

## Tema d'esame di Algorithm Design

21/07/2022

**Tempo a disposizione: 1 ore e 30 minuti.**

$O(m \cdot m)$

Si supponga di avere a disposizione  $n$  prodotti differenti da distribuire tra  $m$  diversi distributori utilizzati per la vendita di prodotti. Ciascun distributore è specializzato nella vendita di alcune tipologie di prodotto. Sia  $f(i)$ , con  $1 \leq i \leq m$ , l'insieme dei prodotti della cui vendita si occupa il distributore  $i$ .

La stima della capacità di vendita di un determinato prodotto da parte di un dato distributore sono note a priori al grossista. Sia  $k(i, j)$  il valore intero che rappresenta la stima della capacità che il distributore  $i$  ha di vendere il prodotto  $j$  (sempre che  $j$  sia uno dei prodotti che esso può vendere).  $\rightarrow j \in f(i)$

Inoltre, se il distributore  $i$  vende il prodotto  $j$ , indichiamo con  $p(i, j)$  il guadagno netto ottenuto.

Si vuole sapere come conviene distribuire gli  $n$  prodotti tra i vari distributori in modo tale che:

- la stima della *capacità complessiva* di vendere tutti i prodotti (intesa come somma delle stime delle capacità di vendita dei singoli prodotti da parte dei distributori scelti) sia non inferiore ad un valore dato in ingresso  $x$ ;
- il *guadagno netto* potenziale derivante dalla vendita di tutti i prodotti, in base alla distribuzione scelta, sia massima.

Fornire un algoritmo di programmazione dinamica che risolva il problema e studiarne la complessità.

$$P(i, x) = \max_{j \in f(i)} \{ p(i, j) + P(i+1, x - k(i, j)) \}$$

$(i_1, i_1) (i_2, i_2) \dots (i_m, i_m)$