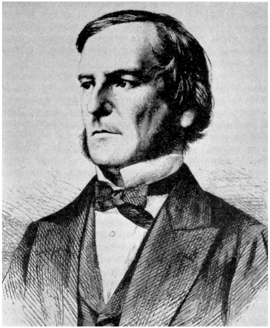
Logica booleana

Informatica@DSS 2019/2020 — II canale

Massimo Lauria <massimo.lauria@uniroma1.it>
http://massimolauria.net/courses/informatica2019/

George Boole (1815–1864)



Fondatore della logica matematica

- studio formale dei ragionamenti usati in matematica
- uso di manipolazioni algebriche per concetti logici

Operatori logici

Operatori che combinano espressioni booleane.

	Matematica	Python
negazione	$\neg x$	`not x`
congiunzione	$x \wedge y$	`x and y`
disgiunzione	$x \vee y$	`x or y`

Negazione logica $\neg x$

Assume il valore opposto della variable x

x	not x
False	True
True	False

```
porta_chiusa = False
porta_aperta = not porta_chiusa
print(porta_aperta)
```

```
True
```

Domanda: a cosa è uguale `not not x`?

Congiunzione logica $x \wedge y$

La congiunzione è vera quando x e y sono entrambi veri.

`x`	`y`	`x and y`
`False`	`False`	`False`
`True`	`False`	`False`
`False`	`True`	`False`
`True`	`True`	`True`

Esercizio: Quando vale `True` l'espressione seguente?

```
a1 and a2 and a3 and a4 and a5
```

Esempio di congiunzione logica

```python
vento = True
neve  = True
tormenta = vento and neve
print(tormenta)
```

```
True
```

Disgiunzione logica $x \vee y$

La disgiunzione è vera quando almeno uno tra x e y è vero.

x	y	x or y
False	False	False
True	False	True
False	True	True
True	True	True

Esercizio: Quando vale `True` l'espressione seguente?

```
a1 or a2 or a3 or a4 or a5
```

Esempio di disgiunzione logica

```python
nuvoloso   = True
pioggia    = False
brutto_tempo = pioggia or nuvoloso
print(brutto_tempo)
```

```
True
```

Associatività e Commutatività

Un operatore tra due operandi, chiamiamolo $\circ$, si dice

- associativo, quando $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$
- commutativo, quando $a \circ b = b \circ a$

Esercizio: dimostrare che se un operatore $\circ$ è associativo e commutativo, allora comunque vengano messe le parentesi o ordinati gli operandi nella sequente espressione

$$a_1 \circ a_2 \circ a_3 \cdots a_{n-1} \circ a_n$$

il valore dell'espressione non cambia.

Differenze con il linguaggio naturale

Nel linguaggio naturale si usa `or` in modo diverso

vado al mare o in montagna

intendendo alternative esclusive.

Invece l'`or` logico funziona in maniera differente, ne senso che il risultato è vero anche se entrambe le opzioni sono vere.

Or esclusivo $x \oplus y$

L'or esclusivo (XOR) è vero quando esattamente uno tra x e y è vero. Lo XOR è denotato anche come $x \oplus y$.

x	y	x ^ y
False	False	False
True	False	True
False	True	True
True	True	False

Esercizio: Quando vale `True` l'espressione seguente?

```
a1 ^ a2 ^ a3 ^ a4 ^ a5
```

Regole di de Morgan

$\neg(x \vee y)$ è uguale a $\neg x \wedge \neg y$

ed anche

$\neg(x \wedge y)$ è uguale a $\neg x \vee \neg y$

Esercizio: verificare tutti e 4 i casi

Distributività

$x \wedge (y \vee z)$ **è uguale a** $(x \wedge y) \vee (x \wedge z)$

ed anche

$x \vee (y \wedge z)$ **è uguale a** $(x \vee y) \wedge (x \vee z)$

Esercizio: verificare tutti gli 8 casi