



UNIVERZITET U SARAJEVU  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET SARAJEVO

# DOMAĆA ZADAĆA 1

## RAČUNARSKO MODELIRANJE I SIMULACIJA

**Student: Mašović Haris**

**Indeks: 17993**

**Odsjek: Računarstvo i Informatika**

**Datum:**

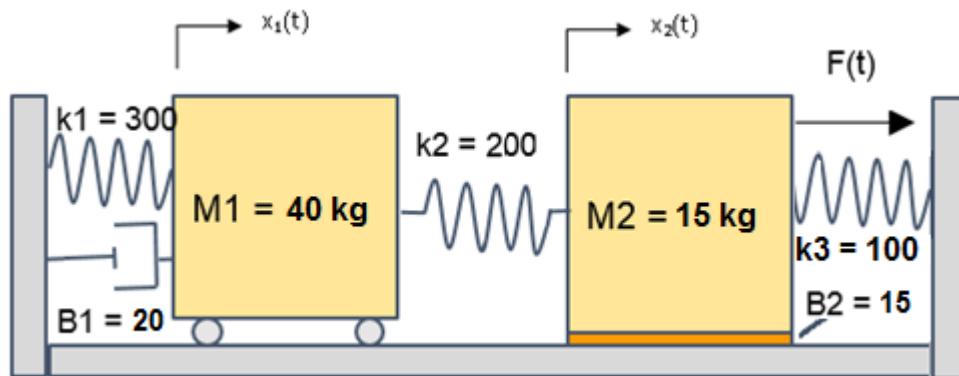
**16.11.2018**

**Potpis:**

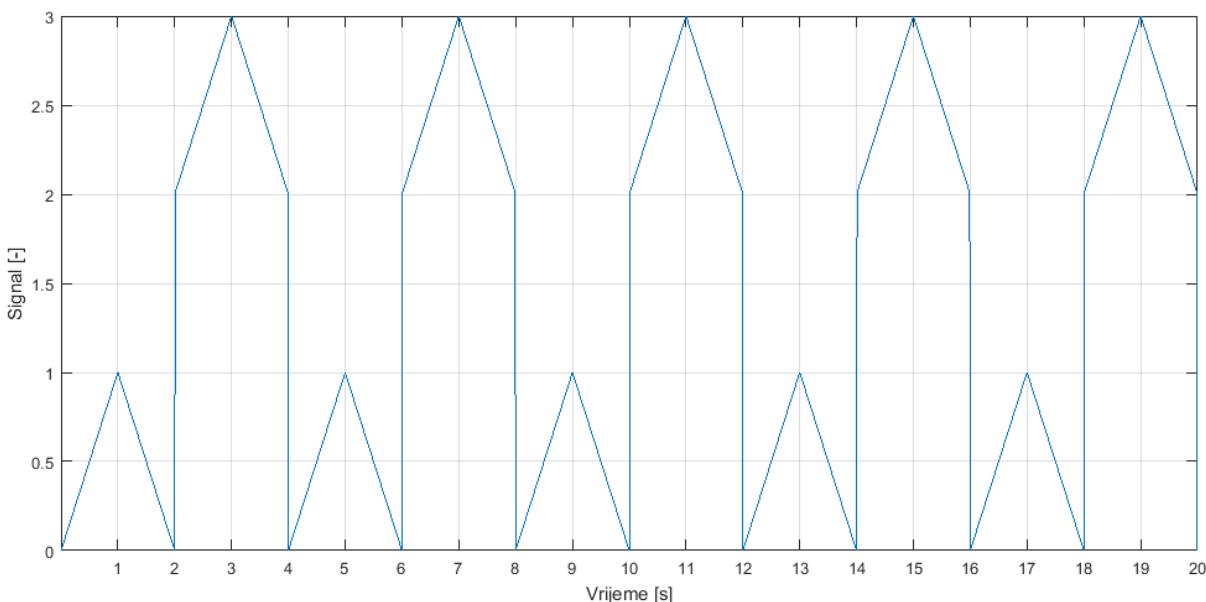
---

## Zadatak Z1 – Modeliranje i simulacija kretanja dva tijela (nosi 5 bodova)

Studenti: Neka postoji sistem koji se sastoji od tijela M<sub>1</sub> i M<sub>2</sub>, opruga krutosti k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub> i k<sub>3</sub> i prigušnice sa koeficijentom B<sub>1</sub> pri čemu se trenje kotrljanja između tijela M<sub>1</sub> i podloge zanemaruje, dok se prepostavlja da je trenje između tijela M<sub>2</sub> i podloge viskozno sa koeficijentom B<sub>2</sub>.



- Sila F(t) = 0, početan položaj M<sub>1</sub> je 7 nadesno, prikazati pomjeraje tijela M<sub>1</sub> i M<sub>2</sub> na grafikonu.
- Sila F(t) je stotinu puta veća od signala sa grafikona, a početni uslovi su nulti. Na jednom grafikonu prikazati brzinu i ubrzanje tijela M<sub>1</sub>, a na drugom brzinu u funkciji vremena tijela M<sub>2</sub> i tačku kada se dostiže maksimalna apsolutna brzina tijela M<sub>2</sub>.



- Modelirajte i simulirajte ova kretanja za period od 0 do 20 sekundi.
- Rješenje napraviti po uzoru na prerađene zadatke sa vježbi.
- OdeFun napisati tako da prima ulazne parametre prilikom poziva simulacije function dydt = OdeFun(t, y, . . .), tj. korisiti globalne varijable koje se proslijeduju funkciji. Neka vrijeme semplinga, tj korak bude fiksan i to Ts= 0.01.
- Izračunavanje sile F implementirati u posebnoj funkciji po uzoru na crtanje periodičnih signala sa vježbi.
- Zadaću uploadovati u .pdf formatu do 18.11.2018.god do 23:59:59h.

Prije svega odredimo jednačine kretanja za oba tjela:

M1 :

$$M_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + B_1 \frac{dx_1(t)}{dt} + k_1 x_1(t) - k_2(x_2(t) - x_1(t)) = 0$$

M2:

$$M_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + B_2 \frac{dx_2(t)}{dt} + k_3 x_2(t) + k_2(x_2(t) - x_1(t)) - F(t) = 0$$

Zatim snizimo red diferencijalnih jednačina:

1. Postoje dvije promjenljive:  $x_1(t)$  i  $x_2(t)$
2. Najviši izvod je drugi za obje promjenljive
3. Uvedimo smjene promjenljivih:

$$\begin{aligned} p_1(t) &= x_1(t) \\ p_2(t) &= \frac{dx_1(t)}{dt} \\ p_3(t) &= x_2(t) \\ p_4(t) &= \frac{dx_2(t)}{dt} \end{aligned}$$

4. Snizimo red za obje ove promjenljive

$$\begin{aligned} \frac{dp_1(t)}{dt} &= \frac{dx_1(t)}{dt} = p_2(t) \\ \frac{dp_2(t)}{dt} &= \frac{-B_1 * p_2(t) - k_1 p_1(t) + k_2(p_3(t) - p_1(t))}{M_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_3(t)}{dt} &= \frac{dx_2(t)}{dt} = p_4(t) \\ \frac{dp_4(t)}{dt} &= \frac{-B_2 * p_4(t) - k_3 p_3(t) - k_2(p_3(t) - p_1(t)) + F(t)}{M_2} \end{aligned}$$

a) Napravimo ode funkciju koja će računati naše izvode:

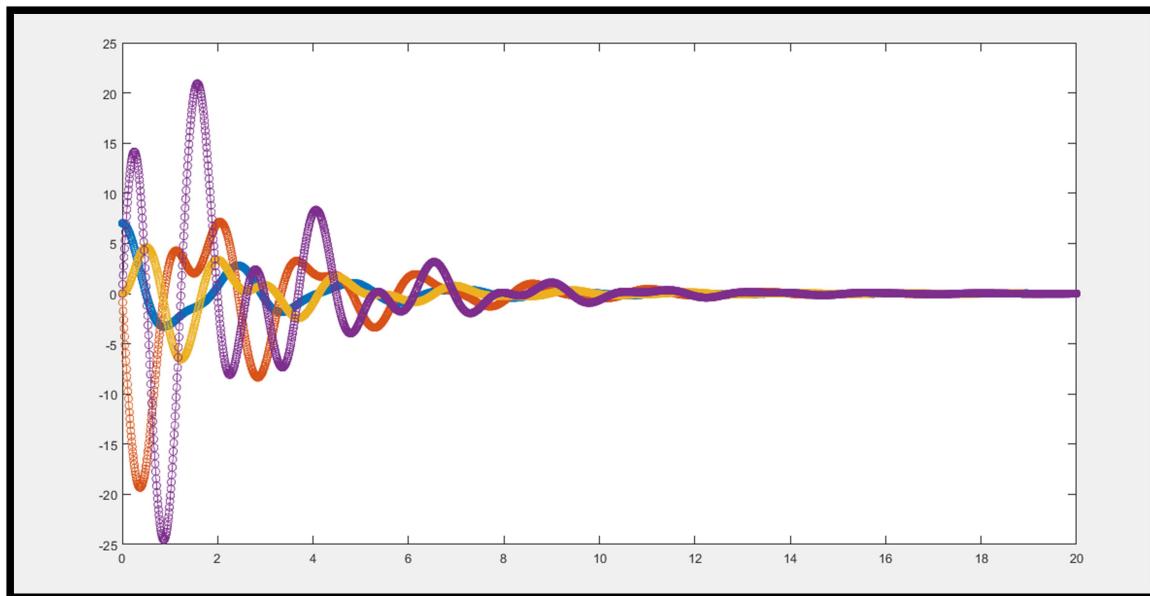
The screenshot shows the Matlab interface. In the Editor window, the file `OdeFun.m` contains the following code:

```
1 function [dpdt] = OdeFun(t, p)
2 % global M1 M2 B1 B2 k1 k2 k3
3 % F = 0;
4 % dpdt=zeros(4,1);
5 % dpdt(1) = p(2);
6 % dpdt(2) = (-B1*p(2)-k1*p(1)+k2*(p(3)-p(1)))/M1;
7 % dpdt(3) = p(4);
8 % dpdt(4) = (-B2*p(4)-k3*p(3)-k2*(p(3)-p(1))+F)/M2;
9 end
```

In the Command Window, the user has entered:

```
>> global M1 M2 B1 B2 k1 k2 k3
M1 = 40; M2 = 15; B1 = 20; B2 = 15; k1 = 300; k2 = 200; k3 = 100;
ode23(@OdeFun,[0:0.01:20],[7;0;0;0]);
fx
```

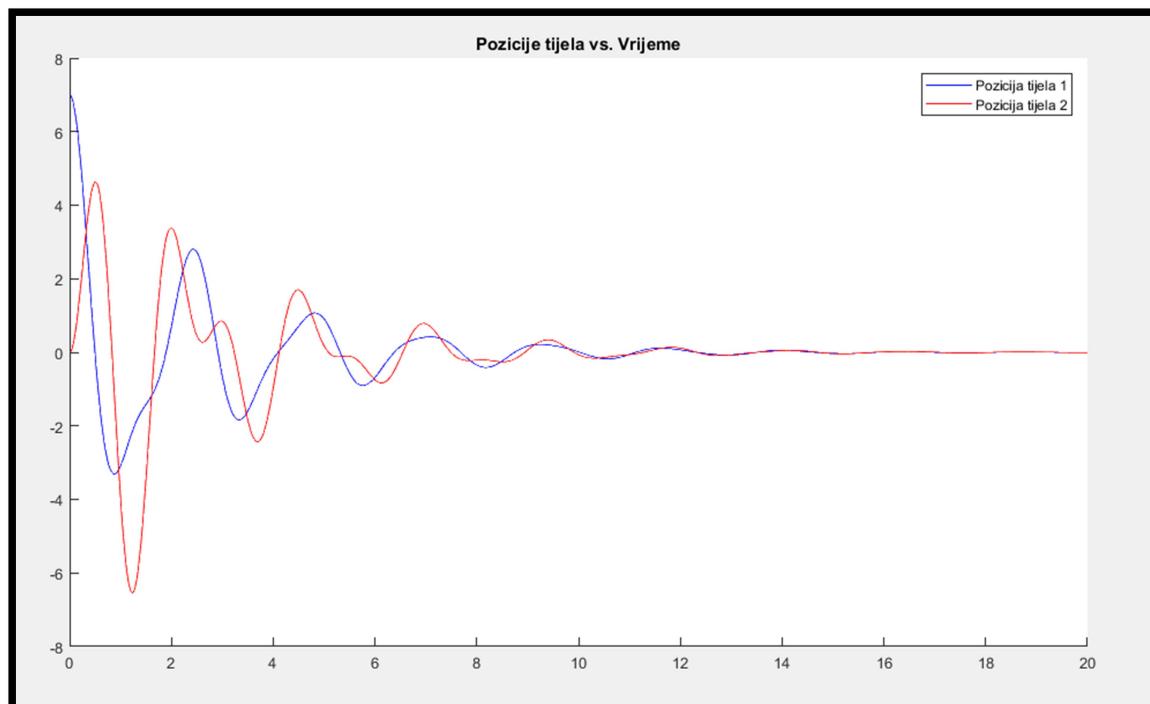
Kao rezultat ovog poziva dobijamo sljedeći grafik:



Iscrtajmo sada pozicije tijela u odnosu na vrijeme.

```
Command Window
>> [t,p] = ode23(@OdeFun, [0:0.01:20], [7;0;0;0]);
figure;
hold on
x1=p(:,1);
plot(t,x1,'b');
x2=p(:,3);
plot(t,x2,'r');
title('Pozicije tijela vs. Vrijeme');
legend('Pozicija tijela 1','Pozicija tijela 2');
fix >>
```

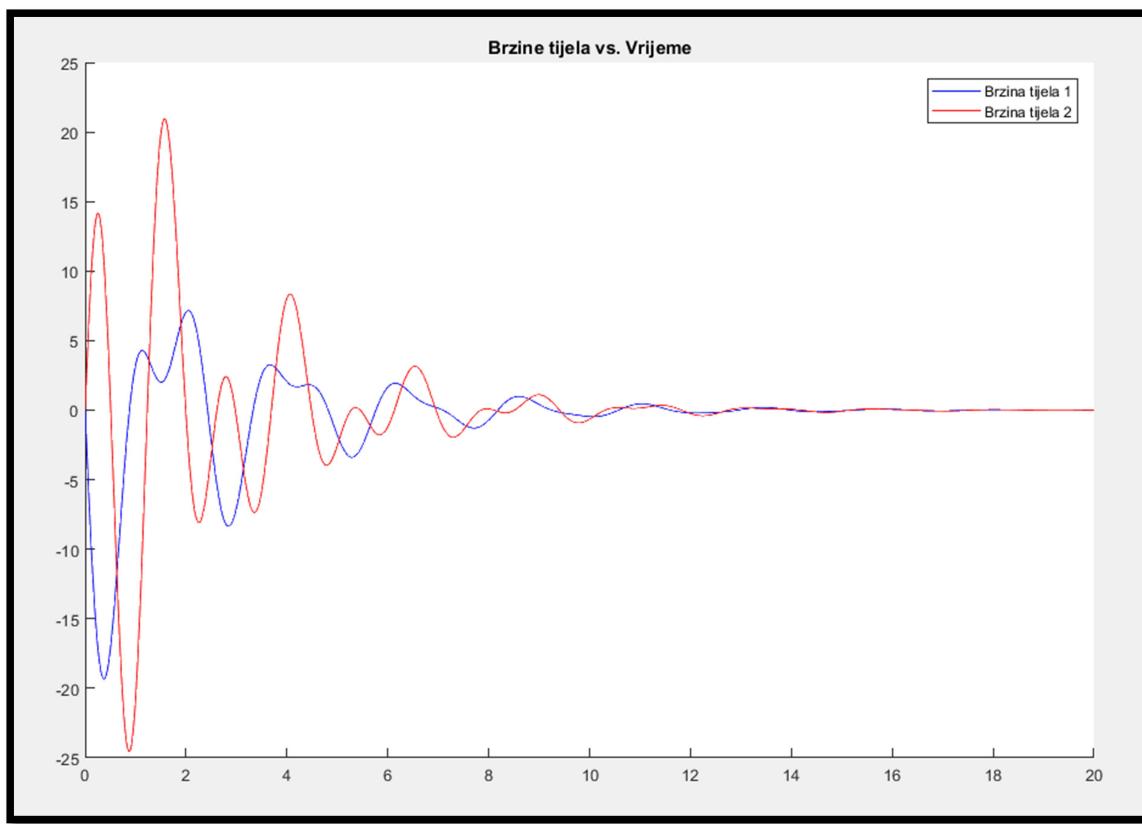
Kao rezultat ovog plotanja dobiti ćemo sljedeći grafik:



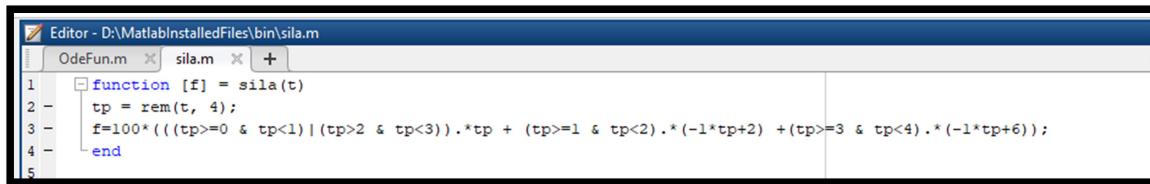
Iscrtajmo sada brzine tijela u odnosu na vrijeme.

```
Command Window
>> [t,p] = ode23(@OdeFun,[0:0.01:20],[7;0;0;0]);
figure;
hold on
v1=p(:,2);
plot(t,v1,'b');
v2=p(:,4);
plot(t,v2,'r');
title('Brzine tijela vs. Vrijeme');
legend('Brzina tijela 1','Brzina tijela 2');
fx >> |
```

Kao rezultat ovog plotanja dobiti ćemo sljedeći grafik:

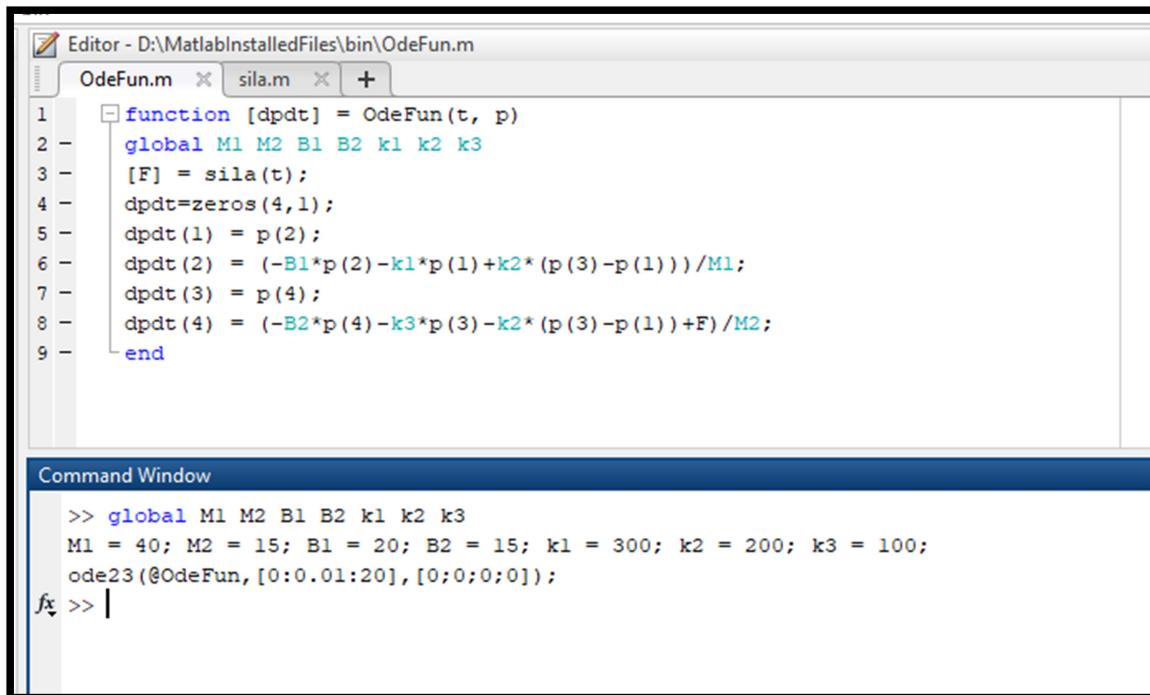


b) Formirajmo našu novu silu:



```
Editor - D:\Matlab\InstalledFiles\bin\sila.m
OdeFun.m  sila.m  +
1 function [f] = sila(t)
2 - tp = rem(t, 4);
3 - f=100*((tp>=0 & tp<1)|(tp>2 & tp<3)).*tp + (tp>=1 & tp<2).*(-1*tp+2) +(tp>=3 & tp<4).*(-1*tp+6));
4 - end
5
```

Formirajmo naš novi ode23:

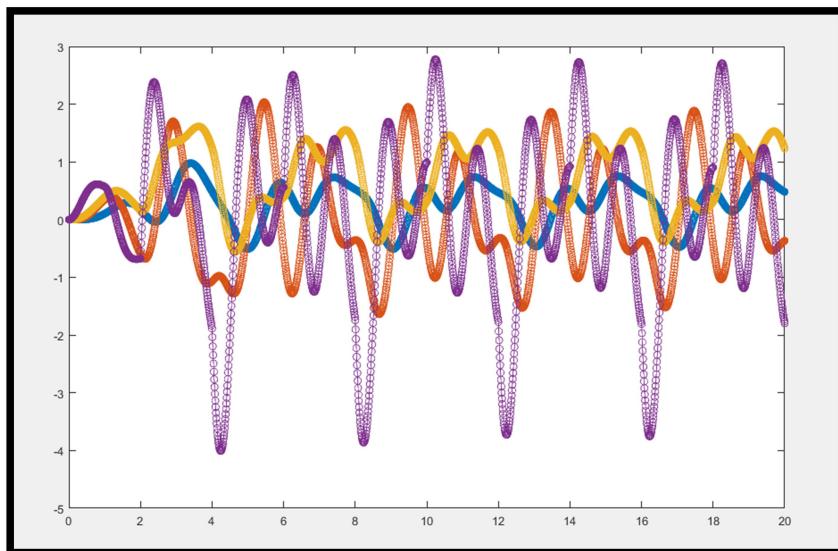


```
Editor - D:\Matlab\InstalledFiles\bin\OdeFun.m
OdeFun.m  sila.m  +
1 function [dpdt] = OdeFun(t, p)
2 - global M1 M2 B1 B2 k1 k2 k3
3 - [F] = sila(t);
4 - dpdt=zeros(4,1);
5 - dpdt(1) = p(2);
6 - dpdt(2) = (-B1*p(2)-k1*p(1)+k2*(p(3)-p(1)))/M1;
7 - dpdt(3) = p(4);
8 - dpdt(4) = (-B2*p(4)-k3*p(3)-k2*(p(3)-p(1))+F)/M2;
9 - end
```

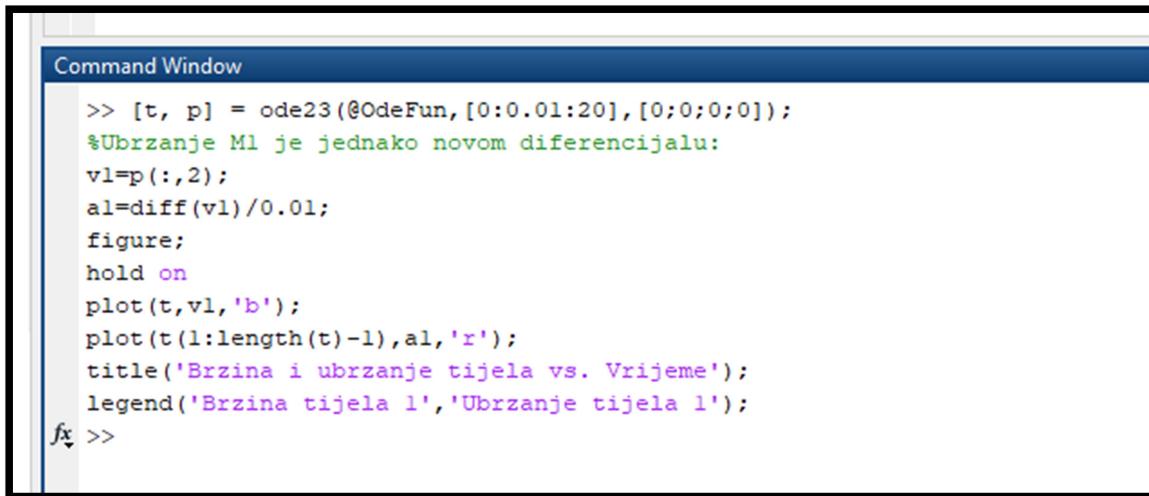
  

```
Command Window
>> global M1 M2 B1 B2 k1 k2 k3
M1 = 40; M2 = 15; B1 = 20; B2 = 15; k1 = 300; k2 = 200; k3 = 100;
ode23(@OdeFun, [0:0.01:20], [0;0;0;0]);
fx >> |
```

Kao rezultat ovog poziva dobiti ćemo sljedeći grafik:

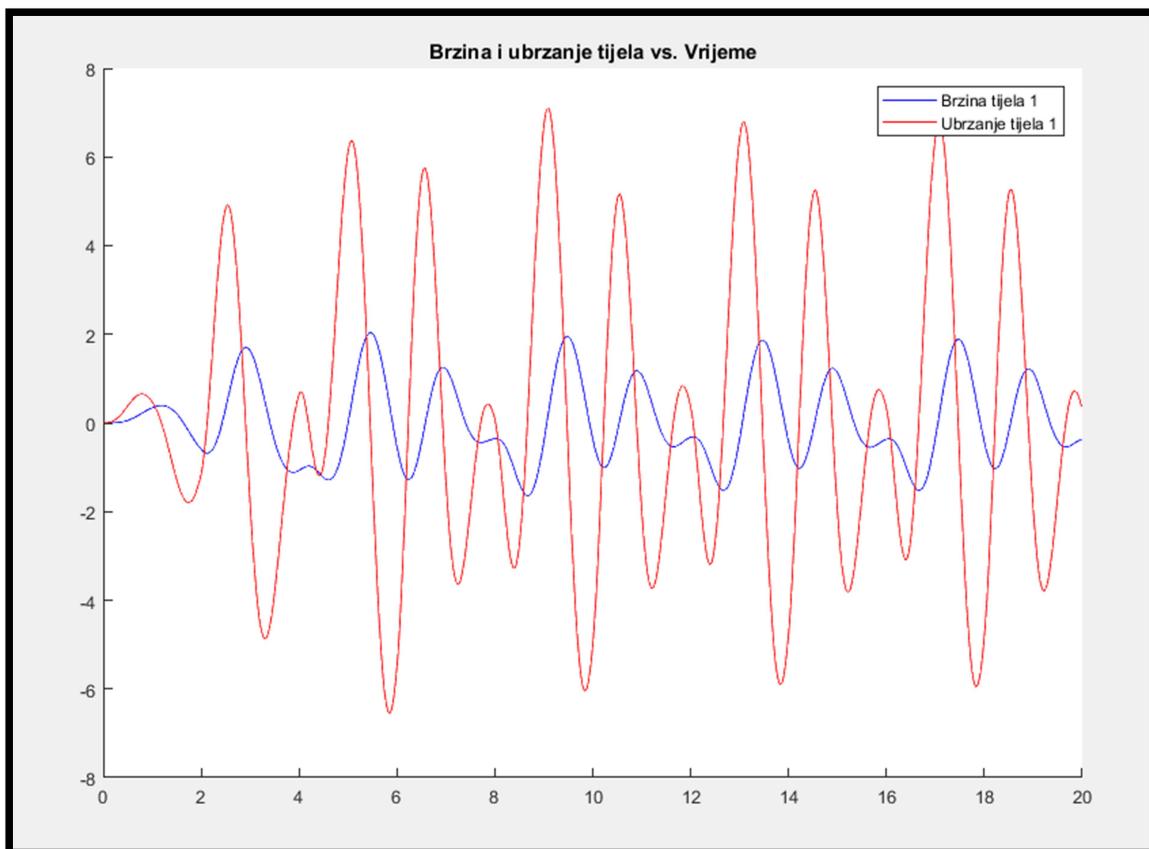


Sad posmatramo grafik brzine i ubrzanja tijela M1:

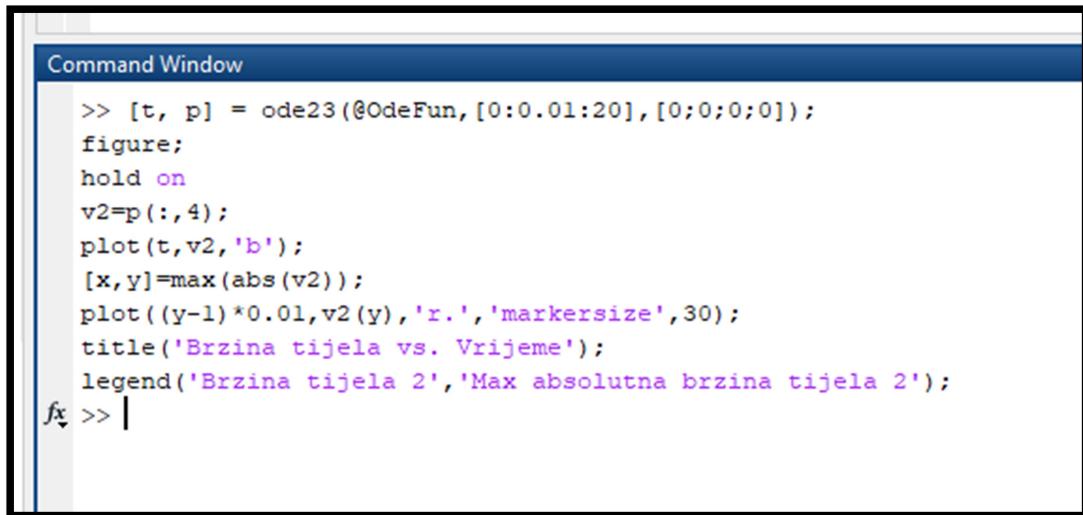


```
Command Window
>> [t, p] = ode23(@OdeFun, [0:0.01:20], [0;0;0;0]);
%Ubrzanje M1 je jednako novom diferencijalu:
vl=p(:,2);
al=diff(vl)/0.01;
figure;
hold on
plot(t,vl,'b');
plot(t(1:length(t)-1),al,'r');
title('Brzina i ubrzanje tijela vs. Vrijeme');
legend('Brzina tijela 1','Ubrzanje tijela 1');
fx >>
```

Kao rezultat ovog plotanja dobiti ćemo sljedeći grafik:



Sada posmatrajmo brzinu u funkciji vremena tijela M2 i tačku kada se dostiže maksimalna apsolutna brzina tijela M2.



```
Command Window
>> [t, p] = ode23(@OdeFun, [0:0.01:20], [0;0;0;0]);
figure;
hold on
v2=p(:,4);
plot(t,v2,'b');
[x,y]=max(abs(v2));
plot((y-1)*0.01,v2(y), 'r.', 'markersize', 30);
title('Brzina tijela vs. Vrijeme');
legend('Brzina tijela 2','Max absolutna brzina tijela 2');
fxt >> |
```

Kao rezultat plotanja poziva dobiti ćemo sljedeći grafik:

