

## La Resistenza interna

Negli esempi numerici dei paragrafi precedenti non avevamo posto nessuna limitazione alla corrente elettrica che poteva essere erogata da un generatore di ddp. Esso era un apparato ideale che garantiva una ddp costante in qualsiasi situazione. Ad esempio se la ddp del generatore vale  $12,0V$  e la resistenza totale del circuito vale  $R = 6,0\Omega$  circola una corrente totale pari a:

$$I = \frac{12,0V}{6,0\Omega} = 2,0A.$$

Se la resistenza fosse solo di  $0,60\Omega$  allora la corrente varrebbe  $20,0A$ . Se collegassimo i due capi del generatore ad un filo di resistenza trascurabile, vale a dire tendente a zero (meglio non provarci perché potrebbe essere pericoloso), realizzando così quello che viene detto **cortocircuito**, il calcolo della corrente porterebbe ad un valore che tende all'infinito (ad esempio utilizzando quale collegamento un filo di rame di sezione  $2,5mm^2$  e lunghezza  $50cm$ , di resistenza pari a  $3,4m\Omega$  la corrente calcolata varrebbe  $3,5 \cdot 10^3 A$ , decisamente poco probabile).

Quello che succede in realtà è qualcosa di diverso.

Collegando ad un generatore di ddp, ad esempio ad una batteria, un circuito con resistenza totale via via più piccola, si assiste ad una progressiva diminuzione della tensione ai capi del generatore. Facciamo un esempio.

Se misuriamo la ddp ai capi di una batteria di una automobile (tensione nominale pari a  $12,0V$ ) quando non vi è collegato nessun consumatore possiamo leggere una tensione pari a  $13,20V$ . Se apriamo la portiera si accendono le luci interne e il voltmetro segna  $13,15V$ . Accendiamo le luci di posizione e la tensione scende ancora arrivando a  $12,97V$ . Aumentiamo il carico (accendendo ad esempio le luci anabbaglianti) e la tensione diventa  $12,55V$ . Accendiamo l'automobile azionando il motorino di avviamento e per qualche secondo si legge  $9,20V$ .

Quanto avviene è spiegabile ammettendo che il generatore di ddp ha una sua **resistenza interna** generalmente indicata con  $R_i$ , resistenza che si somma alla resistenza totale del circuito. Il generatore di ddp **reale** viene perciò assimilato ad un generatore di ddp **ideale** con in serie la sua resistenza interna.

La sola difficoltà consiste nel fatto che quando colleghiamo il generatore di ddp ad un voltmetro la resistenza interna non può essere esclusa dalla misura.

Per poter determinare quello che capita realmente collegando un

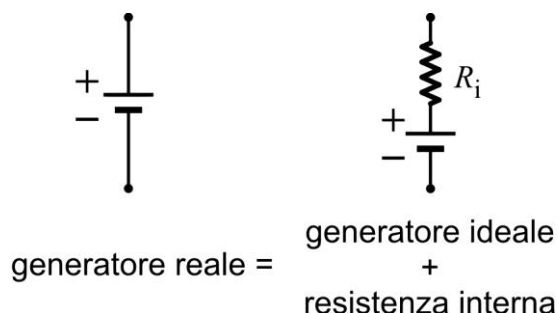
resistore ad un generatore di ddp occorre pertanto conoscere anche la resistenza interna del generatore, oppure va calcolata a partire da misura effettuate su situazioni conosciute.

Ritornando alle situazioni descritte sopra, consideriamo ad esempio il caso in cui sono accese le luci di posizione. In questa situazione la corrente erogata del generatore vale  $4,51A$ . Facendo osservare che quando si misura la tensione ai capi del generatore in assenza di carico non si fa altro che determinare la ddp del generatore ideale in quando, non scorrendo nessuna corrente, non vi è caduta di potenziale sulla resistenza interna, è possibile risolvere il seguente sistema di equazioni con incognite la resistenza interna e quella del circuito esterno.

$$\begin{cases} U_0 = (R + R_i) \cdot I \\ U = R \cdot I \end{cases}, \text{ che numericamente diventa: } \begin{cases} 13,20V = (R + R_i) \cdot 4,51A \\ 12,97V = R \cdot 4,51A \end{cases}.$$

La soluzione da:  $R = 2,88\Omega$  e  $R_i = 0,05\Omega$ .

La potenza delle luci di posizione è pertanto:  $P = R \cdot I^2 = 2,88\Omega \cdot (4,51A)^2 = 58,5W$ .



A questo punto diventa facile rispondere ad altre domande quali ad esempio: quanto vale la potenza del motorino di avviamento nelle condizioni di utilizzo descritte sopra?

Il sistema di equazioni è ancora quello precedente solo che ora le incognite sono  $I$  e  $R$ . Sottraendo membro a membro si ottiene:

$$U_0 - U = R_i \cdot I \quad \text{da cui}$$

$$I = \frac{13,2V - 9,2V}{0,05\Omega} = 80A \quad \text{e di conseguenza} \quad P = U \cdot I = 9,2V \cdot 80A = 736W.$$

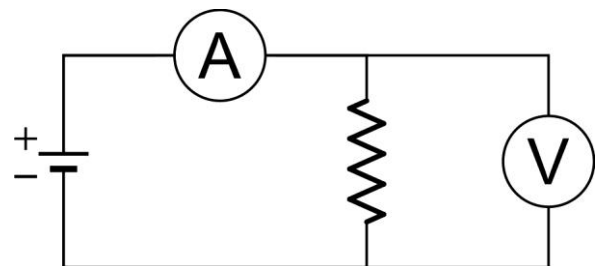
## Strumenti di misura (amperometro e voltmetro) reali

Come per i generatori di ddp anche con gli strumenti di misura abbiamo sempre operato come se non avessero alcun influsso sul circuito. In realtà anche amperometri e voltmetri, per poter funzionare, hanno una loro resistenza detta **resistenza interna** degli strumenti. Potremmo allora porci questa domande:

- Come influenza il circuito la presenza di strumenti di misura?
- Per quale motivo non ne abbiamo tenuto conto fino ad ora?
- Che caratteristiche devono avere gli strumenti di misura per influenzare il circuito nel minor misura possibile?
- Come devo allacciare gli strumenti al circuito per ridurre la loro influenza al minimo?

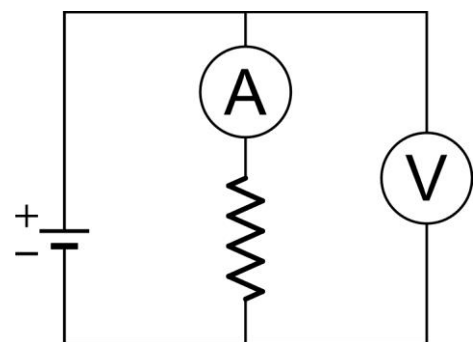
Volendo misurare corrente e tensione ai capi di una resistenza posso utilizzare questi due schemi che solitamente risultano essere equivalenti.

Nel primo caso il voltmetro misura esattamente la caduta di tensione ai capi della resistenza mentre l'amperometro misura la somma della corrente che passa nella resistenza più quella che passa nel voltmetro.



Nel secondo caso è l'amperometro a misurare esattamente la corrente mentre il voltmetro misura la caduta di tensione ai capi del sistema composto da resistenza più amperometro.

Strumenti ideali non influenzano la misura perciò nel primo caso nel voltmetro non deve passare alcuna corrente così che la corrente misurata nell'amperometro coincida con quella che passa nella resistenza. Tutto questo succede solo se la resistenza del voltmetro è infinita. Pur non essendo infinita la resistenza di un voltmetro è molto grande, a seconda dei modelli da  $100k\Omega$  a  $1M\Omega$  o anche di più (in alcuni modelli nei quali il fondo scala viene scelto attraverso una manopola la resistenza può variare in funzione del fondo scala).



Nel secondo caso affinché la tensione misurata dal voltmetro coincida con quella ai capi della resistenza non ci deve essere caduta di tensione ai capi dell'amperometro, quindi idealmente la sua resistenza deve essere nulla. Solitamente la resistenza di un amperometro è inferiore ad  $1\Omega$ .

Ora che conosciamo il valore caratteristico delle resistenze interne degli strumenti di misura verifichiamo come normalmente non è necessario tenere in considerazione la presenza degli strumenti stessi e come la loro disposizione sia indifferente.

Supponiamo di avere una resistenza da  $500\Omega$ , un generatore di ddp (ideale) da  $50,0V$  e strumenti di misura con resistenza  $R_V = 750k\Omega$  per il voltmetro e  $R_A = 0,25\Omega$  per l'amperometro.

Per determinare corrente e tensione effettiva sulla resistenza e ciò che i due strumenti misurano sia nel primo che nel secondo caso si può procedere in diversi modi. Si può calcolare ad esempio la resistenza equivalente del circuito e poi applicando a seconda dei casi la legge delle maglie o quella dei nodi risalire a tutti i valori di corrente e tensione sui tre elementi del circuito. In alternativa è possibile scrivere un numero sufficiente di equazioni scegliendo in modo opportuno fra quelle ricavabili dalla legge delle maglie e da quella dei nodi in modo da avere un sistema con tante equazioni (indipendenti) quante sono le incognite.

Deve essere chiaro fin da subito che ciò che noi possiamo ricevere come informazione sono semplicemente la corrente che passa nell'amperometro e la tensione ai capi del voltmetro.

Lasciando agli allievi il compito di affrontare nel migliore dei modi il problema ecco i risultati.

Cominciamo con il circuito numero 1:

Tensione letta sul voltmetro:  $U_V = 50,0V$  ; (valore a 5 cifre significative:  $U_V = 49,975V$ ).

Corrente letta sull'amperometro:  $I_A = 100mA$  ; (valore a 5 cifre significative:  $I_A = 100,01mA$ ).

Valore calcolabile della resistenza:  $R = \frac{50,0V}{0,100A} = 500\Omega$

Per il circuito numero 2 vale:

Tensione letta sul voltmetro:  $U_V = 50,0V$  ; (valore a 5 cifre significative:  $U_V = 50,000V$ ).

Corrente letta sull'amperometro:  $I_A = 100mA$  ; (valore a 5 cifre significative:  $I_A = 99,95mA$ ).

Valore calcolabile della resistenza:  $R = \frac{50,0V}{0,100A} = 500\Omega$

Come si può notare non vi è nessuna differenza misurabile. I due circuiti risultano equivalenti. Gli strumenti si comportano come strumenti ideali.

Che cosa capita ora se il valore della resistenza risulta essere dello stesso ordine di grandezza delle resistenze interne degli strumenti di misura?

La tabella seguente riassume in uno schema ciò che verrebbe calcolato a partire da dati letti negli strumenti di misura in due casi con resistenza pari a  $250k\Omega$  rispettivamente pari a  $1,00\Omega$ .

$R = 250k\Omega$	$U(V)$	$I(mA)$	$R_{calcolata}(k\Omega)$
Circuito no. 1	50,0	0,267	187
Circuito no. 2	50,0	0,200	250
$R = 1,00\Omega$	$U(V)$	$I(A)$	$R_{calcolata}(\Omega)$
Circuito no. 1	40,0	40,0	1,00
Circuito no. 2	50,0	40,0	1,25

Appare subito evidente che gli strumenti non possono essere considerati ideali e che la loro disposizione sul circuito determina la correttezza del risultato.