La spinta d'Archimede

A tutti sarà capitato di fare il bagno in piscina o in un lago oppure al mare e costatare che anche senza fare alcun movimento non si affonda (per rimanere sul fondo senza nuotare verso il basso occorre svuotare i polmoni). Avrete d'altronde già notato che sollevare in acqua un vostro compagno o compagna si fa molto meno fatica che fuori dall'acqua. Avrete sicuramente già osservato corpi affondare in acqua e altri galleggiare. E ancora avrete di sicuro già visto palloncini riempiti con elio salire mentre quando sono riempiti con aria scendono.

Nel corso di questo capitolo analizzeremo nel dettaglio alcune di queste situazioni. quello che salta subito all'occhio è la presenza di una forza più o meno grande, verticale e diretta verso l'alto.

Questa forza prende il nome di **spinta d'Archimede**.

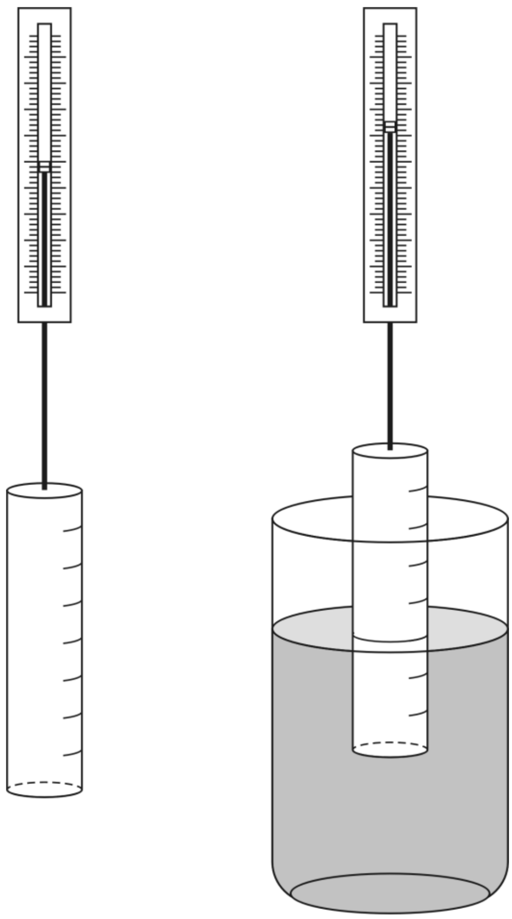
Quando si parla di spinta di Archimede si sente spesso citare la seguente frase: «*Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato*». Con questo si intende che sul corpo sta agendo una forza verticale diretta verso l'alto di intensità pari a:

$$F_{\text{Archimede}} = F_{g\,\text{fluido}} = m_{\text{fluido}} \cdot g = V_{\text{fuido}} \cdot \rho_{\text{fluido}} \cdot g = V_{\text{corpo}} \cdot \rho_{\text{fluido}} \cdot g\,.$$

Vogliamo verificare sperimentalmente quanto appena affermato.

Cominciamo con il verificare la dipendenza della forza di Archimede dal volume del solido immerso in un liquido.

Prendiamo in considerazione un cilindro di sezione A e altezza h_0 e lo agganciamo a un dinamometro. Immergiamolo ora in un bicchiere contenente acqua misurando la forza indicata dal dinamometro man mano che il cilindro entra nel liquido.



Fino a quando il cilindro è in aria le sole forze presenti sono il peso e la forza del dinamometro; per il principio di inerzia le due forze devono equilibrarsi e pertanto il dinamometro segna una forza pari al peso.

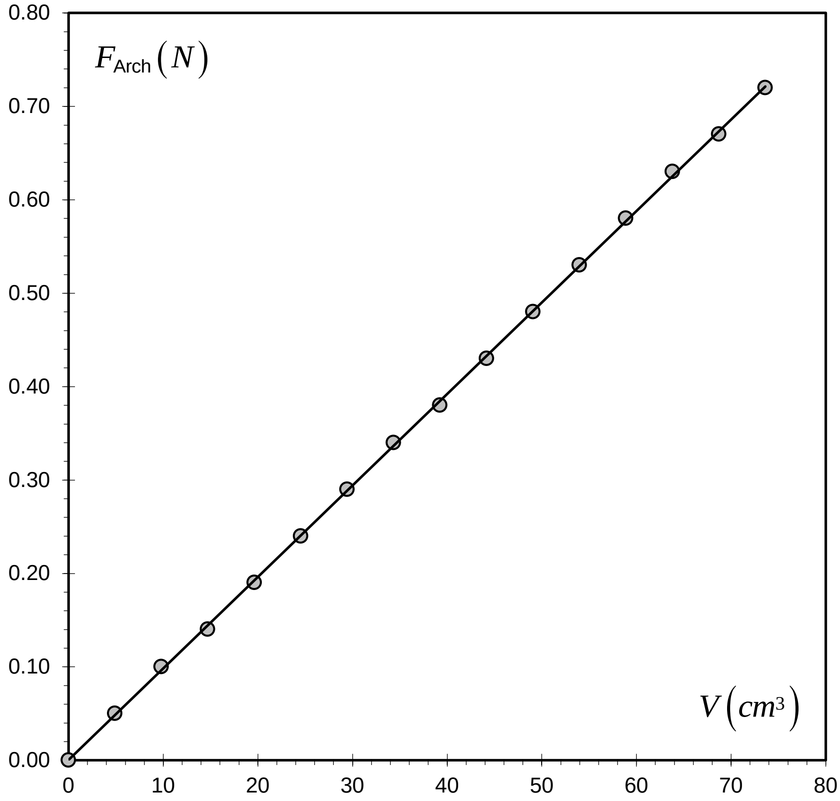
Dal momento che il cilindro entra in acqua oltre al peso del cilindro e alla forza del dinamometro inizia l'azione della spinta di Archimede diretta verso l'alto; sempre per il principio di inerzia le tre forze devono equilibrarsi e perciò deve valere:

$F_g = F_d + F_{\text{Archimede}}$ da cui si ricava: $F_{\text{Archimede}} = F_g - F_d$.

In laboratorio abbiamo utilizzato un cilindro di alluminio $\left(\rho_{\text{Al}} = 2,70\,\frac{g}{cm^3}\right)$ di diametro $d = 25,0\,mm$ (l'area di base vale pertanto $A = 491\,mm^2$) e di altezza $h_0 = 150\,mm$ per un volume totale $V_0 = 73,6\,cm^3$ e una massa $m = 199\,g$.

Nella tabella alla pagina seguente sono riportati le misure effettuate e i valori calcolati che permettono di rappresentare la spinta di Archimede in funzione della parte di volume del cilindro immerso nell'acqua.

$h(cm)$	$F_d(N)$	$V(cm^3)$	$F_{\text{Arch}}(N)$
0,0	1,95	0,0	0,00
1,0	1,90	4,9	0,05
2,0	1,85	9,8	0,10
3,0	1,81	14,7	0,14
4,0	1,76	19,6	0,19
5,0	1,71	24,5	0,24
6,0	1,66	29,5	0,29
7,0	1,61	34,4	0,34
8,0	1,57	39,3	0,38
9,0	1,52	44,2	0,43
10,0	1,47	49,1	0,48
11,0	1,42	54,0	0,53
12,0	1,37	58,9	0,58
13,0	1,32	63,8	0,63
14,0	1,28	68,7	0,67
15,0	1,23	73,6	0,72



Si può subito notare che le due grandezze sono tra loro direttamente proporzionali e che la pendenza della miglior retta che può essere tracciata vale:

$$\text{pendenza} = 0,0098\frac{N}{cm^3} = 9,8\frac{N}{dm^3}.$$

Questo valore rappresenta la spinta di Archimede per unità di volume in acqua.

Se si continua a far scendere il cilindro anche dopo che è completamente immerso nell'acqua la forza segnata dal dinamometro non varia più (è evidentemente trascurabile il volume del filo al quale il cilindro è legato).

Ripetendo questa esperienza con cilindri di diametro diverso il risultato non cambia, nel senso che rappresentando la spinta di Archimede in funzione del volume si ottiene sempre una retta di pendenza $9,8\frac{N}{dm^3}$.

Al medesimo risultato si giunge pure con cilindri di materiale diverso; in laboratorio abbiamo sperimentato (o lo faremo) con cilindri di ottone, acciaio e piombo.

Che cosa capita se si ripete l'esperimento con un cilindro di legno o comunque con un materiale che abbia densità minore di quella dell'acqua?

Il risultato è lo stesso di prima con la sola differenza che ad un certo punto il dinamometro segna zero e il cilindro galleggia. Se si ha a disposizione un dinamometro con il quale si può anche spingere e si continua ad immergere i cilindro, allora il dinamometro comincia a indicare una forza "negativa", cioè diretta verso l'alto, ma pur sempre proporzionale alla variazione di volume di cilindro immerso in acqua. Una volta immerso completamente e continuando a abbassare la sua posizione, il dinamometro segna una forza costante come nel caso del cilindro di alluminio.

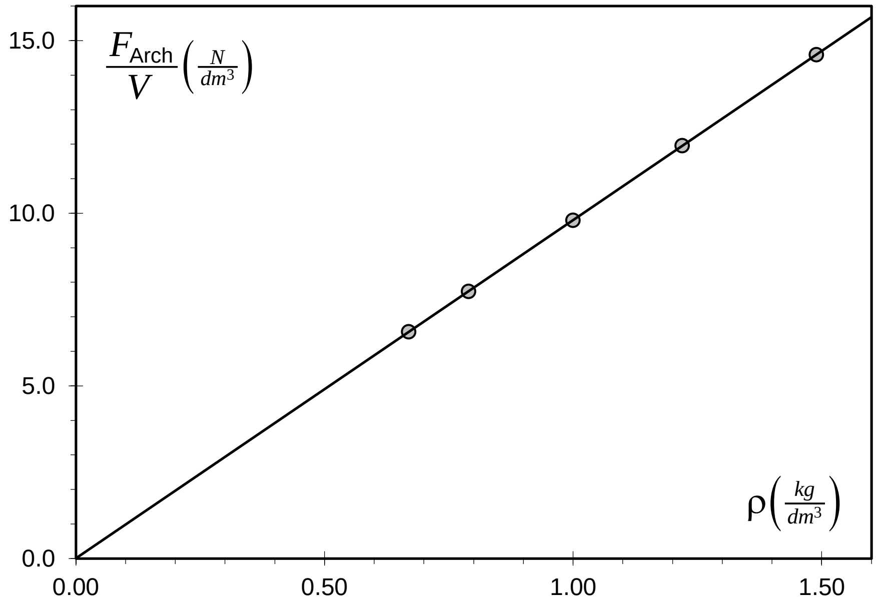
Abbiamo pertanto verificato che la spinta di Archimede dipende dal volume immerso ma non dalla densità del materiale che viene immerso.

(Sperimentalmente si può misurare direttamente la spinta di Archimede ponendo sotto il bicchiere una bilancia e azzerarla prima di immergere il cilindro. Per il principio di azione e reazione la forza che l'acqua fa sul cilindro, la spinta di Archimede appunto, è uguale e contraria a quella fatta dal cilindro sull'acqua, quella appunto misurata dalla bilancia – si faccia unicamente attenzione che quest'ultima è "tarata in grammi").

Si tratta ora di verificare come la spinta di Archimede dipende dalla densità del liquido nel quale il corpo viene immerso. Ripetiamo pertanto l'esperienza fatta all'inizio con altri liquidi e determiniamo la spinta di Archimede per unità di volume in questi liquidi.

Nella tabella seguente riportiamo i valori della spinta di Archimede per unità di volume per un certo liquido e la sua densità e li rappresentiamo nel grafico.

liquido	$\rho\left(\frac{kg}{dm^3}\right)$	$\frac{F_{\text{Arch}}}{V}\left(\frac{N}{dm^3}\right)$
benzina	0.67	6.6
alcool	0,79	7,7
acqua	1,00	9,8
glicerina	1,22	12,0
cloroformio	1,49	14,6



Anche in questo caso si nota un andamento direttamente proporzionale e inoltre la pendenza vale $9,8\frac{N}{kg}$, che è la costante del campo di gravità terrestre, quello che ci aspettavamo.

All'inizio infatti avevamo scritto che la forza di Archimede era pari a: $F_{\text{Archimede}} = V_{\text{corpo}} \cdot \rho_{\text{fluido}} \cdot g$ in perfetto accordo con tutte le verifiche sperimentali.

Un caso interessante e semplice da analizzare è quello di un corpo che galleggia su un liquido. In questo caso la spinta di Archimede e il peso sono le due sole forze in gioco e pertanto si equilibrano perfettamente. Il volume del corpo immerso nel liquido è solo una parte del totale. Il rapporto fra la parte immersa e quella totale è facilmente calcolabile, infatti:

$$F_{\text{Arch}} = F_g \quad \Rightarrow \quad V_{\text{immerso}} \cdot \rho_{\text{liquido}} \cdot g = m_{\text{solido}} \cdot g \quad \Rightarrow \quad V_{\text{immerso}} \cdot \rho_{\text{liquido}} \cdot g = V_{\text{totale}} \cdot \rho_{\text{solido}} \cdot g$$

da cui segue: $\frac{V_{\text{immerso}}}{V_{\text{totale}}} = \frac{\rho_{\text{solido}}}{\rho_{\text{liquido}}}$.

Il calcolo che abbiamo appena fatto non è del tutto corretto in quanto non abbiamo tenuto in considerazione il fatto che la parte emersa del solido sente la spinta di Archimede del fluido nel quale è immersa cioè è soggetta alla spinta di Archimede dell'aria.

Quanto incide la spinta di Archimede dovuta all'aria ($\rho_{\text{aria}} = 0,00116\frac{g}{cm^3}$ a temperatura e pressione tipiche dell'aula di fisica) nel caso di un oggetto in legno ($\rho_{\text{solido}} = 0,75\frac{g}{cm^3}$) che galleggia in acqua ($\rho_{\text{acqua}} = 1,00\frac{g}{cm^3}$)?

Il calcolo è presto fatto:

$$F_{\text{Arch(acqua)}} + F_{\text{Arch(aria)}} = F_g \quad \Rightarrow \quad V_{\text{immerso}} \cdot \rho_{\text{acqua}} \cdot g + V_{\text{emerso}} \cdot \rho_{\text{aria}} \cdot g = V_{\text{totale}} \cdot \rho_{\text{solido}} \cdot g$$

da cui segue:

$$\frac{V_{\text{immerso}}}{V_{\text{totale}}}=\frac{\rho_{\text{solido}}-\rho_{\text{aria}}}{\rho_{\text{acqua}}-\rho_{\text{aria}}}$$

perciò, senza tener conto dell'aria:

$$\frac{V_{\text{immerso}}}{V_{\text{totale}}}=\frac{\rho_{\text{solido}}}{\rho_{\text{acqua}}}=\frac{0,75\,\frac{g}{cm^3}}{1,00\,\frac{g}{cm^3}}=0,75\,,$$

mentre tenendo conto dell'aria vale:

$$\frac{V_{\text{immerso}}}{V_{\text{totale}}}=\frac{\rho_{\text{solido}}-\rho_{\text{aria}}}{\rho_{\text{acqua}}-\rho_{\text{aria}}}=\frac{0,75\,\frac{g}{cm^3}-0,00116\,\frac{g}{cm^3}}{1,00\,\frac{g}{cm^3}-0,00116\,\frac{g}{cm^3}}=0,7497$$

praticamente uguale (differenza inferiore allo $0,04\%$).

È chiaro che a questa approssimazione eravamo già ricorsi all'inizio del capitolo in quanto non avevamo mai tenuto in considerazione la spinta di Archimede dovuta all'aria. È in ogni modo una approssimazione che non mette in dubbio i risultati a cui siamo giunti. In particolare quando si ha a che fare con oggetti con densità pari o maggiore di quella dell'acqua la spinta di Archimede dovuta all'aria risulta essere abbondantemente inferiore allo $0,1\%$ rispetto al peso del corpo.

Diverso è il discorso se si ha a che fare con oggetti particolarmente leggeri.

Se si considera un palloncino gonfiato con aria o addirittura con elio, allora la spinta di Archimede in aria diventa particolarmente importante.

Sperimentalmente si può verificare la spinta di Archimede in aria con questa esperienza:

Considerate la seguente situazione. Una bilancia a due bracci sostiene due oggetti: un cilindro metallico e una ampolla di vetro cava. In aria sono in equilibrio. Siamo quindi tentati di affermare che hanno lo stesso peso. Se li mettiamo sotto una campana di vetro e facciamo il vuoto la ampolla di vetro scende mostrando che pesa di più. L'equilibrio in aria era dovuto alla spinta di Archimede più grande sull'ampolla (il suo volume è infatti nettamente più grande di quello del cilindro) che sul cilindro così che il peso dell'ampolla sommato alla spinta di Archimede su di essa uguagliava il peso del cilindro più la spinta di Archimede sul cilindro.