Prova pratica Programmazione Non Lineare

December 9, 2020

Parte 1 Tre sfere identiche devono essere contenute in un cilindro e posizionate una sopra l'altra (come in un tubo di palle da tennis). La superficie laterale del cilindro non deve superare 1 m^2. Determinare il volume massimo della singola sfera.

Parte 2 Data una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, si conoscono le seguenti coppie ingressi-uscita: $x^1 = (10, 14)$, $y^1 = 20$; $x^2 = (30, 11)$, $y^2 = 37$; $x^3 = (14, 81)$, $y^3 = 91$; $x^4 = (12, 32)$, $y^4 = 40$; $x^5 = (22, 21)$, $y^5 = 39$; $x^6 = (11, 62)$, $y^6 = 69$; $x^7 = (12, 0)$, $y^7 = 8$; $x^8 = (1, 71)$, $y^8 = 68$. Completare tutti i seguenti punti:

1. approssimare f con la funzione $(m_1x_1+m_2x_2)$, stimando i parametri che minimizzano l'errore in norma 2 quadrata ($\|e\|_2^2$);

2. trovare la funzione che approssima perfettamente i dati.

Parte 3 Un azienda di distribuzione compra rose rosse da 3 diversi fornitori (A, B, C) e li rivende sul mercato secondo la legge di domanda inversa

$$p(q_A + q_B + q_C) = 5 - 0.001(q_A + q_B + q_C).$$

I costi di acquisto unitari delle rose dai diversi fornitori subiscono delle variazioni non prevedibili, ma si conoscono media e varianza: $m_A = 1$, $\sigma_A^2 = 0.4$, $m_B = 1.1$, $\sigma_B^2 = 0.35$, $m_C = 0.9$, $\sigma_C^2 = 0.6$. Sapendo che il rischio deve essere mantenuto basso (varianza non superiore a 0.4), stimare le quantità da acquistare dai diversi fornitori in modo da massimizzare il profitto totale:

$$p(q_A + q_B + q_C)(q_A + q_B + q_C) - (m_Aq_A + m_Bq_B + m_Cq_C).$$

NOTA: per il calcolo della varianza non si possono usare direttamente le quantità assolute q_i, ma si devono usare le frazioni di merce acquistate $\frac{q_i}{\sum_j q_j}$.