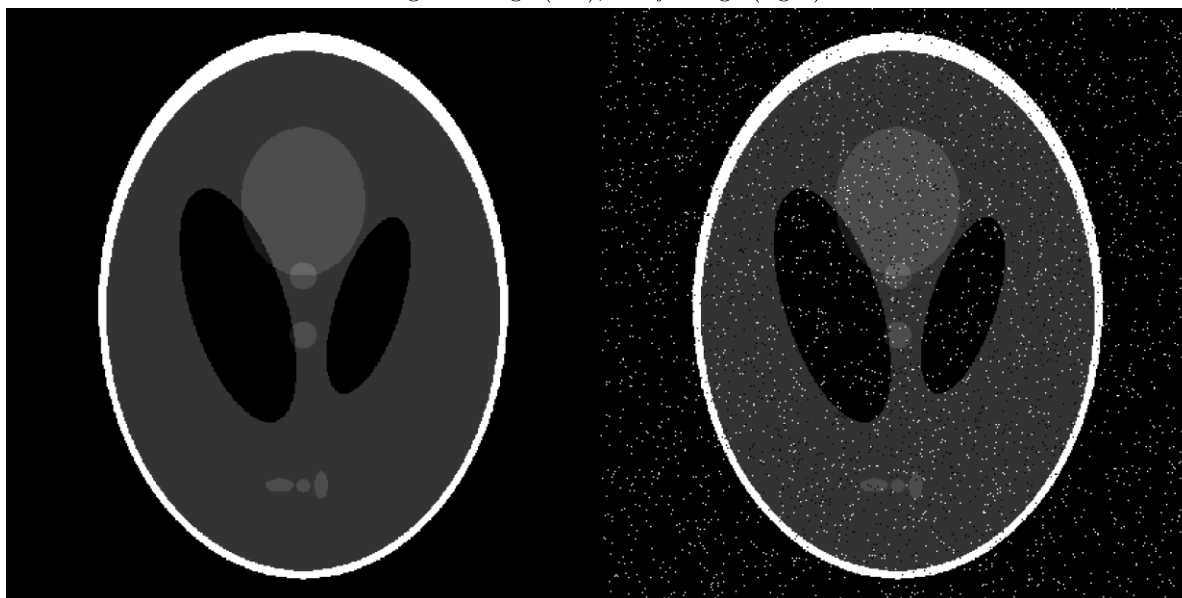
(ذوق بسیار 😊)

part a: SNR = 10.1243
 part b: SNR = 10.911
 part c: SNR = 9.5549

(و)

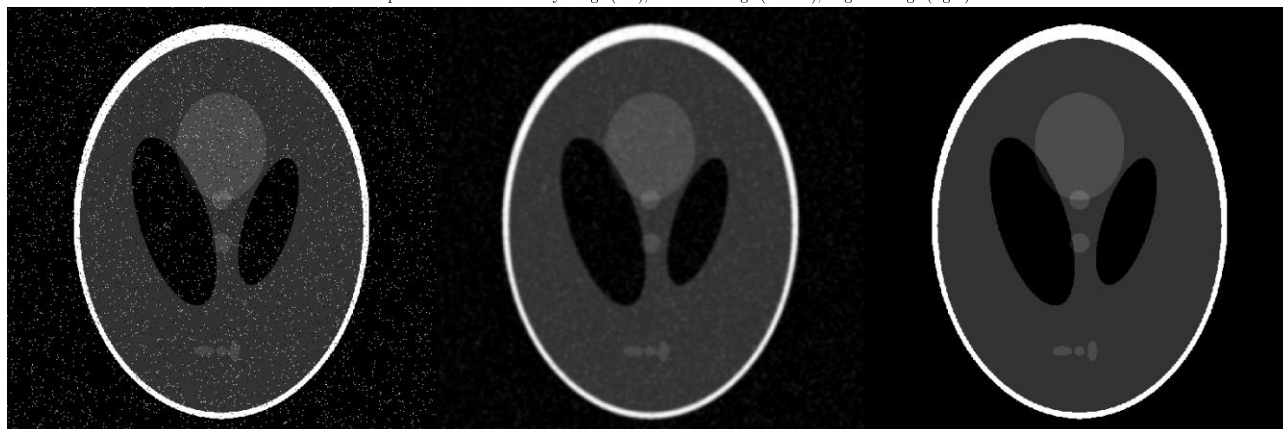
با مقایسه مقادیر بالا همانطور که انتظار داشتیم، عملکرد Bilateral به علت استفاده همزمان از تشابه مکانی و تشابه مقادیر روشنایی عملکرد بهتری نسبت به Classical Regression دارد. و البته پاسخ NLM از نظر معیار SNR عملکرد بدتری نسبت به دو روش قبلی دارد. البته از نظر ناظر (من 😊) تصویر حاصله از روش NLM بهتر حذف نویز شده است و بنابراین ممکن است معیار SNR، معیار مناسبی برای مقایسه این تصویر نباشد و بهتر باشد از معیارهای دیگری استفاده کنیم.

original image (left), noisy image (right)



ب) پارامتر **nitter** تعداد دفعاتی است که الگوریتم اجرا می‌شود. هر چه الگوریتم بیشتر اجرا شود، تصویر محوتر می‌شود. بنابراین مقدار این ورودی را نسبتاً کم ($nitter=10$) می‌گذاریم. پارامتر **kappa** بیانگر **local contrast** است و تعیین مناسب آن اهمیت ویژه‌ای دارد. زیرا در صورت انتخاب مناسب برای **kappa** از محو شدن **edge**ها جلوگیری می‌شود و نقش **decay** را برای افت مقدار تابع **g** دارد. مقدار آن را بنابر پیشنهاد مقاله برابر ۹۰ می‌گذاریم (تغییر این پارامتر تاثیر چندانی روی جواب نداشت). محدوده انتخاب پارامتر **lambda** بصورت $0 < \lambda < 0.25$ است تا پایداری حفظ شود. هر چه پارامتر بزرگ‌تر باشد، تصویر با سرعت بیشتری در زمان آپدیت می‌شود. مقدار این پارامتر را برابر $\lambda = 0.1$ انتخاب کردیم و در ادامه با استفاده از پارامتر **option** می‌بایست یکی از دو تابع نزولی **g** را انتخاب کنیم که در مقاله معرفی شده است که در نتیجه چندان تفاوتی نداشت که کدام رو انتخاب کنیم و بنابراین از همان تابع اول استفاده کردیم ($option=1$).

Anisotropic Diffusion Filter: noisy image (left), denoised image (middle), original image (right)



ج) این معیار¹ دو صورت دارد که عبارتند از:

$$\rho = \frac{\Gamma(s - \bar{s}, \hat{s} - \bar{\hat{s}})}{\sqrt{\Gamma(s - \bar{s}, s - \bar{s}) \cdot \Gamma(\hat{s} - \bar{\hat{s}}, \hat{s} - \bar{\hat{s}})}}$$

$$\Gamma(s_1, s_2) = \sum_{(i, j) \in \text{ROI}} s_1(i, j) \cdot s_2(i, j).$$

که در فرم بالا s همان region of interest (ROI) تصویر تمیز، \bar{s} میانگین s ، و بصورت مشابه بالا \hat{s} همان region of interest (ROI) تصویر حذف نویز شده و $\bar{\hat{s}}$ میانگین \hat{s} است.

این معیار فرم دیگری نیز دارد که عینا بصورت بالاست که البته به جای ROI ها از لاپلاسیون (3×3) ROI ها و به جای میانگین ROI ها از میانگین لاپلاسیون ROI ها استفاده می شود. استفاده از فرم آخر متداول تر است.

$$\alpha = \frac{\Gamma(\Delta s - \overline{\Delta s}, \widehat{\Delta s} - \overline{\widehat{\Delta s}})}{\sqrt{\Gamma(\Delta s - \overline{\Delta s}, \Delta s - \overline{\Delta s}) \cdot \Gamma(\widehat{\Delta s} - \overline{\widehat{\Delta s}}, \widehat{\Delta s} - \overline{\widehat{\Delta s}})}}$$

هر چه مقدار این معیار به ۱ نزدیک تر باشد به این معنی است که حذف نویز بهتر صورت گرفته است.

با توجه به مفاهیم بالا داریم:

```
SNR = 12.3068
using 2nd formulation: EPI = 0.31145 (noisy image)
using 2nd formulation: EPI = 0.18789 (denoised image)
```

معیار EPI را هم برای تصویر حذف نویز شده و هم برای تصویر آلوده به نویز حساب کردیم و همانطور که ملاحظه می شود معیار EPI برای تصویر حذف نویز شده کاهش یافت. این موضوع مورد انتظار بود زیرا در فرآیند حذف نویز توسط فیلتر anisotropic diffusion، لبه ها محو شدند در صورتی که معیار SNR قادر به بیان چنین مفهومی نیست.

¹ [IEEE Transactions on Image Processing 1997-jun vol. 6 iss. 6] Sattar, F._ Florey, L._ Salomonsson, G._ Lovstrom, B. - Image enhancement based on a nonlinear multiscale method (1997)

because those filters utilize prior edge information to remove certain image details and create a scale space representation consisting of simplified image to preserve edges.

یکی از مشکلات TV این است که به خاطر خاصیت isotropic بودن نمی تواند بعضی از نویزها و لبه های ساختارمند (structural) را تشخیص دهد و بنابراین بعضی لبه ها را محو می کند. هم چنین در مشکل کار Han این بود که مدل او عملکرد مطلوبی در حفظ لبه ها داشت اما به خاطر نامحدب بودن ترم رگولاریزه آن، نویز با مقدار روشنایی زیاد در ناحیه همگن نگه داشته می شود زیرا این روش فرض می کند که نویز اطلاعات مفید است اما روش TV به خوبی می تواند این دسته از نویزها که روش Han در آن ضعف دارد را حذف کند. پیشنهاد مقاله این است که ترکیب خطی از دو روش را برای حذف نویز استفاده کنیم.

$$\min_u \left\{ \int_{\Omega} |u - u_0|^2 dx + \varepsilon \int_{\Omega} |\nabla u| dx + (1 - \varepsilon) \int_{\Omega} \phi(|\nabla u|) dx \right\}$$

تعیین مناسب مقدار ε می تواند هر دو خواسته را برآورده کند. به عبارت دیگر هم نویزهای با مقادیر روشنایی بالا در نواحی همگن تصویر حذف می شوند و هم لبه ها حفظ می گردند.

ب) برای پیاده سازی عددی^۲ ابتدا توجه می کنیم که از یکی از دو فرم فرم اصلاح شده انرژی (برای پیوستگی در نواحی همگن $\text{div}(G(|\nabla u|)) \neq 0$) که در زیر بیان شده استفاده می کنیم.

$$E_1^{\varepsilon, \delta}(u, \lambda) := \int_{\mathbb{R}^N} \sqrt{|\nabla u|^2 + \varepsilon} + \lambda \int_{\mathbb{R}^N} \sqrt{(f - u)^2 + \delta} dx$$

$$E_2^{\varepsilon}(u, \lambda) := \int_{\mathbb{R}^N} \sqrt{|\nabla u|^2 + \varepsilon} + \lambda \int_{\mathbb{R}^N} (f - u)^2 dx.$$

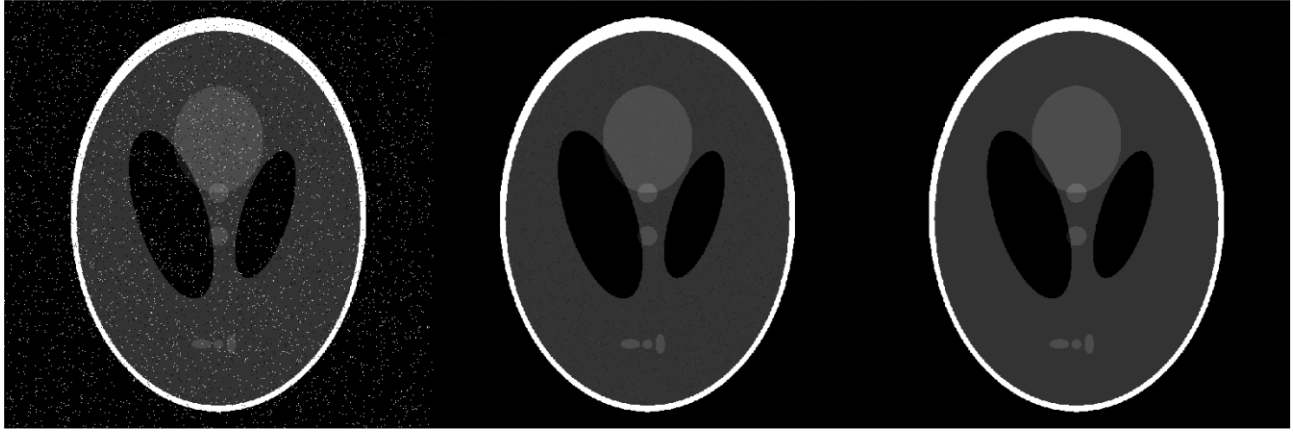
حال هر پیکسل بصورت iterative از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\delta t} = & D_x^- \left(\frac{D_x^+ u_{i,j}^n}{\sqrt{(D_x^+ u_{i,j}^n)^2 + (D_y^+ u_{i,j}^n)^2 + \varepsilon}} \right) \\ & + D_y^- \left(\frac{D_y^+ u_{i,j}^n}{\sqrt{(D_x^+ u_{i,j}^n)^2 + (D_y^+ u_{i,j}^n)^2 + \varepsilon}} \right) + \lambda \frac{(f - u_{i,j}^n)}{((f - u_{i,j}^n)^2 + \delta)^\alpha} \end{aligned}$$

که در آن $\alpha = 0.5$ برای فرم اصلاح شده اول و برای فرم اصلاح شده دوم $\alpha = 0$ است. هم چنین D^+ و D^- به ترتیب بیانگر مشتقات forward و backward هستند.

² Aspects of Total Variation Regularized L1 function approximation, TONY F. CHAN, SELIM ESEDOGLU

TV with L^1 regularization: noisy image (left), denoised image (middle), original image (right)



(ج)

```
SNR = 25.8848
using 2nd formulation: EPI = 0.31145 (noisy image)
using 2nd formulation: EPI = 0.94955 (denoised image)
```

عملکرد فوق‌العاده این الگوریتم را مشاهده می‌کنیم. خروجی حاصله از روش TV با نرم-۱ هم بطور خارق‌العاده‌ای معیار EPI بهتری دارد و هم SNR آن به طرز چشم‌گیری افزایش یافت.