

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prima prova intracorso di Analisi Matematica I
19/11/2021
Compito A

N.B. La durata della prova è due ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Trovare tutte le soluzioni della disequazione

$$\sqrt{x^2 + x - 2} + x + 3 \geq 0.$$

2. Dimostrare che:

$$n < 10^n, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

3. Determinare gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{1}{4^x} - \frac{3}{2^x} + 2}, \quad f_2(x) = \log_5 \left(\log_3(x^2 + 1) - \log_3 \left(x + \frac{3}{4} \right) \right),$$

$$f_3(x) = \sqrt{|\sin x| - \frac{\sqrt{3}}{2}}.$$

4. Calcolare il limite della successione:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 [\log(27n^3 - 2n) - 3\log(3n)].$$

5. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 2} + x \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^{\tan^2 x} - x^2}{\log^4(1+x)}.$$

COGNOME..... NOME.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prima prova intracorso di Analisi Matematica I
19/11/2021
Compito B

N.B. La durata della prova è due ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Trovare tutte le soluzioni della disequazione

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} + x + 2 \geq 0.$$

2. Dimostrare che:

$$2^n > n, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

3. Determinare gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{1}{25^x} - \frac{2}{5^x} - 3}, \quad f_2(x) = \log_{10} \left(\log \left(x^2 + \frac{10}{9} \right) - \log \left(1 - \frac{2}{3}x \right) \right),$$

$$f_3(x) = \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - |\sin x| \right).$$

4. Calcolare il limite della successione:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n [\log(4n^2 - 3n) - 2 \log(2n)].$$

5. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x + 3} + x \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{\sin(2x)} - x}{\log(1 + x^2)}.$$

COGNOME..... NOME.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Seconda prova intracorso di Analisi Matematica I
20/12/2021

N.B. La durata della prova è due ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\log^2 x + 1}{x(\log^2 x - 1)} dx.$$

2. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x} + 3x$$

ha asintoti orizzontali o obliqui per $x \rightarrow -\infty$, e, in caso affermativo, scrivere l'equazione dell'asintoto.

3. Sia

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 + x}.$$

- (a) Scrivere l'insieme di definizione D della funzione.
- (b) Scrivere l'insieme D_1 in cui f è derivabile, e calcolare $f'(x)$.
- (c) Trovare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo ed assoluto della funzione.

4. Scrivere lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 (con resto $o(x^3)$) della seguente funzione:

$$f(x) = \sin(e^x - 1)$$

per $x \rightarrow 0$.

5. Si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{[n - (13/2)]^2}.$$

- (a) Studiare la convergenza della serie.
- (b) Studiare la convergenza assoluta della serie.

COGNOME..... NOME.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
11/01/2022

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione

$$f(x) = \log_{1/3} \left(\frac{3\sqrt{x} - x}{x + 2} \right).$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(x^2)}{1 - x^2 - e^{-x^2}}.$$

3. Determinare gli eventuali asintoti, estremi relativi ed assoluti della seguente funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x^2 - 1}{x^3} \right).$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 2$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int e^{2x} \cos(e^x + 1) dx.$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sqrt{\frac{n^4 + 3n^2 + 2n}{n^4 + 3n^2}} - 1 \right).$$

6. Scrivere la definizione di successione convergente. Enunciare e provare il teorema della permanenza del segno.
7. Scrivere la definizione funzione continua in un punto. Enunciare e provare il secondo teorema di esistenza dei valori intermedi.
8. Scrivere la definizione funzione derivabile in un punto. Enunciare e provare il teorema di Rolle.

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
11/01/2022 Online

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione

$$f(x) = \log_{1/4} \left(\frac{4\sqrt{x} - x}{x + 3} \right).$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin(x^2)}{1 - \cos(x^2)}.$$

3. Determinare gli eventuali asintoti, estremi relativi ed assoluti della seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^3}}.$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 2$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int e^{2x} \sin(e^x + 1) dx.$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \tan \left(\frac{n^2 + 3n + 4}{3n^4 + 3n^2} \right).$$

6. Scrivere la definizione di successione monotona e successione convergente. Enunciare e provare il teorema delle successioni monotone.
7. Scrivere la definizione funzione continua in un punto. Enunciare e provare il secondo teorema di esistenza dei valori intermedi.
8. Scrivere la definizione primitiva. Enunciare e provare la formula fondamentale del calcolo integrale.

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
08/02/2022

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{4^x - 3 \cdot 2^x + 2}{3^x - 2}}.$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x) + \log\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)}{e^{x^2} - 1 - x^2}.$$

3. Determinare gli eventuali asintoti, estremi relativi ed assoluti della seguente funzione

$$f(x) = x (\log^3 x + \log^2 x + \log x - 1).$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) dx.$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \arcsin \frac{1}{3^n}\right)^{n^2}.$$

6. Scrivere la definizione di successione convergente. Enunciare e provare il teorema della permanenza del segno.
7. Scrivere la definizione funzione derivabile in un punto. e di punto di minimo o massimo relativo. Enunciare e provare il teorema di Fermat.
8. Scrivere la definizione primitiva. Enunciare e provare la caratterizzazione delle primitive.

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
09/03/2022
Compito A

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{\log_5(x^2 + 1) - 2}.$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x \sin x} - 1}{\log(1 + x^2)}.$$

3. Determinare gli eventuali asintoti, estremi relativi ed assoluti della seguente funzione

$$f(x) = x e^{\frac{1}{x^2+2}}.$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

4. Calcolare l'area del rettangoloide di base $[0, 1]$ relativo alla funzione

$$f(x) = e^{2x} \log(1 + e^x)$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \sin n}{4^n}.$$

6. Scrivere la definizione di successione convergente. Enunciare e provare il teorema dei carabinieri.
7. Scrivere la definizione funzione derivabile in un punto. Enunciare e provare il teorema di Cauchy.
8. Scrivere la definizione primitiva. Enunciare e provare i teoremi della media.

COGNOME..... **NOME**.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
09/03/2022
Compito B

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione

$$f(x) = \log_3 \log_2(x^2 + 2) - 3.$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin^2 x}{2^{\tan x^3} - 1}.$$

3. Determinare gli eventuali asintoti, estremi relativi ed assoluti della seguente funzione

$$f(x) = x e^{\frac{1}{x^2+3}}.$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

4. Calcolare l'area del rettangoloide di base $[0, 1]$ relativo alla funzione

$$f(x) = e^{2x} \cos(1 + e^x)$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 \cos n}{5^n}.$$

6. Scrivere la definizione di successione convergente. Enunciare e provare il teorema di unicità del limite.
7. Scrivere la definizione funzione continua in un punto. Enunciare e provare il teorema della permanenza del segno per le funzioni continue.
8. Scrivere la definizione funzione derivabile in un punto, e di punto di minimo o massimo relativo. Enunciare e provare il teorema di Fermat.

COGNOME..... NOME.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
15/06/2022

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{|x^2 - 2x|}{3x - 4x^2 + x^3}}.$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}}{1 - e^{\frac{1}{x}}}.$$

3. Tracciare il grafico determinando campo di esistenza, asintoti, monotonia, estremi locali, convessità, flessi della seguente funzione

$$f(x) = \log(x^2 - 5x + 6).$$

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\tan x + 2}{\cos^2 x (1 - \tan^2 x)} dx.$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3^{2n} + 2^{3n}}.$$

6. Scrivere la definizione di successione divergenti. Enunciare e provare il teorema di confronto per le successioni divergenti.
7. Scrivere la definizione funzione derivabile in un punto. Enunciare e provare il teorema di Cauchy.
8. Scrivere la definizione di primitiva. Enunciare e provare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

COGNOME..... NOME.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
12/07/2022

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Non è consentito l'uso di libri, appunti o altro materiale. Devono essere consegnati tutti i fogli, tuttavia verrà valutata solo la bella copia. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e corso di laurea.

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{3} - 3^x}.$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \tan x}{x^2 - \sin^2 x}.$$

3. Determinare eventuali estremi relativi e assoluti nonché eventuali asintoti della seguente funzione:

$$f(x) = e^{\frac{1}{x-5}}(x - 3).$$

Determinare inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto P di ascissa $x_0 = 0$.

4. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^4 \arctan(1 - x) dx.$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} + 1} \right)^{n^2}.$$

6. Scrivere la definizione di successione convergenti. Enunciare e provare il teorema del prodotto tra una successione limitata per una infinitesima.
7. Scrivere la definizione funzione continua in un punto. Enunciare e provare il secondo teorema di esistenza dei valori intermedi.
8. Introdurre gli integrali definiti.

COGNOME..... NOME.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
20/09/2022

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e numero di matricola.

1. Determinare l'insieme di definizione:

$$f(x) = \log_2 (-\log(x^2 - 7x + 11)) .$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(5x^2 - 3x + 2^x)}{\tan x} .$$

3. Determinare gli eventuali estremi relativi ed assoluti, nonché gli eventuali asintoti della seguente funzione:

$$f(x) = x\sqrt{x^2 - 1} .$$

Scrivere, inoltre, l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 2$. La funzione f è derivabile nel punto $x_0 = 1$?

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \sin x \cdot \log(\cos^2 x + 3) dx .$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} e^{3n} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2} .$$

6. Scrivere la definizione di successione convergenti. Dimostrare che ogni successione convergente è limitata. È vero anche il viceversa?
7. Dare la definizione di derivabilità e discuterne il significato geometrico. Dimostrare che ogni funzione derivabile è continua in un punto. Si può affermare che ogni funzione continua è derivabile? (dimostrarlo o fornire un controesempio).
8. Fornire la definizione di serie convergente, divergente ed irregolare. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie.

COGNOME..... **NOME**.....
MATRICOLA.....

ANNO ACCADEMICO 2021-2022
Corso di Laurea in Informatica (Gruppo 3)
Prova scritta di Analisi Matematica I
18/10/2022

N.B. La durata della prova è due e mezza ore. Indicare in modo leggibile nome e cognome su ogni foglio e numero di matrica.

1. Determinare l'insieme di definizione:

$$f(x) = \sqrt{9^x - 3^x - 6}.$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1 + 3x} - 1}.$$

3. Determinare gli eventuali estremi relativi ed assoluti, nonché gli eventuali asintoti della seguente funzione:

$$f(x) = \log^2 x - 3 \log x + 2.$$

Scrivere, inoltre, l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 2$. La funzione f è derivabile nel punto $x_0 = 1$?

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} + e^x - 2} dx.$$

5. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n \sqrt{n}}{n^n}.$$

6. Scrivere la definizione di successione convergenti. Enunciare e dimostrare il teorema dei carabinieri.
7. Dare la definizione di primitiva. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.
8. Discutere la convergenza della serie geometrica.

COGNOME..... **NOME**.....
MATRICOLA.....