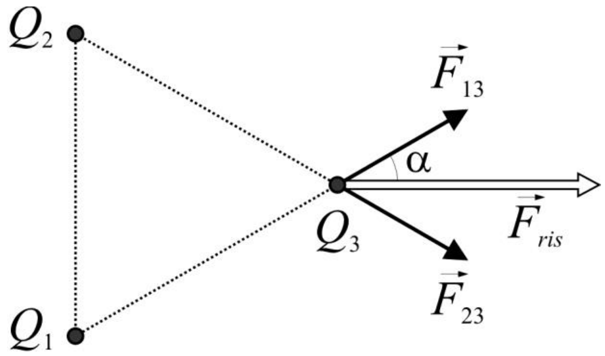
Forze fra cariche

In questo paragrafo tratteremo alcuni esempi di forza fra cariche.

- Determinare la forza elettrica di repulsione fra due cariche positive[1] di valore $Q = 2,5\,\mu C$ e distanti $20\,cm$.

$$F = k\frac{Q \cdot Q}{d^2} = 9 \cdot 10^9\,\tfrac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{2,5 \cdot 10^{-6}C \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}C}{\left(0,20\,m\right)^2} = 1,41\,N$$

- Calcolare la forza elettrica esercitata da due cariche positive di carica $Q = 2,5\,\mu C$ su una terza carica anch'essa di valore $Q = 2,5\,\mu C$ se disposti sui vertici di un triangolo equilatero di lato $20\,cm$.



Dato che non è indicato diversamente, disponiamo le cariche come nel disegno.

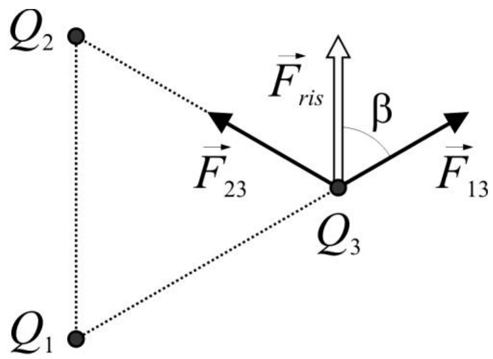
Il modulo della forza che ciascuna delle prime due cariche esercita sulla terza è uguale ed è già stato calcolato nell'esempio precedente e vale:

$F = 1,41\,N$.

La simmetria della situazione permette di dire che la forza risultante è orizzontale e il suo modulo vale 2 volte la componente x della forza di ciascuna carica. Di conseguenza essa vale:

$F_{ris} = 2 \cdot F_{13,x} = 2 \cdot F_{13} \cdot \cos\left(\alpha\right) = 2 \cdot 1,41\,N \cdot \cos\left(30°\right) = 2,44\,N$.

- Come cambia la forza risultante se una delle due cariche, pur mantenendo lo stesso valore, diventa negativa?

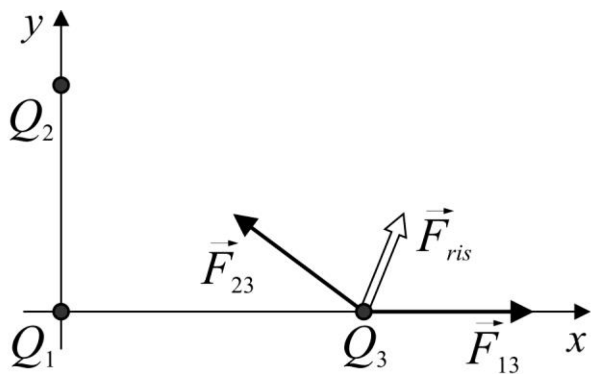


La risposta è semplice. Ammettiamo che sia Q_2 a diventare negativa. Osserviamo il disegno e calcoliamo la forza risultante.

Nuovamente la simmetria della situazione permette di dire che la forza risultante è verticale e il suo modulo vale 2 volte la componente y della forza di ciascuna carica. Di conseguenza essa vale:

$F_{ris} = 2 \cdot F_{13,y} = 2 \cdot F_{13} \cdot \cos\left(\beta\right) = 2 \cdot 1,41\,N \cdot \cos\left(60°\right) = 1,41\,N$.

- Analizziamo ora una situazione con minore simmetria. In un sistema di riferimento xy siano poste tre cariche nei seguenti punti:



$Q_1 = 4,0\,\mu C$ in $\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} 0\,m \\ 0\,m \end{pmatrix}$,

$Q_2 = -6,0\,\mu C$ in $\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 0\,m \\ 0,30\,m \end{pmatrix}$, e

$Q_3 = 3,0\,\mu C$ in $\vec{r}_3 = \begin{pmatrix} 0,40\,m \\ 0\,m \end{pmatrix}$.

Determinare la forza esercitata dalle prime due cariche sulla terza.

[1] Se non indicato diversamente le cariche saranno sempre considerate puntiformi.

Troviamo inizialmente il modulo della forza, in seguito le componenti e infine la risultante.

$$F_{13} = k\frac{|Q_1|\cdot|Q_3|}{r_{13}^2} = 9\cdot10^9\ \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{4,0\cdot10^{-6}C\cdot3,0\cdot10^{-6}C}{(0,40\,m)^2} = 0,675\,N$$

$$F_{23} = k\frac{|Q_2|\cdot|Q_3|}{r_{23}^2} = 9\cdot10^9\ \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{6,0\cdot10^{-6}C\cdot3,0\cdot10^{-6}C}{(0,40\,m)^2+(0,30\,m)^2} = 0,648\,N$$

Con l'aiuto della trigonometria calcoliamo le due forze nella forma vettoriale:

$\vec{F}_{13} = \begin{pmatrix}0,675\,N\\0\end{pmatrix}$ e $\vec{F}_{23} = \begin{pmatrix}-0,518\,N\\0,389\,N\end{pmatrix}$ da cui $\vec{F}_{ris} = \begin{pmatrix}0,157\,N\\0,389\,N\end{pmatrix}$.

- Si consideri ora la seguente situazione: due corpi (puntiformi) di massa $m = 15\,g$ e carica $Q = 1,2\,\mu C$ sono posti uno sopra l'altro alla distanza di $25\,cm$. Calcolare la forza risultante agente sul corpo posizionato sopra (indicare con m_1 la massa del corpo sotto rispettivamente con m_2 quello sopra) .

$$F_{12} = k\frac{|Q_1|\cdot|Q_2|}{d_{12}^2} = 9\cdot10^9\ \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{1,2\cdot10^{-6}C\cdot1,2\cdot10^{-6}C}{(0,25\,m)^2} = 0,207\,N\ ,\quad F_{g2} = 0,015\,kg\cdot9,8\tfrac{N}{kg} = 0,147\,N\ .$$

Da cui segue: $F_{ris2} = 0,207\,N - 0,147\,N = 0,060\,N$ verso l'alto.

Se fosse stata richiesta la forza risultante sulla massa posta sotto il risultato sarebbe stato:

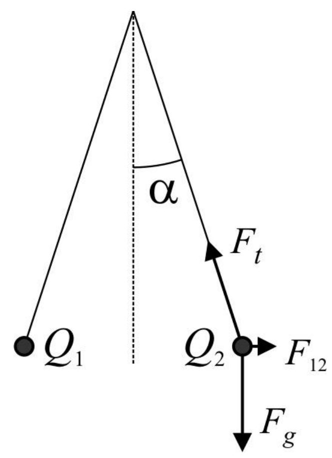
$F_{ris1} = 0,207\,N + 0,147\,N = 0,354\,N$ verso il basso.

Ammettiamo ora che il corpo sotto sia fisso e che quello sopra possa muoversi ma solo lungo l'asse verticale. Calcolare la distanza fra i due corpi per fare in modo che il secondo si trovi in una posizione di equilibrio.

La forza risultante in un corpo nella sua posizione di equilibrio deve essere pari a zero e perciò in modulo la forza elettrica (verticale e diretta verso l'alto) deve essere uguale a quella di gravità (verticale e diretta verso il basso). Vale pertanto la seguente relazione:

$$k\frac{|Q_1|\cdot|Q_2|}{d_{12}^2} = m_2\cdot g\ ,\quad \text{da cui:}\quad d_{12} = \sqrt{k\frac{|Q_1|\cdot|Q_2|}{m_2\cdot g}} = \sqrt{9\cdot10^9\ \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{1,2\cdot10^{-6}C\cdot1,2\cdot10^{-6}C}{0,147\,N}} = 0,297\,m\ .$$

- Da ultimo consideriamo due corpi puntiformi di massa $12,0\,g$, elettricamente carichi con una carica dello stesso tipo e valore, legati ad un unico punto tramite due fili isolanti di lunghi $l = 80\,cm$. Si osserva che i due fili sono separati da un angolo di $36°$. Determinare il valore della carica presente sui corpi.



Data la simmetria del problema i due fili formano entrambi un angolo $\alpha = 18°$ rispetto alla verticale. Dal principio di inerzia vale:

$0 = \vec{F}_{ris} = \vec{F}_g + \vec{F}_{12} + \vec{F}_t$, cioè $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-mg\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}F_{12}\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-F_t\cdot\sin(\alpha)\\F_t\cdot\cos(\alpha)\end{pmatrix}$, da cui:

$F_t = \dfrac{mg}{\cos(\alpha)}$ e

$$F_{12} = F_t\cdot\sin(\alpha) = \frac{mg}{\cos(\alpha)}\cdot\sin(\alpha) = mg\cdot\tan(\alpha) = 0,012\,kg\cdot9,8\tfrac{N}{kg}\cdot\tan(18°) = 38,2\cdot10^{-3}\,N\ .$$

Con: $d_{12} = 2 \cdot l \cdot \sin(\alpha) = 2 \cdot 0,80\, m \cdot \sin(18°) = 0,494\, m$ segue:

$$|Q_1| = |Q_2| = \sqrt{\frac{d_{12}^2 \cdot F_{12}}{k}} = \sqrt{\frac{(0,494\, m)^2 \cdot 38,2 \cdot 10^{-3}\, N}{9 \cdot 10^9\, \frac{Nm^2}{C^2}}} = 1,02\, \mu C\,.$$

La simmetria della situazione rispetto alla verticale da quali fattori dipende?

È necessario che sia massa che carica dei due corpi devono essere uguali oppure è sufficiente che siano le masse ad essere uguali e non le cariche o viceversa devono essere uguali le cariche ma non necessariamente le masse? Provate a riflettere sulla situazione.

Una variante del problema pone la carica Q_1 fissa sotto la verticale del punto di aggancio. Ancora una volta l'angolo fra i due fili è di $36°$. Da determinare è sempre la carica presente sui due corpi. Secondo voi otterremo per la carica lo stesso risultato?