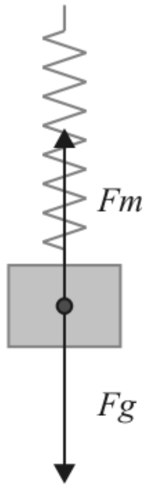
Le forze e l'equilibrio

Il principio di inerzia afferma che se un corpo è fermo significa che su di esso non agiscono forze (il che è piuttosto difficile, il corpo dovrebbe essere infinitamente lontano da qualsiasi altro corpo) oppure (ed è la situazione più frequente) la risultante delle forze agenti è nulla.

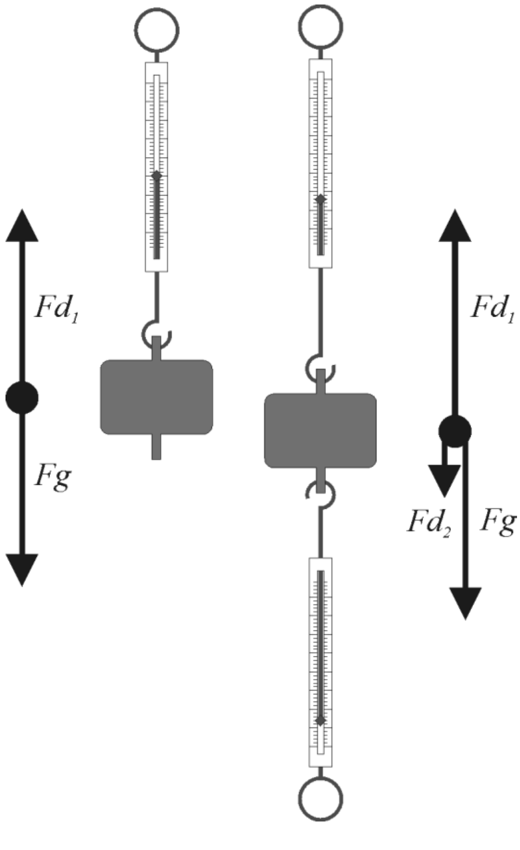
Per capire il concetto di risultante delle forze pari a zero facciamo alcuni esempi.



Abbiamo già incontrato alcune situazioni di equilibrio statico in cui sono presenti due forze che si equilibrano perfettamente.

Quando abbiamo trattato la forza elastica abbiamo preso in considerazione delle situazioni di equilibrio in cui una forza, il peso del corpo, una forza che "tira" verso il basso, era perfettamente controbilanciata dalla forza della molla, una forza di uguale intensità, che agisce lungo la stessa direzione, quella verticale, ma "tira" dall'altra parte, cioè verso l'alto.

Un altro caso molto semplice è ad esempio quello di una persona in piedi ferma sul pavimento; il peso della persona (la forza che "tira" in giù) è bilanciato dalla forza del piano sul quale la persona si trova (la forza che "spinge" in su). Se non ci fosse il piano su cui appoggiare la persona precipiterebbe.



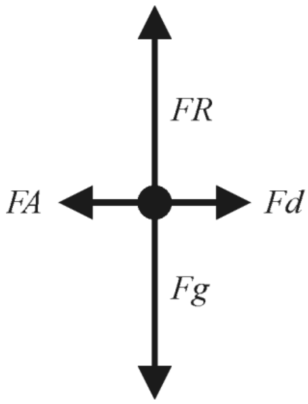
Prendiamo ora in considerazione situazioni in cui le forze, pur agendo lungo la stessa direzione, sono più di due.

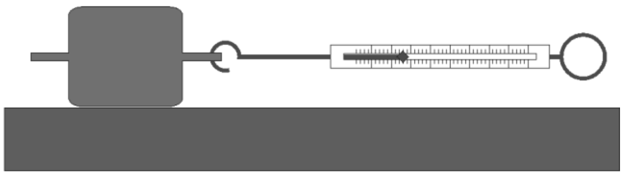
Un esempio facilmente comprensibile consiste nel legare una estremità di un corpo ad una fune fissata al pavimento e l'altra estremità ad un'altra fune e con questa iniziare a sollevarlo. Fin tanto che la prima fune non è tesa la forza che dobbiamo esercitare con l'altra fune per tenere sollevato il corpo è pari al peso del corpo stesso. Quando la prima fune si tende ci si rende subito conto che, pur continuando ad aumentare la forza, il corpo rimane fermo. Questo significa che per equilibrare la forza che facciamo tirando verso l'alto ci deve essere, oltre al peso che non cambia, un'altra forza che tira verso il basso. Se invece delle funi utilizziamo dei dinamometri (strumenti per la misura delle forze) è facilmente verificabile che la somma delle due forze che tirano verso il basso è pari a quella che tira verso l'alto. Nel disegno si vede il peso agganciato a un solo dinamometro e ad entrambi mentre nella schematizzazione si vedono le forze agenti sul corpo.

Numericamente, ad esempio prendendo in considerazione un corpo di massa $m = 100\,g$ e quindi di peso $F_g = 0,98\,N$, si osserva che, appendendolo a un dinamometro quest'ultimo segna esattamente una forza pari al peso cioè $F_{d1} = 0,98\,N$. Se si aggancia il corpo a un secondo dinamometro posto di sotto e si tira con il primo fino a che quest'ultimo segna ad esempio $F_{d1} = 1,24\,N$, allora il secondo dinamometro, quello posto di sotto, segnerà $F_{d2} = 0,26\,N = (1,24 - 0,98)\,N$. Questo significa evidentemente che la somma delle forze che tira verso l'alto (una forza, quella del dinamometro numero 1) è pari allo somma delle forze che tira verso il basso (due forze, quelle del peso e del dinamometro numero 2).

Finora ci siamo occupati solo di forze che agiscono in una sola direzione, quella verticale. Analizziamo ora una situazione nella quale, oltre alle forze che agiscono verticalmente, sono presenti anche forze che agiscono orizzontalmente.

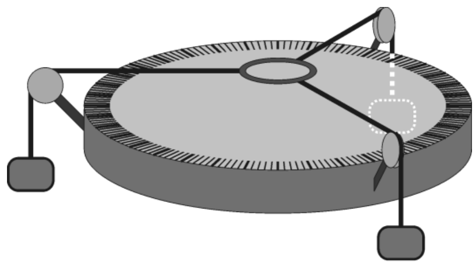
Con un dinamometro tiriamo orizzontalmente un corpo appoggiato su un tavolo che rimane fermo grazie all'attrito fra il corpo e il tavolo.





Le forze in gioco sono quattro. Due sono verticali (il peso e quella del piano di appoggio, il tavolo) e due sono orizzontali (la forza esercitata dal dinamometro e quella di attrito)

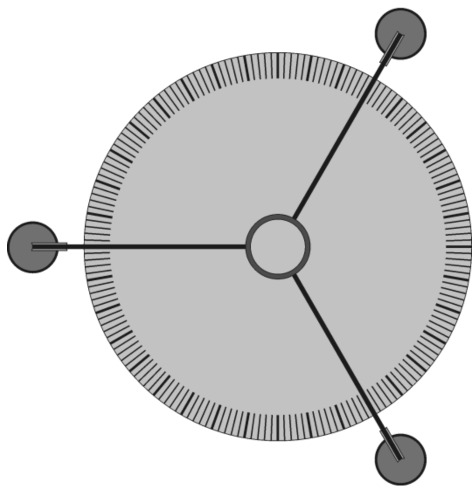
Anche in questo caso è facile osservare che, per rimanere fermo, le forze verticali devono equilibrarsi così come quelle orizzontali. Se il corpo è ancora quello dell'esempio precedente il suo peso è $F_g = 0,98\,N$ e quindi anche la forza del piano d'appoggio deve valere $F_R = 0,98\,N$; se il dinamometro segna $F_d = 0,36\,N$, allora la forza di attrito, che tira dall'altra parte, deve valere $F_A = 0,36\,N$.



Occupiamoci ora di una situazione che permette di meglio comprendere la natura vettoriale delle forze.

Utilizziamo una apparecchiatura che permette di applicare ad un punto al centro di un cerchio graduato delle forze di intensità nota.

Possiamo infatti mostrare che la forza con cui ogni filo agisce sull'anello di gomma centrale è pari al peso ad esso agganciato.



Grazie al cerchio graduato è inoltre possibile misurare anche l'angolo fra i fili e quindi fra le forze agenti.

La prima esperienza che vogliamo effettuare con questa apparecchiatura consiste nell'agganciare tre masse identiche all'estremità dei fili.

Per ottenere una situazione di equilibrio con l'anello di gomma perfettamente al centro del cerchio graduato è necessario posizionare le tre carrucole in modo da formare un angolo di $120°$ fra ognuno dei fili.

In questa condizione di equilibrio deve valere il principio di inerzia per il quale la somma delle tre forze deve essere pari a zero.

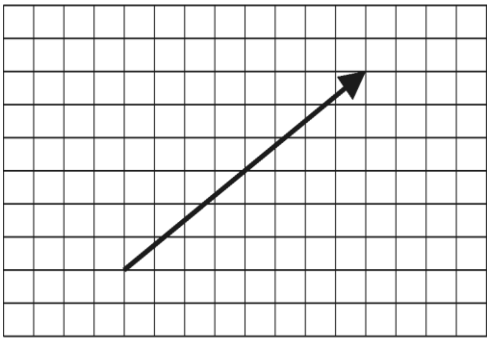
Se ci rifacciamo all'esempio precedente in cui erano presenti tre forze (la somma delle due che tirano verso il basso era pari a quella che tira verso l'alto) ci risulta difficile comprendere come si possa sommare o sottrarre tre valori identici e ottenere zero. In effetti non si può fare. Eppure la situazione di equilibrio è lì da vedere.

Per comprendere come sia possibile che tre forze di uguale intensità possano sommarsi e dare zero come risultato occorre capire come si sommano grandezze vettoriali.

Le forze come grandezze vettoriali

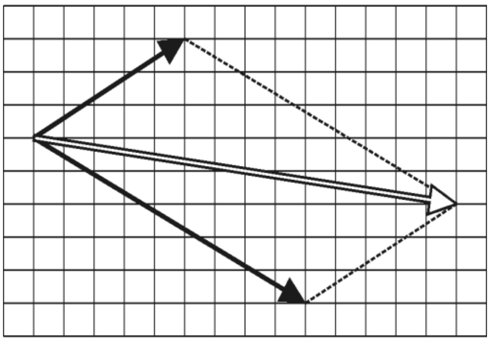
I vettori verranno trattati nella lezione di matematica in un secondo tempo. In questo paragrafo si vuole semplicemente mostrare come si sommano assieme due o più vettori e come si possa scomporre un vettore in due vettori tra loro perpendicolari chiamate componenti.

Per conoscere una grandezza vettoriale, come ad esempio una forza, è necessario avere informazione non solo sulla sua intensità, ma pure sulla sua direzione e sul suo verso; per esempio un corpo di massa $m = 5,0\,kg$ è soggetto ad una forza peso di intensità $F_g = 49\,N$ (intensità), verticale (direzione) verso il basso (verso).



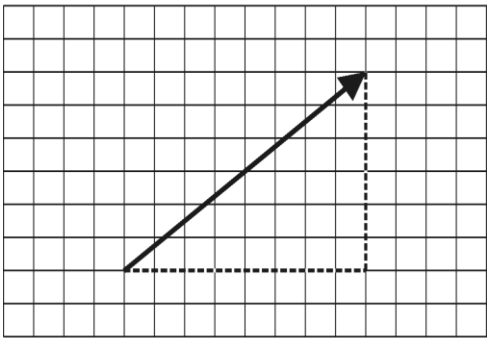
Per rappresentare una grandezza con tutte queste caratteristiche si usa solitamente una freccia la cui lunghezza è proporzionale all'intensità, il segmento è la direzione e la punta il verso. Nella figura è stato disegnato un vettore lungo $10\,unità$ (1quadretto $= 1\,unità$) con direzione e verso facilmente individuabili nel disegno stesso.

Se quel vettore rappresentasse una forza e la scala fosse 1quadretto $= 1\,N$ avremmo a che fare con una forza di intensità $10\,N$ e con le altre due caratteristiche identificabili dal disegno.



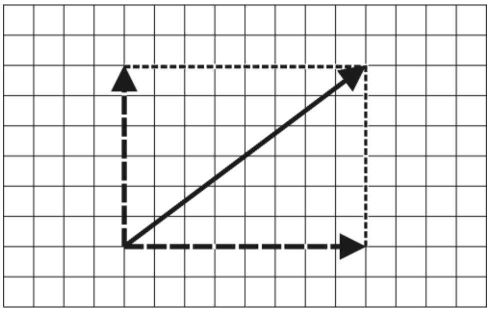
Due vettori, e di conseguenza anche due forze, si sommano insieme seguendo **la regola del parallelogrammo**. Si disegnano i due vettori facendo coincidere le "code" delle due frecce e si costruisce un parallelogrammo prendendo le frecce come due lati contigui dello stesso. La diagonale che unisce le code delle due frecce al vertice opposto è il vettore risultante.

Il vettore risultante sostituisce i vettori di partenza, cioè se rappresenta la forza risultante, essa da sola agisce come tutte le altre messe assieme. È buona cosa pertanto rappresentare questo vettore in modo diverso rispetto ai vettori di partenza.



Se si ha a che fare con delle forze e il disegno è fatto in scala si può facilmente determinare l'intensità della forza risultante misurando la lunghezza del vettore corrispondente e applicare il fattore di scala. D'altro canto se il disegno è fatto su un foglio di carta millimetrata o anche semplicemente su un foglio quadrettato è possibile determinare la lunghezza del vettore applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo avente come ipotenusa il vettore stesso e come cateti due segmenti (tratteggiati nel disegno) paralleli ai quadretti (e quindi facilmente misurabili)

La lunghezza del vettore nel disegno risulta essere pertanto: $\sqrt{(8u)^2 + (6u)^2} = 10\,u$.



Quest'ultimo aspetto ci permette inoltre di considerare il vettore in esame come somma di due vettori perpendicolari fra di loro aventi la lunghezza e la direzione dei due cateti utilizzati per determinare la lunghezza del vettore stesso. Questi ultimi verranno chiamati le componenti orizzontale (o componente x) rispettivamente verticale (o componente y) del vettore in esame.

Il grande vantaggio di questa scomposizione consiste nell'avere alla fine solo vettori orizzontali o verticali che sono facilmente sommabili come abbiamo visto nei primi esempi trattati.

Come nel caso del vettore risultante, rappresentato graficamente in modo diverso rispetto ai vettori di partenza, anche le componenti di un vettore vengono disegnate in modo diverso per evitare di confonderle con i vettori di partenza.

A questo punto ogni vettore può essere identificato dalle sue componenti.

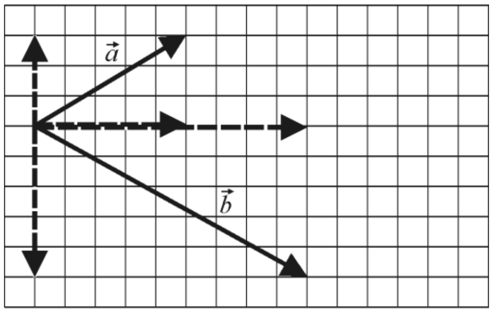
Se chiamiamo $\vec{v}$ (notate la freccia sopra il simbolo che sta ad indicare che abbiamo a che fare con una grandezza di carattere vettoriale) il vettore in esame, si può scrivere:

$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$, dove v_x e v_y sono la componente x rispettivamente la componente y del vettore,

Se il vettore $\vec{v}$ è quello nel disegno allora:

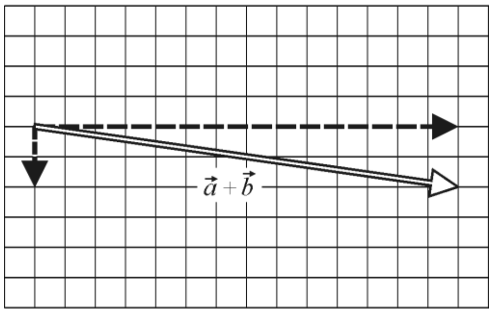
$\vec{v} = \begin{pmatrix} 8u \\ 6u \end{pmatrix}$ con 1quadretto $= 1 unità$.

Consideriamo ora la somma di vettori dell'esempio precedente (nel disegno sono rappresentati i vettori e le rispettive componenti).



Indichiamo con $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5u \\ 3u \end{pmatrix}$ e $\vec{b} = \begin{pmatrix} 9u \\ -5u \end{pmatrix}$ (con 1quadretto $= 1 unità$), i vettori di partenza, allora:

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 5u \\ 3u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9u \\ -5u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5u + 9u \\ 3u + (-5u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14u \\ -2u \end{pmatrix},$$



che è esattamente il vettore risultante che avevamo determinato con la regola del parallelogrammo.

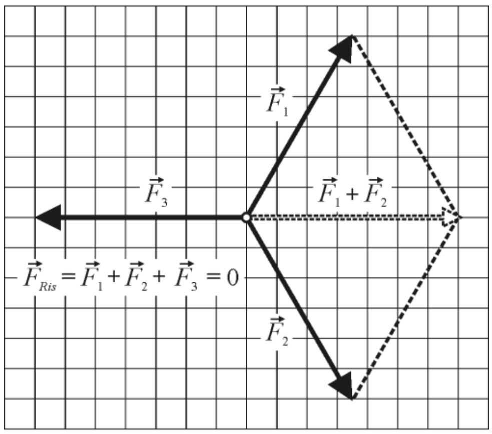
I segni $+$ e $-$ che troviamo nelle componenti stanno a indicare che il verso è opposto a quello scelto come positivo

Osserviamo inoltre che per disegnare il vettore risultante abbiamo applicata la regola del parallelogrammo considerando le sue componenti come vettori di partenza; in questo caso il parallelogrammo non è più un romboide qualsiasi ma è un rettangolo. La lunghezza del vettore e quindi l'intensità della grandezza fisica associata si determina perciò con il teorema di Pitagora.

A questo punto siamo in grado di analizzare la situazione di equilibrio che avevamo lasciato in sospeso poco fa.

Come ricorderete l'equilibrio tra tre forze di uguale intensità era garantito se le tre forze si disponevano a $120°$ una rispetto all'altra.

Indichiamo con $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ rispettivamente $\vec{F}_3$ le tre forze in gioco di uguale lunghezza ma direzione e verso differenti.



Applichiamo la regola del parallelogrammo dapprima a $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ ottenendo così un vettore che, data la geometria, ha la stessa lunghezza (intensità) di uno dei due vettori ($\vec{F}_1$ o $\vec{F}_2$) e la stessa direzione di $\vec{F}_3$ ma di verso opposto.

A questo punto ci troviamo confrontati con una situazione che conosciamo molto bene, quella cioè di due vettori di uguali intensità e direzione ma di verso opposto che si equilibrano perfettamente.

Provate a immaginare come dovrebbero disporsi tre forze orizzontali di intensità $F_1 = 1{,}5\,N$, $F_2 = 2{,}0\,N$ e $F_3 = 2{,}5\,N$ per equilibrarsi perfettamente?