

Logica e Metodi Formali

Esercizi Espressioni Regolari

Marco Console

Ingegneria Informatica e Automatica, Sapienza Università di Roma

Esercizio 1

Per le seguenti espressioni regolari r , definire il linguaggio $L(r)$ definito da r , fornire un esempio di una stringa $\sigma \in L(r)$ e una stringa $\tau \notin L(r)$ nell'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

1. $a + b + ab$

2. $(ab)^*(ba)^*$

3. $(a + bb)(a + b)^*(ab)$

4. $(ab + ba)^*$

5. $a^*((aa)^*b + (bb)^*a)b^*$

Esercizio 1 – Soluzione

Per le seguenti espressioni regolari r , definire il linguaggio $L(r)$ definito da r , fornire un esempio di una stringa $\sigma \in L(r)$ e una stringa $\tau \notin L(r)$ nell'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

1. $a + b + ab$

– $L(r) = \{a, b, ab\}$

– $aa \notin L(r)$

Esercizio 1 – Soluzione

Per le seguenti espressioni regolari r , definire il linguaggio $L(r)$ definito da r , fornire un esempio di una stringa $\sigma \in L(r)$ e una stringa $\tau \notin L(r)$ nell'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

2. $(ab)^*(ba)^*$

- $L(r) = \{x \mid x = YZ, Y \text{ è una sequenza di } ab, Z \text{ è una sequenza di } ba\}$
- $ababba \in L(r); baab \notin L(r)$

Esercizio 1 – Soluzione

Per le seguenti espressioni regolari r , definire il linguaggio $L(r)$ definito da r , fornire un esempio di una stringa $\sigma \in L(r)$ e una stringa $\tau \notin L(r)$ nell'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

3. $(a + bb)(a + b)^*(ab)$

- $L(r) = \{x \mid x = XYab \text{ con } X \in \{a, bb\} \text{ e } Y \text{ un stringa su } \{a, b\}\}$
- $ababab \in L(r)$
- $bbabab \in L(r)$
- $babab \notin L(r)$
- $abb \notin L(r)$

Esercizio 1 – Soluzione

Per le seguenti espressioni regolari r , definire il linguaggio $L(r)$ definito da r , fornire un esempio di una stringa $\sigma \in L(r)$ e una stringa $\tau \notin L(r)$ nell'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

4. $(ab + ba)^*$

- $L(r) = \{x \mid x \text{ è una sequenza di } ab \text{ e } ba \}$
- $ababab \in L(r)$
- $baabab \in L(r)$
- $babab \notin L(r)$
- $baaba \notin L(r)$

Esercizio 1 – Soluzione

Per le seguenti espressioni regolari r , definire il linguaggio $L(r)$ definito da r , fornire un esempio di una stringa $\sigma \in L(r)$ e una stringa $\tau \notin L(r)$ nell'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

5. $a^*((aa)^*b + (bb)^*a)b^*$

- $\{a^n b^l \mid n \geq 0, l \geq 1\} \cup \{a^n (bb)^m a b^l \mid n \geq 0, m \geq 0, l \geq 0\}$
- $aaab \in L(r)$
- $aaaa \in L(r)$
- $aba \notin L(r)$
- $baa \notin L(r)$

Esercizio 2

- Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Per ognuno dei seguenti linguaggi \mathcal{L} , definire un'espressione regolare r tale che $\mathcal{L} = L(r)$
 1. Stringhe di lunghezza $n > 3$ il cui secondo carattere è a e il quinto (se esiste) è b
 2. Tutte le possibili stringhe su Σ il cui terzultimo carattere è b
 3. Stringhe di lunghezza pari
 4. Stringhe di lunghezza dispari
 5. Stringhe con un numero di a pari

Esercizio 2 – Soluzione

- Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Per ognuno dei seguenti linguaggi \mathcal{L} , definire un'espressione regolare r tale che $\mathcal{L} = L(r)$
1. Stringhe di lunghezza $n > 3$ il cui secondo carattere è a e il quinto (se esiste) è b
 - $r_1 = (a + b)a(a + b)(a + b + ab(a + b)^* + bb(a + b)^*)$

Esercizio 2 – Soluzione

- Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Per ognuno dei seguenti linguaggi \mathcal{L} , definire un'espressione regolare r tale che $\mathcal{L} = L(r)$
2. Tutte le possibili stringhe su Σ il cui terzultimo carattere è b
- $r_2 = (a + b)^* b (aa + ab + ba + bb)$

Esercizio 2 – Soluzione

- Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Per ognuno dei seguenti linguaggi \mathcal{L} , definire un'espressione regolare r tale che $\mathcal{L} = L(r)$

3. Stringhe di lunghezza pari

- $r_3 = ((a + b)(a + b))^*$

Esercizio 2 – Soluzione

- Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Per ognuno dei seguenti linguaggi \mathcal{L} , definire un'espressione regolare r tale che $\mathcal{L} = L(r)$

4. Stringhe di lunghezza dispari

– $r_4 = (a + b)((a + b)(a + b))^*$

Esercizio 2 – Soluzione

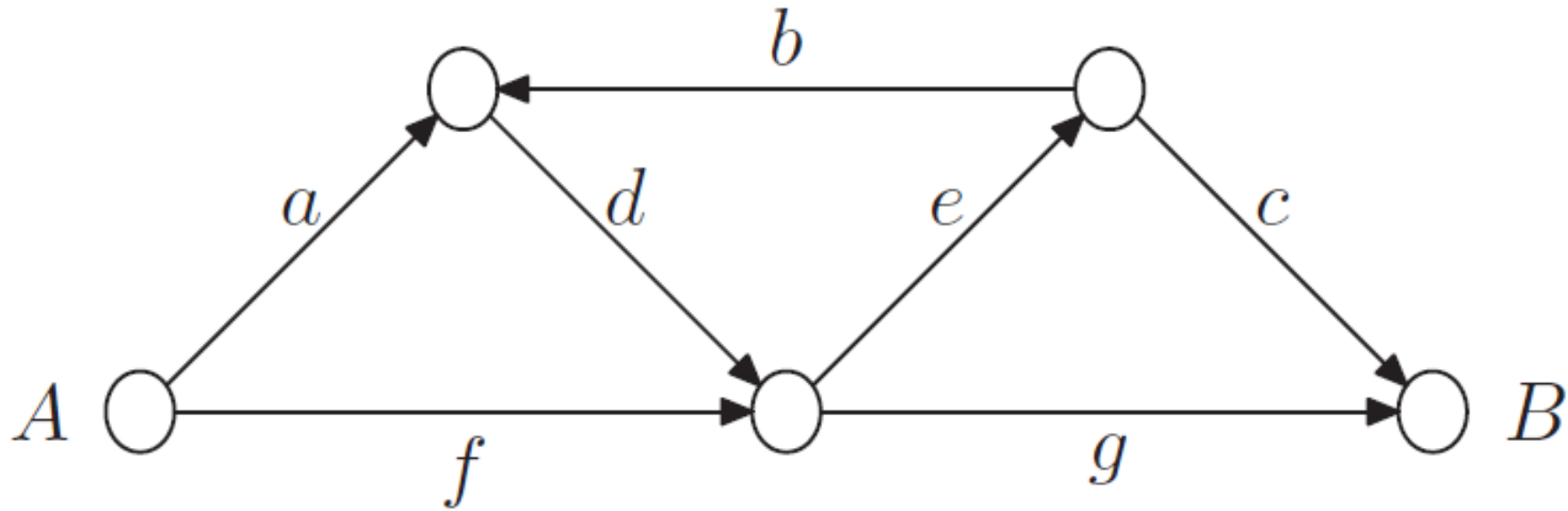
- Sia $\Sigma = \{a, b\}$. Per ognuno dei seguenti linguaggi \mathcal{L} , definire un'espressione regolare r tale che $\mathcal{L} = L(r)$

5. Stringhe con un numero di a pari

– $r_4 = b^* (a(b)^*a)^*b^*$

Esercizio 3

Considera il seguente grafo etichettato. Fornire un'espressione regolare per il linguaggio delle etichette degli archi nei percorsi da A a B.



Esercizio 3 – Soluzione

Considera la seguente mappa stradale. Fornire un'espressione regolare che definisca tutti i percorsi, anche passanti più volte per uno stesso nodo, tra A e B

$$(ad + f) (ebd)^* (ec + g)$$

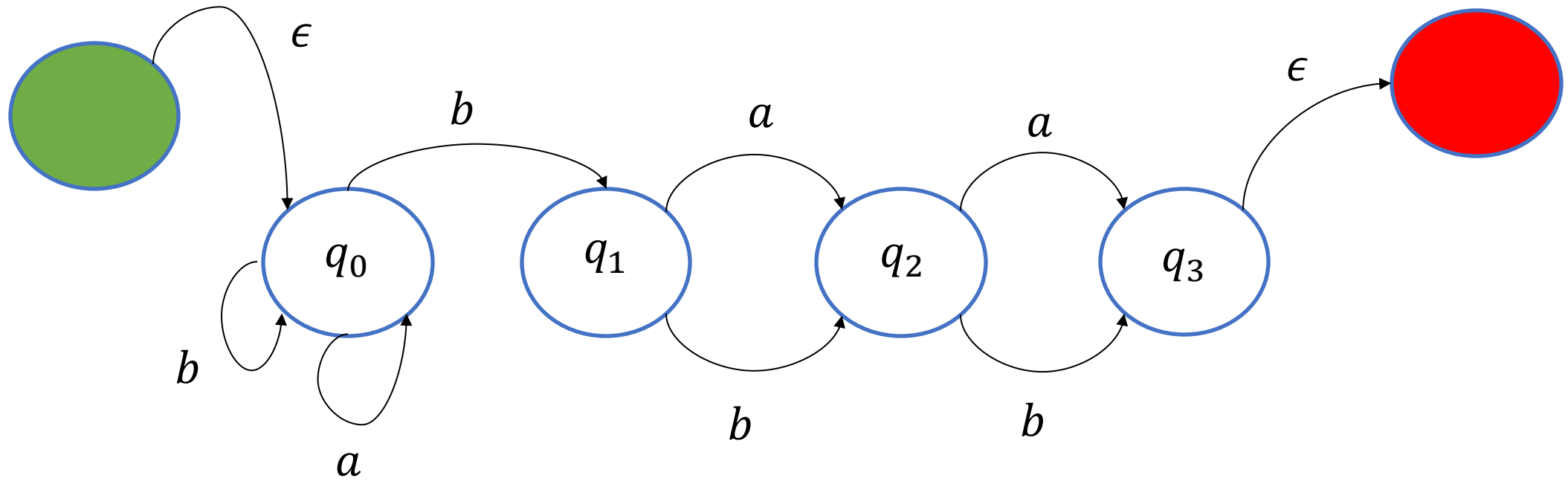
Esercizio 4

Fornire un'espressione regolare equivalente al seguente automa.

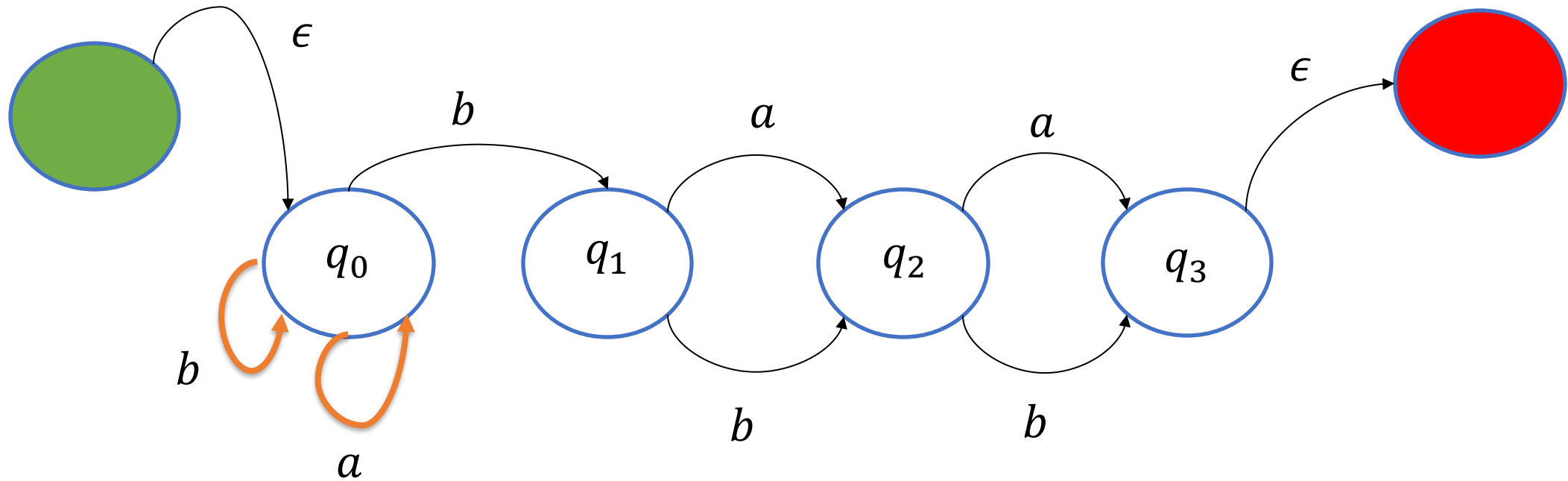
- $A = \langle \Sigma, Q, \delta, I, F \rangle$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
- $I = q_0$
- $F = \{q_3\}$

(q, σ)	$\delta(q, \sigma)$
(q_0, a)	$\{q_0\}$
(q_0, b)	$\{q_0, q_1\}$
(q_1, a)	$\{q_2\}$
(q_1, b)	$\{q_2\}$
(q_2, a)	$\{q_3\}$
(q_2, b)	$\{q_3\}$
(q_3, a)	$\{ \}$
(q_3, b)	$\{ \}$

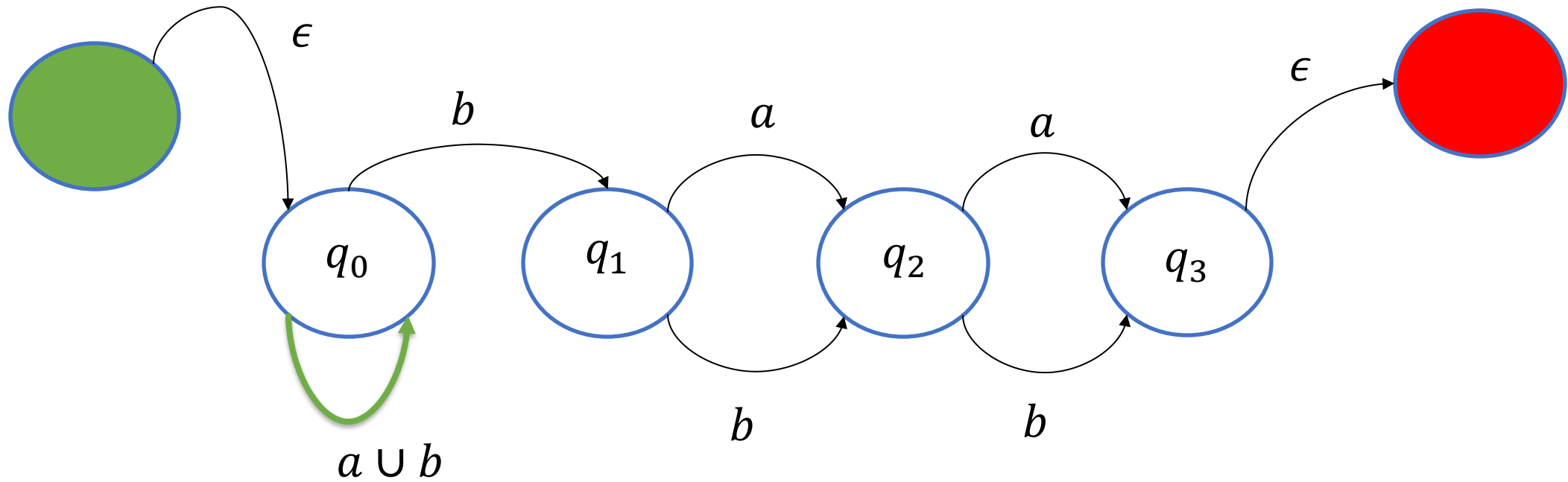
Esercizio 4 – Soluzione



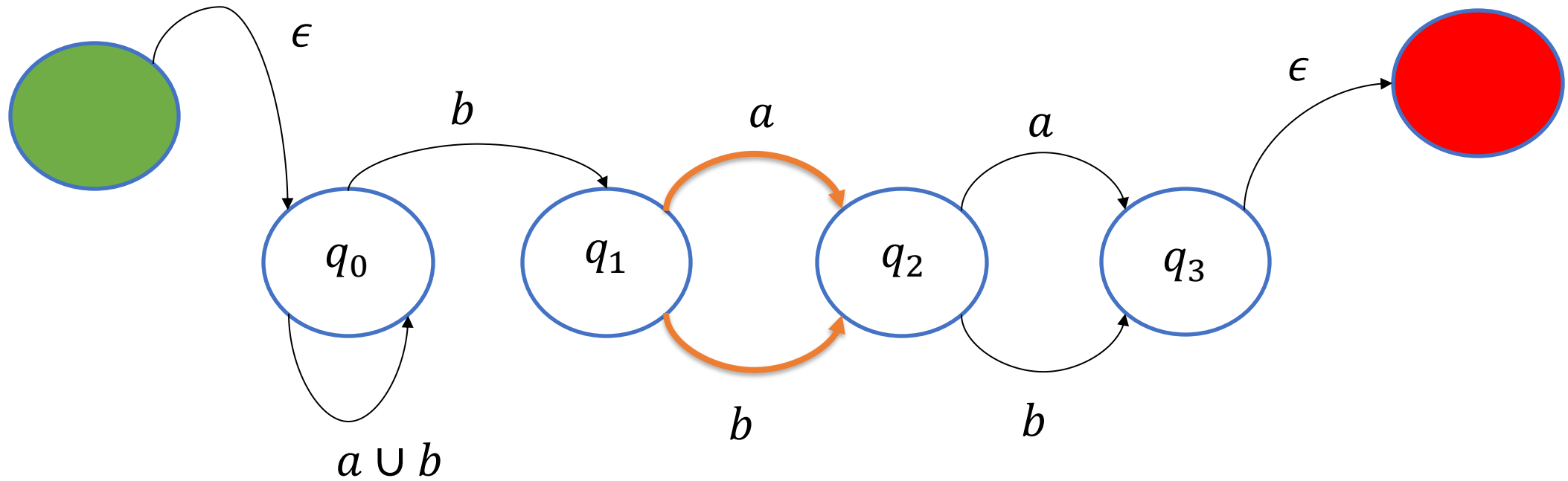
Esercizio 4 – Soluzione



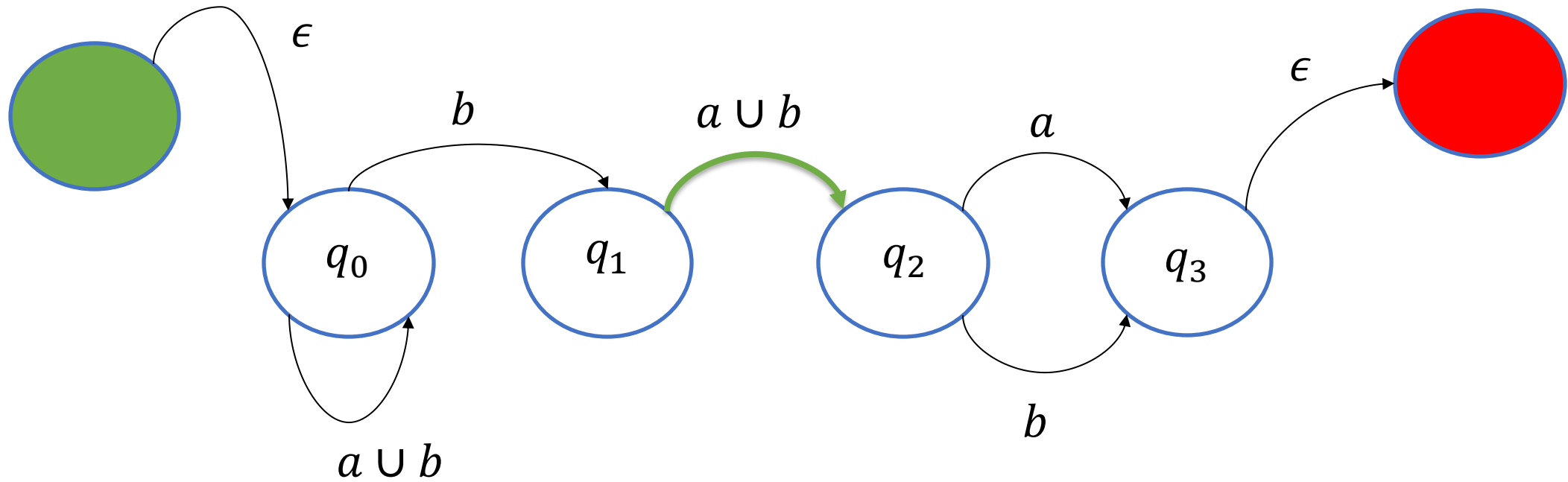
Esercizio 4 – Soluzione



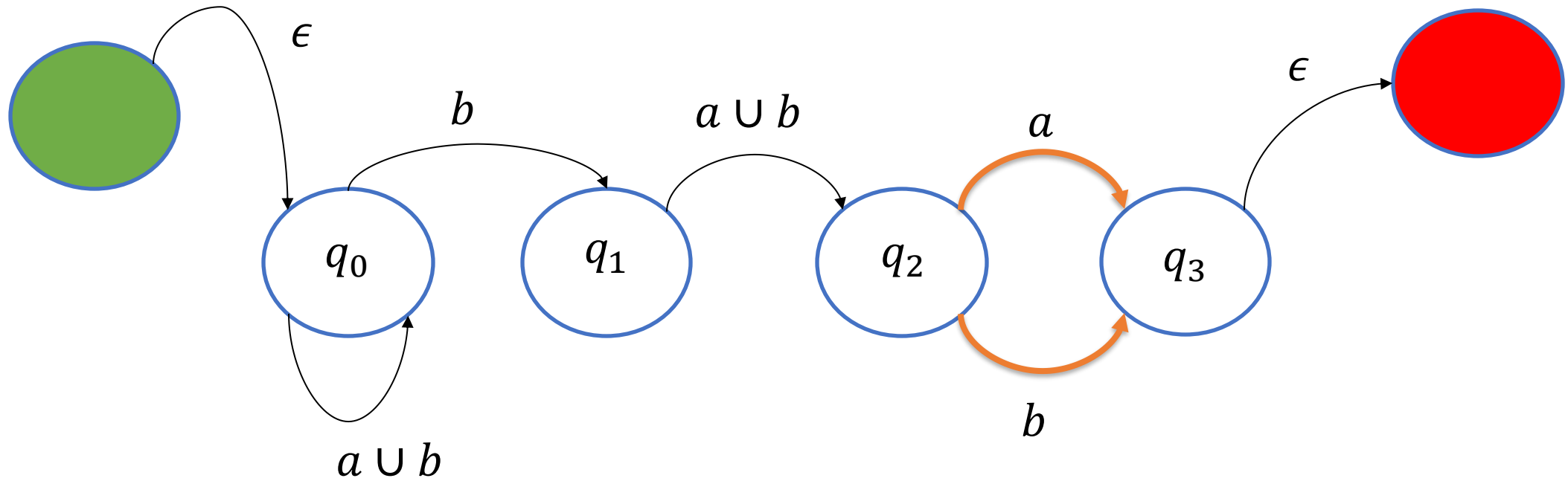
Esercizio 4 – Soluzione



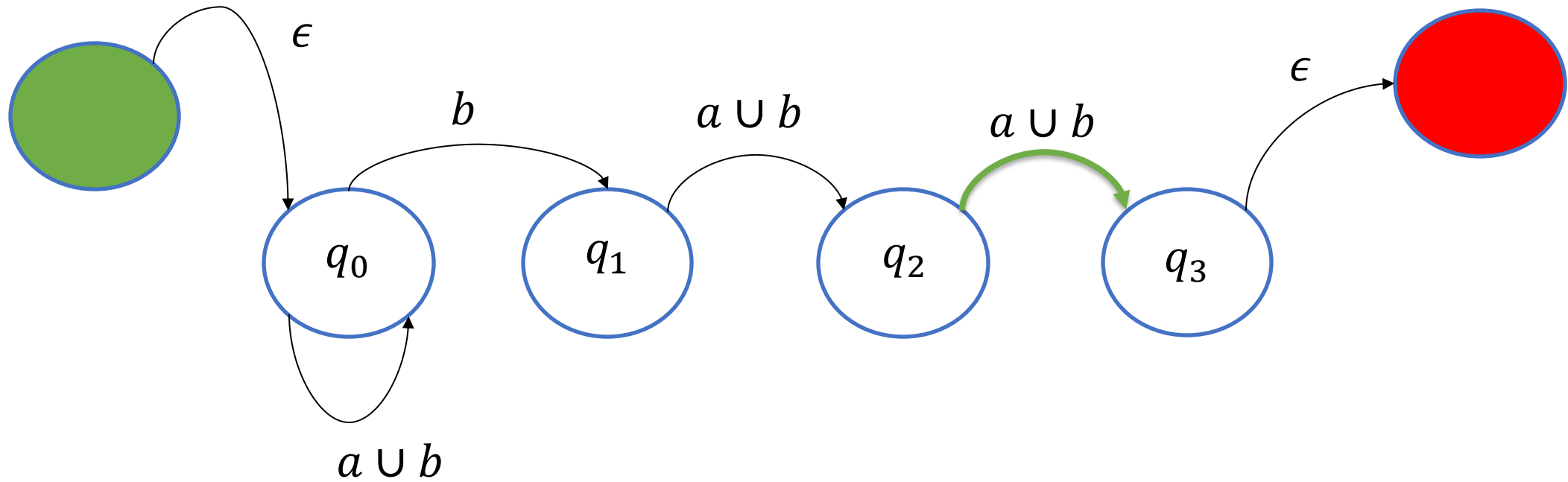
Esercizio 4 – Soluzione



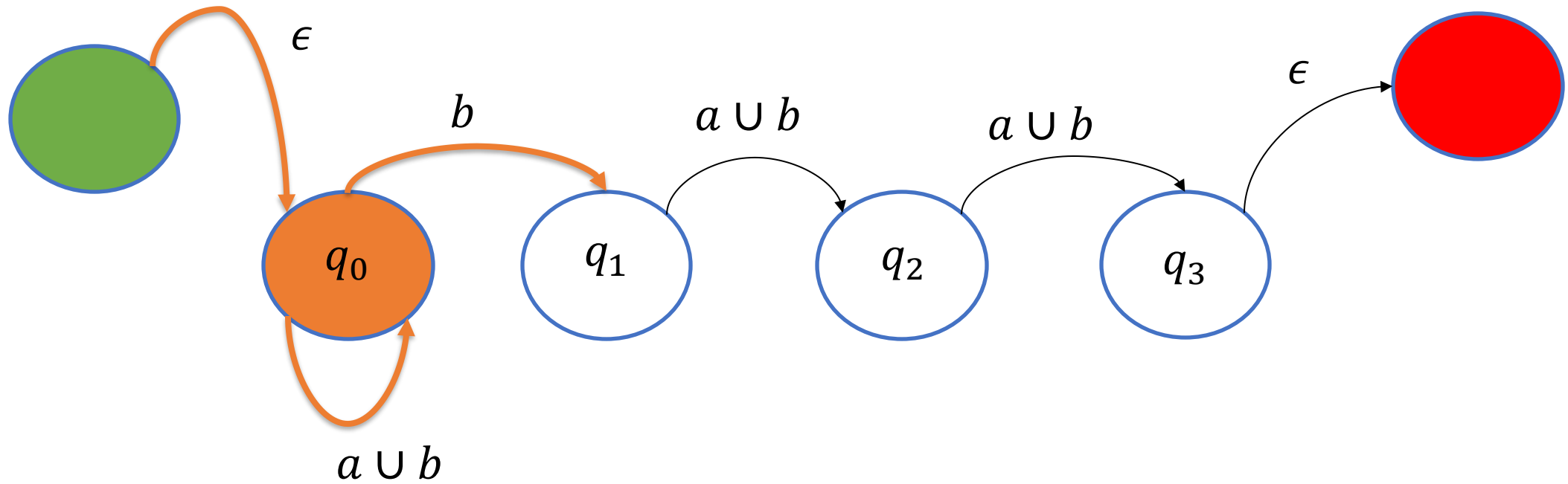
Esercizio 4 – Soluzione



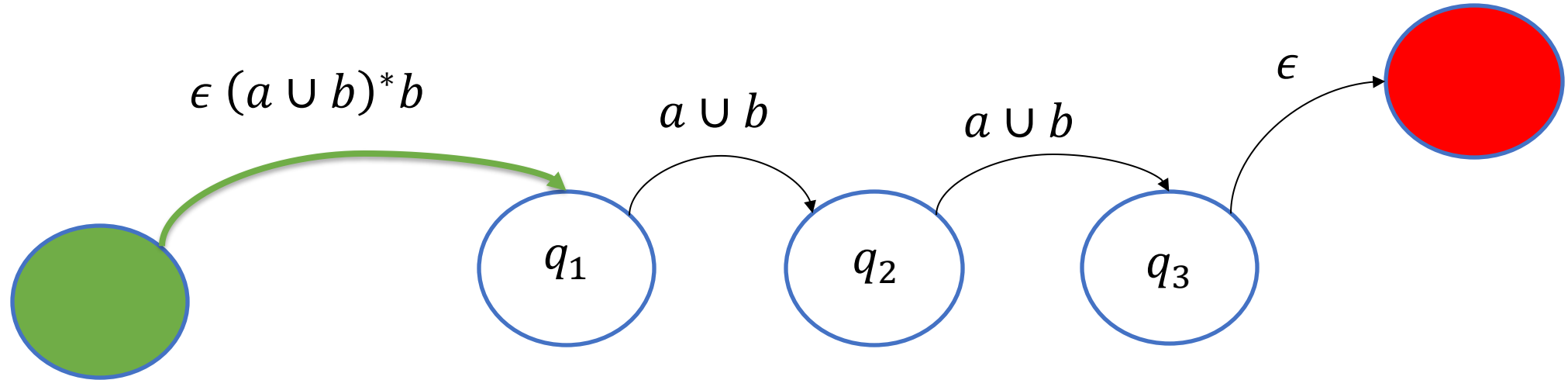
Esercizio 4 – Soluzione



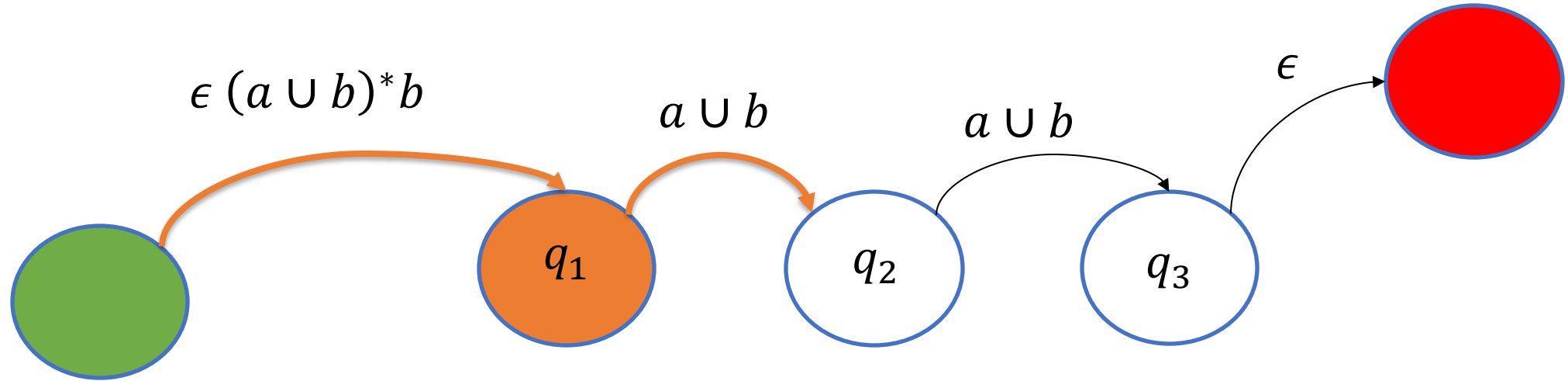
Esercizio 4 – Soluzione



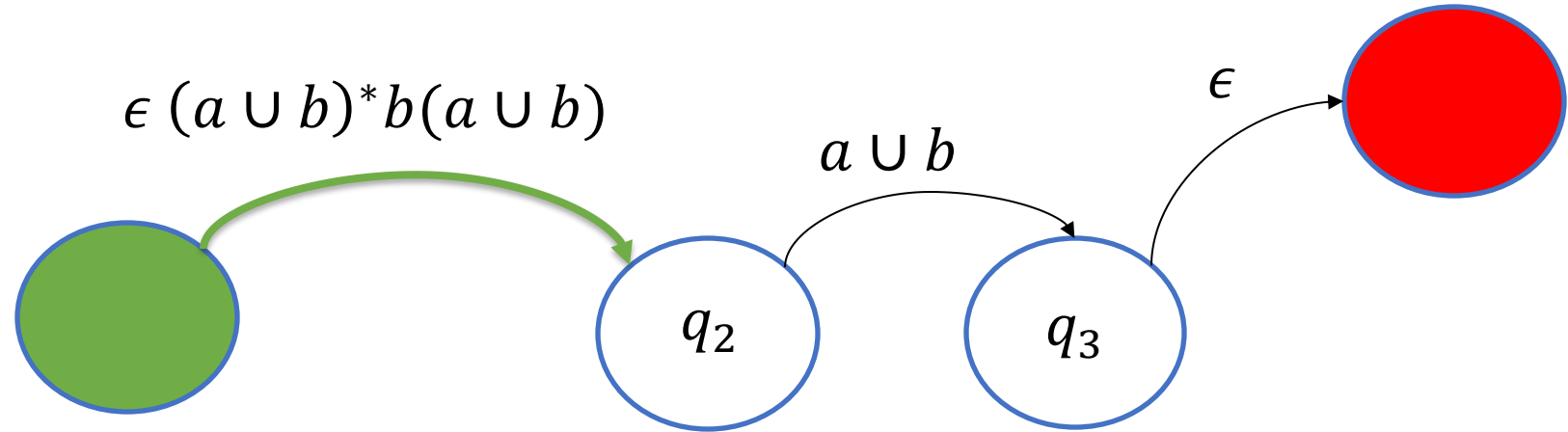
Esercizio 4 – Soluzione



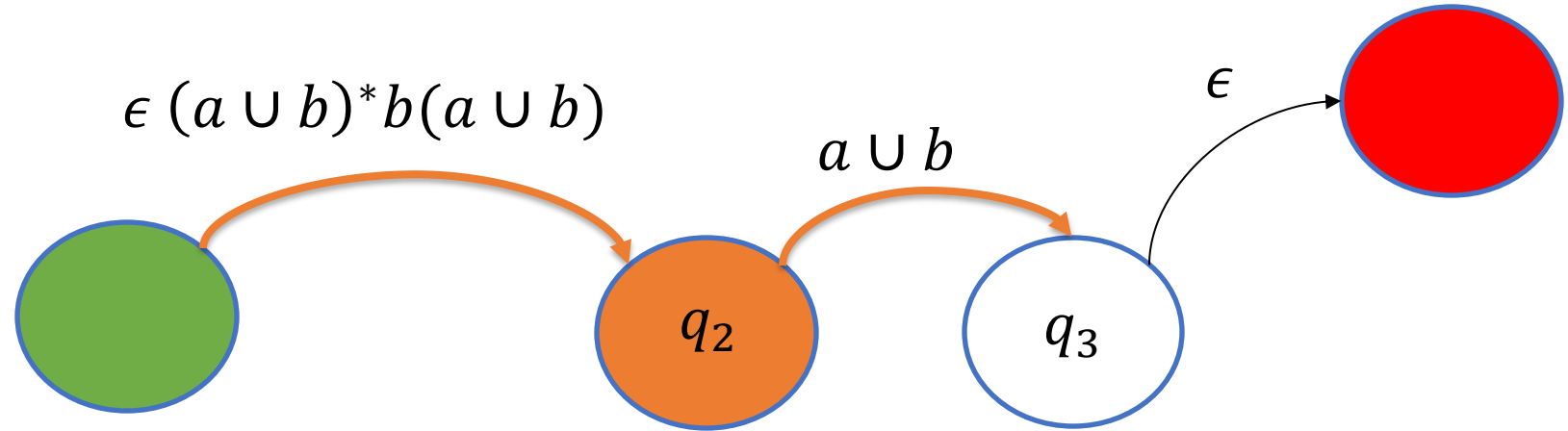
Esercizio 4 – Soluzione



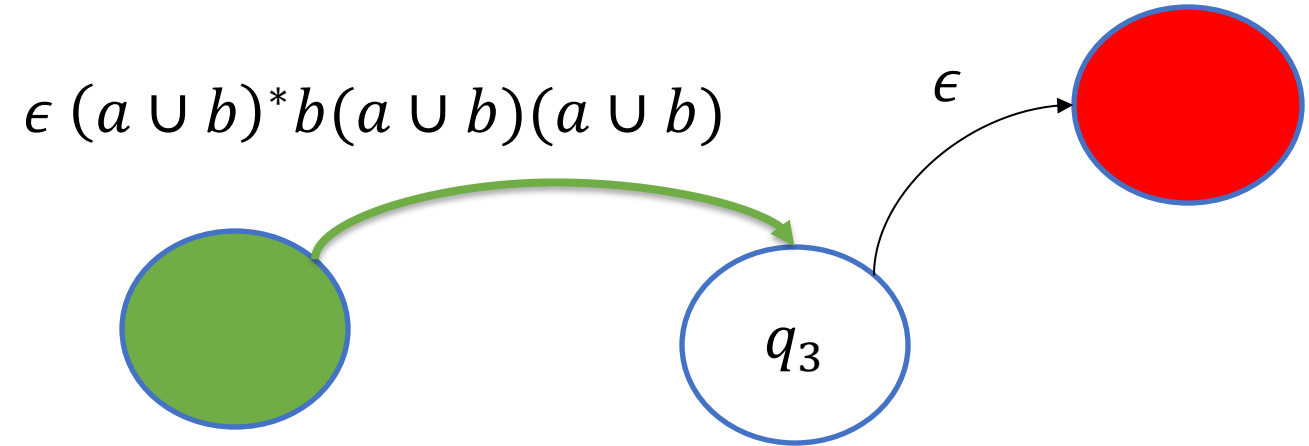
Esercizio 4 – Soluzione



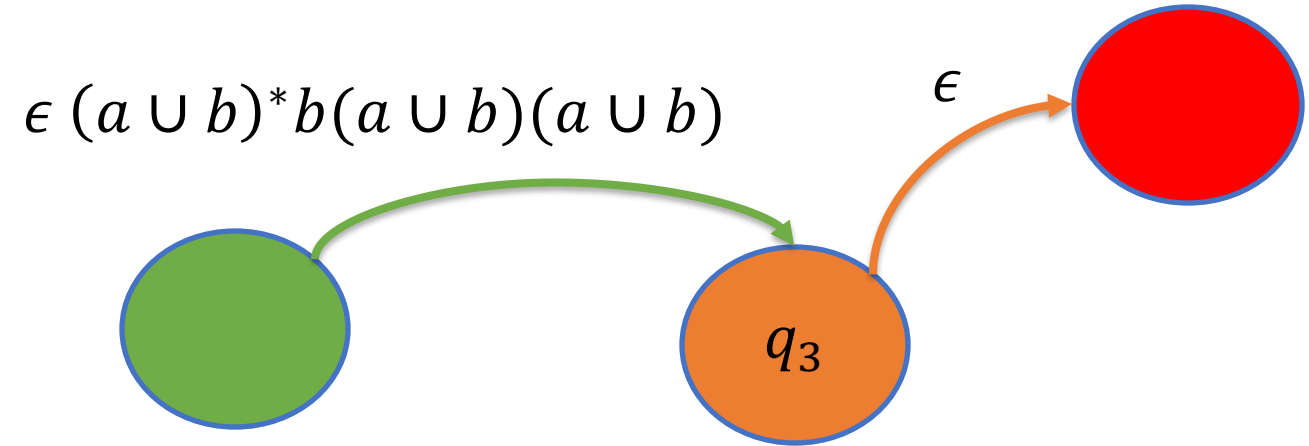
Esercizio 4 – Soluzione



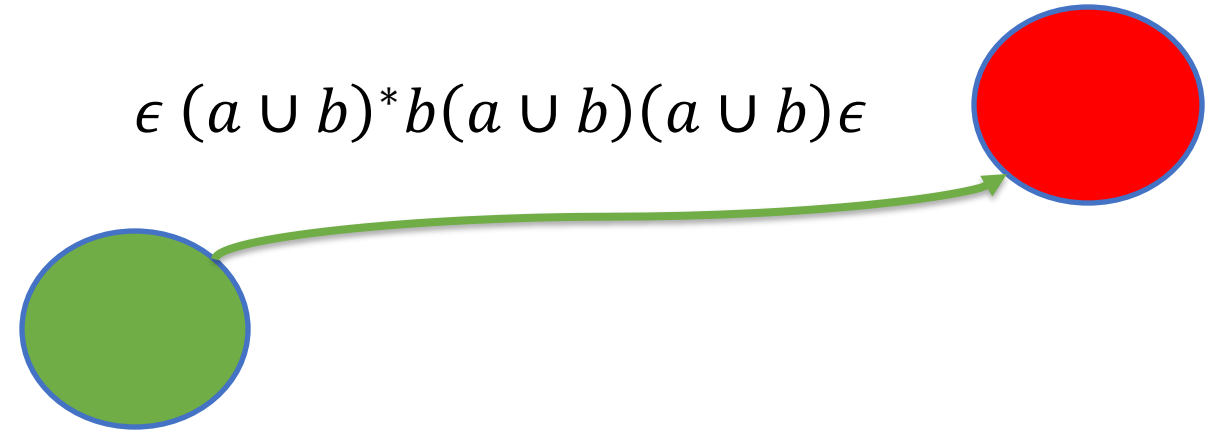
Esercizio 4 – Soluzione



Esercizio 4 – Soluzione



Esercizio 4 – Soluzione

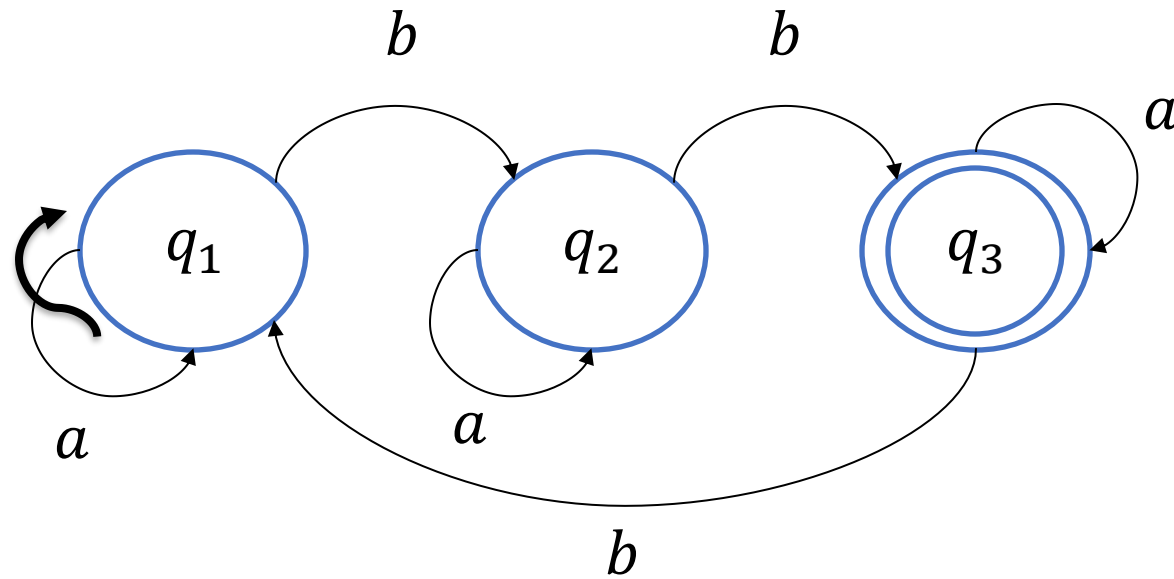


Esercizio 4 – Soluzione

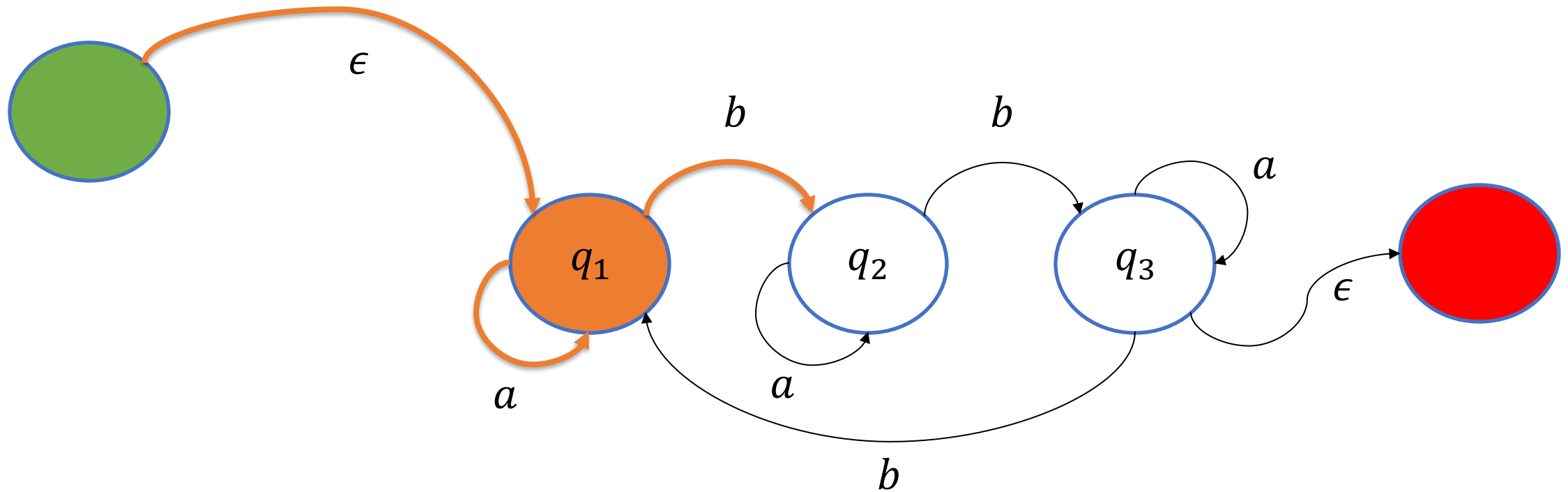
$$r = \epsilon (a \cup b)^* b (a \cup b) (a \cup b) \epsilon$$

Esercizio 5

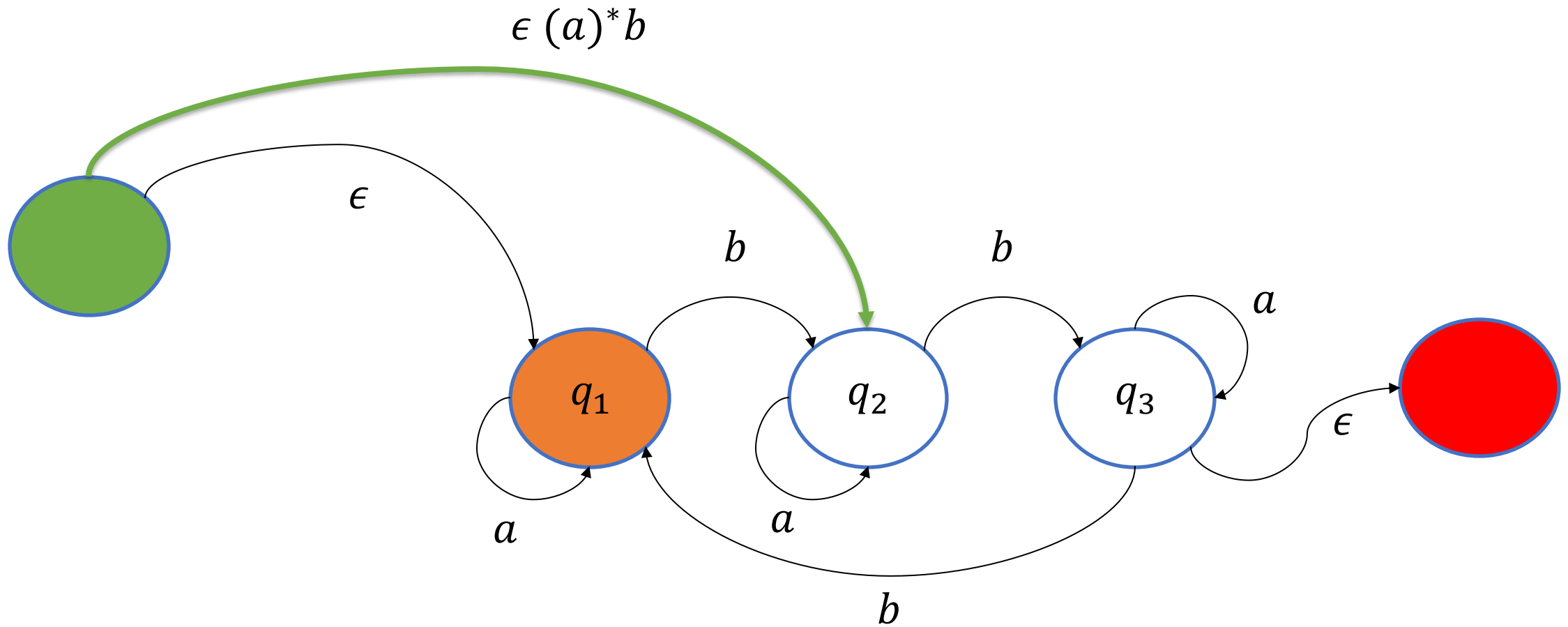
Fornire un'espressione regolare equivalente al seguente ASFND



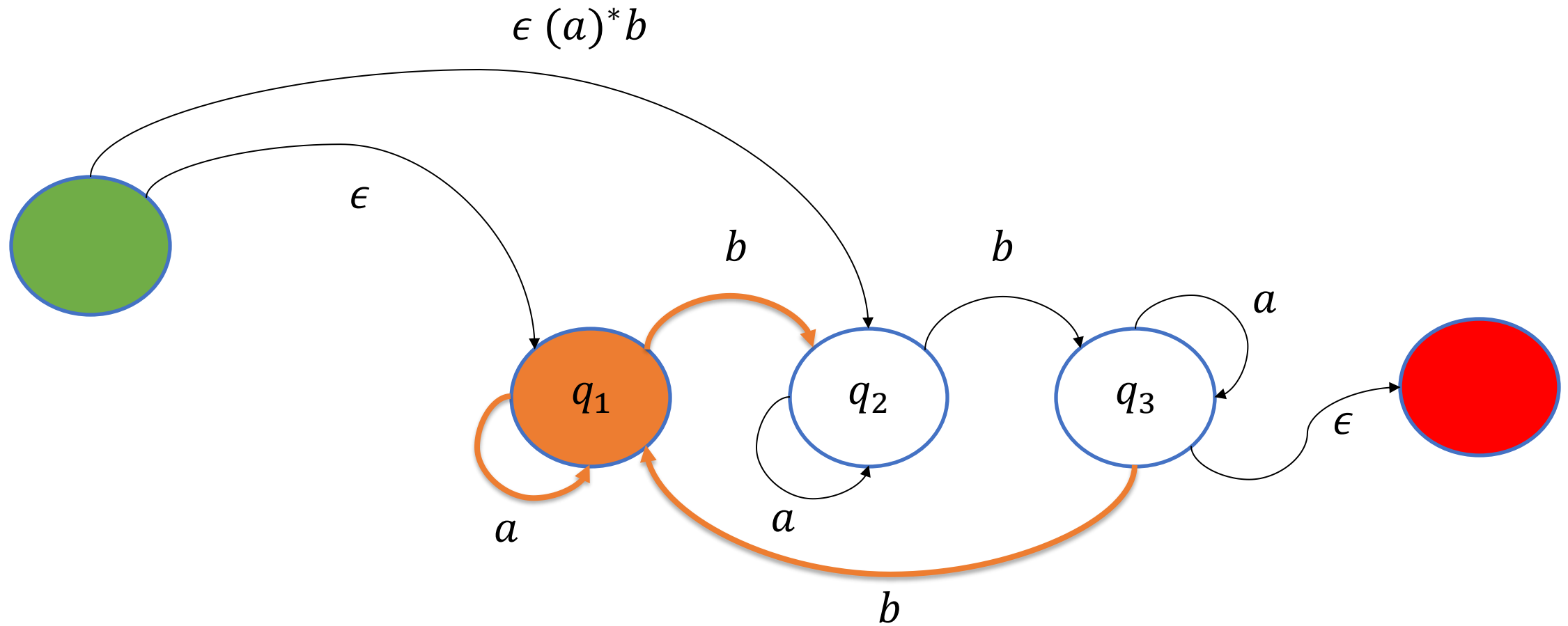
Esercizio 5 – Soluzione



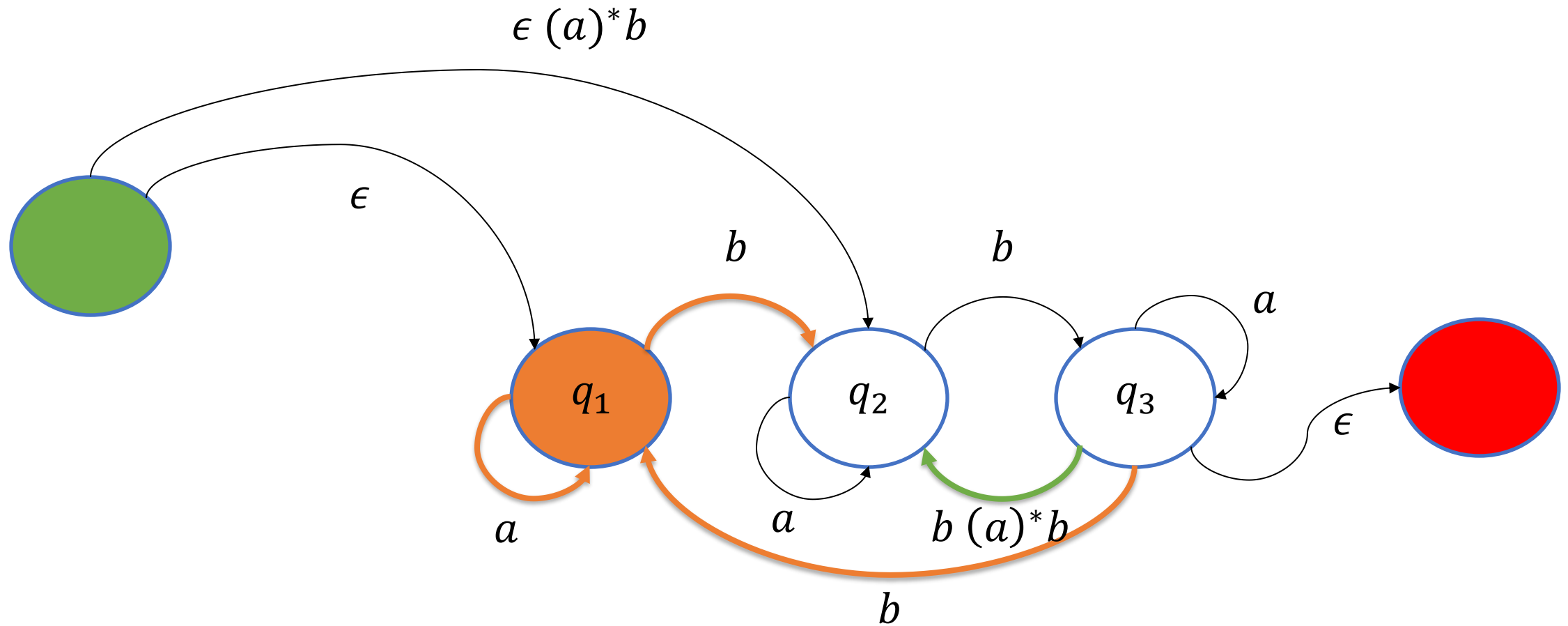
Esercizio 5 – Soluzione



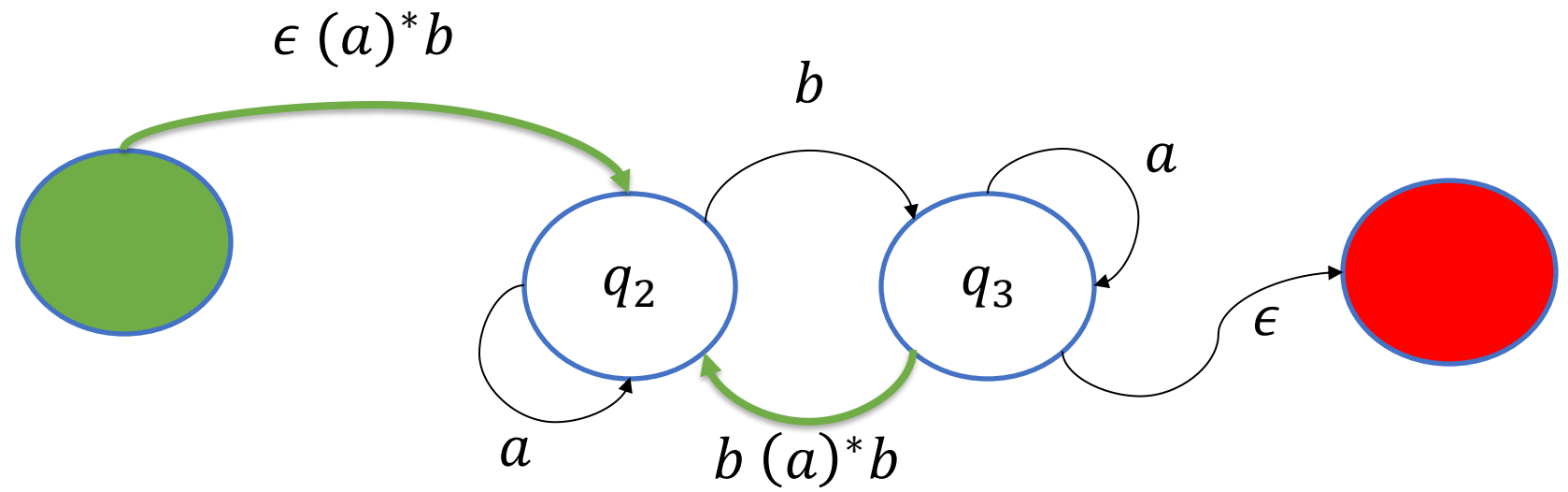
Esercizio 5 – Soluzione



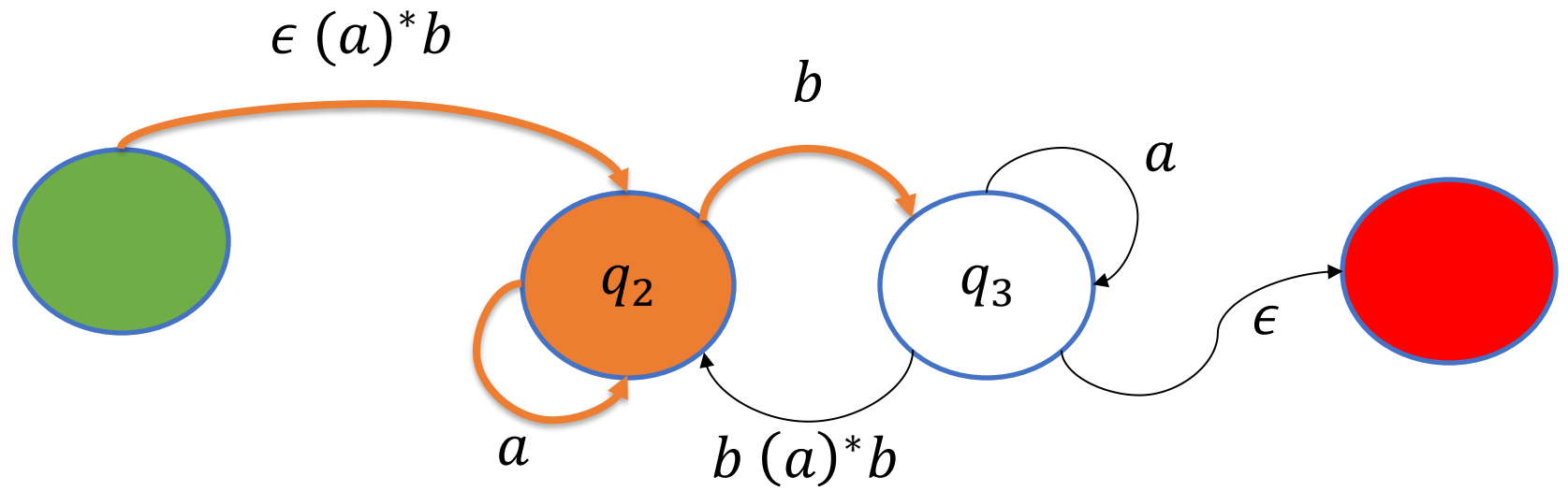
Esercizio 5 – Soluzione



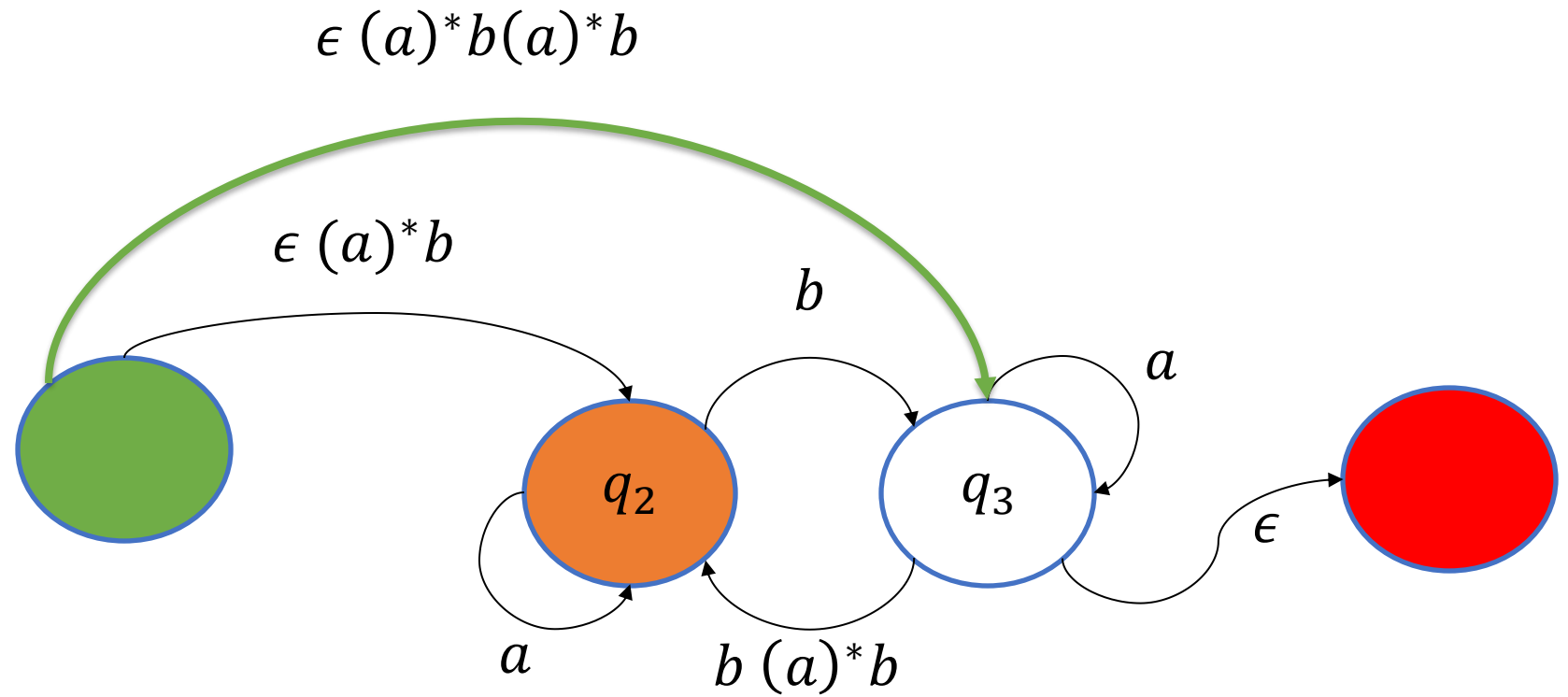
Esercizio 5 – Soluzione



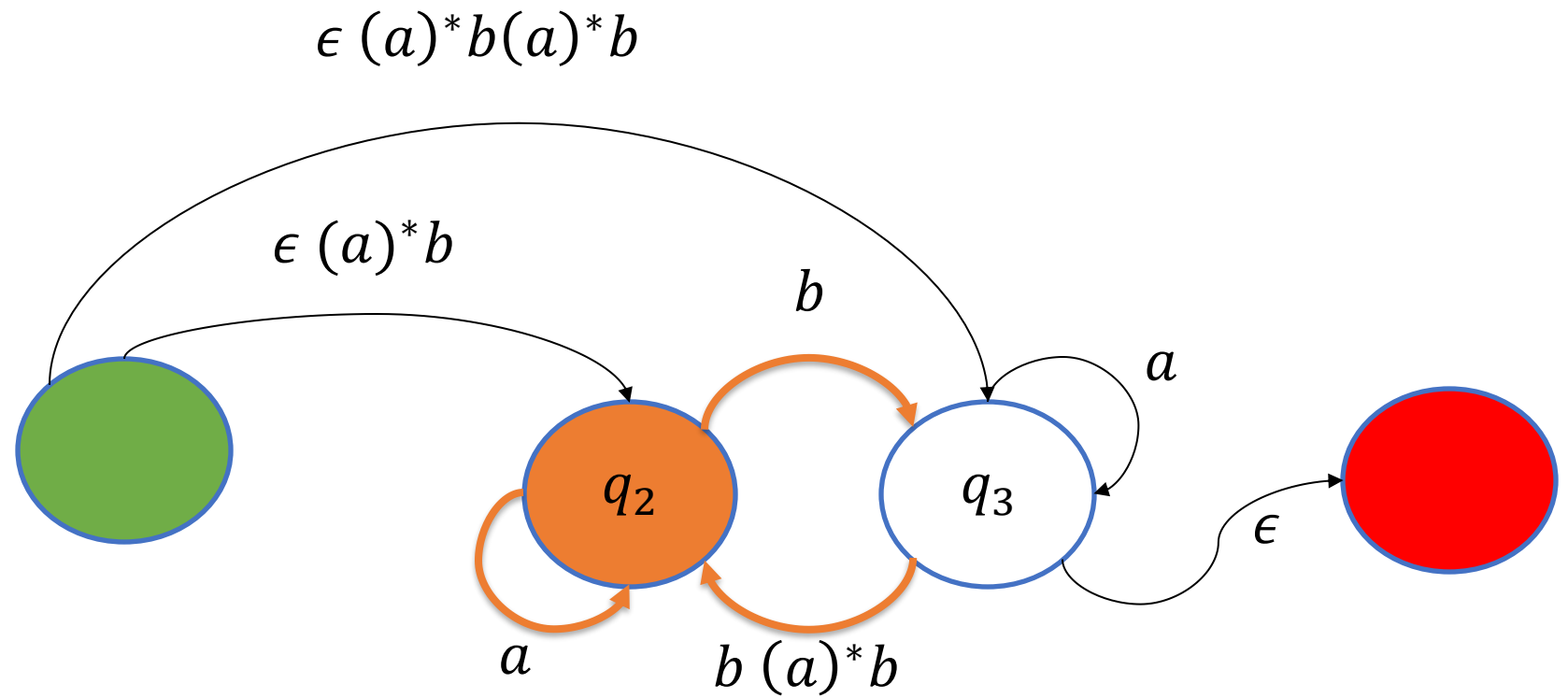
Esercizio 5 – Soluzione



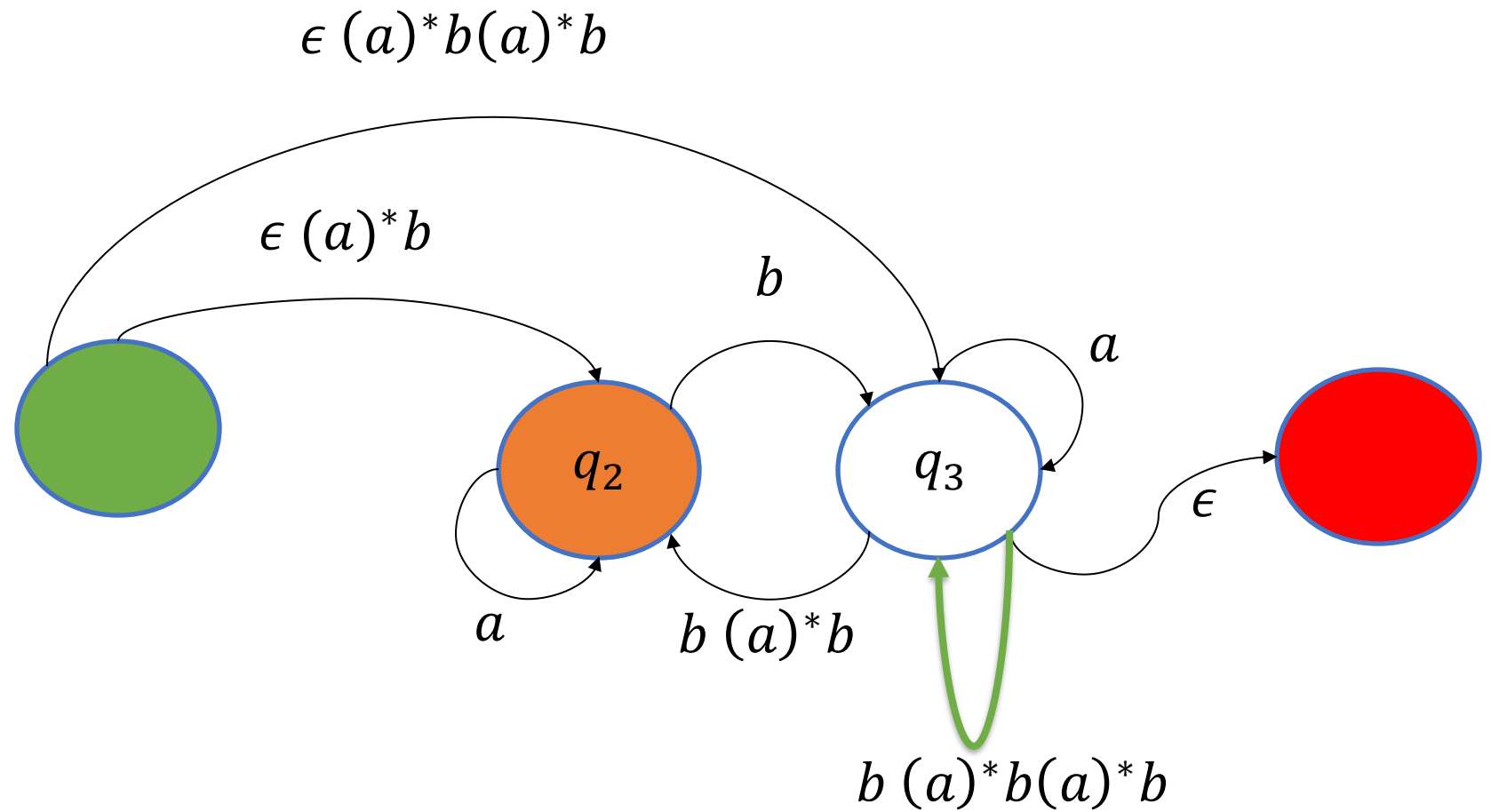
Esercizio 5 – Soluzione



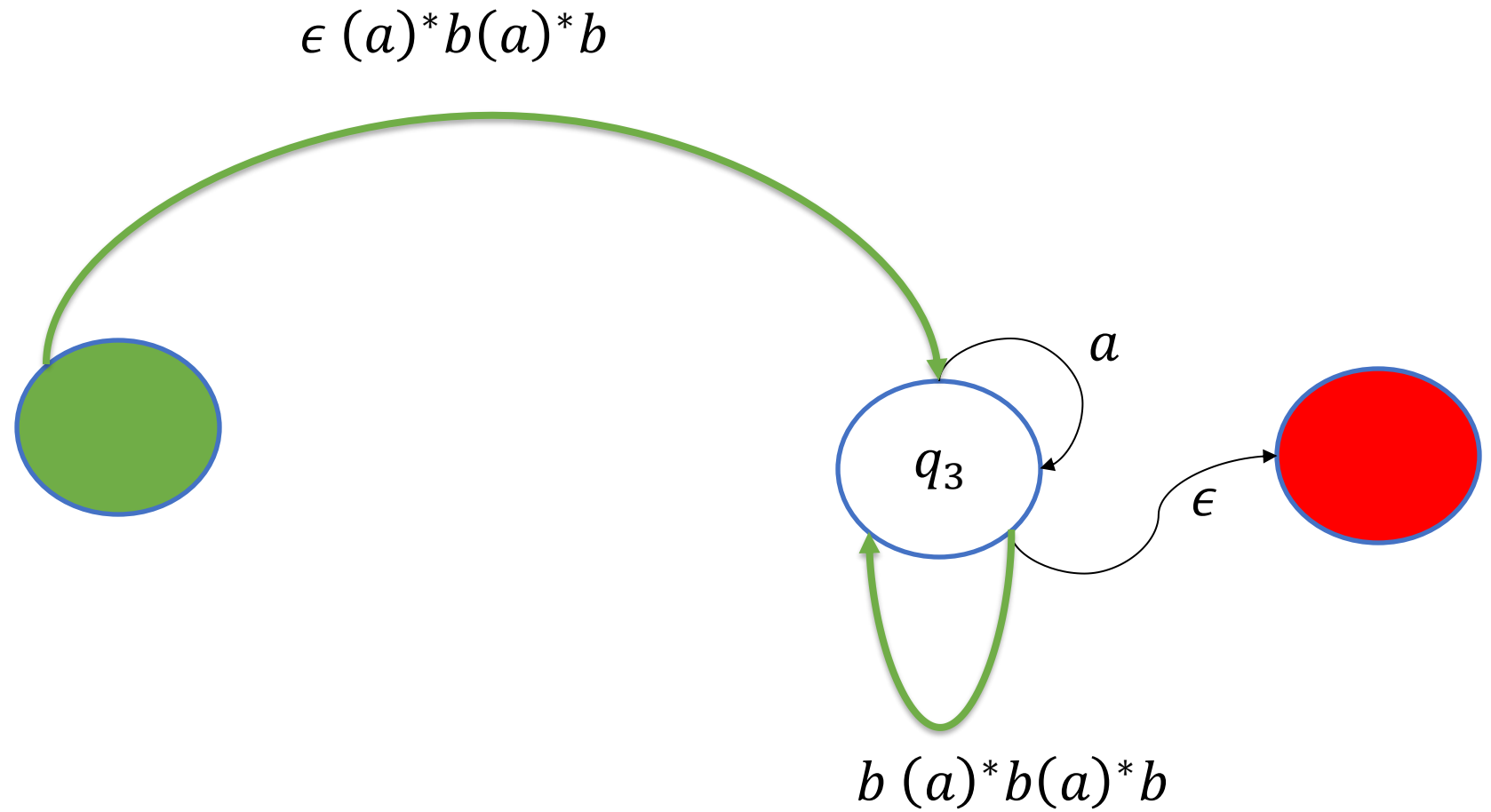
Esercizio 5 – Soluzione



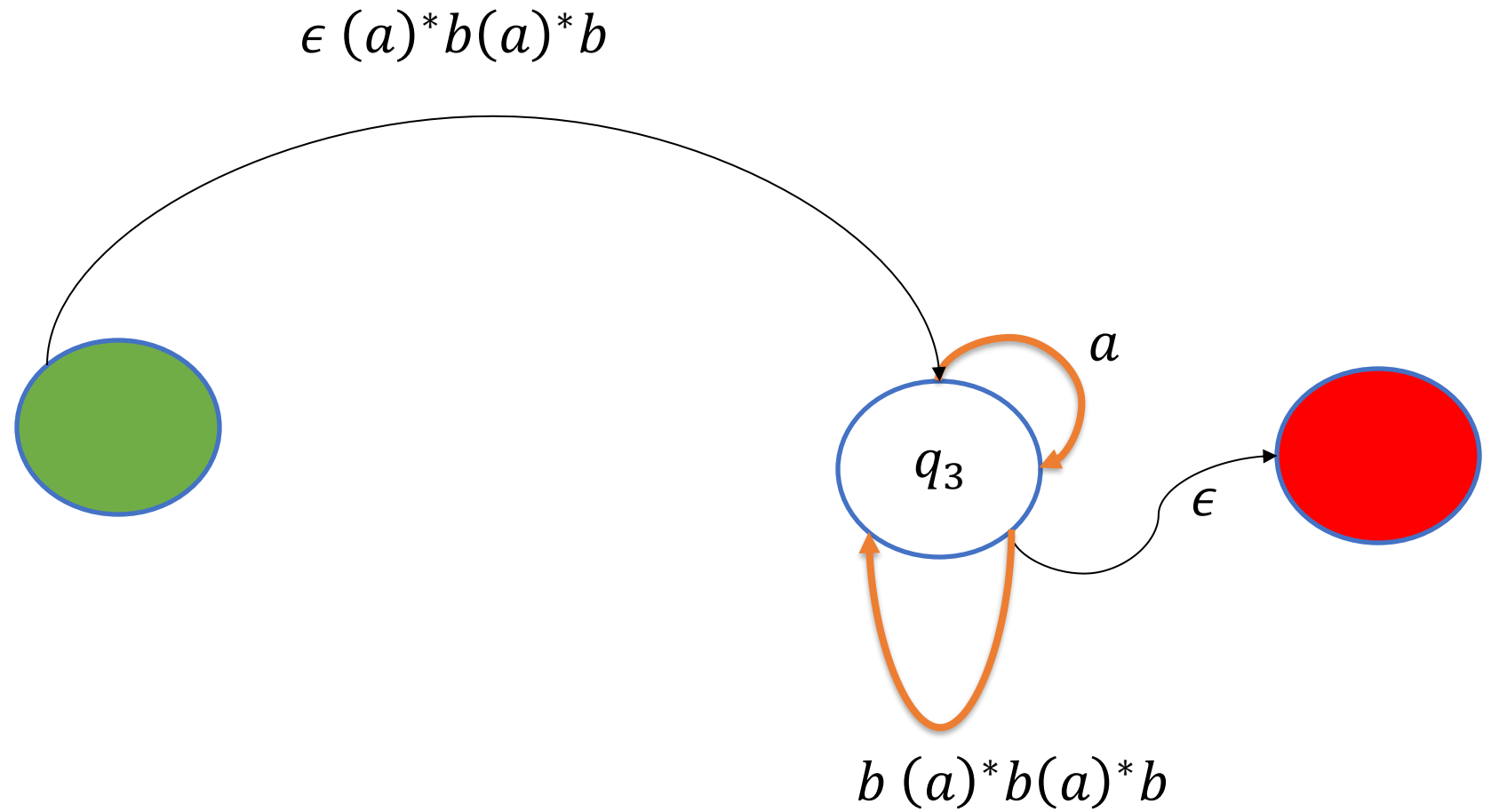
Esercizio 5 – Soluzione



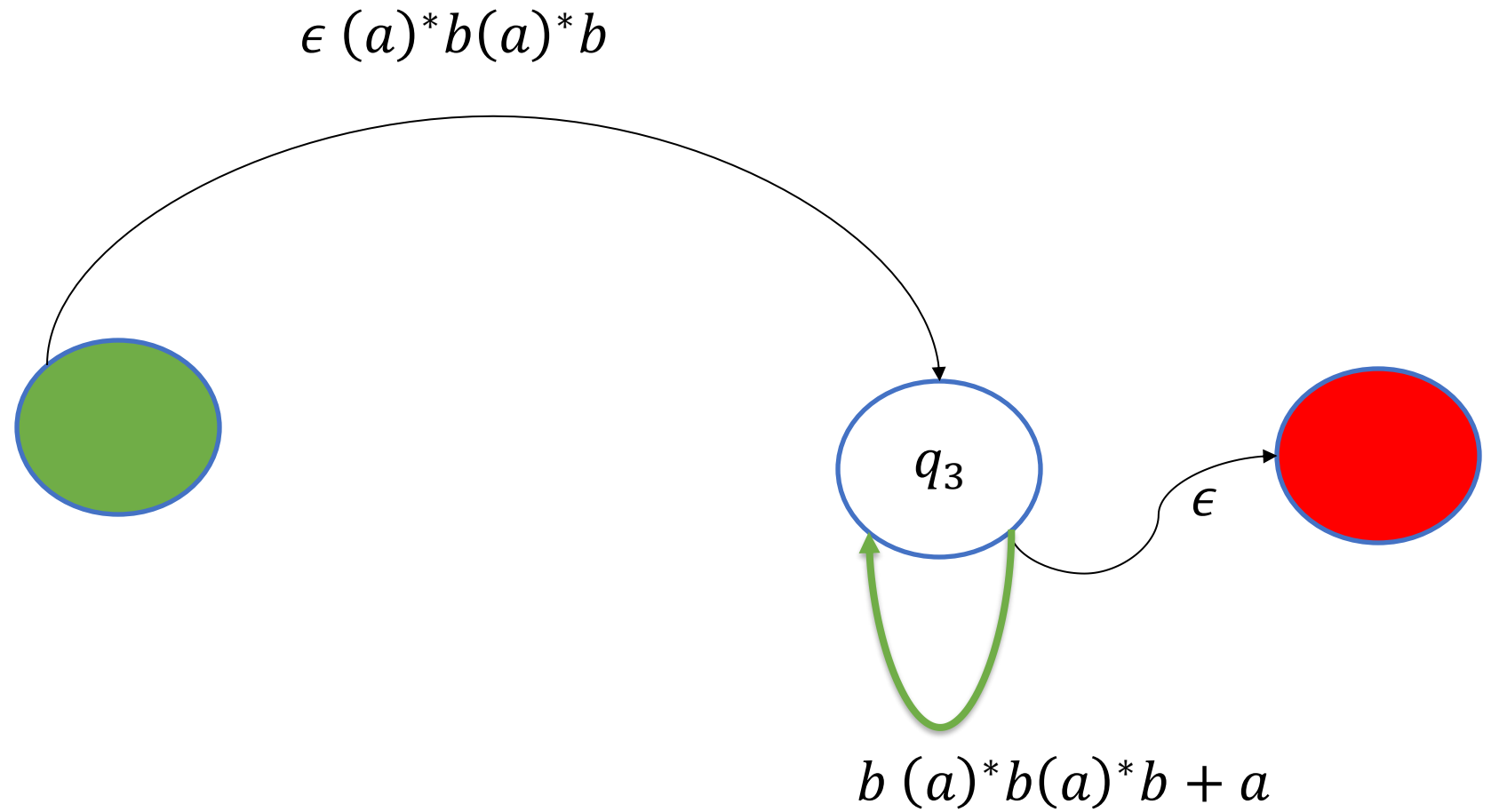
Esercizio 5 – Soluzione



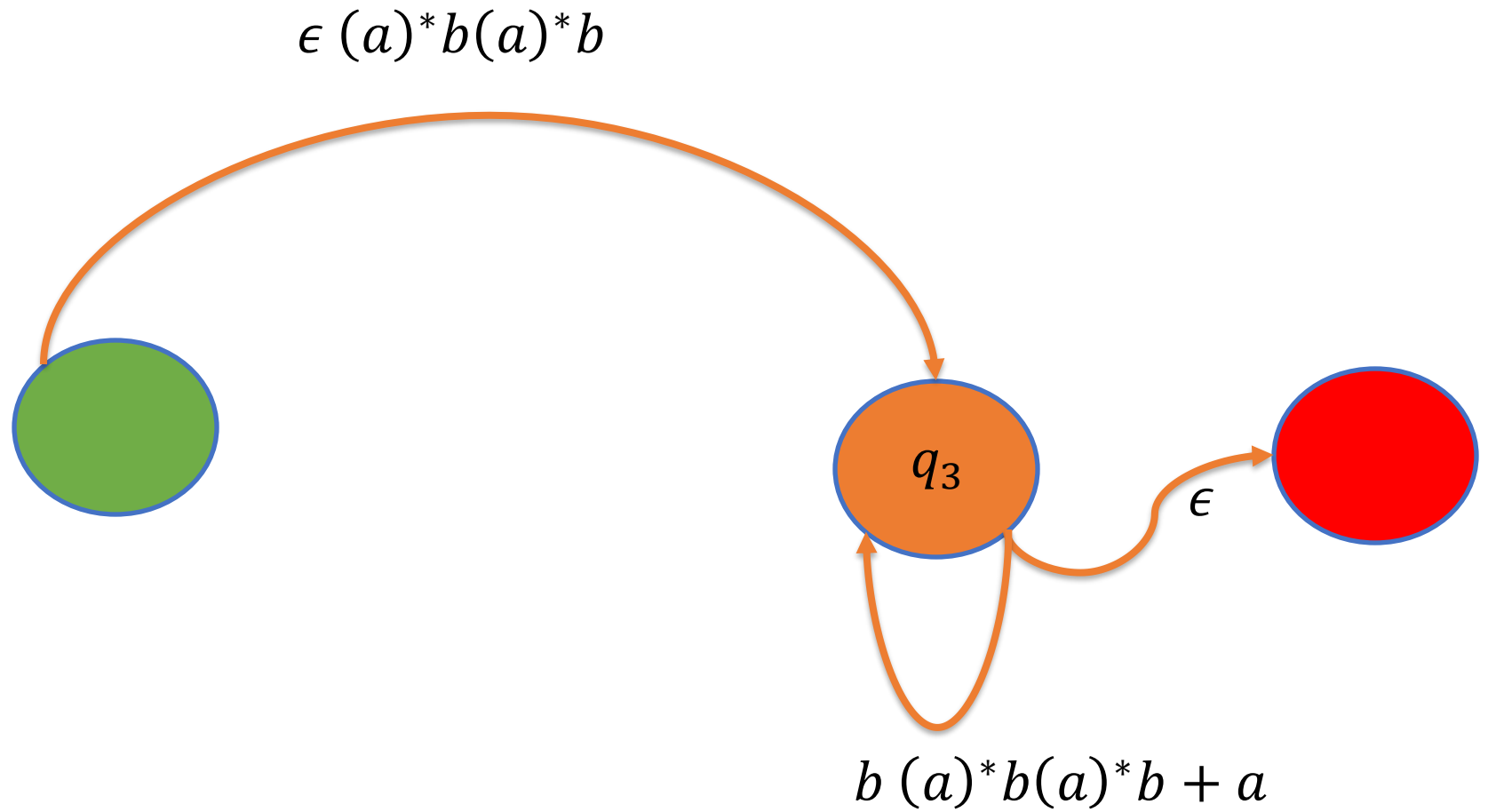
Esercizio 5 – Soluzione



Esercizio 5 – Soluzione



Esercizio 5 – Soluzione



Esercizio 5 – Soluzione

$$\epsilon (a)^* b(a)^* b (b (a)^* b(a)^* b + a)^* \epsilon$$



Esercizio 5 – Soluzione

$$r = \epsilon (a)^* b (a)^* b (b (a)^* b (a)^* b + a)^* \epsilon$$