

Termologia (parte prima)

Al termine del capitolo “Lavoro e energia” era stato affermato che in presenza di attrito l'energia “mancante” andava ad aumentare l'energia del corpo associata alla temperatura che avevamo chiamato energia termica.

Nostro compito a questo punto è determinare la relazione che esiste fra l'aumento di temperatura di un corpo e la variazione d'energia ad esso associata.

Per prima cosa è necessario definire che cosa intendiamo con il termine temperatura e come si possa misurare questa nuova grandezza fisica.

Contatto termico, equilibrio termico e temperatura

Se qualcuno vi chiedesse che cosa è la temperatura potreste tranquillamente rispondere che con **temperatura** si intende quella grandezza fisica che misura lo stato termico di un corpo. Misurando la temperatura di un corpo siamo in grado di stabilire se quel corpo è freddo oppure caldo o, dato che il caldo e il freddo sono concetti piuttosto relativi, se un corpo è più caldo o più freddo di un altro corpo. Noi sappiamo che essa viene misurata con lo strumento chiamato **termometro**. Ma come funziona un termometro? Per rispondere a questa domanda ecco alcuni esperimenti sui quali vale la pena riflettere.

Preleviamo una bottiglia d'acqua dal frigorifero, riempiamo d'acqua bollente un'altra bottiglia identica alla prima e appoggiamole entrambe sul tavolo vicine ad una terza bottiglia piena d'acqua che avevamo messo sul tavolo il giorno prima. La sola cosa che distingue le tre bottiglie è la loro temperatura (basta toccarle per sapere di quale bottiglia si tratta). Se attendiamo sufficientemente a lungo, per esempio fino al giorno dopo, non saremo più in grado di distinguere fra le tre bottiglie. La bottiglia inizialmente fredda e quella inizialmente calda hanno raggiunto lo stesso stato termico, cioè la stessa temperatura, di quella che si trovava già da lungo tempo sul tavolo e che a sua volta era nello stato termico (stessa temperatura) dell'ambiente che la circonda. Questo sta a significare che, se non agiamo in qualche modo per mantenere lo stato termico iniziale, tutti i corpi tendono allo stato termico dell'ambiente?

Facciamo la seguente altra esperienza. Mettiamo in un contenitore di polistirolo (sagex) con pareti piuttosto spesse contenente acqua a temperatura ambiente un bicchiere contenente acqua calda, chiudiamo il contenitore e attendiamo. Controllando la temperatura dell'acqua nel bicchiere e di quella all'esterno osserviamo che il valore della prima scende mentre quello dell'altra sale e che, dopo aver atteso sufficientemente a lungo, la temperatura della due quantità di acqua sarà la stessa e non cambierà più. Evidentemente questa situazione di equilibrio, che noi chiamiamo **equilibrio termico**, si realizza ad una temperatura diversa da quella dell'ambiente contenente la scatola di polistirolo. La scatola di polistirolo è un sistema isolato non influenzato dall'ambiente esterno (sia chiaro che nella realtà dopo molto tempo la temperatura interna diminuirà lentamente fino alla temperatura ambiente, in altre parole la scatola di polistirolo non è un sistema perfettamente isolato. Per le nostre esperienze la scatola di polistirolo o eventualmente un thermos possono essere considerati un sistema isolato).

Queste due esperienze ci portano a concludere che ponendo in un sistema isolato due o più corpi aventi temperature diverse, realizzando cioè quello che noi chiamiamo **contatto termico** fra corpi, e si aspetta sufficientemente a lungo, si instaura una situazione di equilibrio caratterizzata da uno stato termico comune vale a dire che tutti i corpi avranno la stessa temperatura.

Avremmo potuto effettuare questa seconda esperienza esattamente come prima, mettendo cioè una bottiglia con acqua calda e una contenente acqua a temperatura ambiente nella scatola di polistirolo. L'aver scelto di mettere il bicchiere (o la bottiglia) contenente acqua calda direttamente a contatto con l'acqua a temperatura ambiente ha ridotto il tempo necessario al raggiungimento dell'equilibrio termico. Nelle prossime esperienze verseremo l'acqua ad una

temperatura direttamente nell'acqua ad un'altra temperatura così che il raggiungimento dell'equilibrio termico sia quasi immediato.

A questo punto siamo in grado di capire come si usa correttamente un termometro. Se vogliamo misurare la temperatura di un corpo, ad esempio quella di un liquido in un bicchiere, non dobbiamo far altro che mettere il termometro nel liquido, attendere che l'indicatore che segna la temperatura si stabilizzi e leggere il valore indicato. Fisicamente non facciamo altro che porre il termometro a contatto termico con il corpo di cui vogliamo conoscere la temperatura, attendere l'equilibrio termico e determinare la temperatura del termometro che noi sappiamo essere uguale a quella del corpo in esame.

Ma come fa un termometro a indicare una temperatura? in altre parole come si costruisce e come funziona un termometro?

A livello qualitativo e per temperature non troppo diverse da quelle dell'ambiente che ci circonda a volte bastano i nostri sensi (nella prima esperienza proposta basta toccare le bottiglie). Per sensibili che possano essere, in particolare attorno alla temperatura corporea, le nostre mani non sono in grado in primo luogo di quantificare un valore (e voi sapete quanto sono importanti gli aspetti quantitativi) e non sempre reagiscono allo stesso modo nella stessa situazione (provate a mettere una mano in un contenitore contenente acqua e ghiaccio e l'altra in uno contenente acqua calda, la più calda possibile senza scottarvi, e lasciatele per un po' di tempo; toglietele e mettetele entrambe in acqua a temperatura ambiente; la sensazione che avrete alle due mani sarà evidentemente diversa).

Occorre perciò utilizzare come strumento di misura della temperatura un oggetto che modifica una qualche sua caratteristica al cambiare della temperatura e che questo cambiamento sia sempre lo stesso quando si trova ad una determinata temperatura.

I primi termometri costruiti si basavano sul fenomeno fisico della dilatazione termica. Era cosa nota che il volume di un liquido aumenta se riscaldato e diminuisce se raffreddato. Il **termoscopio** (per farlo diventare un termometro occorre fornirgli una scala) che si basa sulla dilatazione termica è costituito da un recipiente (bulbo) contenente un liquido che è costretto a dilatarsi in un tubicino (capillare) di diametro piuttosto piccolo così che anche un piccolo cambiamento di volume si traduce in una grande variazione del livello del liquido nel capillare.

Quando il livello del liquido è basso la temperatura del termoscopio è bassa, quando il livello del liquido è alto la temperatura è pure alta.

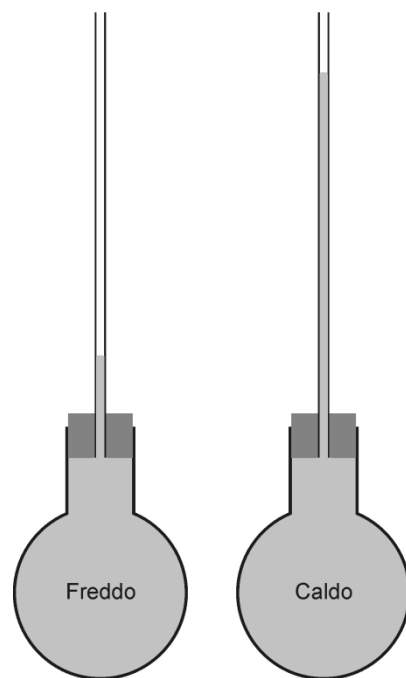
Come già accennato per passare da un termoscopio ad un termometro occorre fornire al termoscopio una scala.

Come per tutte le scale si può procedere in modo arbitrario e suddividere il capillare in un certo numero di tacche equidistanti e attribuire ad ogni tacca un valore di temperatura.

Il termometro così costruito possiede una scala conosciuta solo a chi lo ha costruito. In commercio esistono termometri tarati su una o più scale universalmente conosciute.



In Europa la più usata è la scala centigrada o scala Celsius. La scala Celsius utilizza come punti di riferimento la temperatura di fusione del ghiaccio e quella di ebollizione dell'acqua a condizioni normali (cioè alla pressione media al livello del mare). Utilizzando un termometro a mercurio si suddivide la differenza segnata dal liquido nei due punti



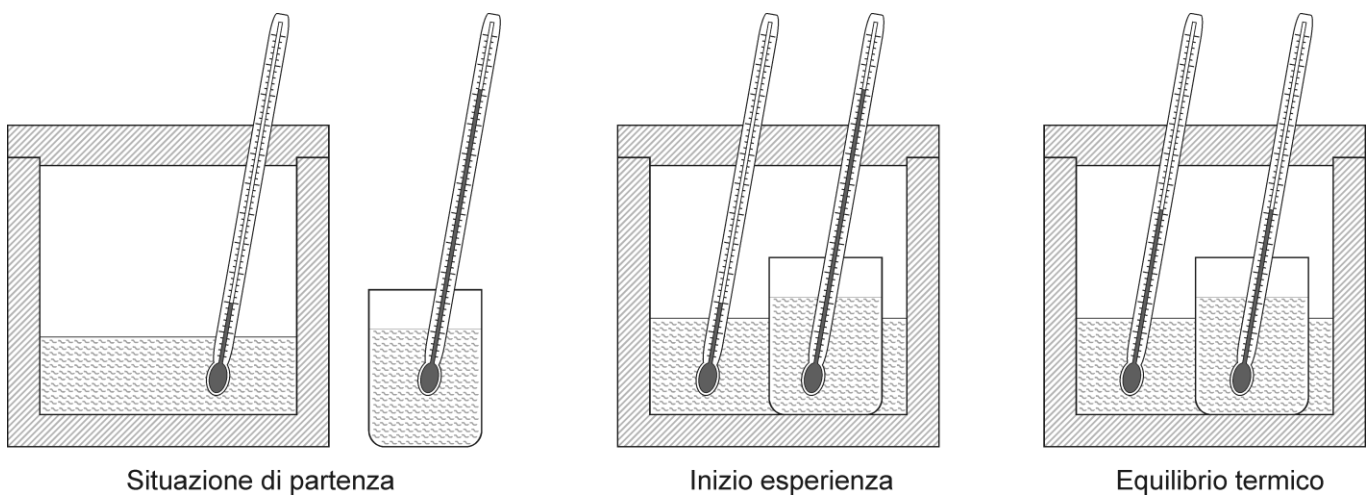
indicati in cento parti uguali ognuno dei quali vale appunto 1°C . La temperatura di fusione del ghiaccio è dunque $\vartheta = 0^{\circ}\text{C}$ mentre quella d'ebollizione vale $\vartheta = 100^{\circ}\text{C}$. Il simbolo che abbiamo usato e che useremo pure in seguito per indicare la temperatura è la lettera greca ϑ (leggi theta).

A questo punto siamo in grado di misurare la temperatura che hanno i vari corpi in esame e cercare una relazione fra le diverse grandezze fisiche in gioco quando poniamo a contatto termico due o più corpi in un sistema isolato e attendiamo il raggiungimento dell'equilibrio termico.

La relazione di bilancio termico

Come già detto il nostro compito è quello di realizzare una serie di esperienze in cui in un sistema isolato si mettono in contatto termico due o più corpi e si attende sufficientemente a lungo in modo che si raggiunga l'equilibrio termico. Si legge la temperatura dei corpi prima e dopo e si analizza quale relazione esiste fra queste temperature.

Evidentemente la temperatura all'equilibrio termico dipenderà da altre grandezze fisiche oltre alle temperature iniziali.



Probabilmente la massa dei due corpi dovrà giocare un ruolo importante (versare un bicchiere d'acqua bollente in una vasca da bagno piena d'acqua fredda non modifica di molto la temperatura dell'acqua contenuta nella vasca), così come probabilmente anche il tipo di sostanza che costituisce il corpo in esame.

Come si fa sempre in fisica quando si deve indagare su che cosa capita quando ci sono molti parametri che possono variare si inizia con il realizzare l'esperienza facendo variare un solo parametro e tenendo fissi tutti gli altri.

Cominceremo con il realizzare la seguente esperienza: in un sistema isolato contenente una certa quantità d'acqua (ad esempio $m_1 = 1,0\text{ kg}$) ad una temperatura data ($\vartheta_1 = 20^{\circ}\text{C}$) verseremo una identica quantità sempre d'acqua ($m_2 = m_1 = 1,0\text{ kg}$) ad una temperatura più alta (per esempio $\vartheta_2 = 50^{\circ}\text{C}$).

Dopo aver atteso il raggiungimento dell'equilibrio termico si legge la temperatura e questa vale esattamente (entro i limiti di errore sperimentale):

$$\vartheta_f = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} = \frac{(20 + 50)^{\circ}\text{C}}{2} = 35^{\circ}\text{C}.$$

Ripetendo l'esperienza con le stesse temperature di partenza e con quantità diverse d'acqua ma comunque uguali fra di loro la temperatura all'equilibrio termico è sempre la stessa. Anche versando acqua fredda in quella calda la temperatura all'equilibrio non cambia. Infine ripetendo il tutto con temperature di partenza diverse si misura una temperatura all'equilibrio che è sempre la media delle temperature di partenza.

Che cosa succede ora se le masse di partenza sono diverse fra di loro.

Sperimentando con una quantità d'acqua fredda maggiore di quella calda si ha all'equilibrio termico una temperatura che, evidentemente, è più vicina alla temperatura di partenza dell'acqua fredda. Usando una quantità d'acqua fredda pari al doppio di quella calda ($m_1 = 2 \cdot m_2$) si legge un valore calcolabile con:

$$\vartheta_f = \frac{2 \cdot \vartheta_1 + \vartheta_2}{2 + 1} = \frac{(2 \cdot 20 + 50)^\circ\text{C}}{3} = 30^\circ\text{C}.$$

Ripetendo l'esperienza con masse diverse si scopre che la temperatura all'equilibrio termico si può calcolare come media ponderata (pesata) delle temperature dove i pesi sono rappresentati dalle masse cioè:

$$\vartheta_f = \frac{m_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 + m_2}.$$

Che cosa cambia se i corpi a contatto termico sono composti da sostanze diverse? La temperatura all'equilibrio termico dipende ancora solo dalle temperature di partenza e dalle masse dei corpi oppure il fatto di avere sostanze diverse gioca un ruolo importante?

Prima di rispondere a questa domanda, vale a dire prima di effettuare l'esperienza con sostanze diverse, riscriviamo la relazione precedente in modo da mettere a sinistra tutti i dati riguardanti un corpo e a destra quelli riguardanti l'altro corpo. Poche semplici manipolazioni algebriche portano alla seguente relazione:

$$m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) = m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f).$$

Come si può notare la relazione così riscritta ci indica che il prodotto fra la massa e la differenza (aumento) di temperatura fra la situazione iniziale e quella all'equilibrio termico per m_1 è pari al prodotto fra la massa e la differenza (diminuzione) di temperatura fra la situazione iniziale e quella all'equilibrio termico per m_2 .

Questo lo si può interpretare nel seguente modo: ciò che ha guadagnato il corpo di massa m_1 è uguale a ciò che ha perso il corpo di massa m_2 . Sommando guadagno e perdita (alla perdita diamo evidentemente segno "-") otteniamo zero. Siamo decisamente di fronte ad una situazione di conservazione nella quale, nonostante gli scambi fra i corpi, a livello di sistema la grandezza fisica con la quale siamo confrontati si conserva.

Facciamo ora la seguente esperienza: nel contenitore di sagex (il nostro sistema isolato) contenente $m_1 = 1,0\text{ kg}$ di acqua alla temperatura $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ introduciamo un bicchiere contenente una quantità di alcool di massa $m_2 = 1,0\text{ kg}$ alla temperatura $\vartheta_2 = 50^\circ\text{C}$ (è necessario usare il bicchiere e non versare direttamente l'alcool in acqua per due motivi: il primo è pratico, alla fine dell'esperienza non sarebbe più possibile recuperare l'alcool; il secondo motivo è che non vorremmo che eventuali reazioni chimiche fra le due sostanze possano influire sui risultati). Attendiamo il raggiungimento dell'equilibrio termico e leggiamo la temperatura comune delle due sostanze.

Sperimentalmente si ottiene il seguente risultato:

$\vartheta_f = 31^\circ\text{C}$ contro i 35°C che avevamo misurato durante la prima esperienza (acqua con acqua).

Ripetendo nuovamente l'esperienza con $1,0\text{ kg}$ di pezzettini di rame il risultato è ancora diverso cioè:

$$\vartheta_f = 22,5^\circ\text{C}.$$

Come interpretare questi fatti sperimentali?

Si potrebbe pensare che la grandezza fisica della quale abbiamo ipotizzato la conservazione durante il processo di raggiungimento dell'equilibrio termico in realtà non si conservi, oppure, e vedremo essere questa la giusta interpretazione, le varie sostanze possiedono una nuova caratteristica che descrive la loro tendenza ad aumentare o diminuire la loro temperatura quando acquistano o perdono la grandezza fisica in gioco.

Per tenere in considerazione questa nuova caratteristica, che indichiamo con la lettera c , la si deve introdurre nella relazione precedente che diventa:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f),$$

così che per determinare la temperatura all'equilibrio termico si può scrivere:

$$\vartheta_f = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot \vartheta_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot \vartheta_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}.$$

Nelle due situazioni sperimentali appena esaminate, attribuendo valore unitario alla caratteristica dell'acqua, per garantire la corrispondenza dei valori sperimentali con quelli determinabili dalla formula precedente occorre assegnare alla caratteristica dell'alcool un valore di circa 0,58 mentre per il rame di circa 0,09.

Un prova a conferma della validità delle relazioni appena scritte consiste nel determinare sperimentalmente la temperatura all'equilibrio termico fra due quantità di alcool e rame e confrontare il valore trovato con quello determinabile dalla relazione attribuendo alla caratteristica dei due materiali i valori appena trovati. Perciò, versando in un contenitore isolato contenente 1,0 kg di alcool a 20°C una quantità di pezzettini di rame di massa 1,0 kg e temperatura 50°C ci aspettiamo all'equilibrio termico un valore (calcolato) di circa 24°C, valore che si accorda perfettamente con quello misurato.

La relazione $c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f)$ è pertanto verificata in tutte le situazioni in cui, in un sistema isolato, poniamo in contatto termico due corpi qualsiasi aventi temperature qualsiasi e attendiamo il raggiungimento dell'equilibrio termico. Essa rappresenta l'uguaglianza fra ciò che un corpo perde e quello che l'altro corpo guadagna. A questa grandezza che rappresenta ciò che si scambiano i due corpi diamo il nome di **calore**. Possiamo perciò affermare che il calore acquistato da un corpo è uguale quello perso dall'altro, cioè:

Calore acquistato da una sostanza = Calore ceduto dall'altra.

Indicando il calore scambiato fra le due sostanze con il simbolo Q , dove $Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$, si può scrivere più semplicemente: $Q^{\swarrow} = Q^{\nearrow}$; la freccia sta a indicare se il calore è acquistato oppure ceduto.

Trattandosi di una nuova grandezza fisica occorre trovarle una unità di misura. Storicamente l'unità di misura per il calore è la **caloria** indicata con cal , vale a dire: $[Q] = cal$.

Quanto vale 1 cal? Come per tutte le nuove unità di misura occorre scegliere un valore campione. Si è scelto di attribuire il valore di 1 cal a quella quantità di calore necessaria per riscaldare 1 g di acqua di 1°C.

Siamo a questo punto in grado di meglio definire quella caratteristica specifica di ogni sostanza che abbiamo indicato col la lettera c . Essa indica la quantità di calore da fornire ad 1 g di una sostanza per aumentarne la temperatura di 1°C. A questa caratteristica diamo il nome di **calore specifico**.

Avendo scelto l'acqua come sostanza di riferimento il calore specifico dell'acqua deve valere: $c_{H_2O} = 1 \frac{cal}{g^{\circ}C}$.

In base ai risultati ottenuti sperimentando con l'alcool e con il rame si può affermare che il calore specifico dell'alcool e quello del rame valgono $c_{alcool} = 0,58 \frac{cal}{g^{\circ}C}$ rispettivamente $c_{Cu} = 0,09 \frac{cal}{g^{\circ}C}$.

Come affrontare ora il problema quando ad essere messi a contatto sono tre o più corpi? soprattutto quando le temperature di partenza sono tutte diverse? Come risolvere ad esempio il seguente problema? In un recipiente isolato si pongono a contatto termico tre quantità di acqua a tre temperature diverse e cioè: $m_1 = 0,55 kg$ a $\vartheta_1 = 22^{\circ}C$, $m_2 = 0,65 kg$ a $\vartheta_2 = 30^{\circ}C$ e $m_3 = 0,40 kg$ a $\vartheta_3 = 45^{\circ}C$; determinare la temperatura all'equilibrio termico. Se appare ovvio che la massa m_1 acquista calore e la massa m_3 ne perde, che cosa succede alla massa m_2 ? acquista o cede calore?

Si potrebbe rispondere procedendo con un calcolo a tappe, cioè calcolando la temperatura all'equilibrio termico fra due masse e in seguito determinare la temperatura al nuovo equilibrio termico fra la massa rimanente e la somma delle due masse precedenti alla temperatura del precedente equilibrio. Anche se corretto questo modo di procedere non è sicuramente elegante e soprattutto non è efficace quando le masse in gioco sono tante.

È preferibile affrontare il problema cominciando con il riscrivere la relazione di bilancio termico fra due corpi portando a sinistra anche il termine che si trova a destra vale a dire:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f) \text{ diventa } c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) - c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f) = 0 \text{ oppure:}$$

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) + c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_2) = 0.$$

Come si può notare, in quest'ultima relazione la differenza di temperatura non è più scritta in modo che sia sempre positiva e intesa come aumento di temperatura (calore acquisito) o diminuzione di temperatura (calore ceduto) ma viene scritta sempre come differenza fra la temperatura all'equilibrio termico e quella di partenza. A seconda che si tratti del corpo freddo o di quello caldo questa differenza è positiva o negativa, così che uno dei termini è positivo (calore acquisito) e l'altro negativo (calore ceduto). Inoltre fra i due termini c'è in segno "+". Il bilancio non è più visto come calore acquistato uguale a quello ceduto ma come somma dei calori (positivo quello acquistato e negativo quello ceduto) pari a zero cioè:

$$Q_1 + Q_2 = 0.$$

Non ha più importanza sapere chi acquista o cede e dunque la relazione può essere generalizzata per un numero qualsiasi N di corpi (sostanze) a contatto termico vale a dire:

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N = 0.$$

Nel caso del problema precedente con tre masse di acqua la relazione diventa:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \text{ cioè}$$

$$c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_2 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_2) + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_3 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_3) = 0; \text{ risolvendo rispetto a } \vartheta_f \text{ troviamo:}$$

$$\begin{aligned} \vartheta_f &= \frac{c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_1 \cdot \vartheta_1 + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_2 \cdot \vartheta_2 + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_3 \cdot \vartheta_3}{c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_1 + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_2 + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_3} = \frac{m_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot \vartheta_2 + m_3 \cdot \vartheta_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \\ &= \frac{0,55 \text{ kg} \cdot 22^\circ\text{C} + 0,65 \text{ kg} \cdot 30^\circ\text{C} + 0,40 \text{ kg} \cdot 45^\circ\text{C}}{0,55 \text{ kg} + 0,65 \text{ kg} + 0,40 \text{ kg}} = 31^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Risulta chiaro che se si conosce a priori quali sono le sostanze che acquistano calore e quali invece quelle che cedono calore si può sempre scrivere la relazione di bilancio termico nel seguente modo:

Somma di tutti i calori acquistati = Somma di tutti i calori ceduti.

Queste generalizzazioni ci permettono di riguardare con maggiore rigore le esperienze fatte in precedenza, in particolare quelle in cui il contatto termico fra le due sostanze non avveniva in modo diretto ma, ad esempio, tramite un bicchiere. Ripensando all'esperienza in cui si ponevano a contatto $1,0 \text{ kg}$ di acqua a 20°C con $1,0 \text{ kg}$ di alcool a 50°C contenuti in un bicchiere avremmo dovuto affrontare il problema nel seguente modo:

$$Q_{\text{H}_2\text{O}} = Q_{\text{alcool}} + Q_{\text{bicchiere}} \text{ cioè con un bicchiere di vetro:}$$

$$c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (\vartheta_f - \vartheta_{\text{H}_2\text{O}}) = c_{\text{alcool}} \cdot m_{\text{alcool}} \cdot (\vartheta_{\text{alcool}} - \vartheta_f) + c_{\text{vetro}} \cdot m_{\text{vetro}} \cdot (\vartheta_{\text{alcool}} - \vartheta_f).$$

Conoscendo i valori del calore specifico dell'alcool ($c_{\text{alcool}} = 0,57 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$) e del vetro ($c_{\text{vetro}} = 0,19 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$) e la massa del bicchiere ($m_{\text{vetro}} = 120 \text{ g}$) e risolvendo rispetto alla temperatura all'equilibrio si ottiene:

$\vartheta_f = 31,2^\circ\text{C}$ che corrisponde comunque al valore misurato (31°C) con un termometro con sensibilità a $0,5^\circ\text{C}$, cioè quello che avevamo a disposizione.

Questo non significa che l'aver trascurato il bicchiere sia stato concettualmente corretto, vuole solo dire che la presenza del bicchiere poteva essere in un primo momento trascurata in quanto influente per la precisione di misura richiesta.

In linea di principio si devono comunque mettere nell'equazione di bilancio termico tutti i corpi coinvolti nello scambio di calore e quindi anche il contenitore nel quale avviene il processo fisico. Quindi all'equazione precedente va aggiunto un ulteriore termine che tenga conto del calore acquistato dalla scatola di sagex (e forse pure il calore acquistato dal termometro presente nella scatola). Non si può però in questo caso prendere in considerazione tutta la massa della scatola in quanto solo una parte di essa viene coinvolta nello scambio di calore.

Di solito misure di scambio termico avvengono in un recipiente detto **calorimetro** delle mescolanze. Esso è composto da un recipiente di vetro isolato (un thermos), un coperchio, una reticella che serve per sostenere gli oggetti e per mescolare e un termometro. Tutte le componenti del calorimetro coinvolte nello scambio termico si trovano alla stessa temperatura iniziale e pertanto la differenza di temperatura una volta raggiunto l'equilibrio termico è la stessa per tutte. Il calore acquistato o ceduto vale pertanto:

$$Q = c_1 \cdot m_1 \cdot \Delta\vartheta + c_2 \cdot m_2 \cdot \Delta\vartheta + \dots + c_N \cdot m_N \cdot \Delta\vartheta = (c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2 + \dots + c_N \cdot m_N) \cdot \Delta\vartheta.$$

Alla somma di tutti i termini $c \cdot m$ diamo il nome di **capacità termica** e viene indicata con C cioè:

$$C = c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2 + \dots + c_N \cdot m_N.$$

È chiaro che il concetto di capacità termica può essere applicato anche ad un corpo composto da una singola sostanza. Essa rappresenta la quantità di calore necessario per riscaldare quel corpo di 1°C .

Nel caso del calorimetro delle mescolanze, ma pure nel caso della scatola di sagex, non è possibile stabilire la capacità termica a partire dalle componenti. In questi casi la capacità termica viene misurata.

L'esperienza che permette di misurare la capacità termica di un calorimetro è molto semplice. Nel calorimetro in esame si versa una certa quantità nota d'acqua e se ne misura la temperatura, dopo avere atteso un attimo in modo che il calorimetro abbia la stessa temperatura dell'acqua. Si versa in seguito un'altra quantità d'acqua di massa e temperatura note nel calorimetro. Infine si misura la temperatura all'equilibrio termico.

La relazione di bilancio termico diventa pertanto (si supponga di aver versato inizialmente acqua calda):

$$c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_1 \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) = c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f) + C_{\text{Cal}} (\vartheta_2 - \vartheta_f).$$

Risolvendo rispetto a C_{Cal} si ottiene:

$$C_{\text{Cal}} = c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_1 \cdot \frac{(\vartheta_f - \vartheta_1)}{(\vartheta_2 - \vartheta_f)} - c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_2$$

Tipici valore per i calorimetri in uso a scuola variano da $10 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$ a $20 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$.

Una classica esperienza realizzabile con il calorimetro consiste nel determinare il calore specifico di una sostanza.

Si consideri ad esempio la seguente situazione. In un calorimetro di capacità termica $12 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$ sono contenuti 148 g di acqua alla temperatura di $21,4^\circ\text{C}$. In esso si versano 256 g di alluminio alla temperatura di $99,8^\circ\text{C}$. All'equilibrio termico la temperatura è di $41,4^\circ\text{C}$. Per determinare il calore specifico dell'alluminio basta scrivere l'equazione di bilancio termico e risolverla rispetto a c_{Al} .

$c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) + C_{\text{Cal}} \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1) = c_{\text{Al}} \cdot m_{\text{Al}} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f)$, da cui segue:

$$c_{\text{Al}} = \frac{(c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{H}_2\text{O}} + C_{\text{Cal}}) \cdot (\vartheta_f - \vartheta_1)}{m_{\text{Al}} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_f)} = \frac{\left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \cdot 148 \text{ g} + 12 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right) \cdot (41,4^\circ\text{C} - 21,4^\circ\text{C})}{256 \text{ g} \cdot (99,8^\circ\text{C} - 41,4^\circ\text{C})} = 0,214 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}.$$

Le conclusioni che possiamo trarre da tutto questo è che, ponendo a contatto termico due o più corpi aventi temperatura iniziale diversa, essi raggiungono, dopo aver atteso a sufficienza, una situazione di equilibrio, detto equilibrio termico, caratterizzato da una temperatura comune. Questa situazione di equilibrio si realizza con lo scambio di una grandezza fisica che abbiamo chiamato calore, grandezza che dipende in maniera direttamente proporzionale dalla variazione di temperatura.

Come già ricordato all'inizio di questo capitolo, in un processo meccanico in cui è presente l'attrito, l'energia meccanica alla fine è minore di quella all'inizio. Inoltre la differenza, corrispondente all'energia "mancante", è andata ad aumentare l'energia del corpo in esame associata alla sua temperatura che abbiamo chiamato energia termica.

Anche uno scambio termico porta ad un aumento, o ad una diminuzione, della temperatura di un corpo e quindi della sua energia termica. Possiamo pertanto concludere che uno scambio di calore altro non è che un modo di scambiarsi energia termica fra due corpi. Di conseguenza anche la relazione di bilancio termico è un caso particolare della legge di conservazione dell'energia. Ma se acquisire o cedere calore è un modo di scambiarsi energia termica la grandezza calore deve essere a tutti gli effetti una energia e quindi deve essere misurata con l'unità di misura dell'energia, vale a dire il joule.

Nel paragrafo che segue andremo a verificare che l'aumento di temperatura associata all'aumento di energia termica è direttamente proporzionale alla perdita di energia meccanica e determineremo il rapporto fra il valore dell'energia meccanica persa espressa in joule e quello dell'energia termica guadagnata espressa in calorie (è chiaramente possibile esprimere l'energia termica guadagnata in calorie in quanto si può riscaldare il corpo in esame in maniera equivalente con un processo di contatto termico con un corpo più caldo).

Il mulinello di Joule e l'equivalente calorico

Storicamente fu James Prescott Joule (1818 - 1889) a effettuare l'esperimento a dimostrazione dell'equivalenza fra lavoro meccanico e calore.

La sua apparecchiatura (1849) consisteva in un contenitore isolato nel quale una certa quantità d'acqua veniva riscaldata per attrito grazie a delle pale (mulinello) che venivano messe in rotazione da un peso che scendeva.

L'energia potenziale persa dal peso corrispondeva all'energia termica guadagnata dall'acqua.

In laboratorio non effettueremo la stessa esperienza ma con un apparato diverso.

Esso consiste in un cilindro di ottone che faremo ruotare su sé stesso. Attorno al cilindro è avvolta una corda alla quale è agganciato un peso. La rotazione permette di tenere sollevato il peso a causa dell'attrito fra la corda e il cilindro di ottone. In questa situazione il peso e la forza di attrito sono uguali (basta controllare il dinamometro usato per fissare la corda in alto – quando la manovella gira dalla parte giusta segna zero, o quasi). Risulta quindi banale calcolare il lavoro della forza di attrito ad ogni giro compiuto dalla manovella, che vale:

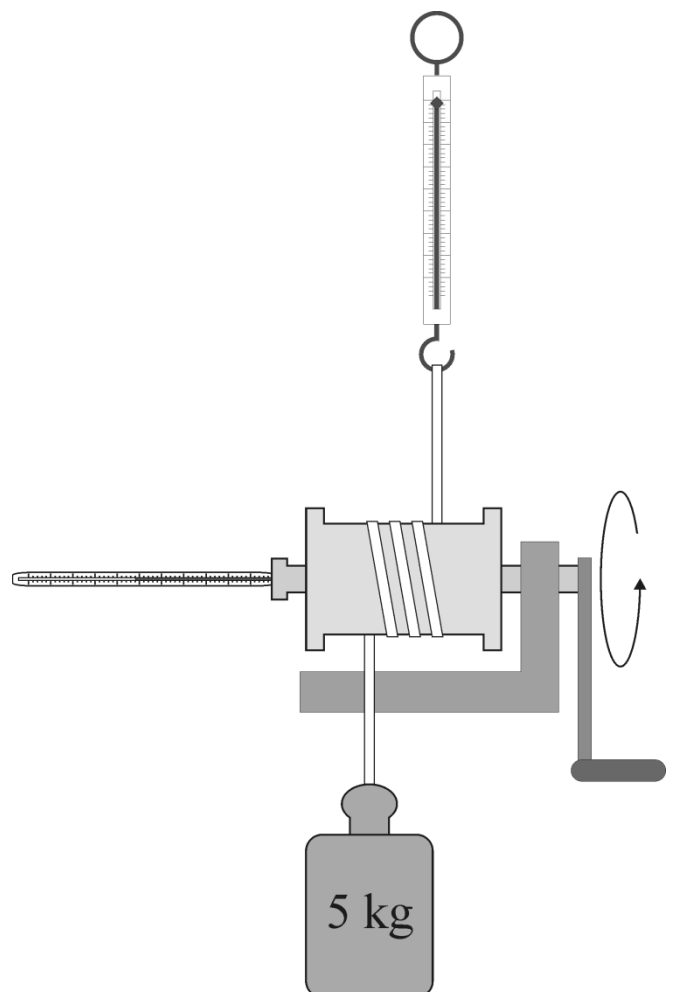
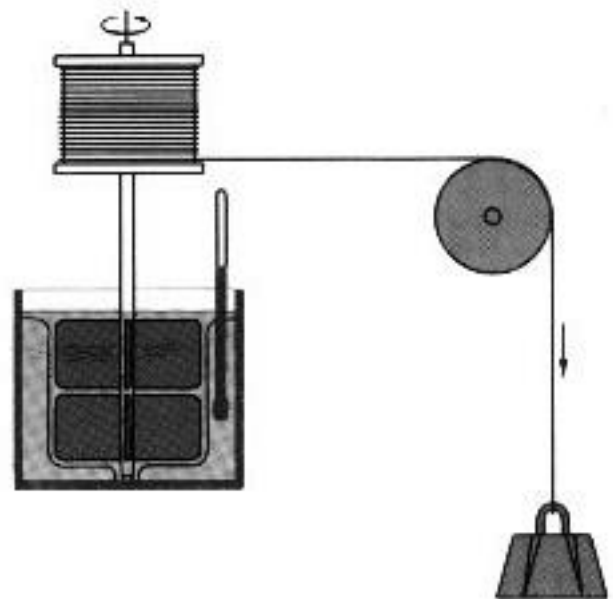
$$W(F_A) = F_A \cdot 2\pi \cdot r = m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r.$$

Per calcolare il lavoro della forza di attrito in n giri basta moltiplicare per n il lavoro in ogni giro e cioè:

$$W(F_A) = n \cdot m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r.$$

La prima cosa da verificare è che l'aumento di temperatura (quindi dell'energia termica) del cilindro di ottone sia proporzionale al lavoro della forza di attrito.

L'esperimento si svolgerà in questo modo: dopo aver misurato la temperatura iniziale (che di solito corrisponde a quella dell'ambiente) effettueremo un certo numero di giri alla manovella e in seguito (dopo aver atteso un attimo che il cilindro di ottone abbia dappertutto la stessa temperatura) leggeremo di nuovo il valore della temperatura. Ripeteremo alcune volte il procedimento così da poter mettere in relazione l'aumento di temperatura (direttamente proporzionale all'aumento di energia termica) con il numero di giri effettuati (direttamente proporzionale al lavoro della forza di attrito).



La seguente tabella e il grafico da essa ricavato ci mostrano che la temperatura aumenta in maniera lineare con il numero di giri.

Questa prima verifica ci indica inequivocabilmente che il lavoro della forza di attrito (proporzionale al numero di giri) è direttamente proporzionale all'aumento di temperatura e quindi alla variazione dell'energia termica.

Si tratta ora di determinare il rapporto fra il valore del lavoro della forza di attrito espresso in joule e quello dell'energia termica guadagnata espressa in calorie.

Il calcolo del lavoro della forza di attrito è già stato effettuato alla pagina precedente e vale:

$$W(F_A) = n \cdot (m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r) \text{ dove ciò che è racchiuso fra parentesi è il lavoro ad ogni giro.}$$

L'aumento di energia termica è pari al calore necessario per aumentare la temperatura del cilindro di ottone (più la parte del termometro inserito nel cilindro) del valore misurato e cioè:

$$Q = C \cdot \Delta\theta \text{ dove } C \text{ è la capacità termica di tutto ciò che è coinvolto con la variazione di temperatura.}$$

Possiamo pertanto scrivere che il rapporto cercato vale:

$$\frac{W(F_A)}{Q} = \frac{n \cdot (m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r)}{C \cdot \Delta\theta} = \frac{m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r}{C} \cdot \frac{n}{\Delta\theta}$$

Nell'esperienza fatta questi sono i dati (che potrebbero differire da quella fatta in classe):

$$m \cdot g = 5,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 49 \text{ N}; r = 2,35 \text{ cm}; C = 73 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}.$$

Dal grafico è ricavabile la pendenza cioè il rapporto $\frac{\Delta\theta}{n} = 23,5 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{giro}}$ da cui si determina $\frac{n}{\Delta\theta} = 42,6 \frac{1}{^\circ\text{C}}.$

Infine il rapporto cercato vale:

$$\frac{W(F_A)}{Q} = \frac{49 \text{ N} \cdot 2\pi \cdot 2,35 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{73 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}} \cdot 42,6 \frac{1}{^\circ\text{C}} = 4,2 \frac{\text{J}}{\text{cal}}.$$

Il valore trovato sperimentalmente è in perfetto accordo con quello tabulato che a 4 cifre significative vale:

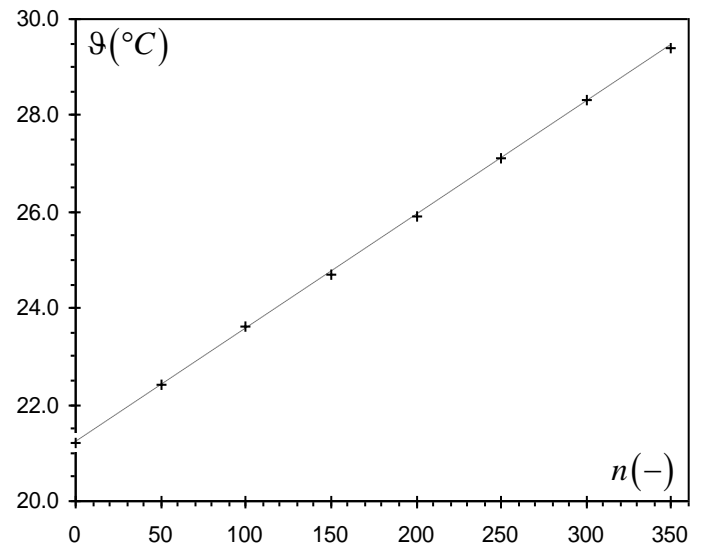
$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}.$$

Possiamo pertanto scrivere che il calore specifico dell'acqua, espresso nelle unità del SI diventa:

$$c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}.$$

Nella tabella a pagina seguente riportiamo i valori del calore specifico di alcune sostanze; nella prima parte si tratta di solidi, mentre nella seconda parte si tratta di liquidi o di gas. Il calore specifico di un gas dipende, oltre che dal gas stesso, dal fatto che il processo di riscaldamento avvenga a volume costante oppure a pressione costante. L'analisi delle differenze dei due processi fisici esula dagli scopi di queste dispense e pertanto li rimandiamo allo studio della termodinamica.

$n(-)$	$\theta(^\circ\text{C})$
0	21,2
50	22,4
100	23,6
150	24,7
200	25,9
250	27,1
300	28,3
350	29,4



sostanza	$c \left(\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \right)$	$c \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right)$	sostanza	$c \left(\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \right)$	$c \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right)$
alluminio	0,214	0,896	acqua	1,00	4,19
rame	0,092	0,38	mercurio	0,033	0,139
ottone	0,092	0,38	alcol etilico	0,57	2,43
ferro	0,108	0,452	aria (p costante)	0,240	1,005
polistirolo	0,35	1,46	aria (V costante)	0,171	0,717
vetro di Jena G20	0,191	0,800	idrogeno (p costante)	3,420	14,32
ghiaccio	0,50	2,09	idrogeno (V costante)	2,431	10,18

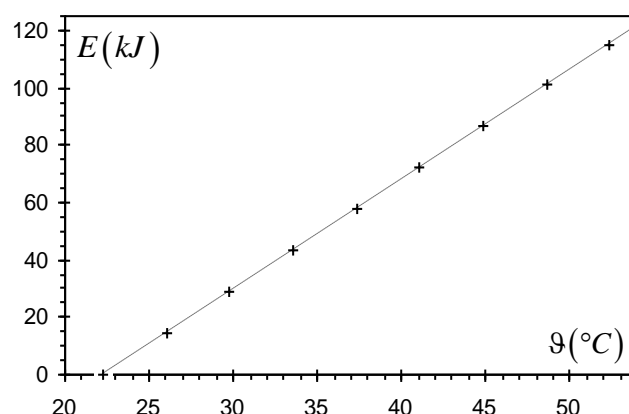
All'inizio dell'anno avevamo eseguito una esperienza in cui riscaldavamo dell'acqua in un contenitore con uno scaldino elettrico. A quel momento ci interessava conoscere quanta energia veniva trasformata dallo scaldino al passare del tempo.

Possiamo ripetere questa esperienza misurando invece del tempo la temperatura dell'acqua contenuta nel calorimetro e vedere la relazione che esiste fra l'aumento di temperatura (proporzionale all'aumento dell'energia termica) e l'energia elettrica "consumata" dallo scaldino.

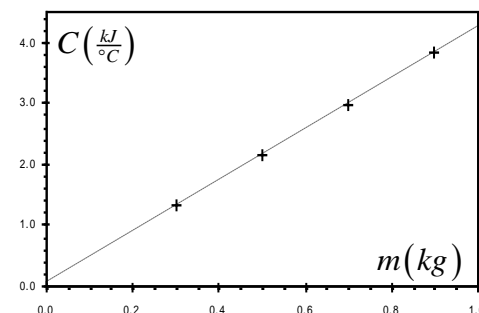
La tabella e il relativo grafico mostrano l'esistenza di una relazione di proporzionalità diretta fra le due grandezze.

La pendenza del grafico, che rappresenta il rapporto fra l'energia ceduta dallo scaldino al sistema e l'aumento della temperatura, determina la capacità termica del sistema stesso.

$\vartheta(^{\circ}\text{C})$	$E(\text{kJ})$
22,3	0,0
26,1	14,4
29,8	28,8
33,6	43,2
37,3	57,6
41,1	72,0
44,8	86,4
48,6	100,8
52,3	115,2



Nel caso appena preso in esame la massa d'acqua contenuta nel calorimetro valeva $m = 0,9 \text{ kg}$, quindi, se la massa dell'acqua rappresentasse la totalità di ciò che viene riscaldato, il rapporto fra la capacità termica e la massa dovrebbe dare il calore specifico dell'acqua. In realtà il risultato da un valore leggermente più alto e il risultato diventa ancora più grande, e quindi "peggiora" se paragonato con il valore del calore specifico tabulato, sperimentando con masse d'acqua minori. Questo significa che l'energia ceduta dallo scaldino riscalda non solo l'acqua ma anche il contenitore (il calorimetro) e che l'influsso di questo, costante, diventa percentualmente sempre più importante con quantità d'acqua minori. Per determinare il calore specifico dell'acqua a partire da questa esperienza bisogna perciò conoscere la capacità termica del calorimetro oppure rappresentare il valore della capacità ricavabile da ogni esperienza fatta con masse diverse e il valore delle masse così che la pendenza di questo nuovo grafico dà proprio il calore specifico dell'acqua. Il grafico a lato rappresenta la capacità termica in funzione delle masse d'acqua e la pendenza da un valore per il calore specifico dell'acqua pari a $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$.



Cambiamenti di stato

Fusione e solidificazione di sostanze cristalline

Fino a questo momento ci siamo occupati di processi in cui fornendo calore ad un corpo la sua temperatura aumentava ma il corpo si manteneva nello stato di aggregazione di partenza, cioè se si aveva a che fare con un corpo solido esso rimaneva solido così pure se si trattava di un liquido, liquido restava.

D'altro canto sappiamo benissimo che se poniamo a contatto termico con l'ambiente un cubetto di ghiaccio preso dal congelatore al raggiungimento dell'equilibrio termico avremo dell'acqua liquida. Analogamente se riscaldiamo in una provetta un pezzettino di stagno a un certo punto esso fonderà diventando liquido. Oppure ancora facendo cadere in un recipiente contenente acqua gocce di piombo ottenute alla fiamma di una candela queste si solidificheranno.

Scopo di questo paragrafo è quello di analizzare ciò che capita durante il processo di fusione (e solidificazione) e di quantificare le grandezze in gioco.

L'esperienza che facciamo è la seguente: riscaldiamo una provetta di vetro di capacità termica conosciuta contenente una certa quantità di stagno e misuriamo la temperatura dello stagno stesso.

Il grafico a lato rappresenta come cambia la temperatura al passare del tempo. Quando la temperatura inizia a scendere significa che abbiamo levato la provetta dalla fonte di calore (fiamma di un becco Bunsen o fornellino che sia).

Da questo primo grafico possiamo ricavare alcune informazioni importanti.

La prima, e la più importante, è che a partire da un certo istante e per un certo intervallo di tempo la

temperatura dello stagno non aumenta più nonostante si continui a riscaldarlo. Quello che si osserva è che lo stagno diventa liquido. Quando tutto lo stagno è diventato liquido allora la temperatura comincia di nuovo a salire.

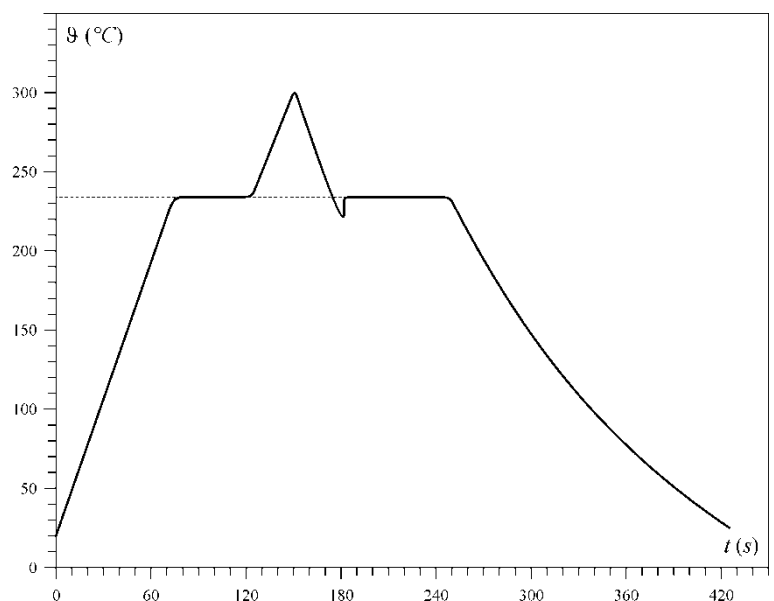
Durante il riscaldamento della fase solida come pure di quella liquida il grafico sale piuttosto linearmente; questo sta a indicare che la potenza di riscaldamento è stata abbastanza costante. Una analisi di dettaglio delle due fasi di riscaldamento prese separatamente mostrano pendenze leggermente diverse in perfetto accordo con il fatto che il calore specifico dello stagno nella fase solida è diverso di quello nella fase liquida.

Durante il raffreddamento, che avviene semplicemente lasciando la provetta all'aria, si assiste, simmetricamente al riscaldamento, alla diminuzione di temperatura dello stagno nella fase liquida, alla solidificazione, che avviene a temperatura costante che è la stessa temperatura alla quale avveniva la fusione, e alla diminuzione della temperatura della fase solida.

La temperatura alla quale avvengono i cambiamenti di stato è detta **temperatura o punto di fusione**.

Potendo costruire un grafico nel quale si sostituisce al tempo di riscaldamento o raffreddamento il calore acquisito o ceduto si può osservare che esso è perfettamente simmetrico.

La simmetria del grafico indica che l'energia necessaria per fondere lo stagno è esattamente la stessa che lo stagno cede durante il processo di solidificazione.



All'energia necessaria per fondere una massa unitaria di sostanza si dà il nome di **calore latente specifico di fusione** (spesso indicato semplicemente con calore latente), è una caratteristica specifica di ogni sostanza e la si indica col il simbolo L_f .

Il calore necessario per fondere un corpo di massa m lo si calcola con la relazione:

$$Q_{fus} = L_f \cdot m.$$

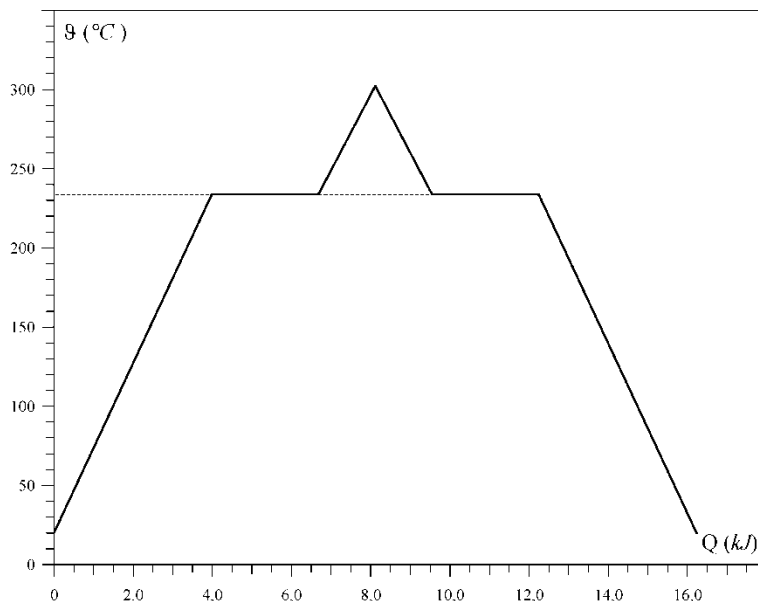
Come il calore latente anche il punto di fusione è una caratteristica di ogni sostanza ed è quasi costante indipendentemente dalla pressione alle quale avviene la fusione. Dobbiamo dire quasi perché in realtà esso di solito aumenta (anche se

in misura normalmente trascurabile) all'aumentare della pressione. La spiegazione di questo fatto è abbastanza semplice: il cambiamento da solido a liquido implica (di solito) un aumento di volume; più la pressione è grande più questo aumento viene ostacolato, la fusione avviene perciò ad una temperatura più alta. Nel caso della sostanza acqua, dato che il volume del solido (ghiaccio) è maggiore di quello del liquido (l'acqua, intesa come liquido) all'aumentare della pressione il punto di fusione si abbassa (coerentemente con la spiegazione appena data). Anche in questo caso la diminuzione è minima; per abbassare il punto di fusione di $0,1^\circ\text{C}$ la pressione alla quale avviene il fenomeno deve valere più di 13 volte quella atmosferica.

La tabella seguente riporta il calore latente e il punto di fusione di alcune sostanze alla pressione atmosferica.

sostanza	$\vartheta_{fus}(^\circ\text{C})$	$L_f\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$	sostanza	$\vartheta_{fus}(^\circ\text{C})$	$L_f\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$
stagno	231,9	59,6	alcool etilico	-114	108
piombo	327,4	23,0	mercurio	-38,9	11,8
zinco	419,5	111	acqua (ghiaccio)	0,0	334
alluminio	660,1	397			
argento	960,8	104,5	idrogeno	-259,2	60
oro	1063,0	65,7	ossigeno	-218,4	13,9
rame	1083	205	azoto	-209,9	25,7
ferro	1535	277	propano	-187,7	
platino	1769,3	111	butano-n	-138,3	
tungsteno	3380	192	anidride carbonica	-56,7	

Nel primo grafico (quello della temperatura in funzione del tempo) viene riportato lo strano andamento della temperatura all'inizio della solidificazione. Il valore della temperatura scende inizialmente sotto il punto di solidificazione (che come visto è esattamente quello di fusione) prima di ritornare al suo valore e rimanere costante fino alla completa solidificazione. Questo fatto, la cui spiegazione va al di là degli scopi di questo corso, spiega lo "strano" fenomeno per il quale togliendo una bottiglia di acqua dal congelatore che è ancora completamente liquida di colpo gela in parte.



Non tutte le sostanze si comportano come lo stagno o l'acqua (solidi cristallini), per esse non esiste un punto di fusione né si può parlare di calore latente. All'aumentare della temperatura esse diventano sempre più molli e passano gradatamente da uno stato apparentemente solido ad uno liquido.

Presentano questo comportamento il vetro, la cera e tutte quelle sostanze che solidificando non cristallizzano cioè le sostanze dette amorfe. Pur apparendo solide alla temperatura ambiente sono da considerare dal punto di vista fisico come dei liquidi con viscosità molto alta.

L'evaporazione, l'ebollizione e la condensazione

Se prendiamo un cubetto di ghiaccio dal congelatore e cominciamo a riscaldarlo assistiamo ad una serie di processi che possiamo riassumere in questo modo: all'inizio il ghiaccio si riscalda (aumenta cioè la sua temperatura), fonde e diventa acqua che a sua volta si riscalda fino al momento in cui inizia a bollire diventando vapore acqueo. L'acqua è passata attraverso i tre stati di aggregazione (solido, liquido e aeriforme).

Lo studio del cambiamento di stato che porta una sostanza da liquido ad aeriforme è piuttosto complesso e richiede la conoscenza del concetto di pressione applicato ai gas. In questo paragrafo ci limiteremo ai concetti fondamentali.

Se si ripensa all'esempio dell'acqua che viene riscaldata per portarla all'ebollizione sicuramente ci si rende conto di aver dimenticato il processo che trasforma l'acqua in vapore acqueo prima che inizi a bollire: l'**evaporazione**.

L'evaporazione è quel fenomeno per il quale un liquido diventa vapore senza dover raggiungere la temperatura alla quale inizia il processo dell'ebollizione. Esso coinvolge unicamente la superficie libera del liquido ed è proporzionale all'area di questa superficie (evapora molto più lentamente dell'acqua contenuta in un bicchiere che la stessa quantità versata sul pavimento), avviene ad ogni temperatura ma cresce all'aumentare della stessa (gli asciugatoi per la biancheria sono locali riscaldati) e dipende dalla quantità di vapore acqueo già presente nell'aria (l'evaporazione è maggiore in ambienti secchi che non in quelli umidi).

Il fenomeno dell'**ebollizione** coinvolge invece il liquido nella sua totalità e avviene ad una temperatura ben determinata, temperatura che (contrariamente alla fusione che poco dipende dalla pressione) è fortemente influenzata dalla pressione alla quale avviene. Se in condizioni normali, cioè alla pressione di una atmosfera, l'acqua bolle ai canonici 100°C , è possibile vedere bollire l'acqua a temperature più basse (ad esempio in alta montagna dove la pressione è notoriamente minore) ma anche a temperatura ambiente e anche a temperature minori. Dipende unicamente dalla pressione, più è bassa più bassa è la **temperatura o punto di ebollizione**. D'altro canto si può avere acqua liquida a temperature superiori a 100°C addirittura fino a 374°C , basta comprimere l'acqua a valori elevati (per raggiungere la temperatura di 374°C , temperatura che per l'acqua rappresenta il valore massimo per mantenersi allo stato liquido ed è detta temperatura critica, è necessaria una pressione pari a 225 volte quella atmosferica).

Durante il cambiamento di stato, sia che avvenga per evaporazione che per ebollizione, è necessario fornire al liquido una certa quantità di energia. All'energia necessaria per portare allo stato aeriforme una massa unitaria di sostanza si dà il nome di **calore specifico di vaporizzazione** (o evaporazione) e la si indica col il simbolo L_v .

Il valore del calore di vaporizzazione dipende dalla temperatura a cui il processo avviene ed è per questo motivo che spesso viene indicato solo quello per la temperatura di ebollizione alla pressione di una atmosfera.

La tabella seguente riporta il valore del punto di ebollizione e il relativo calore di vaporizzazione di alcune sostanze alla pressione di 1 atm .

sostanza	$\vartheta_e(^{\circ}\text{C})$	$L_v\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$	sostanza	$\vartheta_e(^{\circ}\text{C})$	$L_v\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$
acqua	100,0	2256	anidride carbonica	-78,5	137
alcol etilico	78,5	840	ossigeno	-183,0	213
butano-n	-0,5	385	azoto	-195,8	198
ammoniaca	-33,4	1370	idrogeno	-252,7	454
propano	-42,1	426	elio	-268,9	21

Il cambiamento di stato che porta una sostanza dallo stato aeriforme a quello liquido prende il nome di **condensazione** e il calore che esse cede durante il processo è evidentemente lo stesso di quello che ha acquisito quando è passata allo stato aeriforme a condizione che i due processi siano avvenuti alla stessa temperatura.

In certe condizioni una sostanza passa direttamente dallo stato di solido a quello aeriforme in un processo simile all'evaporazione che coinvolge cioè solo la superficie. Si parla in questi casi di **sublimazione** mentre il processo contrario è detto **brinamento** (a volte con il termine di sublimazione si intendono entrambi i processi).

Processi di raggiungimento dell'equilibrio termico che presentano cambiamenti di stato si analizzano pure con la relazione che abbiamo chiamato di bilancio termico. Bisogna prestare maggiore attenzione a ciò che acquista calore e a ciò che cede calore.

Una tipica esperienza di laboratorio potrebbe essere quella per determinare sperimentalmente il calore latente del ghiaccio che si trasforma in acqua (oppure del vapore acqueo che condensa alla temperatura di 100°C).

Per determinare sperimentalmente il calore latente del ghiaccio si può procedere nel seguente modo: in un calorimetro di capacità termica conosciuta contenente acqua a temperatura ambiente (o di poco superiore) si versano uno o più cubetti di ghiaccio prelevati da un contenitore contenente acqua e ghiaccio (in questo modo si conosce esattamente la temperatura del ghiaccio che è quella di fusione pari a 0°C) asciugando molto bene il ghiaccio prima di versarlo nel calorimetro (si deve evitare di introdurre nel calorimetro acqua già allo stato liquido). La relazione di bilancio termico diventa:

$$Q_{\text{fus}} + Q_{\text{ghiaccio} \rightarrow \text{H}_2\text{O}} = Q_{\text{Cal}} + Q_{\text{H}_2\text{O}}, \text{ vale a dire:}$$

$$m_{\text{ghiaccio}} \cdot L_f + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{ghiaccio}} \cdot (\vartheta_f - \vartheta_0) = C_{\text{Cal}} \cdot (\vartheta_{\text{H}_2\text{O}} - \vartheta_f) + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (\vartheta_{\text{H}_2\text{O}} - \vartheta_f), \text{ da cui ricavare:}$$

$$L_f = \frac{C_{\text{Cal}} \cdot (\vartheta_{\text{H}_2\text{O}} - \vartheta_f) + c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (\vartheta_{\text{H}_2\text{O}} - \vartheta_f) - c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{ghiaccio}} \cdot (\vartheta_f - \vartheta_0)}{m_{\text{ghiaccio}}}.$$

Valori tipici per questa esperienza sono:

$$C_{\text{Cal}} = 52 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}, m_{\text{ghiaccio}} = 20 \text{ g}, m_{\text{H}_2\text{O}} = 155 \text{ g}, \vartheta_{\text{H}_2\text{O}} = 28,0^{\circ}\text{C}, \vartheta_f = 16,5^{\circ}\text{C}.$$

Inserendo i dati nella formula si ottiene:

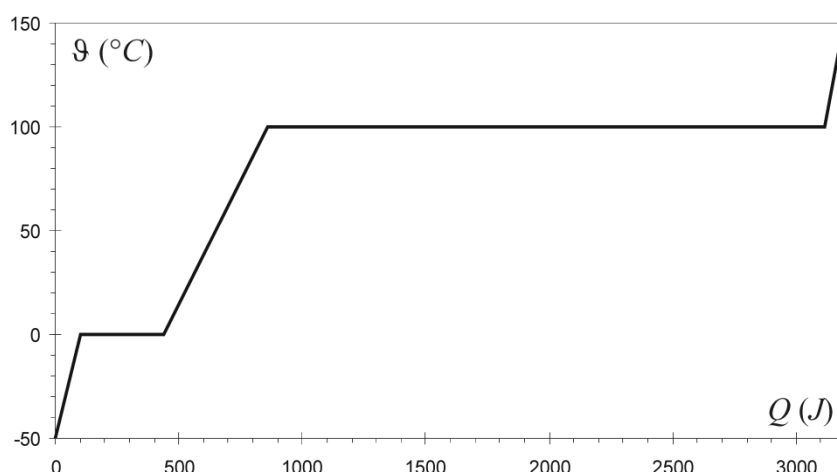
$$L_f = \frac{\left(52 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}} + 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} \cdot 155 \text{ g}\right) \cdot (28,0 - 16,5)^{\circ}\text{C} - 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} \cdot 20 \text{ g} \cdot (16,5 - 0,0)^{\circ}\text{C}}{20 \text{ g}} = 334 \frac{\text{J}}{\text{g}}.$$

Più complesso il caso in cui si cerca la situazione all'equilibrio termico mescolando dell'acqua alla temperatura ambiente (ad esempio 22°C) con ghiaccio prelevato dal congelatore (per esempio -18°C). Appare evidente che la situazione all'equilibrio termico dipende dalle masse in gioco. Le possibilità sono: se ho poco ghiaccio esso fonde completamente e alla fine ho unicamente acqua a temperatura superiore a 0°C ; con un po' più di ghiaccio all'inizio, di ghiaccio ne fonde solo una parte e alla fine ho una miscela di acqua e ghiaccio a 0°C con una quantità d'acqua alla fine maggiore che all'inizio; con ancora più ghiaccio alla fine ho ancora una miscela di acqua e ghiaccio a 0°C ma con una parte d'acqua che è congelata; infine con molto ghiaccio all'equilibrio termico ho solo ghiaccio ad una temperatura inferiore a 0°C .

Lasciamo agli allievi di risolvere il caso in cui, alle temperature indicate, mescolo in un calorimetro di capacità termica trascurabile 350 g d'acqua con 650 g di ghiaccio.

Da ultimo un grafico in cui si descrive la variazione di temperatura in funzione del calore ceduto a $1,0\text{ g}$ di acqua a partire da temperature inferiori allo 0°C (quando l'acqua si trova sotto forma di ghiaccio) a temperature superiori a 100°C (quando si ha vapore acqueo); il processo di riscaldamento avviene alla pressione costante di 1 atm .

Da notare l'importanza del calore di vaporizzazione che da solo "occupa" più di metà del grafico.



Termologia (parte seconda)

Nella prima parte di questo capitolo abbiamo trattato gli scambi termici fra corpi e avevamo sviluppato il concetto di bilancio termico quale caso particolare di legge di conservazione dell'energia. Quale unica ma importantissima conseguenza della variazione di temperatura di un corpo avevamo incontrato i cambiamenti di stato. Vogliamo occuparci ora di un altro fenomeno legato alla variazione di temperatura, sicuramente meno appariscente dei cambiamenti di stato, ma altrettanto interessante: le **dilatazioni termiche** e in particolare le dilatazioni termiche libere di solidi e liquidi (dedicheremo un capitolo a parte ai gas).

Dilatazioni termiche

Inizieremo con l'occuparci dei solidi anche se, all'inizio del capitolo di termologia, abbiamo incontrato, seppure di sfuggita, il fenomeno della dilatazione che riguardava i liquidi. Abbiamo infatti avuto a che fare con i termometri e in particolare con i termometri a mercurio (o ad alcool), il cui principio di funzionamento si basa appunto sul fatto che, se riscaldato, il mercurio si dilata, cioè aumenta di volume, e viceversa, se raffreddato, si contrae, vale a dire diminuisce di volume.

Si tratta di una scelta basata unicamente sul fatto che gli stati di aggregazione della materia iniziano con lo stato solido, seguito da quello liquido, per finire con quello gassoso.

Dilatazioni termiche nei solidi

La dilatazione, sia dei solidi che dei liquidi, non è, come abbiamo già avuto modo di scrivere, un fenomeno appariscente. Il volume dell'acqua contenuta in una bottiglia non sembra diminuire se raffreddata nel frigorifero; le dimensioni di una teglia non sembrano cambiare se messa nel forno a 250°C . Eppure i solidi si dilatano (aumentano di volume) se riscaldati e si contraggono se raffreddati. Questo fenomeno pone molti grattacapi agli ingegneri che progettano e costruiscono opere che potrebbero subire enormi danni se la dilatazione dei materiali non fosse tenuta in considerazione. Ad esempio, camminando ai lati di un binario di qualsiasi ferrovia, si nota che, ad intervalli regolari, le rotaie sono separate da un giunto (uno spazio libero) di dilatazione che permette alle rotaie di allungarsi quando si riscaldano (in estate o al passaggio di lunghi treni) senza correre il pericolo di toccarsi e quindi deformarsi (quando si viaggia in treno sono proprio questi giunti che conferiscono al rumore del treno quel caratteristico "tu tum, tu tum"). Se i giunti si intercalano a distanza di alcune decine di metri sono di pochi centimetri, se invece le rotaie sono saldate assieme in modo che la distanza fra giunto e giunto sia di alcune centinaia di metri, allora il giunto sarà di dimensioni maggiori, cioè di alcune decine di centimetri. Camminando sotto un ponte si nota che la struttura non poggia direttamente sulle parti fisse all'inizio e alla fine ma su dei rulli che permettono al ponte di dilatarsi o contrarsi a seconda della temperatura. Un ultimo esempio, ma se ne potrebbero fare molti altri; avrete sicuramente notato che muri in cemento armato di una certa lunghezza (ad esempio muri di sostegno) hanno dei tagli ad intervalli regolari riempiti da materiale flessibile; anche questo allo scopo di permettere al muro di dilatarsi o contrarsi senza danni.

In laboratorio (o in classe) si posso realizzare alcune esperienze sia qualitative che quantitative che mettono in evidenza questo fenomeno. Una di queste consiste nel tendere fra due supporti un filo metallico, agganciare a metà un piccolo peso e riscaldare il filo, ad esempio facendo scorrere in esso della corrente elettrica. Maggiore è la corrente nel filo, maggiore è la sua temperatura e maggiore è la lunghezza del filo. Di conseguenza il pesino si abbassa ed è proprio questo abbassamento che rileva l'allungamento del filo (vedremo in seguito, quantitativamente, che anche un piccolo allungamento del filo produce un abbassamento visibile). Un'altra possibile esperienza consiste nel riscaldare alla fiamma di un becco Bunsen una biglia di acciaio che a temperatura ambiente passa di misura attraverso un anello di alluminio. Dopo qualche minuto la biglia si sarà dilatata e non passerà più attraverso l'anello. Un'altra esperienza interessante consiste nel riscaldare una lamina bimetallica, cioè una lamina composta da due lamine fatte di materiale

diverso. All'aumentare della temperatura la lamina si piega a indicare che una delle due lamine si dilata di più rispetto all'altra.

La dilatazione riguarda il solido nella sua interezza, cioè nelle tre dimensioni. Nella maggior parte dei solidi, quelli detti **isotropi** (dal punto di vista del fenomeno dilatazione), la forma non cambia, cioè essi si dilatano in maniera uniforme in tutte le direzioni. È di questi che vogliamo occuparci.

Quando in un solido una delle dimensioni è preponderante (la rotaia, il filo) è possibile analizzare il fenomeno della dilatazione unicamente in relazione a questa dimensione che per semplicità chiameremo lunghezza. Questo non vuole dire che larghezza e altezza, e quindi anche il volume del solido, non cambiano, significa solo che non ce ne occupiamo ma che analizziamo unicamente il cambiamento in lunghezza che chiamiamo **dilatazione lineare**.

Nostro compito a questo punto consiste nel determinare quali sono le grandezze fisiche coinvolte nel fenomeno dilatazione e come interagiscono fra di loro.

La principale grandezza fisica in gioco è sicuramente la temperatura o meglio la variazione della temperatura. Maggiore è la variazione della temperatura maggiore è la dilatazione (man mano che il filo si scalda il pesino si abbassa, quando il filo è incandescente il pesino si trova nel punto più basso). Importante è pure la lunghezza iniziale del corpo in esame (rotaie corte hanno giunti piccoli e noi sappiamo che la lunghezza dei giunti è in relazione con la dilatazione; rotaie lunghe hanno giunti grandi). Materiali diversi si dilatano in misura diversa (vedi riscaldamento della lamina bimetallica).

Ogni qualvolta che in un fenomeno fisico, in questo caso il fenomeno della dilatazione lineare, sono coinvolte più di una grandezza fisica, occorre procedere verificando (misurando) come la grandezza in questione cambia al variare delle altre prese singolarmente.

Non sempre però è necessario effettuare delle misurazioni. A volte è sufficiente un ragionamento logico.

Nel nostro caso una delle grandezze in gioco è la lunghezza iniziale. Si potrebbe misurare come questa grandezza influisca sulla dilatazione in questo modo: si prendono alcune sbarre di lunghezza diversa (ad esempio la lunghezza della seconda sia il doppio della prima, quella della terza il triplo e così via per avere un certo numero di dati a disposizione) evidentemente tutte fatte con lo stesso materiale e si riscaldano tutte portandole della stessa temperatura iniziale fino ad una stessa temperatura finale, si misurano le rispettive variazioni di lunghezza (dilatazione) e si confrontano quest'ultime con le lunghezze iniziali (ad esempio costruendo un grafico dilatazione in funzione della lunghezza iniziale). Si potrebbe verificare in questo modo che esiste una relazione di proporzionalità diretta fra la dilatazione e la lunghezza iniziale vale a dire:

$$\Delta l \propto l_0.$$

Non è però necessario fare tutto questo, basta questo ragionamento. Una sbarra di una certa lunghezza l_0 si dilata di un certo valore Δl se riscaldata di un certo $\Delta \theta$. Se la si fissa ad una estremità l'allungamento sarà tutto misurabile dall'altra. Se invece la sbarra fosse fissata esattamente a metà, dato che in totale si dilaterà della stessa quantità, e poiché il fenomeno deve essere simmetrico (non è possibile distinguere la parte destra dalla sinistra), si misurerà un allungamento ad ogni estremità pari alla metà del totale. Questo significa che una sbarra lunga la metà di un'altra fatta dello stesso materiale e se riscaldata dalla stessa temperatura iniziale alla stessa temperatura finale si dilata della metà rispetto all'altra. Analogamente si può dedurre che due sbarre identiche (materiale e lunghezza) riscaldate allo stesso modo e poste in modo che l'estremità sinistra di una tocchi l'estremità destra dell'altra si allungheranno in totale esattamente il doppio della singola dilatazione.

Esaminiamo ora che ruolo gioca la variazione di temperatura. Sappiamo già che la dilatazione cresce all'aumentare della temperatura. Quale relazione esiste fra le due grandezze? L'unico modo di saperlo è misurare l'allungamento di una sbarra (o un tubo) di lunghezza iniziale data all'aumentare della temperatura.

Prendiamo ad esempio un tubo di ottone lungo 600 mm alla temperatura ambiente (20°C), ne aumentiamo la temperatura ad intervalli di 5°C e misuriamo grazie ad un micrometro l'allungamento fino ad una temperatura di 80°C . Nella tabella sono riportate le misure effettuate che permettono di costruire il seguente grafico dilatazione in funzione della variazione della temperatura.

$\vartheta(^{\circ}\text{C})$	$\Delta\vartheta(^{\circ}\text{C})$	$\Delta l(\text{mm})$
20,0	0,0	0,00
25,0	5,0	0,06
30,0	10,0	0,11
35,0	15,0	0,17
40,0	20,0	0,22
45,0	25,0	0,28
50,0	30,0	0,33
55,0	35,0	0,39
60,0	40,0	0,44
65,0	45,0	0,50
70,0	50,0	0,56
75,0	55,0	0,61
80,0	60,0	0,67

Nel limite dell'errore sperimentale i punti giacciono su una retta che passa per l'origine. L'andamento del grafico mostra per tanto una relazione di proporzionalità diretta fra le due grandezze.

Possiamo perciò scrivere che per l'ottone e nell'intervallo di temperatura considerato:

$$\Delta l \propto \Delta\vartheta.$$

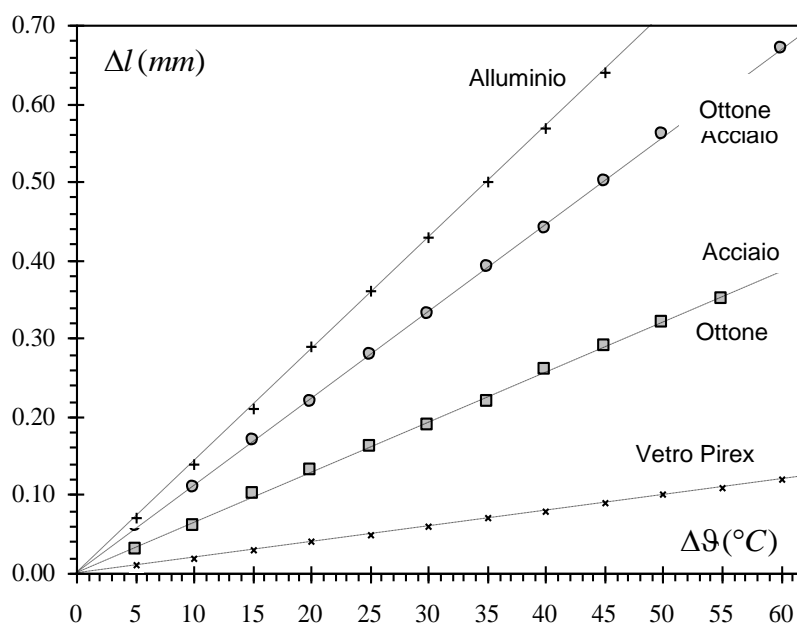
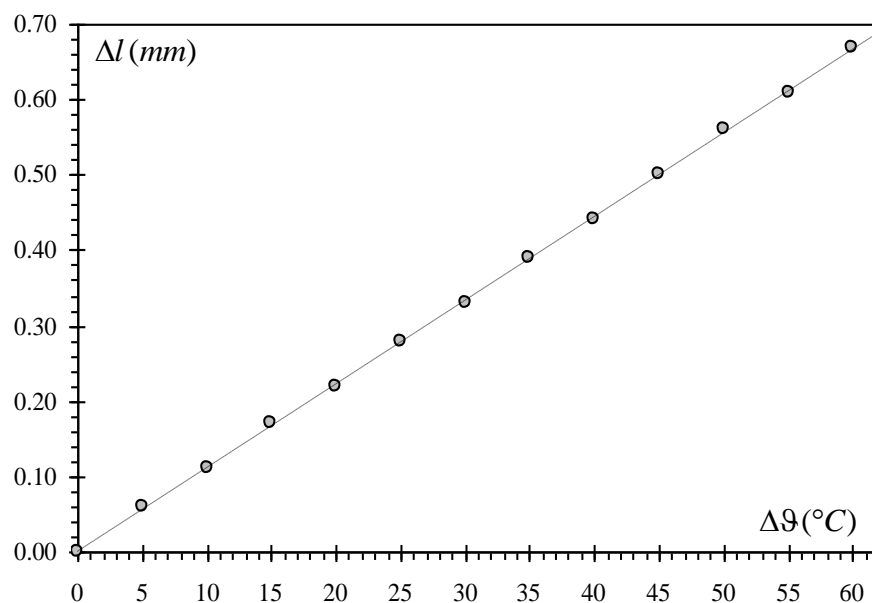
Se avessimo sperimentato con altri materiali avremmo ottenuto lo stesso andamento con la sola differenza che (a parità di lunghezza iniziale) la pendenza di ciascuna retta sarebbe stata diversa, maggiore per materiali che si dilatano molto, minore con materiali che si dilatano poco (vedi grafico a lato).

In conclusione possiamo generalizzare che, nell'intervallo di temperatura considerato, vale:

$$\Delta l \propto l_0 \cdot \Delta\vartheta.$$

Il fattore di proporzionalità può quindi essere considerato come caratteristica specifica di ogni materiale.

Chiamando questa caratteristica **coefficiente di dilatazione lineare** e indicandolo con α la



relazione finale diventa pertanto:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta \vartheta,$$

solitamente scritta:

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta.$$

Questa formula prende nome di legge della dilatazione lineare e afferma che la variazione di lunghezza di materiali isotropi è direttamente proporzionale alla lunghezza iniziale e alla variazione di temperatura. Variazioni di temperatura positive (riscaldamento) significano dilatazione, variazioni negative (raffreddamento) indicano contrazione.

A partire dai risultati sperimentali siamo in grado di determinare il coefficiente di dilatazione dell'ottone.

Dalla formula ricaviamo:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta \vartheta} = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta \vartheta}.$$

Dal grafico calcoliamo il valore della pendenza cioè:

$$\text{pendenza} = 11,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mm}}{^{\circ}\text{C}} = \frac{\Delta l}{\Delta \vartheta}$$

da cui:

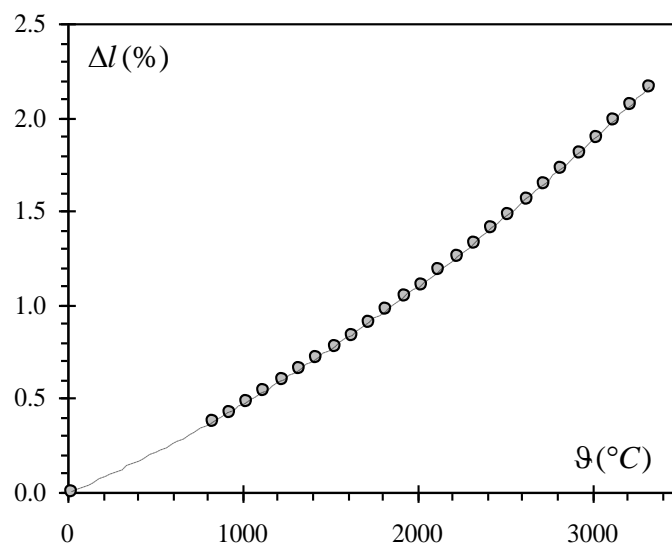
$$\alpha = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta \vartheta} = \frac{1}{l_0} \cdot \text{pendenza} = \frac{1}{600 \text{ mm}} \cdot 11,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mm}}{^{\circ}\text{C}} = 18,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}.$$

La domanda da porsi a questo punto è la seguente: se avessimo continuato a riscaldare il tubo di ottone in tutto l'intervallo di temperatura nel quale l'ottone è allo stato solido (fino cioè a circa 900°C) l'andamento del grafico sarebbe stato ancora lineare in tutto l'intervallo di temperatura?

Per l'ottone non abbiamo trovato dati che abbiamo invece per un altro metallo, il tungsteno. Il seguente grafico mostra l'andamento delle dilatazione "lineare" del tungsteno dalla temperatura ambiente fino a oltre 3000°C . Come si può facilmente notare l'andamento non è lineare ma tende a crescere più velocemente rispetto alla retta.

Questo fatto non vuol dire che non possiamo applicare la legge che abbiamo appena enunciato. Significa semplicemente che essa è una buona approssimazione e va usata tenendo in considerazione i limiti ad essa associati. Se si vuole una precisione a 3 cifre significative allora ci si dovrà accontentare di un intervallo di temperatura "modesto" (per la maggior parte dei metalli di qualche centinaio di gradi), mentre se è sufficiente una precisione a 2 cifre significative allora la dilatazione può essere considerata lineare in tutto l'intervallo di temperatura nel quale la sostanza in questione è allo stato solido.

Dato che a temperature più alte la dilatazione è maggiore, lo è pure il valore del coefficiente di dilatazione. Nella tabella alla pagina seguente sono riportati i valori dei coefficienti di dilatazione di alcuni solidi (per la maggior parte metalli) validi nell'intervallo di temperatura fra 0°C e 100°C (che noi utilizzeremo accettandoli per buoni anche per temperature maggiori o minori). In molte altre tabelle, per evitare di dover fornire l'intervallo di temperatura in cui i



valori sono validi, viene dato il coefficiente a sole 2 cifre significative (in parte anche in questa) così che possa essere considerato valido a tutte le temperature.

Torniamo ancora all'esempio del filo teso fra i due supporti che viene riscaldato tramite il passaggio di corrente elettrica.

Sia il filo fatto da costantana e lungo $l_0 = 120,0\text{ cm}$ alla temperatura di 24°C . Il pesino posto esattamente a metà si abbassa di $\Delta h = 79\text{ mm}$ quando il filo inizia ad essere incandescente. Grazie a questi dati è possibile calcolare la temperatura del filo.

Con l'aiuto del teorema di Pitagora si può calcolare di quanto si allunga il filo e cioè:

$$l = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{1200\text{ mm}}{2}\right)^2 + (79\text{ mm})^2} = 1210,4\text{ mm}$$

e quindi:

$$\Delta l = l - l_0 = (1210,4 - 1200)\text{ mm} = 10,4\text{ mm}$$

Pertanto la variazione di temperatura è pari a:

$$\Delta \vartheta = \frac{\Delta l}{\alpha \cdot l_0} = \frac{10,4\text{ mm}}{15 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 1200\text{ mm}} = 578^\circ\text{C} = 5,8 \cdot 10^2^\circ\text{C} \text{ (con solo 2 cifre significative)}$$

e infine la temperatura è: $\vartheta = \vartheta_0 + \Delta \vartheta = (24 + 578)^\circ\text{C} = 6,0 \cdot 10^2^\circ\text{C}$.

Finora ci siamo occupati solo di corpi che hanno una dimensione preponderante rispetto alle altre. Come abbiamo già avuto modo di dire questo non significa che il corpo non si dilati nelle tre dimensioni e che quindi cambi di volume. Prima di affrontare questo problema soffermiamoci su un caso intermedio, quello in cui cioè un corpo abbia due dimensioni preponderanti sulla terza, ad esempio una lastra, e calcoliamoci come l'area della superficie della lastra aumenta all'aumentare della temperatura.

Sia la lastra di forma rettangolare e sia la sua area iniziale pari a $A_0 = b_0 \cdot h_0$, dove b_0 e h_0 sono la base rispettivamente l'altezza della lastra rettangolare alla temperatura iniziale ϑ_0 .

Riscaldando la lastra di un certo $\Delta \vartheta$ la base e l'altezza diventeranno:

$$b = b_0 + \Delta b = b_0 + b_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) \text{ rispettivamente } h = h_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta).$$

L'area del rettangolo passerà a:

$$\begin{aligned} A = b \cdot h &= b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) \cdot h_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) = b_0 \cdot h_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)^2 = \\ &= A_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)^2 = A_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta + (\alpha \cdot \Delta \vartheta)^2) = A_0 + A_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta + A_0 \cdot (\alpha \cdot \Delta \vartheta)^2. \end{aligned}$$

La variazione sarà perciò:

$$\Delta A = A - A_0 = \cancel{A_0} + A_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta + A_0 \cdot (\alpha \cdot \Delta \vartheta)^2 - \cancel{A_0} = A_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta \cdot (1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta).$$

La formula si fa complessa e c'è da prevedere che quando la calcoleremo per il volume si complicherà ulteriormente. Notiamo d'altro canto che il fattore fra parentesi è formato da 1 più il termine $\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$.

Spesso in fisica (ma anche in tutte le altre scienze in cui si ha a che fare con grandezze misurate) si può decidere di semplificare (nel senso di renderla più semplice con una approssimazione) una formula quando la formulazione più semplice porta allo stesso risultato di quella più complessa.

materiale	coefficiente $\alpha \left(\frac{1}{^\circ\text{C}}\right)$
alluminio	$23,8 \cdot 10^{-6}$
ottone	$18,5 \cdot 10^{-6}$
rame	$16,5 \cdot 10^{-6}$
acciaio	$11,7 \cdot 10^{-6}$
costantana	$15 \cdot 10^{-6}$
piombo	$29 \cdot 10^{-6}$
PVC	$80 \cdot 10^{-6}$
vetro	$8,5 \cdot 10^{-6}$
vetro di Jena Duran	$3,2 \cdot 10^{-6}$

Nel caso specifico si tratta di verificare se il termine $\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$ è o molto più grande di 1 o molto più piccolo così che nella semplificazione si trascuri a seconda del caso o il termine 1 o il termine $\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$. Sappiamo che il coefficiente di dilatazione ha un valore dell'ordine di grandezza di $10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ perciò molto piccolo e che la variazione di temperatura massima è dell'ordine di grandezza di $10^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ con precisione a 3 cifre significative ($10^3 \text{ } ^\circ\text{C}$ a 2 cifre significative). Di conseguenza il termine $\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$ è dell'ordine di grandezza di 10^{-3} (10^{-2} a 2 cifre significative) e se trascurato non incide minimamente sul risultato.

Possiamo pertanto scrivere per quel che riguarda la dilatazione di una superficie:

$$\Delta A = A_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta,$$

formulazione questa molto più semplice rispetto a quella calcolata in precedenza.

Verifichiamo con un esempio la bontà del nostro ragionamento. Prendiamo una lastra di acciaio di superficie iniziale $A_0 = 100 \text{ cm}^2$ e riscaldiamola di 80°C . Calcoliamo la variazione con la formula "complessa" e poi con quella approssimata e confrontiamo i risultati.

$$\Delta A = 100 \text{ cm}^2 \cdot 2 \cdot 11,7 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 80^\circ\text{C} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot 11,7 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 80^\circ\text{C}\right) = 0,18729 \text{ cm}^2 = 0,187 \text{ cm}^2$$

rispettivamente:

$$\Delta A = 100 \text{ cm}^2 \cdot 2 \cdot 11,7 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 80^\circ\text{C} = 0,018720 \text{ cm}^2 = 0,0187 \text{ cm}^2$$

valore identico a 3 cifre significative.

Passiamo finalmente a vedere come cambia il volume al variare della temperatura. Il ragionamento è lo stesso di quello che abbiamo appena fatto per il caso della superficie.

Consideriamo ad esempio un parallelepipedo di volume $V_0 = a_0 \cdot b_0 \cdot c_0$ dove a_0 , b_0 e c_0 rappresentano i tre spigoli. Riscaldando il parallelepipedo di un certo $\Delta\theta$ ciascun spigolo aumenterà di un certo valore determinabile con la legge di dilatazione lineare e più precisamente:

$$a = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta), \quad b = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \quad \text{e} \quad c = c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta).$$

Il volume del parallelepipedo passerà a:

$$\begin{aligned} V &= a \cdot b \cdot c = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \cdot c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) = a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^3 = \\ &= V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^3 = V_0 \cdot \left(1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta + 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta\theta)^2 + (\alpha \cdot \Delta\theta)^3\right) = \\ &= V_0 + V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta + V_0 \cdot 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta\theta)^2 + V_0 \cdot (\alpha \cdot \Delta\theta)^3. \end{aligned}$$

La variazione sarà perciò:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V - V_0 = \cancel{V_0} + V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta + V_0 \cdot 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta\theta)^2 + V_0 \cdot (\alpha \cdot \Delta\theta)^3 - \cancel{V_0} = \\ &= V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta \cdot \left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta + \frac{1}{3} \cdot (\alpha \cdot \Delta\theta)^2\right). \end{aligned}$$

Analogamente a quanto visto prima è approssimabile a:

$$\Delta V = V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta.$$

Questa formula prende il nome di legge di dilatazione volumetrica dei solidi isotropi.

Si può osservare che anche nel caso volumetrico la variazione di volume è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura. La formula è del tutto analoga a quella della dilatazione lineare assegnando al coefficiente di dilatazione volumetrica il valore $3 \cdot \alpha$. In molti testi si definisce prima il coefficiente di dilatazione volumetrica indicando poi il coefficiente di dilatazione lineare con $\frac{1}{3}$ di quest'ultimo.

Collegato al concetto di volume c'è quello di densità.

Come cambia la densità di un corpo al cambiare della temperatura?

Il calcolo è presto fatto. Consideriamo un corpo di massa m e di volume V_0 alla temperatura ϑ_0 e riscaldiamo questo corpo di un valore $\Delta\vartheta$. Inizialmente la sua densità vale:

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0}.$$

Dopo il riscaldamento il volume passa da V_0 a $V = V_0 + \Delta V = V_0 + V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = V_0 (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta)$.

Di conseguenza la nuova densità sarà:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0 (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta)} = \frac{m}{V_0} \cdot \frac{1}{1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta} = \rho_0 \cdot \frac{1}{1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta}.$$

Dilatazioni termiche nei liquidi

Anche i liquidi si dilatano se riscaldati. La variazione è anche decisamente più importante rispetto a quella di un solido avente lo stesso volume iniziale e riscaldato della stessa temperatura. Quale verifica qualitativa di quest'ultimo aspetto basta riscaldare una certa quantità di alcool che riempie un'ampolla fino all'orlo per vederlo fuoriuscire se riscaldato di qualche decina di gradi. Questa osservazione dà due indicazioni: la prima è che l'alcool si dilata in ogni caso di più del vetro (il materiale con cui è fatta l'ampolla) altrimenti, se fosse vero il contrario, occorrerebbe raffreddarlo per farlo fuoriuscire; la seconda, anche se si tratta solo di una quantificazione "ad occhio", mostra un aumento di volume visibile senza ricorrere a strumentazioni molto sensibili (vi ricordate, per misurare la variazione di lunghezza del tubo di ottone lungo 600 mm occorre un micrometro – si misurava meno di un millimetro con un riscaldamento di 60°C).

Misurazioni fatte con diversi liquidi mostrano una variazione di volume direttamente proporzionale al volume iniziale e alla variazione di temperatura, esattamente come nei solidi. Pertanto vale anche per i liquidi una legge di dilatazione analoga a quella dei solidi. Dato che un liquido non ha una forma propria non ha senso parlare di dilatazione lineare o superficiale. Si definisce soltanto la legge di dilatazione volumetrica, cioè:

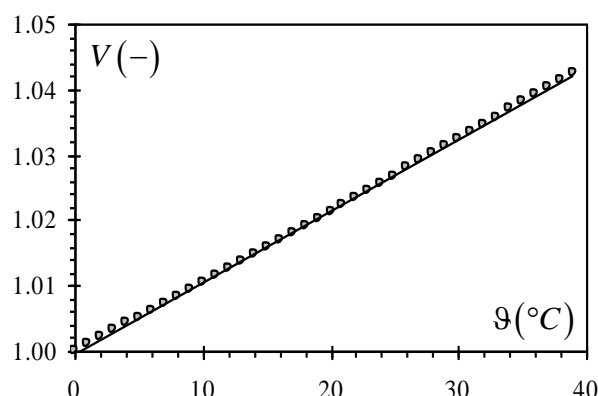
$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta.$$

γ è detto coefficiente di dilatazione volumetrica dei liquidi (l'equivalente di 3α nei solidi).

L'ordine di grandezza di γ è $10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ cioè circa 100 volte più grande rispetto al coefficiente di dilatazione lineare dei solidi. Nella tabella a lato il valore del coefficiente γ di alcuni liquidi. Da notare inoltre che l'intervallo di temperatura in cui la proporzionalità diretta fra dilatazione e variazione di temperatura è valida è decisamente minore rispetto a quella dei solidi. Questo fatto porta a indicare il valore del coefficiente γ solo a 2 cifre significative. Il grafico seguente mostra l'andamento del volume dell'alcool fra 0°C e 40°C . È facilmente rimarcabile la non linearità dello stesso già in un intervallo di temperatura relativamente modesto.

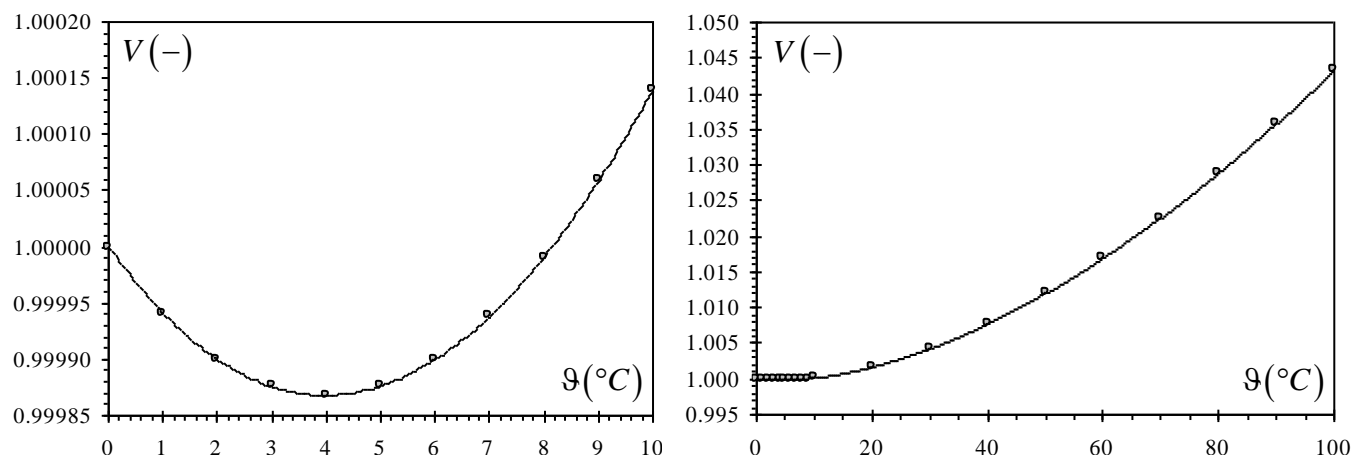
Il relativamente basso valore del coefficiente γ del mercurio, la proprietà di rimanere liquido fino a temperature elevate, ma soprattutto il fatto che la sua dilatazione mostra una linearità decisamente maggiore rispetto ad altri liquidi lo rende il candidato ideale per la costruzione di termometri.

materiale	coefficiente $\gamma \left(\frac{1}{^\circ\text{C}}\right)$
etere	$1,6 \cdot 10^{-3}$
alcool	$1,1 \cdot 10^{-3}$
benzina	$1,0 \cdot 10^{-3}$
mercurio	$0,18 \cdot 10^{-3}$

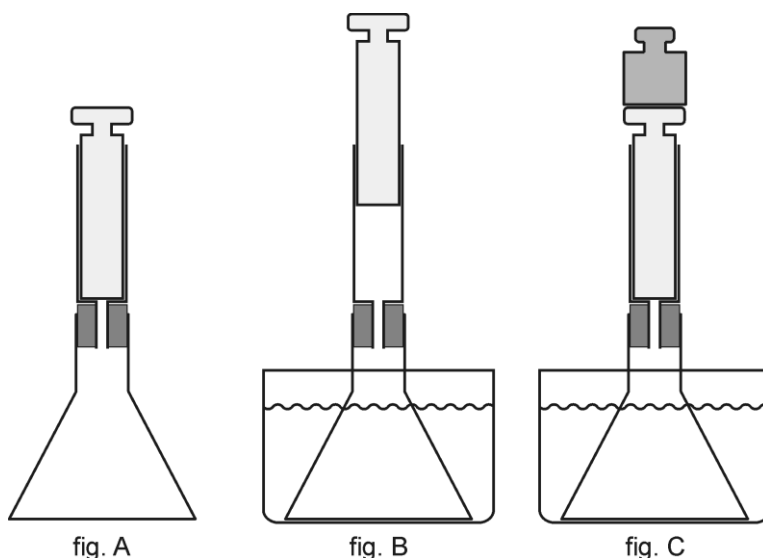


Occorre dedicare qualche riga per quel che riguarda l'acqua.

Il suo comportamento differisce dagli altri liquidi soprattutto tra 0°C e 4°C . In questo intervallo di temperatura il suo volume diminuisce invece di aumentare, tant'è che la massima densità dell'acqua la si ottiene a 4°C (per la precisione a $3,98^{\circ}\text{C}$). Inoltre il suo andamento non mostra linearità nemmeno su brevi intervalli di temperatura così che non ha senso definire per l'acqua un coefficiente di dilatazione. I due grafici seguenti mostrano come varia un volume unitario d'acqua fra 0°C e 100°C con un dettaglio fra 0°C e 10°C



Parrebbe logico a questo punto iniziare un paragrafo dedicato alla dilatazione termica nei gas. Dopo tutto è facile verificare che, se riscaldata l'aria si dilata, aumenta cioè di volume. Se racchiudiamo in una beuta chiusa con un tappo nel quale è inserita una siringa con pistone mobile una certa quantità d'aria (fig. A) e riscaldiamo il tutto in un recipiente contenente acqua calda (fig. B) si osserva il pistone salire a dimostrazione del fatto che il volume dell'aria contenuta aumenta. È sufficiente però premere sul pistone (fig. C) per riportare l'aria al volume precedente senza per questo doverla raffreddare. Se la beuta fosse stata riempita con un liquido (alcol per esempio) avremmo potuto osservare un fenomeno analogo fino a quanto rappresentato nella figura B (la siringa avrebbe dovuto essere di diametro inferiore in quanto la dilatazione nei liquidi è inferiore a quella dei gas). Non avremmo però mai potuto realizzare quanto disegnato nella figura C in quanto i liquidi sono praticamente incompressibili. Quando si ha a che fare con i gas entra in gioco una nuova grandezza fisica: **la pressione**. Vale la pena pertanto dedicare un capitolo a questa nuova grandezza al fine di meglio comprendere le relazioni fra temperatura, volume e pressione in un gas.



La pressione

Cominciamo con una definizione: si definisce pressione il rapporto fra la componente perpendicolare di una forza che agisce su una superficie e l'area della superficie stessa:

$$p = \frac{F}{A}.$$

L'unità di misura della pressione è pertanto:

$$[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{N}{m^2} = Pa, \text{ dove } Pa \text{ sta per pascal.}$$

Da notare subito che $1 Pa$ è un valore piuttosto piccolo, ecco qualche esempio.

La pressione esercitata sul pavimento da una persona di massa $m = 80 kg$ che si appoggia con entrambi i piedi (area delle suole $A \approx 2 \cdot 26 cm \cdot 8,5 cm = 2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-2} m^2 = 4,4 \cdot 10^{-2} m^2$) è pari a:

$$p = \frac{80 kg \cdot 9,8 \frac{N}{kg}}{4,4 \cdot 10^{-2} m^2} = 17,8 kPa.$$

Evidentemente se alza un piede la pressione raddoppia.

Premendo con una forza di $50 N$ su una puntina (area della puntina pari a $0,25 mm^2$) la pressione vale:

$$p = \frac{50 N}{0,25 \cdot 10^{-6} m^2} = 20 MPa.$$

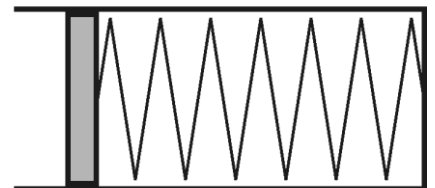
La pressione media atmosferica al livello del mare vale $p_{atm} = 1,013 \cdot 10^5 Pa$.

Sebbene l'unità di misura ufficiale e l'unica utilizzabile sia il pascal sono ancora molto usati: il bar ($1 bar = 10^5 Pa$), l'atmosfera fisica (la pressione media al livello del mare) $1 atm = 1,013 \cdot 10^5 Pa$, il torricelli (la pressione esercitata da 1 millimetro di mercurio) $760 torr = 1 atm$ oppure $750 torr = 1 bar$.

Evidentemente a noi interessa in particolare la pressione esercitata dai fluidi, in particolare dai gas. Inizieremo però con lo studiare la pressione esercitata dai liquidi.

La pressione nei liquidi

Cominciamo col porci questa domanda: come si misura una pressione? Per rispondere ci viene in aiuto la definizione stessa di pressione: basta misurare la forza esercitata su una superficie e dividere per l'area della superficie stessa. Quindi un sensore atto alla misura di una pressione potrebbe semplicemente essere un cilindretto evacuato, nel quale cioè è stato fatto il vuoto (vedremo che è importante), chiuso da un pistone mobile a tenuta stagna appoggiato ad esempio ad una molla (vedi disegno a lato). La forza esercitata dal fluido sul pistone viene evidenziata dallo schiacciamento della molla. Molti di questi sensori, pur non avendo una molla ma una qualsiasi "diavoleria" elettronica, funzionano con lo stesso principio e permettono una misura semplice della pressione: basta mettere il sensore nel punto in cui si vuole conoscere la pressione e leggere sul display il valore. Per le nostre esperienze faremo uso di uno di questi o di qualche cosa di molto simile.



Strumenti che misurano la pressione prendono il nome di **manometri**. Va ricordato inoltre che si possono distinguere fra manometri assoluti e manometri differenziali o relativi. I primi misurano il valore assoluto della pressione (ad esempio, utilizzando uno di questi per misurare la pressione esercitata dall'acqua ad una certa profondità, un manometro assoluto misura la somma della pressione dell'acqua più quella dell'aria alla sua superficie libera).

I secondi misurano invece il valore della pressione relativamente alla pressione di qualcos'altro (sono di questo tipo ad esempio i manometri che misurano la pressione negli pneumatici, essi misurano la differenza di pressione fra l'aria nello pneumatico e l'aria esterna).

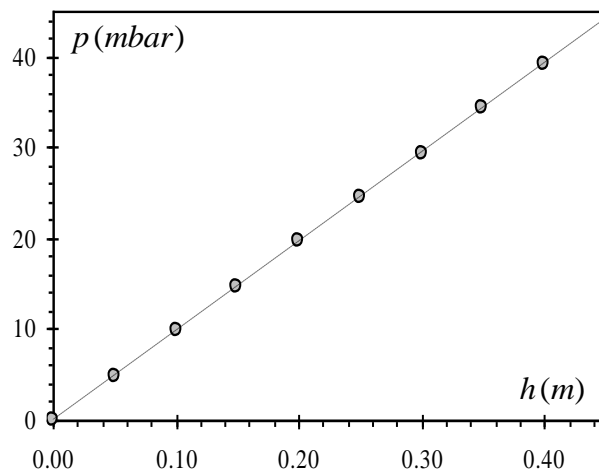
Siamo pronti a questo punto a studiare la pressione nei liquidi.

Chi fa sport subacquei è a conoscenza del fatto che la pressione dell'acqua aumenta grosso modo di 1 atm per ogni 10 m di profondità. Accettando per buona questa affermazione possiamo dedurre che la pressione nell'acqua aumenta regolarmente man mano che aumenta la profondità. Verifichiamolo.

Immergiamo un manometro differenziale in acqua e misuriamo la pressione in funzione della profondità.

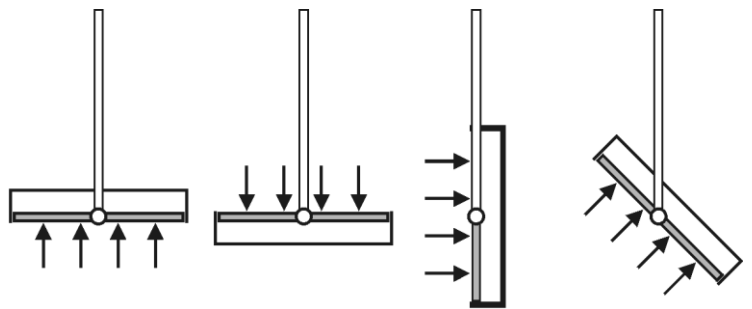
La tabella riporta i valori misurati con i quali costruiamo il grafico corrispondente.

$h(\text{m})$	$p(\text{mbar})$
0	0
0,05	4,9
0,10	9,8
0,15	14,7
0,20	19,6
0,25	24,5
0,30	29,4
0,35	34,3
0,40	39,2



Dal grafico si possono fare le seguenti deduzioni. In primo luogo è verificata l'affermazione secondo la quale la pressione aumenta in maniera direttamente proporzionale alla profondità. In secondo luogo è possibile anche quantificare questo aumento. Dalla pendenza si può dedurre che in acqua la pressione aumenta di $98 \frac{\text{mbar}}{\text{m}}$ vale a dire $0,98\text{ bar}$, cioè circa 1 atm , ogni 10 m in perfetto accordo con quanto affermato in precedenza.

Interessante è pure verificare che il valore della pressione non cambia orientando il sensore in qualsiasi direzione, cioè che il sensore (il pistone) sia orientato verso il basso, verso l'alto o di lato, il valore della pressione non cambia se la posizione del sensore (la sua profondità) rimane costante.

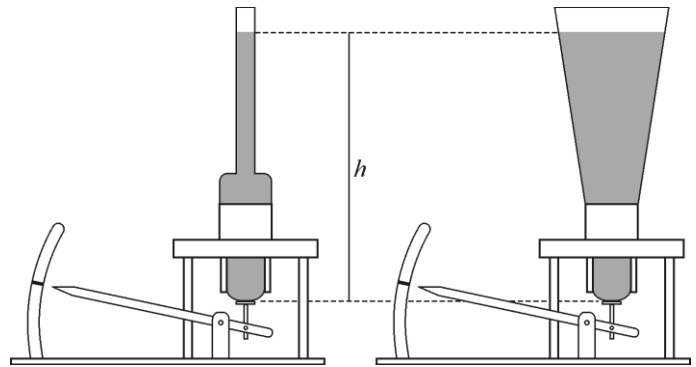


Ma che cosa causa la pressione?

Dalla definizione di pressione si può dedurre che questa deve essere associata ad una forza. Quale forza?

L'unica forza ipotizzabile come responsabile della pressione parrebbe essere la forza peso, il peso dell'acqua che si trova tra la superficie libera e il punto in cui si trova il sensore. Il peso dipende dalla quantità d'acqua presente sopra il sensore e la pressione dal rapporto fra forza e area della superficie sensibile (il sensore stesso). Questo fatto potrebbe significare che le conclusioni che abbiamo tratto precedentemente siano vere solo per il fatto che il recipiente contenete l'acqua era di forma cilindrica (il volume, quindi la massa e il peso, cresce proporzionalmente all'altezza) e che anche la concordanza numerica sia dovuta al caso (con un recipiente più largo o con un sensore di area diversa avremmo avuto un valore di pressione diverso)?

L'esperienza dei sub indica che la pressione dipende solo dalla profondità e non dalla grandezza del bacino nel quale ci si immerge (la pressione ad una certa profondità in una piscina è la stessa che in un lago alla stessa profondità). Quindi forma e dimensione del recipiente non incidono sulla pressione come è facile verificare con la seguente esperienza. Si misura la pressione in fondo a recipienti aventi la stessa altezza (e riempiti fino allo stesso punto con lo stesso liquido – ad esempio acqua) ma di forma diversa così che la quantità di liquido contenuta nel recipiente sia anche molto diversa (vedi disegni a lato).



Risultato: la pressione non cambia.

Possiamo pertanto riconfermare quanto detto in precedenza e cioè che la pressione in un liquido aumenta in modo direttamente proporzionale alla profondità.

Se la pressione dipende solo dalla profondità possiamo calcolarne il valore scegliendo un recipiente cilindrico (è facile calcolare il volume) e usando come sensore uno posto alla base del cilindro e abbia la sua stessa area. La pressione diventa pertanto:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F_g}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{V \cdot \rho \cdot g}{A} = \frac{A \cdot h \cdot \rho \cdot g}{A} = \rho \cdot g \cdot h.$$

La formula è perfettamente coerente con l'ipotesi verificata che la pressione dipende dalla profondità e permette inoltre di comprendere pure da quali grandezze fisiche dipende il fattore di proporzionalità che per l'acqua valeva $98 \frac{\text{mbar}}{\text{m}}$: le grandezze in gioco sono g cioè l'intensità del campo di gravità terrestre (è quindi ipotizzabile che in una piscina sulla Luna la pressione cresca all'aumentare della profondità di un fattore un sesto rispetto a quanto succede sulla Terra) e da ρ , la densità del liquido in questione.

Per l'acqua e sulla Terra deve pertanto valere:

$$\rho \cdot g = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0,98 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} = 0,98 \cdot 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{m}} = 98 \frac{\text{mbar}}{\text{m}},$$

nuovamente in perfetto accordo con quanto misurato.

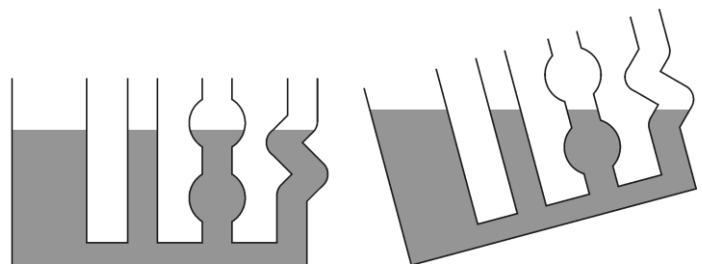
La formula della pressione appena ricavata calcola in realtà solo la pressione esercitata dal liquido e non la pressione assoluta in quel punto. È la pressione misurata da un manometro differenziale che ha come riferimento la pressione dell'aria alla superficie del liquido. Un manometro assoluto avrebbe misurato invece la somma delle due pressioni vale a dire:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h,$$

dove p_0 è la pressione alla superficie del liquido cioè la pressione atmosferica.

Il fatto che un liquido esercita una pressione che dipende solo dalla sua densità e dalla profondità spiega il principio dei vasi comunicanti: in un sistema di vasi (condutture) tutti comunicanti fra di loro e aperti verso l'aria atmosferica il livello del pelo libero del liquido è alla stessa quota in ogni vaso.

Il principio dei vasi comunicanti permette inoltre di capire il funzionamento del più semplice dei manometri: il **manometro a U**.



Un manometro a U è formato da un tubo a forma di U riempito parzialmente con un liquido. Se i due rami sono aperti e a contatto con l'aria dell'ambiente, quindi se alla superficie libera si ha la stessa pressione, i due menischi si trovano alla stessa altezza (vedi figura A). Al contrario, se uno dei rami è collegato con un recipiente avente pressione diversa da quella ambientale, allora il livello dei due menischi non sarà lo stesso.

Nel caso in cui la pressione nel recipiente collegato ad un ramo del tubo a U è maggiore di quella ambientale, il livello del liquido nell'altro ramo salirà fino ad una nuova situazione di equilibrio raggiunta quando la pressione al menisco del ramo collegato con il recipiente sarà pari a quella ambientale sommata a quella esercitata dalla differenza di livello del liquido, cioè:

$$p = p_0 + \Delta p = p_0 + \rho \cdot g \cdot \Delta h.$$

Se la pressione nel recipiente fosse minore di quella ambientale il livello del liquido nel ramo collegato con il recipiente sarebbe maggiore rispetto a quello a contatto con l'ambiente. La condizione di equilibrio diventerebbe:

$$p + \Delta p = p + \rho \cdot g \cdot \Delta h = p_0, \text{ vale a dire } p = p_0 - \rho \cdot g \cdot \Delta h.$$

Le due relazioni si riducono ad una sola assegnando alla differenza di livello Δh valore positivo quando il livello nel ramo a contatto con l'ambiente è maggiore di quello nel ramo a contatto con il recipiente e negativo in caso contrario, detto in altri termini il valore di Δh è sempre pari alla differenza fra il livello a contatto con l'ambiente e il livello a contatto con il recipiente.

Questo tipo di manometri sono sempre manometri differenziali, misurano cioè sempre solo una differenza di pressione fra l'ambiente e il recipiente in esame. Per conoscere il valore assoluto della pressione è necessario conoscere la pressione ambientale.

Un manometro a U opportunamente usato può servire per la misura della pressione ambientale. È sufficiente riuscire a creare il vuoto nel recipiente collegato al manometro così che valga la relazione:

$$0 = p_0 - \Delta p = p_0 - \rho \cdot g \cdot \Delta h, \text{ da cui: } p_0 = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Creare il vuoto è più facile a dirsi che a farsi. In primo luogo occorre che il liquido a "contatto" con vuoto non inizi ad evaporare così da riempire il recipiente (che dovrebbe essere vuoto) con i suoi vapori. Acqua ed alcool non vanno bene. Un liquido che va invece molto bene a questo scopo è il mercurio. I vapori di mercurio presenti nel recipiente nel quale noi facciamo il vuoto sono in effetti trascurabili.

Semplici accorgimenti permettono inoltre di creare il vuoto anche senza avere a disposizione una pompa a vuoto (d'altro canto l'apparecchio che verrà descritto fra poco fu inventato da Evangelista Torricelli nel 1643).

È sufficiente riempire con del mercurio un tubo della lunghezza di circa un metro chiuso ad una estremità, tappare l'estremità libera (per esempio con un dito) e immergere l'estremità tappata in una bacinella contenete pure mercurio, togliere il tappo e lasciare che il mercurio scenda nel tubo fino a che la pressione della colonnina di mercurio non sia in equilibrio con la pressione dell'atmosfera.

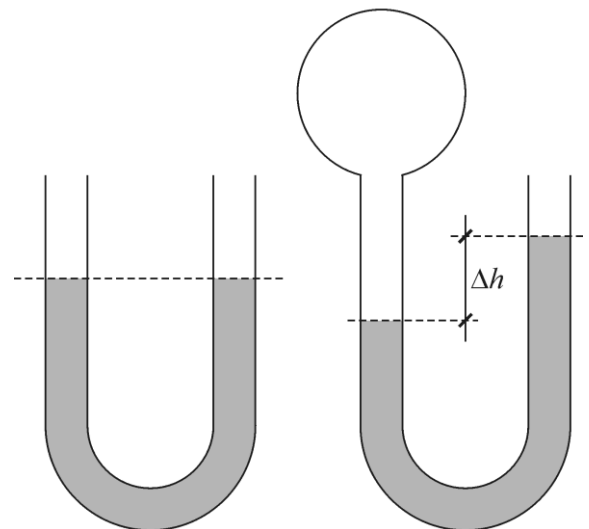
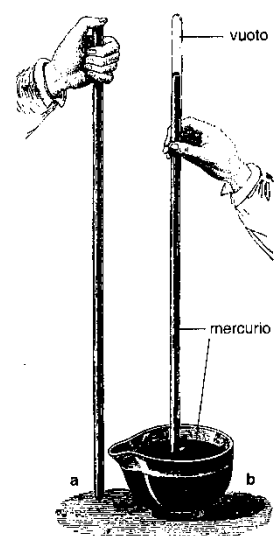


Figura A

Figura B



In alternativa a questo metodo (sconsigliabile vista la tossicità del mercurio) si può semplicemente riempire un tubo ad U chiuso da una parte e aperto dall'altra e poi sollevarlo verticalmente. Se il tubo è sufficientemente lungo si osserverà il mercurio scendere fino a che la pressione esercitata dalla colonnina di mercurio è bilanciata dalla pressione atmosferica.

Ancora più semplice dal punto di vista operativo è utilizzare un tubo ad U con una parte flessibile (tubo di gomma) e un rubinetto alla sommità di un ramo.

Inizialmente il rubinetto è aperto e i due rami sono alla stessa altezza (figura A).

Lasciando aperto il rubinetto si solleva l'altro ramo (che è sempre a contatto con l'aria esterna tramite un forellino nel tubo di vetro) fino a che il mercurio supera il rubinetto (figura B). Quindi si chiude il rubinetto e si abbassa il ramo fino a che la pressione atmosferica non è più in grado di sostenere la colonnina di mercurio nel ramo con il rubinetto (figura C). A questo punto si è realizzata la stessa situazione precedente e la pressione, espressa in millimetri di mercurio o torricelli, è data dalla altezza della colonnina di mercurio misurata fra i due livelli nei due rami.

Un manometro ad U usato in questo modo prende il nome di **barometro**. Un barometro è perciò un manometro usato (di solito esclusivamente) per misurare la pressione atmosferica. Dato che la pressione atmosferica è determinante per il tempo atmosferico, un barometro può servire alle previsioni del tempo.

Il concetto di pressione permette di capire un fenomeno che, verso la fine del primo anno avevamo studiato solo fenomenologicamente: la spinta di Archimede.

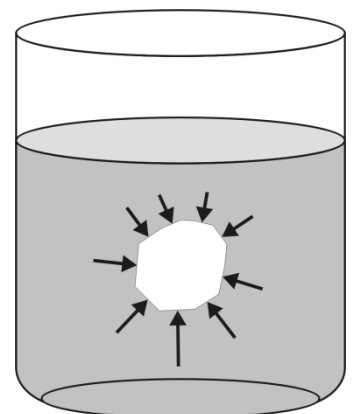
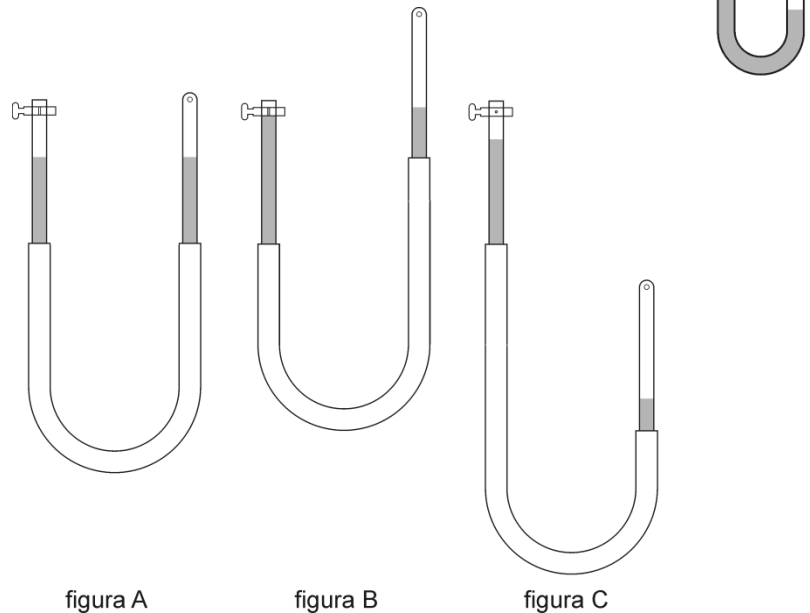
Le varie esperienze ci avevano portato a concludere che un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del fluido "spostato" dal corpo. In altri termini:

$$F_{\text{Archimede}} = \rho \cdot g \cdot V_{\text{immerso}}$$

Siamo ora in grado di dare una spiegazione di quanto affermato a partire dalla pressione esercitata dal fluido sul corpo.

Prendiamo in considerazione un corpo di forma qualsiasi immerso in un liquido (vedi disegno a lato). In ogni suo punto il liquido esercita una pressione dipendente solo dalla profondità. La forza totale esercitata dal liquido sul corpo può essere calcolata suddividendo la superficie del corpo in tanti pezzettini (piccoli abbastanza da poter considerare ogni porzione di superficie piana e alla stessa quota), calcolare la forza esercitata su ogni singolo pezzetto e sommare tutti i contributi (attenzione che si tratta di una somma di vettori!).

Per un corpo di forma qualsiasi questo calcolo è piuttosto difficile. Prendendo d'altro canto un cilindro immerso verticalmente il calcolo si fa più semplice.



Le forze esercitate dal liquido sul cilindro si possono dividere in due: quelle sul mantello (la superficie laterale) e quelle alle due basi.

Per ogni forza esercitata su un pezzettino di superficie laterale esiste un'altra forza esercitata su un altro pezzettino posto simmetricamente dall'altra parte così che i due contributi si annullano vicendevolmente.

Rimangono solo le forze esercitate sulle due basi, facilmente calcolabili.

Per la definizione di pressione la forza alle due superfici vale:

$$F_1 = p_1 \cdot A = \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A$$

diretta verso il basso per la base superiore rispettivamente

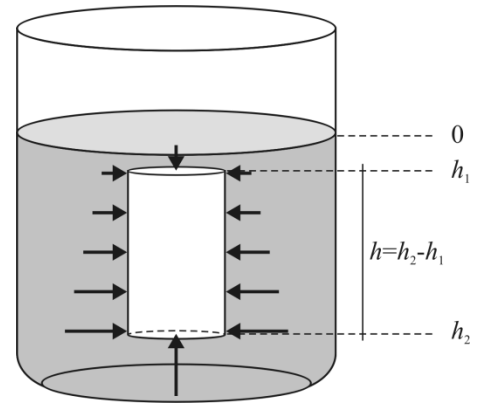
$$F_2 = p_2 \cdot A = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A$$

diretta verso l'alto per quella inferiore.

La spinta di Archimede vale pertanto:

$$\begin{aligned} F_{Archimede} &= F_2 - F_1 = p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = (p_2 - p_1) \cdot A = (\rho \cdot g \cdot h_2 - \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot A = \\ &= \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \cdot A = \rho \cdot g \cdot h \cdot A = \rho \cdot g \cdot V \end{aligned}$$

esattamente quello che affermavamo alla pagina precedente.



La pressione nei gas

Siamo a questo punto in grado di studiare la pressione nei gas.

Cominciamo con alcune esperienze qualitative che mettono in evidenza l'esistenza della pressione atmosferica.

Oltre alla costruzione del barometro di Torricelli che non solo mette in evidenza l'esistenza di una pressione atmosferica ma addirittura la misura (esperienza che però non è così facile da realizzare), sono possibili altre semplici esperienze (alcune fattibili anche a casa propria) che qualitativamente evidenziano la presenza di una pressione atmosferica.

Bere da una cannuccia è possibile solo grazie alla pressione atmosferica; con una cannuccia più lunga si fa più fatica, con una "cannuccia" lunga più di 10m, cercare cioè di bere dal quarto piano con una "cannuccia" immersa in un bicchiere al pianterreno, è impossibile (nemmeno se si usa una pompa per risucchiare il liquido).

Bere con una cannuccia da un contenitore deformabile produce uno schiacciamento del contenitore fino a che non facciamo entrare aria nel contenitore stesso attraverso la cannuccia; la pressione atmosferica esercita sull'esterno del contenitore una forza non più controbilanciata dal liquido o dall'aria all'interno.

Se si riempie un bicchiere d'acqua fino all'orlo, lo si tappa con un cartoncino e lo si capovolge si può osservare che l'acqua non esce; la pressione atmosferica esercita sul cartoncino una forza tale da sostenere il peso dell'acqua.

Svuotando completamente una bottiglia in PET in alta montagna, richiudendola ermeticamente con il tappo e riportandola a basse quote si osserva che si schiaccia. La pressione atmosferica in quota è minore di quella in basso e l'equilibrio ritorna solo diminuendo il volume del recipiente. Avessimo fatto la stessa cosa con una bottiglia di vetro non avremmo assistito allo schiacciamento del vetro ma avremmo potuto osservare (o meglio sentire) l'aria che entra nella bottiglia appena aperta.

Avendo a disposizione una campana sotto la quale si possa fare il vuoto sono possibili varie esperienze fra le quali la seguente: si prende un palloncino, vi si immette un po' d'aria (non lo si gonfia ma si fa semplicemente in modo che contenga un po' d'aria), si fa un nodo (l'aria nel palloncino non può più fuoriuscire) e lo si mette sotto la campana. A questo punto si comincia a togliere l'aria da sotto la campana. Man mano che la pressione diminuisce si osserva

l'aumento di volume del palloncino come se lo stessi gonfiando. Era la pressione atmosferica che manteneva il volume del palloncino al valore "normale".

Tutte queste esperienze non comportavano cambiamenti di temperatura. Se coinvolgiamo anche questa grandezza fisica si possono fare altre interessanti osservazioni.

Oltre all'esperienza già descritta a pagina 8 di questo capitolo si possono realizzare in modo molto semplice anche queste piccole verifiche.

La più semplice consiste nell'aprire un congelatore (meglio se vuoto) e richiuderlo dopo un attimo. Se si tenta di riaprirlo subito dopo si fa più fatica. L'aria a temperatura ambiente che è entrata nel congelatore a sostituire quella fredda e si è in seguito raffreddata è alla base di questo fenomeno.

E ancora. Si prende una bottiglia in PET vuota (riempita cioè solo d'aria), la si immerge in acqua bollente (attenti a non scottarvi e a non fare entrare acqua nella bottiglia) e la si chiude ermeticamente. Toglietela dall'acqua e raffreddatela. Si osserverà che la bottiglia si schiaccia.

Se invece di usare il tappo, aveste chiuso la bottiglia con un palloncino, man mano che si raffreddava avreste osservato il palloncino risucchiato nella bottiglia.

Contrariamente, aveste chiuso la bottiglia con il palloncino prima di immergerla nell'acqua bollente avreste visto il palloncino gonfiarsi.

Queste esperienze e molte altre ancora ci danno una informazione precisa di quali grandezze ci siano in gioco. Una certa quantità d'aria (più in generale di gas) occuperà un certo volume a seconda della sua temperatura e della sua pressione.

Come sempre, quando si tratta di determinare quale relazione esiste fra varie grandezze, occorre scegliere quale di queste è il nostro osservabile (la grandezza da osservare) e variare ad una ad una le altre.

Il nostro osservabile sarà la pressione e cominciamo a vedere come essa cambia al cambiare del volume mantenendo costante la temperatura.

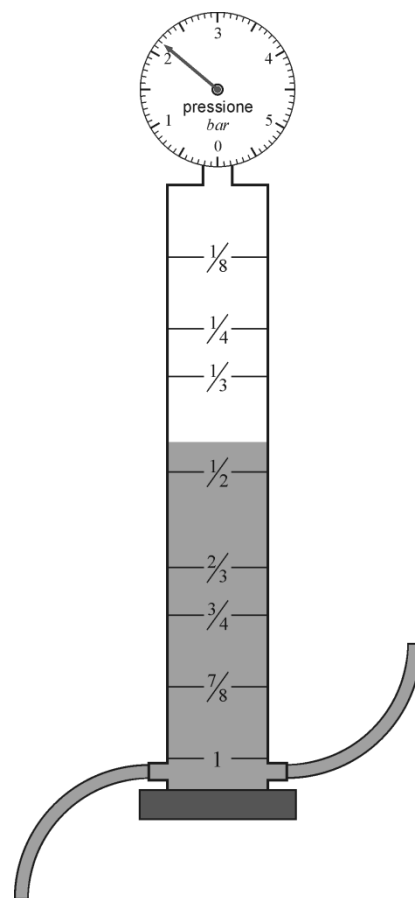
Fra le molte apparecchiature a nostra disposizione utilizzeremo la seguente: un cilindro munito di un manometro contiene una certa quantità d'aria che alla pressione ambientale occupa un volume unitario. L'aria viene compressa dall'acqua che facciamo entrare dal basso (vedi disegno) fino a che il volume d'aria si riduce a valori facilmente leggibili sulla scala del cilindro, la pressione si legge direttamente sul manometro.

Man mano che l'acqua entra nel cilindro e comprime l'aria si osserva che la pressione aumenta, come era logico aspettarsi.

La seguente tabella riporta la pressione (in bar) in funzione del volume (in unità arbitrarie) misurate con l'apparecchiature descritta:

$V(-)$	1	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
$p(\text{bar})$	0,98	1,12	1,30	1,45	1,95	2,95	3,9	7,85

Costruiamo un grafico pressione in funzione del volume e verifichiamone l'andamento.



Dal grafico appare una possibile relazione di proporzionalità inversa fra le due grandezze.

Per poter controllare questa ipotesi è sufficiente verificare se il prodotto fra le due grandezze in gioco da una costante oppure, ed è ciò che faremo, costruire un grafico di pressione in funzione dell'inverso del volume e controllare se quest'ultimo è una retta passante per l'origine.

L'andamento del grafico pressione in funzione dell'inverso del volume conferma la nostra ipotesi e pertanto possiamo scrivere:

$$p \cdot V = \text{costante}.$$

Questa relazione fra volume e pressione è nota come legge di Boyle (o legge di Boyle e Mariotte) e descrive il comportamento di un gas a temperatura costante.

Da quali grandezze fisiche è composta la costante a destra della relazione che abbiamo appena scritto?

Appare abbastanza chiaro che fra le grandezze in gioco ce ne sia una qualcuna che tenga in considerazione la quantità di gas presente nel recipiente.

D'altro canto (come abbiamo già avuto modo di osservare con gli esempi precedenti) la temperatura gioca un ruolo non trascurabile.

Indagheremo perciò come cambia il nostro osservabile (la pressione) al cambiare della temperatura mantenendo il volume costante.

L'apparecchiatura che useremo consiste in un recipiente contenente aria tappato e collegato direttamente ad un manometro. Si misura la pressione man mano che si aumenta la temperatura.

La seguente tabella riporta i dati di un'esperienza effettuata con un recipiente di vetro pirex (la dilatazione di questo tipo di vetro è così piccola che non è necessario tenerla in considerazione durante l'esperienza) contenente un volume d'aria pari a 575cm^3 .

Le misure sono state prese ad intervalli di circa 5°C a partire dalla temperatura ambiente fino a circa 70°C .

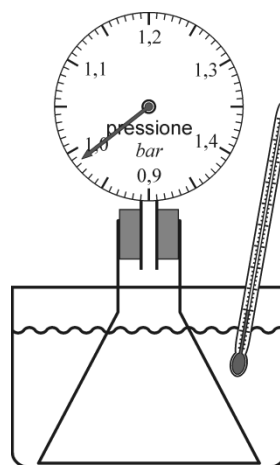
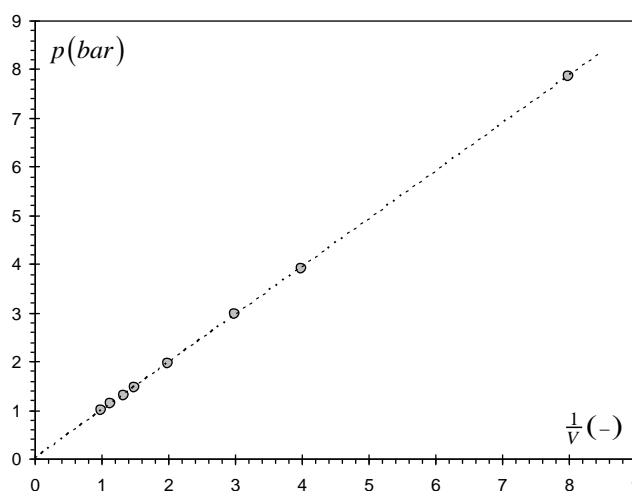
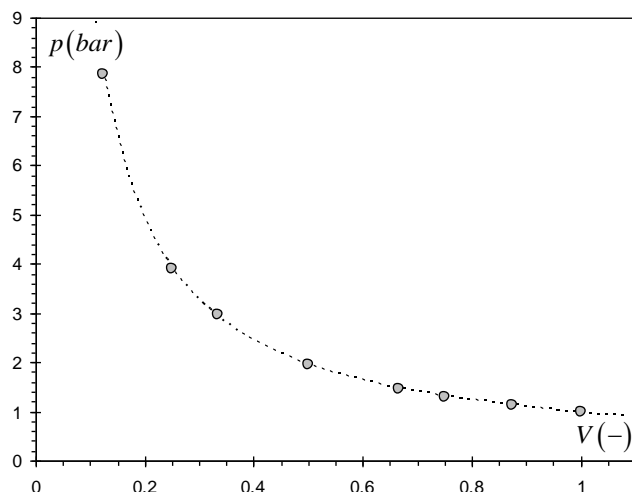


fig. A

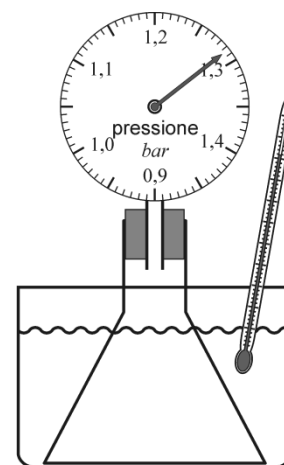


fig. B

$\vartheta(^{\circ}\text{C})_t$	21,5	26,4	31,6	36,8	42,1	47,3	52,5	57,3	62,1	66,9	71,8
$p(\text{mbar})$	987	1003	1021	1038	1056	1073	1091	1107	1123	1139	1155

Costruiamo il grafico pressione in funzione della temperatura e verifichiamone l'andamento.

Dal grafico se ne può immediatamente dedurre un andamento lineare e pertanto possiamo scrivere:

$$\Delta p \propto \Delta \vartheta.$$

Ripetiamo ora l'esperienza variando alcuni parametri iniziali.

Modifichiamo dapprima la pressione iniziale cominciando però con la stessa temperatura di partenza (non importa se il cambiamento sia dovuto ad una diminuzione di volume o ad un aumento della quantità di gas presente nel recipiente).

Eseguiamo in seguito ancora l'esperienza con la stessa pressione iniziale della prima esperienza ma partendo da una temperatura iniziale diversa (maggiore o minore poco importa).

I risultati delle esperienze danno le seguenti indicazioni:

La prima esperienza mostra che l'aumento di pressione dipende oltre che dall'aumento di temperatura anche in maniera direttamente proporzionale alla pressione di partenza cioè:

$$\Delta p \propto p_0.$$

La seconda mostra che anche la temperatura di partenza gioca un ruolo importante: a parità di pressione iniziale e di aumento di temperatura, l'aumento di pressione è maggiore se la temperatura di partenza è minore.

Riassumendo in una unica formula queste risultati sperimentali e chiamando $\gamma(\vartheta_0)$ la costante di proporzionalità (che come abbiamo visto dipende dalla temperatura iniziale) possiamo pertanto scrivere:

$$\Delta p = p_0 \cdot \gamma(\vartheta_0) \cdot \Delta \vartheta.$$

Abbiamo chiamato γ il coefficiente di proporzionalità per un fatto molto semplice. Avessimo deciso che il nostro osservabile fosse stato il volume del gas e non la pressione, avessimo cioè indagato come cambia il volume al cambiare della temperatura mantenendo la pressione costante, avremmo ottenuto gli stessi identici risultati, cioè: il volume di un gas aumenta in maniera direttamente proporzionale all'aumento di temperatura, al suo volume di partenza e la temperatura iniziale avrebbe giocato lo stesso ruolo e perciò avremmo ottenuto per il volume del gas la seguente formula:

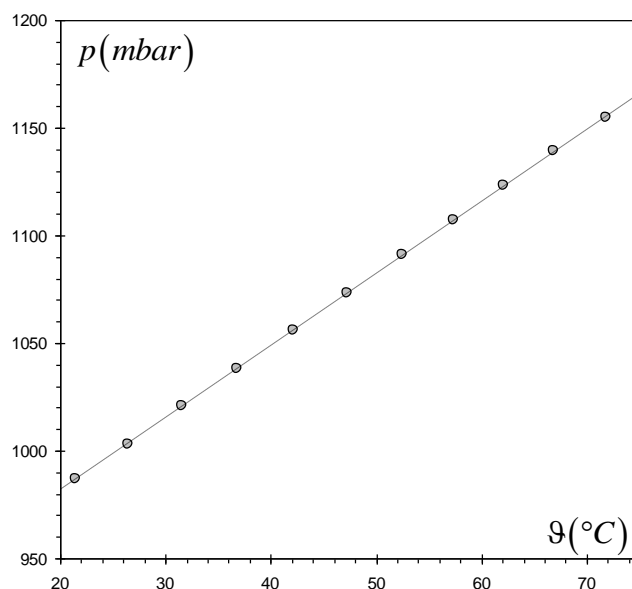
$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma(\vartheta_0) \cdot \Delta \vartheta.$$

Confrontate questa formula con quella della dilatazione dei liquidi e capirete il perché di questa scelta.)

Il fatto poi che il coefficiente γ debba dipendere dalla temperatura di partenza poteva essere dedotto senza nemmeno effettuare l'ultima delle tre esperienze. Infatti considerando la prima esperienza effettuata con solo due aumenti identici di temperatura $\Delta \vartheta$ si porta inizialmente il gas da una pressione p_0 ad una pressione $p_1 = p_0 + \Delta p$ e la temperatura ad un valore $\vartheta_1 = \vartheta_0 + \Delta \vartheta$. Chiamiamo ora p'_0 la nuova pressione di partenza e con ϑ'_0 la nuova temperatura. Se l'aumento di temperatura è lo stesso, sarà pure lo stesso l'aumento di pressione (abbiamo a che fare con un andamento lineare).

Possiamo perciò scrivere:

$$\Delta p = p_0 \cdot \gamma \cdot \Delta \vartheta \quad \text{e} \quad \Delta p = p'_0 \cdot \gamma' \cdot \Delta \vartheta.$$



Dato che due aumenti identici di temperatura portano a due aumenti identici di pressione, il confronto fra le due relazioni porta a dire che necessariamente deve valere:

$$p_0 \cdot \gamma = p'_0 \cdot \gamma'.$$

Con $p'_0 > p_0$ segue che $\gamma' < \gamma$.

Le leggi $\Delta V = V_0 \cdot \gamma(\vartheta_0) \cdot \Delta\vartheta$ e $\Delta p = p_0 \cdot \gamma(\vartheta_0) \cdot \Delta\vartheta$ sono note come la prima e la seconda legge di Gay-Lussac (la prima conosciuta anche come legge di Charles).

Oltre a mettere in relazione la variazione della pressione di un gas a volume costante (o il volume a pressione costante) con la variazione della temperatura, l'estrapolazione di queste leggi per basse temperature porta a ad un fatto sconcertante: l'esistenza di una temperatura minima sotto la quale non si può scendere.

Ridisegniamo il grafico pressione in funzione della temperatura e prolunghiamo all'indietro la retta che rappresenta al meglio i punti sperimentali. Se l'andamento continua ad essere lineare, ad un certo punto la retta, che rappresenta la pressione, interseca l'asse delle temperature, cioè il valore della pressione diventa zero, o peggio, oltre il punto di intersezione, diventa negativo.

Pressioni negative non possono esistere (nemmeno pressioni pari a zero). Con qualsiasi gas facciamo questa esperienza, con qualsivoglia pressione o temperatura di partenza, il prolungamento verso il basso della retta interseca sempre l'asse

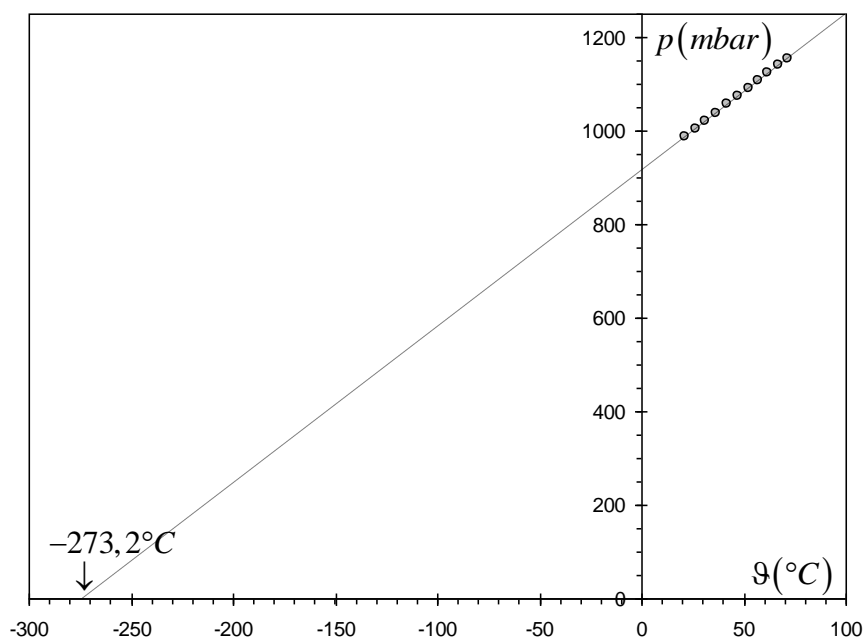
delle temperature sempre nello stesso punto alla temperatura di $-273,2^\circ\text{C}$. (Con i dati a nostra disposizione calcoleremmo: $\vartheta = (273,2 \pm 0,4)^\circ\text{C}$)

Questa temperatura deve essere pertanto la più bassa temperatura possibile. Essa viene chiamata la temperatura dello **zero assoluto**.

L'esistenza di un valore di temperatura minimo permette la costruzione di una nuova scala termometrica sempre positiva chiamata appunto scala termometrica assoluta. Questa nuova scala ha come unità di misura il kelvin (K). $0 K$ corrispondono alla temperatura dello zero assoluto. L'aumento di $1 K$ coincide con l'aumento di 1°C . Pertanto 0°C corrispondono a $+273,2 K$.



Il fatto che questa scala abbia come zero lo zero di natura le conferisce un'importanza maggiore rispetto alle altre i cui punti di riferimento sono arbitrari (comodi ed interessanti ma comunque arbitrari). Per questo motivo scegliamo un nuovo simbolo per la temperatura assoluta: il simbolo T . Ad esempio il punto di fusione del ghiaccio verrà scritto con $T = 273,2 K$.



Inoltre il fatto che per qualsiasi gas il punto di intersezione delle rette con l'asse delle temperature passi per lo zero assoluto (evidentemente lo stesso per tutti i gas) significa che il coefficiente γ è lo stesso per tutti i gas e dipende solo dalla temperatura di partenza.

Il calcolo del valore di γ è presto fatto.

Dalla legge $\Delta p = p_0 \cdot \gamma \cdot \Delta \vartheta$ possiamo ricavare che

che $\frac{\Delta p}{\Delta \vartheta} = p_0 \cdot \gamma$ che rappresenta la

pendenza della retta.

Dal disegno a lato si capisce che la pendenza della retta può essere determinata anche da:

$$\text{pendenza} = \frac{p_0}{\vartheta_0 - \vartheta_{ZA}}.$$

Si può perciò scrivere:

$$\frac{p_0}{\vartheta_0 - \vartheta_{ZA}} = p_0 \cdot \gamma, \text{ da cui: } \gamma = \frac{1}{\vartheta_0 - \vartheta_{ZA}}.$$

Ma dato che $\vartheta_0 - \vartheta_{ZA}$ corrisponde alla temperatura misurata nella scala assoluta corrisponde cioè a T_0 si può scrivere che:

$$\gamma = \frac{1}{T_0}.$$

Finora abbiamo cercato e trovato leggi che mettono in relazione la temperatura, la pressione e il volume di un gas legando queste grandezze fisiche a due a due, trovando cioè come cambia una di queste grandezze al cambiare di un'altra tenendo costante la terza.

La legge di Boyle, $p \cdot V = \text{costante}$, mette in relazione pressione e volume a temperatura costante.

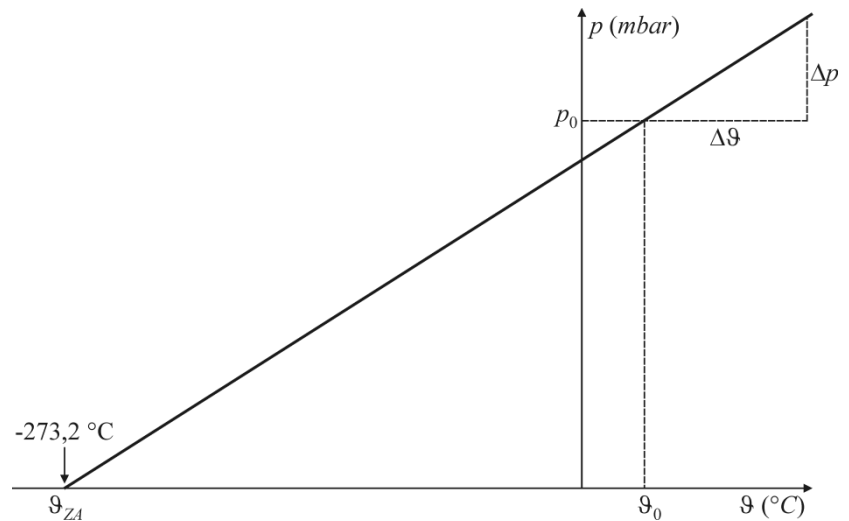
La prima legge di Gay-Lussac, che può essere scritta anche in questo modo $V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$, con $\gamma = \frac{1}{T_0}$, permette di determinare il volume al cambiare della temperatura a pressione costante.

Infine la seconda legge di Gay-Lussac, che può essere pure scritta anche in questo modo $p = p_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$, sempre con $\gamma = \frac{1}{T_0}$, lega la pressione con la temperatura a volume costante.

È giunto il momento di trovare una relazione che leghi le tre grandezze assieme.

Appare chiaro che le tre grandezze caratterizzano lo stato di una certa quantità di gas indipendentemente da come ci si arrivi, cioè se si parte da uno stato caratterizzato da p_0 , V_0 e T_0 , e si arriva ad un altro stato caratterizzato da p_1 , V_1 e T_1 , non ha importanza se la pressione (sempre il nostro osservabile) sia cambiata variando prima il volume e poi la temperatura o viceversa oppure variando le grandezze insieme. Alla fine la pressione p_1 deve dipendere solo dalle condizioni di pressione, volume e temperatura iniziali (p_0 , V_0 e T_0) e da volume e temperatura finali (V_1 e T_1).

Procederemo perciò nel seguente modo: a partire dallo stato di partenza, caratterizzato da p_0 , V_0 e T_0 , faremo variare la temperatura fino a T_1 mantenendo il volume costante; chiameremo la nuova pressione p_i (pressione intermedia); varieremo a questo punto il volume fino a V_1 mantenendo costante la temperatura arrivando così allo stato finale caratterizzato da p_1 , V_1 e T_1 .



Dalla seconda legge di Gay-Lussac possiamo scrivere:

$$p_i = p_0 \cdot (1 + \gamma \cdot (T_1 - T_0)) = p_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{T_0} \cdot (T_1 - T_0)\right) = p_0 \cdot \left(1 + \frac{T_1}{T_0} - 1\right) = p_0 \cdot \frac{T_1}{T_0}.$$

Inserendo questo risultato nella legge di Boyle otteniamo:

$$P_1 \cdot V_1 = p_i \cdot V_0 = p_0 \cdot \frac{T_1}{T_0} \cdot V_0.$$

Portando tutto quello che riguarda lo stato iniziale a sinistra e quello finale a destra si ha:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \quad \text{cioè} \quad \frac{p \cdot V}{T} = \text{costante}.$$

L'ultima grandezza da determinare è il valore della costante.

Quest'ultima dovrà dipendere a questo punto solo dalla quantità del gas in esame. Se a caratterizzare questa quantità scegliamo il numero di particelle (atomi o molecole) che compongono il gas otteniamo:

$$\frac{p \cdot V}{T} = N \cdot k$$

dove N è il numero delle particelle e $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ è detta costante di Boltzmann.

Solitamente la legge appena ricavata, nota come **equazione di stato dei gas perfetti**, viene scritta nel seguente modo:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T.$$

Introducendo il concetto di **mole** (mol) l'equazione di stato dei gas perfetti (o ideali) si scrive:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

dove n è il numero di moli e $R = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K}$ è detta la **costante dei gas**.

Rimandiamo al corso di chimica per una definizione di mole con tutte le sue implicazioni. Per noi è sufficiente sapere che il numero di particelle N e il numero di moli n di una certa quantità di gas sono legati assieme dalla relazione:

$$n = \frac{N}{N_A}, \quad \text{dove } N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ è il numero di Avogadro.}$$

L'importanza di questa relazione è che essa permette una uguaglianza numerica fra la massa atomica di una particella espressa in unità di massa atomica (uma) e la massa di una mole della stessa sostanza espressa in grammi.

Ad esempio una molecola di anidride carbonica CO_2 ha massa atomica pari a $12uma + 2 \cdot 16uma = 44uma$, di conseguenza la massa di $1mol$ di anidride carbonica è pari a $44g$.

Prima di concludere ancora un'importante osservazione.

L'equazione di stato dei gas perfetti non ha validità assoluta.

Essa è vera solo se il gas presenta le seguenti caratteristiche¹:

- le molecole sono puntiformi;
- interagiscono tra loro e con le pareti del recipiente mediante urti perfettamente elastici (ovvero non vi è dispersione di energia durante gli urti);
- non esistono forze di interazione a distanza tra le molecole del gas;
- le molecole del gas sono identiche tra loro e indistinguibili;
- le molecole si muovono di moto browniano;
- il gas non può essere liquefatto per sola compressione.

Normalmente queste condizioni sono soddisfatte solo se la pressione del gas è sufficientemente bassa e la sua temperatura sufficientemente alta.

L'aria (ossigeno e azoto), l'idrogeno, l'elio e altri gas alla temperatura e pressione ambientali soddisfano in buona approssimazione queste condizioni. Altri gas (ad esempio quello delle bombole da campeggio) no.

A pressioni elevate (per l'aria significa diverse centinaia di atmosfere) il volume proprio delle singole molecole inizia a giocare un ruolo importante nel volume del gas. Il volume a queste condizioni risulta maggiore rispetto a quello calcolabile con l'equazione di stato.

A basse temperature i gas condensano trasformandosi in liquidi. Evidentemente in questo stato di aggregazione non possono più seguire la legge dei gas.

Trattare la problematica dei gas reali esula dagli scopi di questo corso come pure non affronteremo lo studio di un gas molto particolare presente nell'aria: il vapore d'acqua.

¹ citazione da Wikipedia