

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II



SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

RICERCA OPERATIVA, A.A. 2021/22 – PROF.SSA PAOLA FESTA

PROVA SCRITTA, 11 GENNAIO 2022

Esercizio 1

Dato il seguente problema di PL

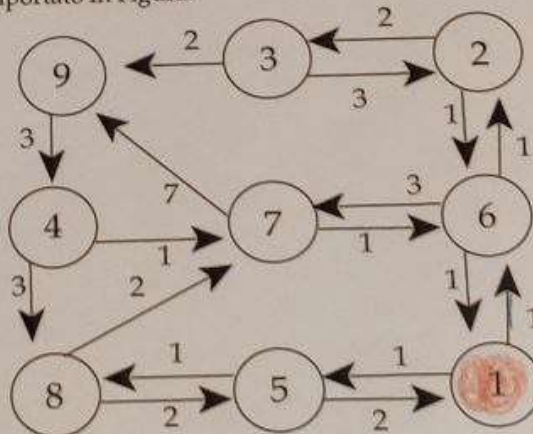
$$\begin{array}{ll} \min & x_2 \\ \text{s.a} & \\ & x_1 \leq 4 \\ & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

1. disegnarne la regione ammissibile P ;
2. per ogni vertice di P indicare quali vincoli esso attiva;
3. se esiste, indicare una soluzione ottima.
4. verificare tramite Metodo del Simpleso Tabellare la risposta al punto 3.

Cosa sarebbe accaduto se la funzione obiettivo fosse stata $\min -x_2$?

Esercizio 2

Si consideri il grafo orientato $G = (V, A)$ riportato in Figura.



- (a) Si calcoli un albero dei cammini minimi radicato nel nodo 1.
- (b) Si analizzi e giustifichi la complessità computazionale dell'algoritmo di Dijkstra con lista non ordinata.

Esercizio 3

Descrivere il Metodo del Big- M , commentandone anche le condizioni di stop.

Esercizio 4

Si descrivano i possibili metodi per individuare una soluzione ottima al Problema dello Zaino 0/1, analizzandone (giustificandole) le complessità computazionali.

Esercizio 5

Si consideri il grafo orientato e pesato $G = (V, A)$ riportato nella Figura dell'Esercizio 2 trascurando l'orientamento ed il peso degli archi (si eliminino anche eventuali archi multipli):

- (a) Si calcoli un vertex cover per G utilizzando l'algoritmo *random*.
- (b) Si analizzi e giustifichi la complessità computazionale dell'algoritmo utilizzato al punto (a).

Esercizio 6

- (a) Si individui una soluzione ottima al Problema dello Zaino 0/1 caratterizzato da uno zaino di capacità pari a 9 kg ed avendo a disposizione 4 oggetti diversi con peso e profitto riportati nella seguente tabella:

Oggetto	Peso	Profitto
1	3	5
2	5	2
3	3	3
4	2	4

$1, 6, 6$ II
 $2, 1, 4$ IV
 1 III
 $2, 1$ I

- (b) Si analizzi la complessità computazionale dell'algoritmo utilizzato al punto (a).

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II



SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE
RICERCA OPERATIVA, A.A. 2021/22 – PROFESSA PAOLA FESTA
PROVA SCRITTA, 15 FEBBRAIO 2022

Esercizio 1

Dato il seguente problema di PL continuo

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 \\ \text{s.t.} & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_2 \geq 0 \end{array}$$

1. disegnare la regione ammissibile P ;
2. per ogni vertice di P indicare quali vincoli esso attiva;
3. se esiste, indicare una soluzione ottima.
4. verificare tramite Metodo del Simplexo Tabellare la risposta al punto 3.

Esercizio 2

Si descriva la procedura da applicare per individuare una soluzione di base ammissibile per un problema di programmazione lineare continuo espresso in forma standard.

Esercizio 3

Descrivere il Metodo del Branch & Bound, commentandone anche le condizioni di stop.

Esercizio 4

Si risolva il Problema dello Zaino 0/1 caratterizzato da uno zaino di capacità pari a 15 Kg. e da 4 oggetti i cui pesi e profitti sono mostrati nella Tabella riportata di seguito:

Oggetto	Peso (Kg.)	Profitto (Euro)
1	6	24 <i>9</i>
2	3	18 <i>6</i>
3	5	40 <i>8</i>
4	2	2 <i>1</i>

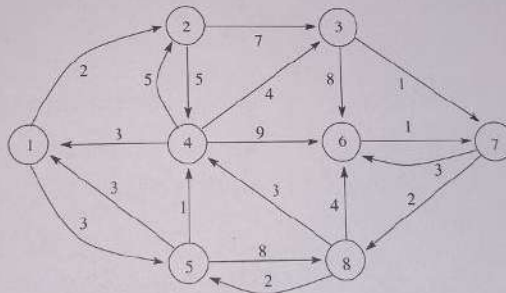
In relazione ad un algoritmo di tipo Branch & Bound per il Problema dello Zaino 0/1 si commentino le caratteristiche dell'algoritmo adoperato per risolvere il rilassamento continuo del sottoproblema associato ad un generico nodo dell'albero di branching.

Esercizio 5

Si riporti il modello logico-matematico del Problema del Cammino Minimo e se ne commentino le caratteristiche.

Esercizio 6

Dato il grafo orientato $G = (V, A)$ riportato nella seguente Figura, si calcoli un cammino minimo P dal nodo 3 al nodo 1.



P è unico?

Si analizzi e giustifichi la complessità dell'algoritmo di Dijkstra con array di bucket.