

Prova pratica Programmazione Non Lineare

December 21, 2022

Parte 1 Calcolare le dimensioni (altezza e raggio di base) del cono di volume massimo che si può ottenere con superficie laterale più area della base pari al massimo a 3 metri quadrati.

Parte 2 Una azienda produce 2 prodotti i cui prezzi di mercato p_i seguono una legge di domanda inversa

$$p_i = a_i - 0.002q_i,$$

con $a_1 = 10$ e $a_2 = 6$. Sapendo che il prezzo di vendita del prodotto 2 non può superare la metà del prezzo del prodotto 1, calcolare le quantità dei due prodotti che forniscono il massimo profitto.

Parte 3 Una ditta produce un integratore alimentare combinando 4 sostanze naturali: rosa canina, papaya fermentata, aloe vera e alga spirulina. Il costo al grammo c_i di ciascuno dei 4 ingredienti è: rosa 0,10 euro, papaya 0,20 euro, aloe 0,15 euro, alga 0,17 euro. Una unità di prodotto deve pesare 10 grammi e il costo delle sostanze naturali necessarie per realizzarlo non può superare gli 1,50 euro. Un grammo dei vari ingredienti ha un diverso quantitativo in milli grammi di vari micro elementi: vitamina C, vitamine B, sali minerali rari. Nella tabella vengono riportati sia questi dati che i quantitativi minimi in milli grammi di questi micro elementi che devono essere contenuti nel prodotto:

	rosa	papaya	aloe	alga	quant. minimo
Vit. C	0.10	0.15	0.05	0.01	0.70
Vit. B	0.01	0.20	0.20	0.15	1.10
Sali	0.01	0.25	0.10	0.40	2.10

Ogni grammo di ogni sostanza naturale i usata ha un quantitativo in micro grammi t_i di particelle tossiche. Questo dato non è certo, ma si conoscono valori attesi e covarianze: $E[t_{\text{rosa}}] = 3$, $\sigma_{\text{rosa}}^2(t) = 0.2$, $E[t_{\text{papaya}}] = 2$, $\sigma_{\text{papaya}}^2(t) = 0.1$, $E[t_{\text{aloe}}] = 3.5$, $\sigma_{\text{aloe}}^2(t) = 0.5$, $E[t_{\text{alga}}] = 1.5$, $\sigma_{\text{alga}}^2(t) = 0.2$. Le covarianze sono tutte nulle tranne quella tra rosa e aloe che è pari a 0.1, per via del fatto che queste due sostanze subiscono lavorazioni simili. Il prodotto deve avere tossicità attesa non superiore a 22 micro grammi. Minimizzare il rischio di stima della tossicità.

NOTA: per il calcolo del rischio non si possono usare direttamente le quantità assolute q_i , ma si devono usare le frazioni di quantità utilizzate $\frac{q_i}{\sum_j q_j}$.