

Corso di Scientific Computing a.a. 2022-23.

PROGETTO DA SVOLGERE PER SOSTENERE L'ESAME

Consegnare un file di testo dove sono riportati gli input e gli output e le risposte alle parti teoriche degli esercizi (mi aspetto risposte estese ed esaustive). Consegnare poi le function utilizzate ed i programmi chiamanti che contengono gli input e gestiscono gli output richiesti.

1. Trovare un'approssimazione di $\sqrt[3]{25}$, usando il metodo di bisezione con un'accuratezza di 10^{-4} . Determinare a priori il numero di suddivisioni necessarie per ottenere una tale approssimazione e confrontare il valore teorico con il valore sperimentale. Dimostrare il teorema di convergenza.
2. Costruire la spline cubica naturale per i dati seguenti:

$$x = (-1 \ -0.5 \ 0 \ 0.5), \quad f = (0.86199480, \ 0.95802009, \ 1.0986123, \ 1.2943767).$$

Sapendo che i dati sono ottenuti dalla tabulazione di $f(x) = \ln(e^x + 2)$, approssimare $f(0.25)$ e $f'(0.25)$, e calcolare l'errore. Descrivere i passi principali dell'algoritmo.

3. Calcolare il valore approssimato dell'integrale

$$\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx,$$

con un errore minore di 10^{-4} , usando sia il metodo dei trapezi che quello di Simpson. Confrontare i risultati ottenuti in termini di accuratezza e costo computazionale. Discutere sulle stime dell'errore utilizzate nei due casi.

4. Usare le function implementate per calcolare $\det(A)$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -4 & 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

descrivere la procedura e contare il numero di operazioni.

5. Dato il sistema $Ax = b$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 12 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 31 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 17 & -3 \\ 27 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 24 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 39 \\ 117 \\ 12 \\ 98 \\ 14 \\ 55 \end{pmatrix},$$

trasformare la matrice A in modo che la condizione sufficiente per la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel sia soddisfatta, analizzare la velocità asintotica di convergenza in entrambi i casi, risolvere il sistema dato utilizzando sia la funzione che implementa il metodo di Jacobi che quella che implementa il metodo di Gauss-Seidel. Verificare sperimentalmente i risultati teorici.

6. Si stima che l'area A della superficie di un essere umano dipende dal peso W e dall'altezza H . La seguente tabella riporta misure dell'area A (m^2) effettuate su un numero di individui di altezza $H = 180$ cm e diversi pesi (kg):

W (kg)	70	75	77	80	82	84	87	90
A (m^2)	2.10	2.12	2.15	2.20	2.22	2.23	2.26	2.30

Mostrare che i dati sono rappresentati ragionevolmente bene dalla legge $A = aW^b$. Determinare le costanti a e b , e stabilire qual è l'area della superficie di una persona di 95 kg . Descrivere la procedura utilizzata.