Prova pratica Programmazione Non Lineare

December 9, 2021

Parte 1 Si devono progettare 3 scatole a forma di parallelepipedo rettangolo. La prima scatola deve avere altezza doppia rispetto alla seconda scatola. Le 3 dimensioni (altezza, larghezza e profondità) di ogni scatola devono essere pari ad almeno 30 cm. Si deve massimizzare il volume cumulativo delle 3 scatole avendo a disposizione 10 mq di materiale per tutte le superfici.

Parte 2 Data una funzione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, si conoscono le seguenti coppie ingressi-uscita: $x^1 = (10, 14, 2)$, $y^1 = 38$; $x^2 = (30, 11, 2)$, $y^2 = 52$; $x^3 = (14, 81, 3)$, $y^3 = 257$; $x^4 = (12, 32, 3)$, $y^4 = 108$; $x^5 = (22, 21, 4)$, $y^5 = 106$; $x^6 = (11, 62, 4)$, $y^6 = 259$; $x^7 = (12, 0, 5)$, $y^7 = 12$; $x^8 = (1, 71, 5)$, $y^8 = 356$. Completare tutti i seguenti punti:

1. approssimare f con la funzione $(a_{12}x_1x_2 + m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + q)$, stimando i parametri che minimizzano l'errore in norma 2 quadrata ($\|e\|_2^2$);
2. trovare la funzione che approssima perfettamente i dati.

Parte 3 Un azienda produce 3 tipi di lampade: light, gold e silver. Si devono considerare le quantità intere. Il prezzo di mercato p_i di ciascuno dei 3 prodotti segue una legge di domanda inversa

$$p_i = a_i - 0.002q_i.$$

I parametri a_i (presenti nella funzione di domanda inversa) subiscono delle variazioni non prevedibili, ma si conoscono valore atteso e varianza: $E[a_{\text{light}}] = 4$, $\sigma^2(a_{\text{light}}) = 0.5$, $E[a_{\text{gold}}] = 5$, $\sigma^2(a_{\text{gold}}) = 0.6$, $E[a_{\text{silver}}] = 7$, $\sigma^2(a_{\text{silver}}) = 0.3$. Il totale dei prodotti deve essere pari a 1000 unità. Sapendo che il rischio deve essere mantenuto basso (varianza non superiore a 0.2), stimare le quantità intere dei prodotti in modo da massimizzare il profitto totale.

NOTA: per il calcolo della varianza non si possono usare direttamente le quantità assolute q_i, ma si devono usare le frazioni di quantità prodotte $\frac{q_i}{\sum_j q_j}$.