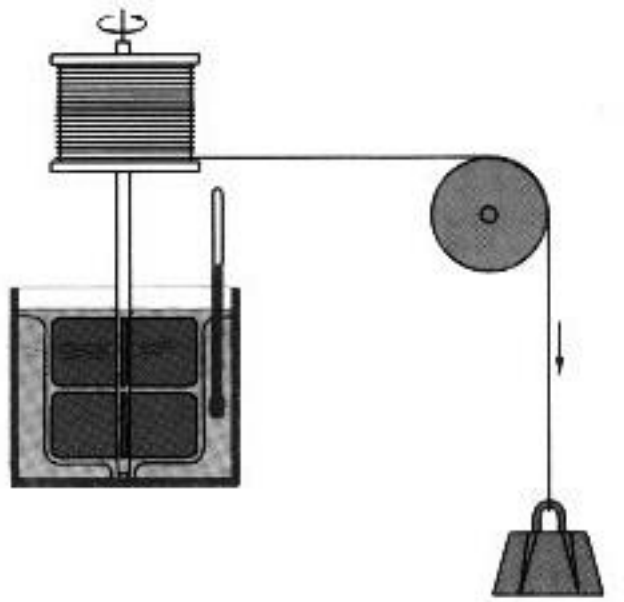
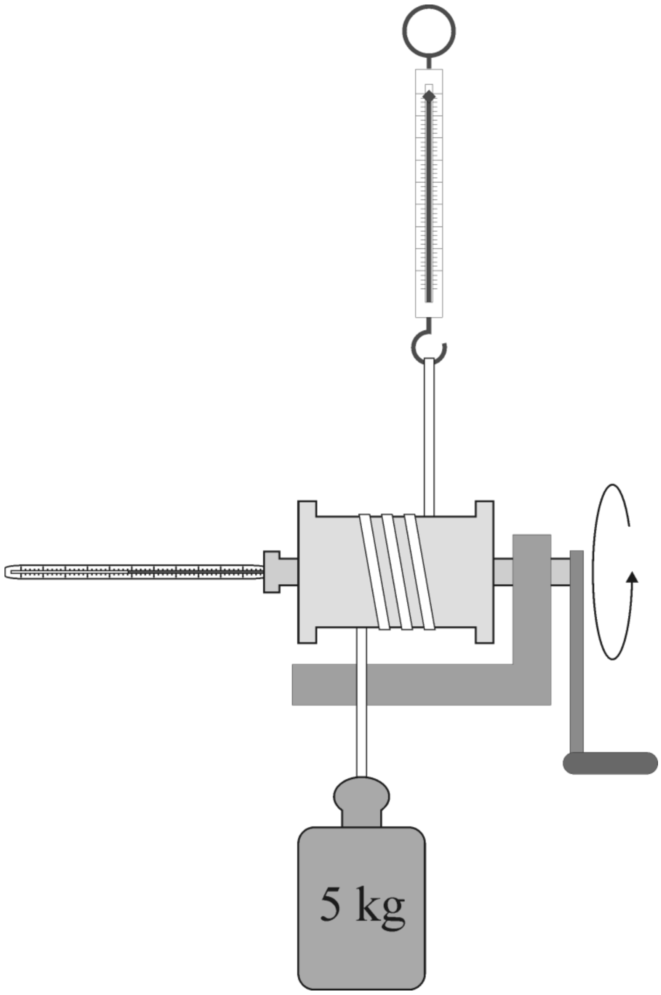
Il mulinello di Joule e l'equivalente calorico



Storicamente fu James Prescott Joule (1818 - 1889) a effettuare l'esperimento a dimostrazione dell'equivalenza fra lavoro meccanico e calore.

La sua apparecchiatura (1849) consisteva in un contenitore isolato nel quale una certa quantità d'acqua veniva riscaldata per attrito grazie a delle pale (mulinello) che venivano messe in rotazione da un peso che scendeva. L'energia potenziale persa dal peso corrispondeva all'energia termica guadagnata dall'acqua.

In laboratorio non effettueremo la stessa esperienza ma con un apparato diverso.



Esso consiste in un cilindro di ottone che faremo ruotare su sé stesso. Attorno al cilindro è avvolta una corda alla quale è agganciato un peso. La rotazione permette di tenere sollevato il peso a causa dell'attrito fra la corda e il cilindro di ottone. In questa situazione il peso e la forza di attrito sono uguali (basta controllare il dinamometro usato per fissare la corda in alto – quando la manovella gira dalla parte giusta segna zero, o quasi). Risulta quindi banale calcolare il lavoro della forza di attrito ad ogni giro compiuto dalla manovella, che vale:

$$W(F_A) = F_A \cdot 2\pi \cdot r = m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r\,.$$

Per calcolare il lavoro della forza di attrito in n giri basta moltiplicare per n il lavoro in ogni giro e cioè:

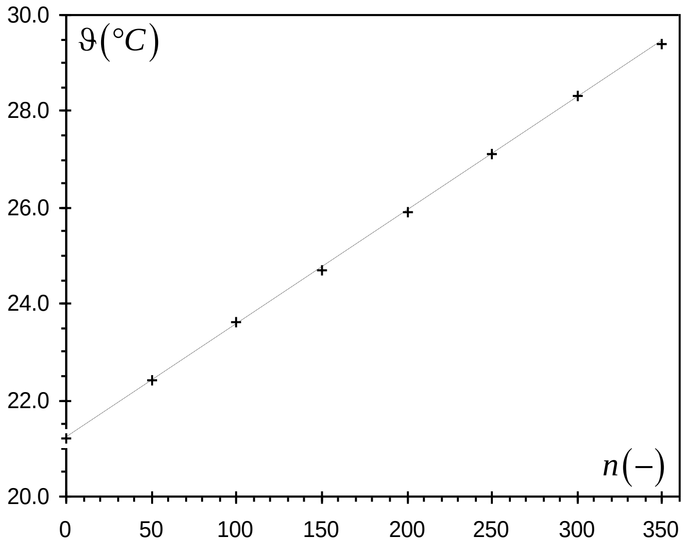
$$W(F_A) = n \cdot m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r\,.$$

La prima cosa da verificare è che l'aumento di temperatura (quindi dell'energia termica) del cilindro di ottone sia proporzionale al lavoro della forza di attrito.

L'esperimento si svolgerà in questo modo: dopo aver misurato la temperatura iniziale (che di solito corrisponde a quella dell'ambiente) effettueremo un certo numero di giri alla manovella e in seguito (dopo aver atteso un attimo che il cilindro di ottone abbia dappertutto la stessa temperatura) leggeremo di nuovo il valore della temperatura. Ripeteremo alcune volte il procedimento così da poter mettere in relazione l'aumento di temperatura (direttamente proporzionale all'aumento di energia termica) con il numero di giri effettuati (direttamente proporzionale al lavoro della forza di attrito).

La seguente tabella e il grafico da essa ricavato ci mostrano che la temperatura aumenta in maniera lineare con il numero di giri.

$n(-)$	$\vartheta(°C)$
0	21,2
50	22,4
100	23,6
150	24,7
200	25,9
250	27,1
300	28,3
350	29,4



Questa prima verifica ci indica inequivocabilmente che il lavoro della forza di attrito (proporzionale al numero di giri) è direttamente proporzionale all'aumento di temperatura e quindi alla variazione dell'energia termica.

Si tratta ora di determinare il rapporto fra il valore del lavoro della forza di attrito espresso in joule e quello dell'energia termica guadagnata espressa in calorie.

Il calcolo del lavoro della forza di attrito è già stato effettuato alla pagina precedente e vale:

$W(F_A) = n \cdot (m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r)$ dove ciò che è racchiuso fra parentesi è il lavoro ad ogni giro.

L'aumento di energia termica è pari al calore necessario per aumentare la temperatura del cilindro di ottone (più la parte del termometro inserito nel cilindro) del valore misurato e cioè:

$Q = C \cdot \Delta\vartheta$ dove C è la capacità termica di tutto ciò che è coinvolto con la variazione di temperatura.

Possiamo pertanto scrivere che il rapporto cercato vale:

$$\frac{W(F_A)}{Q} = \frac{n \cdot (m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r)}{C \cdot \Delta\vartheta} = \frac{m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r}{C} \cdot \frac{n}{\Delta\vartheta}$$

Nell'esperienza fatta questi sono i dati (che potrebbero differire da quella fatta in classe):

$m \cdot g = 5,0\,kg \cdot 9,8\,\frac{N}{kg} = 49\,N$; $r = 2,35\,cm$; $C = 73\,\frac{cal}{°C}$.

Dal grafico è ricavabile la pendenza cioè il rapporto $\frac{\Delta\vartheta}{n} = 23,5 \cdot 10^{-3}\,\frac{°C}{giro}$ da cui si determina $\frac{n}{\Delta\vartheta} = 42,6\,\frac{1}{°C}$.

Infine il rapporto cercato vale:

$$\frac{W(F_A)}{Q} = \frac{49\,N \cdot 2\pi \cdot 2,35 \cdot 10^{-2}\,m}{73\,\frac{cal}{°C}} \cdot 42,6\,\frac{1}{°C} = 4,2\,\frac{J}{cal}.$$

Il valore trovato sperimentalmente è in perfetto accordo con quello tabulato che a 4 cifre significative vale:

$1\,cal = 4,186\,J$.

Possiamo pertanto scrivere che il calore specifico dell'acqua, espresso nelle unità del SI diventa:

$c_{H_2O} = 4,186\,\frac{kJ}{kg\,°C}$.

Nella tabella a pagina seguente riportiamo i valori del calore specifico di alcune sostanze; nella prima parte si tratta di solidi, mentre nella seconda parte si tratta di liquidi o di gas. Il calore specifico di un gas dipende, oltre che dal gas stesso, dal fatto che il processo di riscaldamento avvenga a volume costante oppure a pressione costante. L'analisi delle differenze dei due processi fisici esula dagli scopi di queste dispense e pertanto li rimandiamo allo studio della termodinamica.

sostanza	$c\left(\frac{cal}{g\,°C}\right)$	$c\left(\frac{kJ}{kg\,°C}\right)$	sostanza	$c\left(\frac{cal}{g\,°C}\right)$	$c\left(\frac{kJ}{kg\,°C}\right)$
alluminio	0,214	0,896	acqua	1,00	4,19
rame	0,092	0,38	mercurio	0,033	0,139
ottone	0,092	0,38	alcool etilico	0,57	2,43
ferro	0,108	0,452	aria (p costante)	0,240	1,005
polistirolo	0,35	1,46	aria (V costante)	0,171	0,717
vetro di Jena G20	0,191	0,800	idrogeno (p costante)	3,420	14,32
ghiaccio	0,50	2,09	idrogeno (V costante)	2,431	10,18

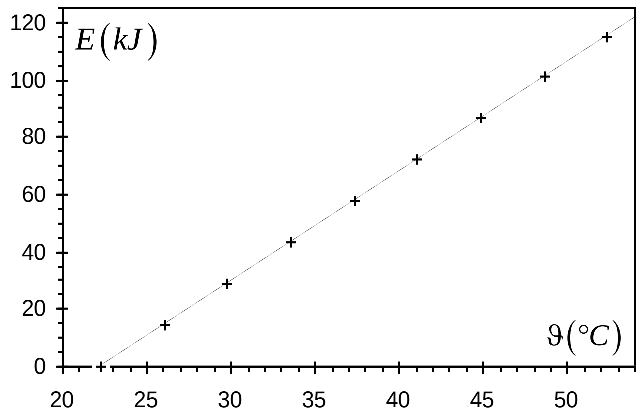
All'inizio dell'anno avevamo eseguito una esperienza in cui riscaldavamo dell'acqua in un contenitore con uno scaldino elettrico. A quel momento ci interessava conoscere quanta energia veniva trasformata dallo scaldino al passare del tempo.

Possiamo ripetere questa esperienza misurando invece del tempo la temperatura dell'acqua contenuta nel calorimetro e vedere la relazione che esiste fra l'aumento di temperatura (proporzionale all'aumento dell'energia termica) e l'energia elettrica "consumata" dallo scaldino.

La tabella e il relativo grafico mostrano l'esistenza di una relazione di proporzionalità diretta fra le due grandezze.

La pendenza del grafico, che rappresenta il rapporto fra l'energia ceduta dallo scaldino al sistema e l'aumento della temperatura, determina la capacità termica del sistema stesso.

$\vartheta(°C)$	$E(kJ)$
22,3	0,0
26,1	14,4
29,8	28,8
33,6	43,2
37,3	57,6
41,1	72,0
44,8	86,4
48,6	100,8
52,3	115,2



Nel caso appena preso in esame la massa d'acqua contenuta nel calorimetro valeva $m = 0{,}9\,kg$, quindi, se la massa dell'acqua rappresentasse la totalità di ciò che viene riscaldato, il rapporto fra la capacità termica e la massa dovrebbe dare il calore specifico dell'acqua. In realtà il risultato da un valore leggermente più alto e il risultato diventa ancora più grande, e quindi "peggiora" se paragonato con il valore del calore specifico tabulato, sperimentando con masse d'acqua minori. Questo significa che l'energia ceduta dallo scaldino riscalda non solo l'acqua ma anche il contenitore (il calorimetro) e che l'influsso di questo, costante, diventa percentualmente sempre più importante con quantità d'acqua minori. Per determinare il calore specifico dell'acqua a partire da questa esperienza bisogna perciò conoscere la capacità termica del calorimetro oppure rappresentare il valore della capacità ricavabile da ogni esperienza fatta con masse diverse e il valore delle masse così che la pendenza di questo nuovo grafico dà proprio il calore specifico dell'acqua. Il grafico a lato rappresenta la capacità termica in funzione delle masse d'acqua e la pendenza da un valore per il calore specifico dell'acqua pari a $c_{H_2O} = 4{,}19\,\frac{kJ}{kg\,°C}$.