

Ripasso temi prima

1 Calcolo numerico e letterale

Il calcolo numerico e letterale è un strumento basilare per la matematica: è dunque necessario averne una buona padronanza. Affronta questi esercizi quale ripasso.

1. Calcola senza utilizzare la calcolatrice:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{3}{2 - \frac{3}{2 - \frac{3}{2 - 3}}} & \text{b) } \left[-1 + \left(\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{4} \right) : \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{3}{4} \right) \right) : \left(-\frac{1}{7} \right) \right] \cdot \left(2 - \frac{6}{5} \right) + 2 \end{array}$$

[illegible]

2. Semplifica il più possibile le seguenti espressioni:

$$\text{ii) } \frac{4a^2 + 8a}{a^2 - 4} \left(\frac{a}{4} - \frac{a-1}{a} \right) =$$

[illegible]

3. Calcola:

$$\frac{(1, \overline{4} + 8, \overline{3}) : 1, \overline{3}}{0, \overline{1} + 0, \overline{9}} =$$

[illegible]

3. Completa i seguenti prodotti notevoli

$$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a - b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$a^2 + b^2 = \dots\dots\dots$$

$$a^2 - b^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a + b)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(a - b)^3 = \dots\dots\dots$$

3. Scrivi in forma estesa i seguenti binomi:

a) $(a + b)^5 = \dots$ b) $(3x - 7)^6 = \dots$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

2 Potenze e radici

Riprendiamo le principali regole di calcolo delle potenze e delle radici:

Regole delle potenze

siano $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $b, c \in \mathbb{R}$;

(i) $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$;

(ii) $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$;

(iii) $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$.

(iv) $(ab)^c = a^c \cdot b^c$;

(v) $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$.

Regole delle radici

siano $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ e $m, n \in \mathbb{N}$;

(i) $\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$

(ii) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

(iii) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

(iv) $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

Calcola:

a) $3^2 \cdot 3^4 = \dots\dots\dots$ b) $(2^2)^3 = \dots\dots\dots$

c) $(2)^{(2^3)} = \dots\dots\dots$ d) $\frac{5^3}{5^{-2}} = \dots\dots\dots$

e) $a^4 \cdot a^{-7} = \dots\dots\dots$ f) $(b^x)^x = \dots\dots\dots$

g) $\left(\frac{z^2}{y^{-1}}\right)^2 = \dots\dots\dots$ h) $\left(\frac{(ab)^4}{b^3}\right)^2 = \dots\dots\dots$

i) $27^{2/3} = \dots\dots\dots$ j) $(b^2)^{5/4} = \dots\dots\dots$

k) $(-27)^{2/3} = \dots\dots\dots$ l) $(-64)^{5/4} = \dots\dots\dots$

m) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \dots\dots\dots$ n) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$

o) $\left(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}\right)^6 = \dots\dots\dots$ p) $a^3 + a^2 = \dots\dots\dots$

p) $((5^2 \cdot 5^3)^6)^2 : ((5^4 \cdot 5^2)^5)^2 = \dots\dots\dots$

q) $\left(3^7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 + \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4\right)^2 : \left(\left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2\right) = \dots\dots\dots$

.....

Altri esercizi:

1. Sostituisci il simbolo con un numero appropriato:

$$2\sqrt{2} = \sqrt{\heartsuit} \quad ; \quad \frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{\diamondsuit} \quad ; \quad \frac{2}{3}\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{\clubsuit} \quad ; \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{\spadesuit} \quad .$$

[illegible]

2. Razionalizza le seguenti frazioni

i) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$ ii) $\frac{1}{\sqrt[7]{a^5}} = \dots\dots\dots$

iii) $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \dots\dots\dots$

Trova x , sapendo che vale

$$\sqrt{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}} \cdot \sqrt{\sqrt{a\sqrt{\frac{1}{a}\sqrt{a\sqrt{\frac{1}{a}}}}}} = a^x \quad .$$

[illegible]

3. Calcola **senza** usare la calcolatrice:

$27^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$; $49^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$; $10000^{\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$;

$$16^{-\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots; 8^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots; 32^{-\frac{2}{5}} = \dots\dots\dots;$$

$$125^{\frac{4}{3}} = \dots\dots\dots; \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots; \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots;$$

$$\left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots; \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots; \left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{5}{4}} = \dots\dots\dots;$$

4. Scrivi come potenza con esponente razionale e base naturale più piccola possibile:

$$\sqrt[3]{5^4} = \dots\dots\dots; \sqrt[7]{1000} = \dots\dots\dots; \sqrt[6]{0,001} = \dots\dots\dots;$$

3 Equazioni

Spesso nella risoluzione di problemi di tipo scientifico si incontrano delle **equazioni**, vale a dire delle uguaglianze dove compare un'incognita (normalmente descritta dalla lettera x). Grazie all'elaborazione e semplificazione di queste equazioni è possibile ricostruire i valori ricercati dell'incognita. Esistono molteplici tipi di equazioni, riprendiamone alcune.

1. Equazioni di secondo grado

a) $x^2 - 7x + 6 = 0$ b) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

A large grid of graph paper with 20 columns and 10 rows. The grid is composed of small squares, with a slightly larger square at the top left corner, likely for a title or header. The grid is empty and ready for use.

2. Equazioni polinomiali

$$x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x = 0$$

[illegible]

3. Equazioni razionali fratte

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{x+6}$$

[illegible]

4. Equazioni irrazionali

a) $\sqrt{3x+4} = x$ b) $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 1$

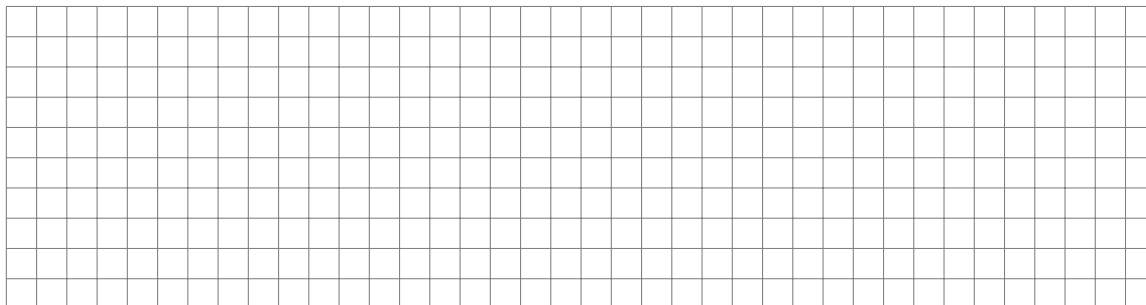
[illegible]

4 Disequazioni

Molto simili alle equazioni, ma al posto di eguagliare due quantità, si pone una maggiore, minore, maggiore-uguale o minore-uguale all'altra.

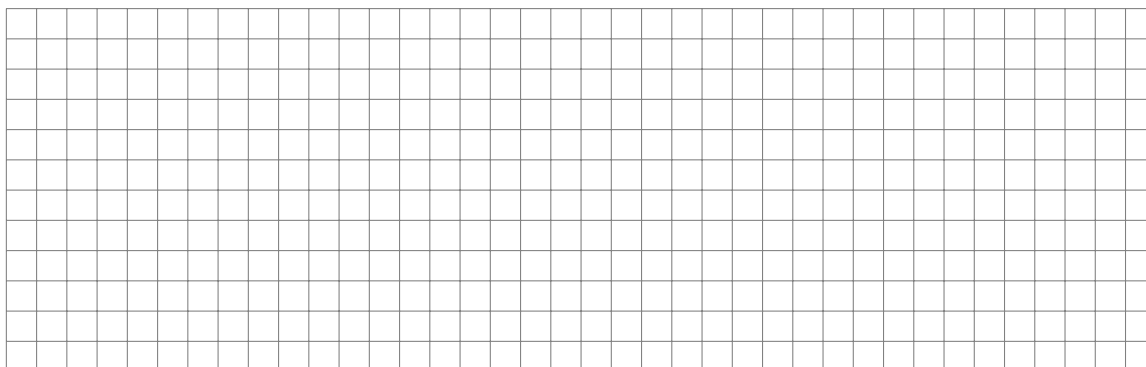
1. Disequazioni quadratiche

$$x^2 - 7x + 6 \leq 0$$



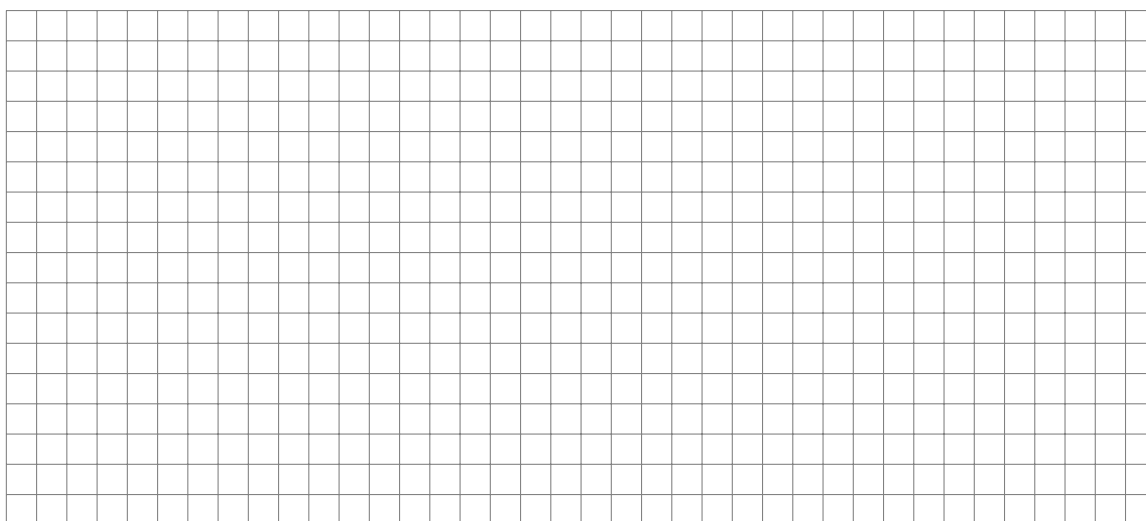
2. Disequazioni polinomiali

$$x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x > 0$$



3. Disequazioni razionali fratte

$$\text{a) } \frac{1}{x-1} \leq 1 \quad \text{b) } \frac{x-1}{x-2} + \frac{2}{x-2} \leq \frac{1}{x^2-3x+2}$$

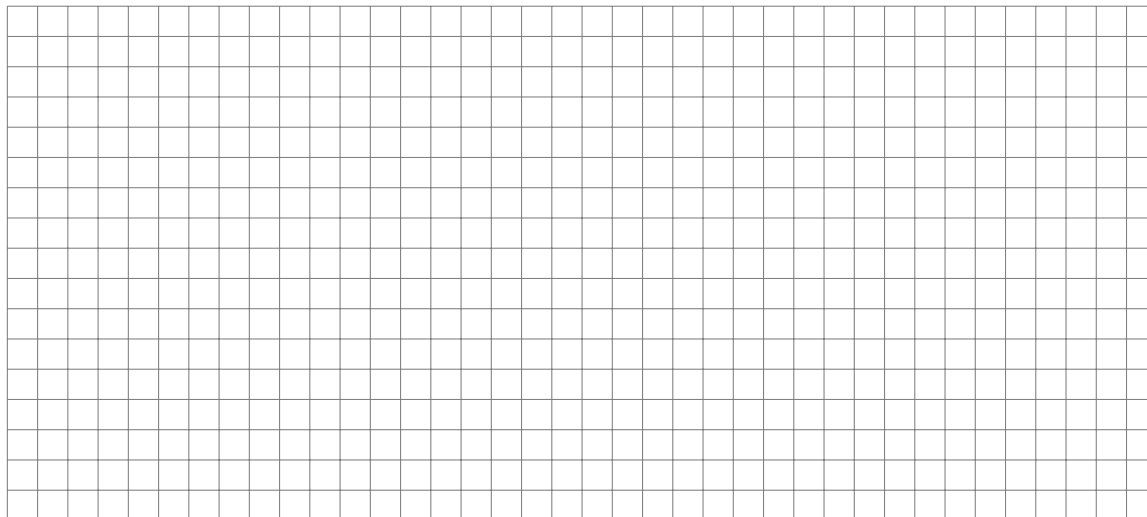


5 Sistemi di equazioni lineari

Un altro importante strumento matematico sono i sistemi di equazioni lineari, vale a dire una serie di equazioni con più incognite che devono essere verificate contemporaneamente.

1. **Sistemi 2x2** (risolvi in vari metodi e interpreta geometricamente)

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -4x - 6y = -10 \end{cases}$$



2. **Sistemi 3x3**

$$\begin{cases} -x + y + 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = -2 \\ x + 5y + 5z = 12 \end{cases}$$

