# Variabile aleatoria Geometrica

Cosa è p? La probabilità che la prova ha successo

X conta il numero di prove per vedere il primo successo

Scrivi la massa di probabilità

p è la probabilità di ~~un~~ successo di una prova

Valore Atteso Distr. Geom. $E[X] = \frac{1}{p}$

Es.

$$Y = 3X\sqrt{2}$$

Come calcoliamo il valore atteso di Y

Proprietà del valore atteso di Y

$$E[X] = \frac{1}{p}$$

$$Y = 3X + \sqrt{2}$$

$$E[Y] = ? \Rightarrow E[3X + \sqrt{2}]$$

$$= 3E[X] + \sqrt{2} = \frac{3}{p} + \sqrt{2}$$

Es:

Campi.. casuale taglia N gen. geom. per p. dobbiamo costruire uno stimatore per p.

Metodo di massima verosimiglianza costruzione.

$\hat{p} = \frac{N}{\sum_i^N x_i}$ questa è la stima. Come prossima della $\hat{p}$

$\hat{P} = \frac{N}{\sum_i^N X_i}$ è uno stimatore $\left(\sum_i^N X_i\right)^{-1} \cdot (N)^{-1}$

Proprietà della funzione di distribuzione

i)

· Dimostra una delle 3

| | $X$: 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $Y$: 0 | 1/6 | 0 | 0 |
| 1 | 1/3 | 1/6 | 1/6 |
| 2 | 0 | 0 | 1/6 |

Abbiamo due v.A.

$X = 0, 1, 2$

$Y = 0, 1, 2$

Massa di probabilità congiunta · $p(x, y) = P(X=0, Y=0)$

Condizione di Normalizzazione per la probabilità congiunta.

Masse di probabilità marginale.

[illegible]) Rischio Quadratico

$(X_1, X_2, \dots, X_N)$
Comp. cas. di taglia $N$, bernoulli di parametro $p$
Quanto vale il val. att. di un v. a. di $X$?
Con procedimento.

Stimatori
$$\bar{X} = \sum^{N} x_i$$
$$S = \frac{X_1 + X_N}{2}$$

Se fossero corretti posso confrontare le varianze.
Dobbiamo vedere se $\bar{X}$ è uno stimatore corretto per $p$

$$E[\bar{X}] = E\left[\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N}\right] = \frac{1}{N} E[x_1 + x_2 + \dots + x_N] = Np \cdot \frac{1}{N}$$
$= p$; Quindi è corretta. Qual è la somma delle Bernoulli. Binomiale.

Varianza ~~binomiale~~ di $\bar{X}$ è uguale alla varianza
$$Var(\bar{X}) = Var(x_1 + x_2 + \dots x_N) = Var\left(\frac{Y}{N}\right)$$

Proprietà della Varianza. $\frac{1}{N^2} Var(Y) = \frac{N p (1-p)}{N^2}$

$$\frac{p(1-p)}{N}$$

Disuguaglianza di Markov.

Come si definisce la probabilità condizionata ?

Mostrare che la probabilità condizionata soddisfa gli assiomi di Kolmog ossiano

1) $0 \leq \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \leq 1$ Numeratore e minore ug. del. den.

2) $\frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$

3).

---

2) Stimatore si dice Consistente dom.

Lo Stimatore deve essere

---

3) Il valore atteso è corretto asintoticamente per la legge dei grandi numeri essa

Sia Camp. casuo. Taglio n, esponenziale di parametro $\lambda$

Vogliamo uno Stimatore $\bar{X}$ è debolmente consistente.

Valore Atteso esponenziale.

Vediamo se è corretto asintoticamente.

$$\lim_{N \to \infty} E[\bar{X}] = \varphi(\theta)$$

Il valore atteso è corretto asintoticamente $E[\bar{X}]$ è ... per la legge dei grandi

Varianza di $\bar{X}$ ?

Le v.a. sono indipendenti e ~~equamente~~ identic. distribuite.

Media Camp. conv. in probabilità a ...

Proprietà Assenza di Memoria.

DIM.

Momento Teorico

Momento Empirico

Il metodo dei momenti vediamo è un stimatore o una stati

Che cosa è una statistica.

Costruire una Stimatore di Massima Verosimiglianza per li

Funzione di Verosimiglianza.

Distribuzione esponenziale.

Metodo di Massima Verosimiglianza che cosa fa?

Momento empirico ~~S~~ Come si calcola.

Legge Forte dei grandi numeri.

Capire bene i simboli e cosa vogliono dire

Abbiamo 3 eventi e vogliamo calcolare la probabilità che si verifichi almeno uno dei 3!

Se sono indipendenti.

---

Momento del secondo ordine. Primitiva
Proprietà della densità

$$Y = \left|\frac{X-2}{2}\right| \sqrt{3}$$ | Valore atteso

$$E\left[\left|\frac{X-2}{2}\right|\sqrt{3}\right] = E\left[\frac{X-2}{\cancel{2}}\right]\sqrt{\frac{3}{2}}$$ Viene 0

$$Var\left|\frac{X+2}{2}\right| = \frac{\sqrt{3}}{4} Var\,(X-2) = \frac{3}{4} Var(X)$$

$$Var(X-2) = E[(X-2)^2] - E[(X-2)]^2$$

Varianza di una costante è 0

Var(Y)

2) Rischio quadratico di uno stimatore?

Come classifichiamo gli stimatori in base al rischio?
- Preferibile
- Strettamente preferibile
- Ammissibile

3) Teorema di Bayes. Teorema Causa Effetto.

altri esame

---

1) Probabilità che si verifichino due eventi

$P(A) = \frac{1}{2}$ $P(A|B) = 1$

$P(B) = \frac{1}{3}$

E' ammissibile come probabilità

Se i due eventi sono indipendenti?

---

c.c. Tagliandi, estratto da una popola. esp. costruiamo lo stimatore di massima verosimiglianza per $\alpha$.

Qual è il principio su cui si basa cosa? Stima. stima. vero.?

Il tuo scopo è trovare $\alpha$ che massimizza la probabilità di caso?

...otto uno spazio di probabilità $(\Omega\, \mathcal{F}\, P)$ Una v.a.

X è una funz. :

$$X : \Omega \to \mathbb{R}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \ \{ \omega \in \Omega : X(\omega) \leq x \} \in \mathcal{F}$$

...ndice spettro di una v.a. X l'insieme $S_X$ dei v. p.

X

$$P(\Omega) = 1 = P\left( \bigcup_{i \in S_X} \{X = i\} \right) = \sum_{i \in S_X} P(X = i)$$

...ro $A \in \mathcal{F}$

...sot $(\Omega\, \mathcal{F}\, P)$ e un evento $A \in \mathcal{F}$. Una var. a. i. del ev.

... è de

$$\mathbb{1}_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega \in A \\ 0 & \omega \notin A \end{cases}$$

$F: \mathbb{R} \to [0,1]$ $\quad F(x) = P(X \leq x) = P(\{ \omega \in \Omega : X(\omega) \leq x \})$

i) $\forall x_1\, x_2 \in \mathbb{R} : x_1 < x_2$ allora $F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$

ii) $\lim_{\varepsilon \to 0} F(x) + \varepsilon = F(x)$ $\quad$ iii) $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1$ e $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$

$X : \Omega \to R$

$\forall x \in R : \{ \omega \in \Omega : X(\omega) \leq x \} \in \mathcal{F}$

~~Sistema~~ Dato un spazio di probabilità si dice spettro $S_X$ l'insieme dei valori che $X$ può assumere.

$$P(\Omega) = 1 = P\left( \bigcup_{i \in S_X} \{ X = i \} \right) = \sum_{i \in S_X} P(X = i)$$

$(\Omega \mathcal{F} P)$ ~~X è una var~~ una Variabile aleatoria $X$ è una funzione del tipo:

$X :$

$F_X : R \to [0,1]$ $\quad F_X(x) = P(X \leq x) = P(\{ \omega \in \Omega : X(\omega) \leq x \})$

i) Monotona non decrescente

$\forall x_1, x_2 \in R : x_1 < x_2 \Rightarrow F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$

ii) $F_X$ è continua a destra

$$\lim_{\epsilon \to 0^+} F_X(x + \epsilon) = F_X(x)$$

iii) $\lim_{x \to \infty} F_X(x) = 1$ e

$\lim_{x \to -\infty} F_X(x) = 0$