1. Una barca naviga con una velocità di 4 Km/h rispetto all'acqua di un fiume che scorre parallelamente rispetto agli argini con una velocità di 2 Km/h. Calcolare la velocità della barca rispetto agli argini se il fiume scorre a) nella stessa direzione e verso del motoscafo b) nella stessa direzione ma verso opposto a quello del motoscafo. c) Calcolare, inoltre, la velocità del motoscafo (modulo ed angolo rispetto alla direzione della corrente d'acqua) se esso si sposta perpendicolarmente alla corrente del fiume (vedi procedimento nel file "moti relativi" nella cartella esercizi del materiale didattico).

2. Su piano senza attrito una cassa di massa m_1=4.2 Kg è spinta restando sempre a contatto con una seconda cassa di massa m_2=1.4 Kg. Sulla massa m_1 è applicata una forza orizzontale di modulo F=3N.Si calcoli a) l'accelerazione delle casse b) la forza di contatto che la prima cassa esercita sulla seconda cassa c) l'accelerazione delle due casse e la forza di contatto che la seconda cassa esercita sulla prima cassa nel caso che la forza F sia applicata sulla seconda cassa (vedi procedimento nel file "applicazioni delle leggi di Newton" nella cartella esercizi del materiale didattico).

3. Due blocchi di massa m_1=10 Kg e m_2=20 Kg sono collegati su un piano senza attrito da una fune priva di massa ed inestensibile . Essi sono tirati con una forza F=60 N orizzontale al piano e applicata ad una fune collegata alla massa m_1. Determinare a) le accelerazioni dei blocchi b) le tensioni delle funi c) se alla massa m_2 si collega, sempre con una fune, una terza massa m_3=30 N calcolare le accelerazioni di tutti i blocchi e le tensioni di tutte le funi (vedi procedimento nel file "applicazioni delle leggi di Newton" nella cartella esercizi del materiale didattico).

4. Una goccia di pioggia di raggio 1.5 mm cade da una nuvola che si trova ad una altezza di 1200 metri sopra il terreno. Il coefficiente di attrito viscoso è 0.6. Ipotizzare che la goccia sia sferica durante la caduta e assumere la densità dell'acqua pari a 1000Kg/m^3 e quella dell'aria a 1.2 Kg/m^3. Calcolare la velocità con la quale la goccia cade sopra il terreno in assenza e in presenza della resistenz dell'aria. (vedi procedimento nel file "moto in mezzo viscoso" nella cartella esercizi del materiale didattico)

5. Su un corpo di massa pari a 10 kg, con velocità iniziale pari a 10m/s, viene applicata una forza costante verso l'alto di 10 N con una direzione inclinata di 60° rispetto allo spostamento. Si determini la velocità raggiunta dopo che ha percorso 100 metri . Si calcoli, inoltre, il lavoro della forza e la potenza sviluppata. Rifare i calcoli considerando anche la presenza dell'attrito con un coefficiente di attrito dinamico pari a 0.2.

6. La Terra ruota attorno al suo asse con un periodo di 24 ore ed il moto può considerarsi uniforme. a) Calcolare la velocità angolare della Terra. b) Calcolare la velocità e l'accelerazione di un punto all'equatore, assumendo che la sua distanza dal centro della terra sia di 6400 Km.

7. Un disco di raggio 50 cm ruota uniformemente compiendo 6 giri al minuto. a) Calcolare il periodo e la velocità angolare. Successivamente il disco viene frenato ed impiega 20 s per fermarsi. b) Calcolare la decelerazione angolare, supponendo che essa sia costante, e quante rotazioni il disco compie prima di fermarsi. c) Determinare infine l'accelerazione tangenziale e radiale di un punto che si trova sul bordo del disco dopo 10 s che è iniziato il rallentamento.

8. Un’auto percorre in 2 ore un tratto alla velocità media di 30 m/s e percorre un secondo tratto di 114 Km in 3 ore. Calcolare a) lo spazio in Km percorso nel primo tratto, la velocità media in Km/h nel secondo tratto e b) la velocità media in Km/h sull’intero percorso.

9. Una molla ha costante elastica pari a 400 N/m. Se ad essa viene sospesa una massa pari a 10 kg, si determini l' allungamento della molla.

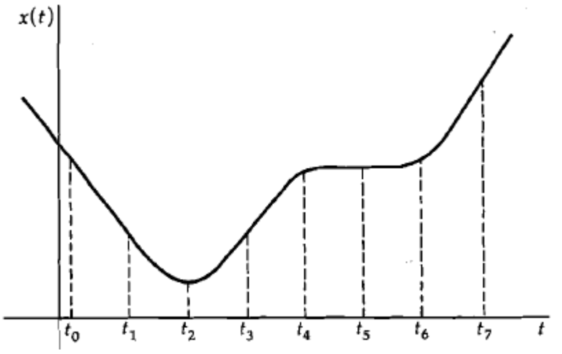
10. Un punto materiale si muove di moto circolare uniforme con una velocità di 10 m/s su di una circonferenzadi raggio pari a 20 m . Calcolare l’accelerazione centripeta del punto materiale ed il periodo.
b) Il satellite Europa percorre attorno a Giove un’orbita circolare di 680000 km di raggio in 3.5 giorni. Calcolare la massa di Giove.

HOMEWORK EXERCISES seconda esercitazione I prova in itinere

1) Dati i vettori complanari $\vec{a} = 4\hat{j}$ e $\vec{b} = -4\hat{\imath} + \hat{j}$ con componenti date in unità arbitrarie a) si rappresentino graficamente in un piano OXY i due vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$ e i vettori $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Si determinino b) le componenti cartesiane (o ortogonali) dei vettori $\vec{c}$ e $\vec{d}$, il modulo del vettore $\vec{c}$ e l'angolo formato con l'asse x positivo misurato in senso antiorario da tale asse. c) il prodotto scalare e vettoriale (utilizzando le componenti cartesiane) k = $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e $\vec{d} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ e l'angolo compreso tra i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2) Un'auto percorre in 2 ore un tratto alla velocità media di 30 m/s e percorre un secondo tratto di 114 Km in 3 ore. Calcolare a) lo spazio in Km percorso nel primo tratto, la velocità media in Km/h nel secondo tratto e b) la velocità media in Km/h sull'intero percorso. Calcolare l'accelerazione media in m/s^2, di un'autovettura la cui velocità passa da 36 Km/h a 72 Km/h in 4 secondi.

3) La figura mostra la posizione di un'automobile in funzione del tempo. In quale degli istanti da t_0 a t_7 (a) la velocità è negativa, positiva o nulla, (b) l'accelerazione è negativa, positiva o nulla?



c) Data dalla legge oraria $x=2t^3-6t^2+6t+6$ in quali istanti la velocità e l'accelerazione saranno nulle? Quale sarnno le posizioni del punto materiale in quegli istanti? Quali sono le unità di misura dei coefficienti della legge oraria?

4. Una goccia di pioggia di raggio 1.5 mm cade da una nuvola che si trova ad una altezza di 1200 metri sopra il terreno. Il coefficiente di attrito viscoso è 0.6. Ipotizzare che la goccia sia sferica durante la caduta e assumere la densità dell'acqua pari a 1000Kg/m^3 e quella dell'aria a 1.2 Kg/m^3. Calcolare a) massa e peso della goccia di pioggia b) la velocità con la quale la goccia cade sopra il terreno in assenza della resistenza dell'aria c) in presenza della resistenza dell'aria. (vedi procedimento nel file "moto in mezzo viscoso" nella cartella esercizi del materiale didattico).

5. Due corpi puntiformi cominciano a muoversi sulla stessa retta contemporaneamente. Il primo parte con una velocità v_A di 180 Km/h che mantiene costante. Il secondo ha una posizione iniziale x_{0B} di 200 m rispetto al primo e conduce un moto uniformemente accelerato con a = 4 m/s^2. a) Si determini dove e quando i due corpi si incontreranno. b) Determinare le condizioni che devono soddisfare v_A, x_{0B} ed a perché i due corpi si incontrino solo una volta.

6. Una palla viene lanciata dal suolo verticalmente verso l'alto con una velocità di 20 m/s. a) Quanto tempo impiega a raggiungere il punto più alto della traiettoria e che altezza dal suolo si troverà? Se, invece, viene lanciata verso l'alto con un angolo di 30° rispetto alla direzione orizzontale calcolare b) l'altezza massima raggiunta, il corrispondente spazio percorso lungo la direzione orizzontale (nello stesso istante), la gittata e la velocità con la quale tocca il suolo in modulo e direzione (angolo rispetto all'asse orizzontale). c) Con quale angolo deve essere lanciata la palla per poter superare un ostacolo con larghezza trascurabile e alto 4m posto ad una distanza orizzontale di 8 m rispetto al punto di lancio della palla?

7. La Terra ruota attorno al suo asse con un periodo di 24 ore ed il moto può considerarsi uniforme. Calcolare a) la velocità angolare del moto di rotazione terrestre b) la velocità e l'accelerazione di un punto all'equatore, assumendo che la sua distanza dal centro della terra sia di 6370 Km. d) Determinare la massa M di un pianeta sapendo che un satellite si muove di moto circolare uniforme attorno ad esso con un periodo di rotazione T e che l'orbita del satellite è una circonferenza di raggio di raggio R.

8. Un corpo è tenuto fermo da una fune sopra un piano inclinato di un angolo di 30° rispetto al piano orizzontale. Supposto che, la massa del corpo sia di 1kg a) determinare la reazione vincolare della superficie inclinata e la tensione della fune in assenza di attrito. Sapendo che il corpo è posto ad una distanza di 100 m dal piano orizzontale, calcolare quanto tempo impiega il blocco a raggiungere il fondo del piano inclinato e con quale velocità vi arriva, dopo che è stata tagliata la fune. b) Se arrivato in fondo al piano inclinato continua a muoversi sul piano orizzontale con un coefficiente di attrito dinamico di 0.2 in quanti metri si arresta ?

9 a) Qual è la velocità massima che può raggiungere un'auto avente massa di 1500 kg che si muove su di una strada piana e affronta una curva di 35 m di raggio con un coefficiente di attrito statico di 0,50 tra i pneumatici ed il terreno asciutto? b) Determinare l'angolo di cui deve essere sopraelevata la curva perché l'auto possa girare anche in assenza di attrito.

10) Una molla ha costante elastica pari a 400 N/m. Se ad essa viene sospesa una massa pari a 10 kg, si determini l' allungamento della molla.

11) Su un corpo di massa pari a 10 kg e fermo su di un piano orizzontale senza attrito, viene applicata una forza costante verso l'alto di 10 N con una direzione inclinata di 60° rispetto allo spostamento. a) Si determini la reazione vincolare del piano, la velocità raggiunta dopo che ha percorso 10 metri e l'energia cinetica . b) Si calcoli, inoltre, il lavoro della forza e la potenza sviluppata. c) Nel caso della presenza anche di una forza di attrito la energia cinetica finale viene ridotta del 25%. Calcolare il lavoro effettuato dal risultante delle forze, il lavoro della forza di attrito, il l coefficiente di attrito dinamico e la potenza dissipata dall'attrito .

Esercizi per la Lezione 1

(L1.1) Calcolare i rapporti

$$(\text{anni della Terra})/(\text{anni dell}'\text{Universo}), (\text{massa della Terra})/(\text{massa del Sole}),$$

$$(\text{massa del Sole})/(\text{massa dell}'\text{Universo Visibile}),$$

$$(\text{massa dell}'\text{elettrone})/(\text{massa dell}'\text{atomo di idrogeno}).$$

(L1.2) Quale frazione della massa del sistema solare risiede nel Sole?

(L1.3) Come si esprime il numero reale associato ad ogni grandezza fisica dimensionale? È definita l'operazione di somma o differenza di grandezze aventi dimensione fisica diversa?

(L1.4) Sono definite le operazioni di prodotto o rapporto di grandezze aventi dimensione fisica diversa? In caso affermativo, si facciano esempi.

(L1.5) Convertire in metri al secondo una velocità di 60 miglia all'ora.

(L1.6) Si ripeta per una settimana la misura del diametro del Sole, riportando i singoli risultati D_i e la loro media aritmetica

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n},$$

ove n indica il numero di misure effettuate.

(L1.7) Si consideri il sistema Luna (L), Terra (T), Sole (S). Supponendo che l'angolo

$$S\hat{L}T = \frac{\pi}{2},$$

e detto α l'angolo $L\hat{T}S$, come si ricava la distanza Terra-Sole se è nota la distanza Terra-Luna?

Esercizi per la Lezione 2

(L2.1) Si calcoli il rapporto

$$(\text{ordine di grandezza di } 0.0091)/(\text{ordine di grandezza di } 0.0039).$$

(L2.2) Esprimete la vostra età E nella forma

$$E = \alpha_E \; 10^{b_E}.$$

Quanto vale il rapporto $(\mathrm{b_E})$studente/$(\mathrm{b_E})$docente?

(L2.3) Si calcoli la somma $137 + 11.22 + 5.1$.

(L2.4) Si arrotondino 8.86 e 5.43.

(L2.5) Si calcoli l'area di un piatto rettangolare di lati 10.69 cm e 5.41 cm.

(L2.6) Per una particella in moto lungo una retta, sia $x_i = -2m$, $x_f = 7m$. Quanto vale lo spostamento?

(L2.7) Siano $\vec{A}$ e $\vec{B}$ due vettori nello spazio euclideo tridimensionale, di componenti (A_x, A_y, A_z) e (B_x, B_y, B_z) in coordinate cartesiane ortogonali. Il loro prodotto vettoriale si può ottenere dalla definizione

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\vec{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\vec{k}.$$

Si calcoli dunque il prodotto vettore di $\vec{A}(2, 1, 3)$ e $\vec{B}(1, 4, 5)$.

(L2.8) Assegnati due vettori non nulli $\vec{A}$ e $\vec{B}$, quando è massimo il rapporto

$$\frac{\left|\vec{A} \cdot \vec{B}\right|}{\left|\vec{A} \times \vec{B}\right|}$$

? Quanto vale tale massimo?

(L2.9) Si sommino nel piano i vettori

$$\vec{A} = \vec{i} + 6\vec{j}, \ \vec{B} = -2\vec{i} + 5\vec{j}.$$

(L2.10) Una particella compie tre spostamenti consecutivi (in unità di metri, non indicati):

$$\vec{S}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}, \ \vec{S}_2 = 4.4\vec{i} - 5.6\vec{j} + 8\vec{k}, \ \vec{S}_3 = -4\vec{i} + 6\vec{j}.$$

Si calcoli lo spostamento totale risultante, e il suo modulo.

Esercizi per la Lezione 3

(L3.1) Un punto materiale compie un moto rettilineo, e nel primo tratto ha una velocità media di $7ms^{-1}$ per 5 minuti, mentre nel secondo tratto ha una velocità media di $8ms^{-1}$ per 4 minuti. Si calcolino gli spostamenti nei due tratti, e la velocità media risultante. Si confronti la velocità media con la media aritmetica delle due velocità.

(L3.2) Un punto materiale compie un moto rettilineo seguendo la legge oraria $x(t) = 4t^2$, in unità adimensionali. Si calcolino la velocità media e la velocità istantanea.

(L3.3) Una particella si muove lungo l'asse x con legge oraria (in metri)

$$x(t) = 2t + 6t^2.$$

Calcolare spostamento e velocità media negli intervalli (in secondi) $t \in [0, 1]$, $t \in [1, 4]$. Si calcoli inoltre la velocità istantanea come funzione del tempo, e il suo valore dopo 3 secondi.

(L3.4) La velocità di un'auto passa dal valore iniziale di $20ms^{-1}$ al valore finale di $55ms^{-1}$ in $20s$. Si calcoli l'accelerazione media.

(L3.5) In un moto lungo l'asse x, sia (in metri al secondo) $v_x = 20 - 7t^2$. Si calcoli l'accelerazione media nell'intervallo (in secondi) $t \in [0, 4]$, e la si confronti col valore dell'accelerazione istantanea dopo 4 secondi.

Esercizi per la Lezione 4

(L4.1) In un tubo a raggi catodici, un elettrone accelera uniformemente in linea retta da una velocità di $2.5 \cdot 10^4 ms^{-1}$ a una velocità di $5.5 \cdot 10^6 ms^{-1}$ lungo un percorso di 3 cm. Per quanto tempo è stato accelerato l'elettrone?

(L4.2) Un'auto viaggia a velocità costante di $50ms^{-1}$, e una moto della polizia inizia a inseguirla dopo un secondo, con accelerazione di $4ms^{-2}$. Dopo quanto tempo la polizia raggiunge l'auto?

(L4.3) Una pietra viene lanciata verso l'alto con velocità iniziale di $25ms^{-1}$, da un edificio alto $48m$. Dopo quanto tempo la pietra raggiunge la massima altezza? Qual è dunque l'altezza massima raggiunta? Quanto tempo impiega la pietra per tornare al livello del lanciatore? Qual è la velocità della pietra all'istante in cui è tornata al livello del lanciatore? Calcolare velocità e posizione della pietra dopo 6 secondi, e discutere il risultato.

Esercizi per la Lezione 5

(L5.1) Una particella si trova all'origine del sistema xy al tempo $t = 0$, con velocità iniziale $\vec{v}_i = (10\vec{i} - 12\vec{j})ms^{-1}$, e si muove nel piano con accelerazione costante $\vec{a} = 5ms^{-2}\vec{i}$. (i) Calcolare le componenti della velocità in funzione del tempo, e dunque la velocità in funzione del tempo. (ii) Calcolare la velocità dopo $7s$, e il suo modulo dopo $7s$. (iii) Calcolare l'angolo

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

dopo $7s$.

(L5.2) Una pietra viene scagliata verso l'alto dalla sommità di un edificio, con un angolo di 25 gradi rispetto all'orizzontale, e con velocità iniziale di $18ms^{-1}$. Si trascuri la resistenza dell'aria e la variazione dell'accelerazione di gravità con la distanza dal suolo. (i) Se l'edificio è alto $48m$, per quanto tempo la pietra rimane in volo? (ii) Calcolare la velocità lungo l'asse y e il modulo della velocità totale della pietra appena prima di colpire il suolo.

(L5.3) Si fornisca la formula e poi il valore dell'accelerazione centripeta della Terra nel suo moto orbitale attorno al Sole.

Esercizi per la Lezione 6

(L6.1) Se due auto percorrono un tratto di autostrada a 90 Km/h, un osservatore sul ciglio della strada assegna ad una di esse la velocità di 90 Km/h, mentre un osservatore che viaggia nell'altra auto vede che la prima auto è sempre nella stessa posizione relativa, e le assegna una velocità nulla. Si sviluppi una descrizione vettoriale di tale situazione, e poi ci si riduca per semplicità ad un moto unidimensionale.

Esercizi per la Lezione 7

(L7.1) Come si definisce un sistema di riferimento inerziale? Perché è importante questo concetto? Come si può dunque enunciare la prima legge di Newton? Si fornisca almeno un esempio di sistema di riferimento approssimativamente inerziale.

(L7.2) Un astronauta ha una massa di 65.7 Kg sulla Terra. Qual è dunque il suo peso sulla Terra? E quale sarebbe il suo peso sulla Luna?

(L7.3) Un disco da hockey su ghiaccio viene colpito simultaneamente da due mazze diverse, alle quali corrispondono rispettivamente una forza $\vec{F}_1$ di modulo 4 Newton e una forza $\vec{F}_2$ di modulo 9 Newton. Si supponga che il vettore $\vec{F}_1$ giaccia nel quarto quadrante del piano xy, e che formi un angolo di 30 gradi con l'asse x, mentre il vettore $\vec{F}_2$ giaccia tutto nel primo quadrante e formi un angolo di 50 gradi con l'asse x. (i) Si calcoli la forza totale lungo l'asse x. (ii) Si calcoli la forza totale lungo l'asse y. (iii) Si calcolino le accelerazioni lungo gli assi x ed y, e il modulo dell'accelerazione totale del disco. (iv) Si calcoli l'angolo

$$\theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right).$$

(L7.4) (i) Si calcoli come il modulo dell'accelerazione di gravità dipende dalla massa M_T della Terra e dal raggio R_T della Terra sulla superficie terrestre. (ii) Detto $g(0)$ tale valore, si calcoli poi $g(h)$, ovvero il modulo dell'accelerazione di gravità ad una quota h rispetto alla superficie terrestre. (iii) Indi si calcoli il rapporto

$$\frac{g(h)}{g(0)}$$

per ogni valore di h e di R_T, e se ne fornisca un valore approssimato. (iv) A quale quota dovremmo volare per ottenere una riduzione del nostro peso del 5 per cento rispetto al valore $mg(0)$ sulla superficie terrestre?

(L7.5) Immaginiamo che venga scoperto un altro pianeta PX del sistema solare, con raggio pari al doppio del raggio terrestre. Quale dovrebbe essere la massa di tale pianeta, al fine di garantire un ugual peso sulla superficie della Terra e sulla superficie di PX?

Esercizi per la Lezione 8

(L8.1) Un corpo di massa m_1 venga portato alla quota H, e un corpo di massa m_2 venga portato alla quota h. Detto ρ il rapporto dei rispettivi pesi, si scriva la formula che esprime come ρ dipende da m_1, m_2, h, R_T. A quale forma si riduce ρ in prima approssimazione?

(L8.2) Si confrontino: la forza agente su un proiettile in caduta libera, e l'associata forza di reazione; la forza esercitata da un martello su un chiodo, e la forza esercitata dal chiodo sul martello; la forza esercitata dalla Terra sul monitor di un computer fermo su un tavolo, e la forza di reazione che il monitor esercita sulla Terra.

(L8.3) Si consideri un blocco che scivola su una superficie scabra inclinata rispetto all'orizzontale. Sia l'asse x giacente su tale superficie, e dunque sia l'asse y perpendicolare a tale superficie. Inoltre, sia θ l'angolo formato dalla forza peso con l'asse y. (i) Qual è la formula per il coefficiente d'attrito statico μ_s, correlato all'angolo critico θ_c per il quale il blocco inizia a muoversi? (ii) Come si può misurare il coefficiente d'attrito dinamico μ_d? (iii) Per una cassa in moto con accelerazione costante $a = \alpha \ g(0)$ lungo uno scivolo che forma un angolo di 45 gradi col piano del pavimento, si calcoli μ_d in funzione di α. (iv) In quale intervallo giacciono i valori di α ammissibili?

Esercizi per la Lezione 9

(L9.1) Un corpo di massa m è sospeso ad un filo di lunghezza L. Il corpo ruota su una circonferenza di raggio r nel piano, con velocità costante in modulo, pari a v. Il filo descrive la superficie di un cono, e si parla dunque di pendolo conico. (i) Detto θ l'angolo formato dal filo con la verticale, si calcoli come v dipende da L e da θ. (ii) Si calcoli $v(L)$ quando $\theta = 45$ gradi. (iii) Fissato il valore di L, esiste un valore di θ che rende massimo v? (iv) Qual è il tempo necessario a completare una rivoluzione, per L e θ arbitrari?

(L9.2) Si consideri un'auto in moto su una strada sopraelevata di un angolo θ. (i) Qual è la componente orizzontale della forza normale? (ii) Quando la forza di attrito statico si annulla, come si esprime l'accelerazione centripeta? (iii) Qual è la condizione di equilibrio nella direzione verticale? (iv) Come dipende l'angolo di sopraelevazione dalla velocità dell'auto?

(L9.3) Un pilota di massa m esegue su un jet il cosiddetto *giro della morte*, ovvero percorre il bordo di un cerchio di raggio 2.5 Km, alla velocità di modulo costante $= 220 m s^{-1}$. (i) Qual è la forza del sedile sul pilota nel punto più basso della circonferenza? (ii) Qual è invece la forza normale nel punto più alto della circonferenza?

(L9.4) Una sfera di massa m è legata all'estremità di un filo di lunghezza R che ruota sul bordo di un cerchio di centro O. (i) Detto θ l'angolo fra la tensione $\vec{T}$ del filo e la forza peso, calcolare l'accelerazione tangenziale e il modulo T della tensione. (ii) Qual è il valore massimo di T, e per quale valore di θ viene raggiunto?

(L9.5) Per un oggetto di massa m che cade in un fluido a bassa velocità, si assuma una forza di viscosità

$$\vec{R} = -b\vec{v},$$

ove il parametro b dipende dalle proprietà del mezzo e dalla forma e dimensioni dell'oggetto. Tale forza ha verso opposto alla forza peso. (i) Si calcoli come la velocità dell'oggetto dipende dal tempo e dal rapporto $\tau = \frac{m}{b}$. (ii) Quando la forza viscosa eguaglia il peso, qual è il valore della velocità limite? (iii) Qual è il significato di τ?

Esercizi per la Lezione 10

(L10.1) Si considerino nel piano i vettori che, in coordinate cartesiane, sono espressi nella forma

$$\vec{A} = 4\vec{i} + 5\vec{j}, \ \vec{B} = 2\vec{i} - 6\vec{j}.$$

Si calcoli l'angolo formato da tali vettori.

(L10.2) Si dimostri che, quando viene svolto lavoro su un sistema, e la sola variazione nel sistema è il modulo della sua velocità, il lavoro compiuto dalla forza risultante eguaglia la variazione dell'energia cinetica del sistema.

(L10.3) Una molla avente costante elastica $k = 75$ Newton/metro è tenuta fissa ad una estremità, mentre una forza esterna viene applicata all'estremità libera, e si ha

$$x_A = 0, \ x_B = 5 \text{ cm}.$$

Qual è il lavoro svolto dalla forza esterna sulla molla?

(L10.4) Una molla di costante elastica $1.5 \cdot 10^3$ N/m è in posizione verticale su un tavolo. Un blocco di massa 1.8 Kg viene tenuto a 2 metri sopra l'estremità libera della molla. Se il blocco cade verticalmente sulla molla, qual è la massima compressione della molla?

Esercizi per la Lezione 11

(L11.1) Un blocco di 5 Kg, inizialmente fermo, viene tirato verso destra da una forza orizzontale costante di 11 N. Sia $\mu_d = 0.16$ il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e superficie. (i) Qual è la variazione di energia cinetica del blocco dopo che si è spostato di 4 metri? (ii) Qual è dunque la velocità finale del blocco?

(L11.2) Un blocco di massa 1.8 Kg è legato ad una molla orizzontale che ha una costante elastica di $2 \cdot 10^3$ N/m. La molla viene compressa di 3 cm e poi rilasciata. Qual è la velocità del blocco quando passa attraverso la posizione d'equilibrio $x = 0$ se la superficie è priva di attrito?

(L11.3) Un ascensore di massa $1.2 \cdot 10^3$ Kg ha una portata massima di 850 Kg, e una forza d'attrito costante di $3.5 \cdot 10^3$ N ritarda il suo moto verso l'alto. Quale deve essere la minima potenza erogata dal motore per far salire l'ascensore con velocità $3.2ms^{-1}$?

(L11.4) Come si può esprimere l'energia potenziale gravitazionale di un sistema corpo-terra per oggetti vicini alla superficie terrestre? Si usi la formula del lavoro svolto nel sollevare il corpo.

Esercizi per la Lezione 12

(L12.1) Una palla di massa M cade da un'altezza h rispetto al suolo. (i) Trascurando la resistenza dell'aria, determinare la velocità della palla quando si trova ad una quota y rispetto al suolo. (ii) Qual è invece la velocità v_f della palla in y se la sua velocità iniziale v_i è non nulla in $y_i = h$? (iii) Si calcoli il valore di v_f se $v_i = 15ms^{-1}$, $h = 20$ metri, $y = 10$ metri.

(L12.2) Una cassa di 4 Kg scivola giù lungo una rampa lunga 2 metri, e inclinata di 45 gradi. La cassa parte da ferma e subisce una forza di attrito costante di 4 Newton. Qual è la velocità della cassa quando raggiunge la base della rampa?

(L12.3) Un bambino di massa M scende lungo uno scivolo di altezza $h = 2$ metri. Se il bambino parte da fermo, qual è la sua velocità nel punto più basso, nell'ipotesi che l'attrito sia nullo?

(L12.4) Un blocco di massa 0.7 Kg ha velocità iniziale $V_A = 1.3ms^{-1}$ verso destra e urta contro una molla leggera di costante elastica $K = 45$ N/m. Se la superficie fosse senza attrito, quale sarebbe la massima compressione della molla dopo l'urto?

(L12.5) Si calcoli l'energia potenziale che compete ad una forza elastica in problemi unidimensionali.

Esercizi per la Lezione 13

(L13.1) (i) Ricordando la forma della forza di gravità che, secondo Newton, agisce su una particella di massa m ad opera della Terra, si ricavi l'energia potenziale gravitazionale ad essa associata. (ii) Se tale particella viene spostata di δy in prossimità della superficie terrestre, si dimostri che l'associata variazione di energia potenziale gravitazionale è proporzionale a δy.

(L13.2) Nel caso del pendolo semplice con piccoli valori dell'angolo θ, ovvero $\theta < 0.2$ radianti, si risolva l'equazione differenziale per θ con le condizioni iniziali $\theta(0) = 0.15$ radianti, $\dot{\theta}(0) = 0.10$.

(L13.3) Nel caso del pendolo fisico, sotto le stesse ipotesi sull'angolo θ fatte in (L13.2), si ricavi la relazione fra il periodo T e il momento d'inerzia. Come si può dunque misurare il momento d'inerzia di un corpo rigido planare?

(L13.4) Si dimostri che la pressione in un liquido dipende solamente dalla profondità.

Esercizi per la Lezione 14

(L14.1) In un elevatore per auto, dell'aria compressa esercita una forza su un pistone di raggio 6 cm. Tale pressione viene poi trasmessa a un secondo pistone di raggio 18 cm. (i) Quale forza deve esercitare l'aria compressa per sollevare un'auto che pesa $1.36 \cdot 10^4$ Newton? (ii) Quale pressione sarà prodotta da tale forza?

(L14.2) Dell'acqua arriva a un'altezza H di una diga lunga L. Qual è la forza risultante sulla diga?

(L14.3) Si consideri un oggetto completamente immerso in un liquido. Sotto quale condizione l'oggetto accelera verso l'altro? Sotto quale ipotesi, invece, l'oggetto affonda? Come fa dunque un pesce a nuotare a varie profondità?

(L14.4) Qual è invece la condizione di galleggiamento di un oggetto solo parzialmente immerso in acqua?

(L14.5) Quali forze agiscono su una corona di materiale ignoto immersa in acqua? Come si può calcolare il volume della corona? E la sua densità?

Esercizi per la Lezione 15

(L15.1) In una cisterna viene inserito un rubinetto collegato ad un tubo, col quale si riesce a riempire un barile da 35 litri in 6 minuti. Si determini la sua portata.

(L15.2) Un rubinetto ha una portata di 0.03 litri al secondo. Si determini il tempo necessario per riempire una cisterna da 600 litri.

(L15.3) Si consideri dell'acqua in moto stazionario attraverso un tubo di sezione variabile. Si calcoli come la velocità di fuoriuscita dipende dalle aree delle sezioni in ingresso e in uscita, e dalla velocità iniziale.

(L15.4) Un fluido scorre alla velocità di $6m\ s^{-1}$ in un tubo avente sezione di $16m^2$. Ad un certo punto il tubo si restringe e la sua sezione diventa di soli $4m^2$. Si determini la velocità con cui si muove il fluido nel punto più stretto.

(L15.5) Un pescatore colpisce per errore una imbarcazione con la sua fiocina. Se la variazione di quota risultante è 12 metri, si calcoli la velocità con la quale l'acqua entra nell'imbarcazione.

(L15.6) Se un serbatoio viene aperto in atmosfera, la velocità del liquido in uscita da un foro a distanza h sotto la superficie eguaglia la velocità acquistata da un oggetto in caduta libera lungo una distanza verticale. (i) Si ottenga la formula per la posizione orizzontale di una particella di fluido all'istante in cui colpisce il tavolo. (ii) Posto $h = y_2 - y_1$, quale valore di y_1 massimizza tale posizione orizzontale? Dunque, dove deve trovarsi il foro di uscita?

Esercizi per la Lezione 16

(L16.1) Durante il mese di Giugno, la temperatura a Napoli può raggiungere i 38 gradi Celsius. Si converta tale valore in Kelvin e in Fahrenheit.

(L16.2) Durante lavori domestici, una goccia di pittura cade sul bulbo caldo di una lampadina accesa. Si descriva il processo che può condurre alla rottura del vetro.

(L16.3) Cosa si intende per gas perfetto? Come si definisce la mole di una sostanza?

(L16.4) L'equazione di stato è una equazione che lega tra loro pressione P, volume V e temperatura T, ovvero

$$f(P, V, T) = 0.$$

(i) Qual è la forma di f per un gas perfetto? (ii) Nel caso di gas Elio trattato come gas perfetto, imponendo che non esca gas dalla bombola che lo contiene, si ottenga come la temperatura finale T_f dipende dalla temperatura iniziale T_i, e dai valori iniziali e finali di pressione e volume. (iii) Imponendo che una bomboletta spray contenga un gas a volume costante, si ottenga come la pressione finale dipende dalla pressione iniziale e dai valori iniziale e finale della temperatura.

Esercizi per la Lezione 17

(L17.1) Uno studente mangia smoderatamente e assume 2200 Cal. Poi decide di sollevare un oggetto di 52 Kg per una altezza di 2.2 metri per smaltire tale eccesso. Quante volte dovrebbe sollevare il peso? Si assuma un ritmo idealizzato di un sollevamento ogni 6 secondi.

(L17.2) Se il sole cede quantità eguali di energia alla spiaggia e all'acqua, perché l'aria al di sopra del suolo raggiunge una temperatura più alta dell'aria al di sopra dell'acqua? E perché durante il giorno si ha una brezza dal mare verso terra? Di notte, invece, si raffredda più rapidamente la sabbia o l'acqua?

(L17.3) Un lingotto di metallo di 0.04 Kg viene riscaldato a 190 Celsius e poi lasciato cadere in un secchio termicamente isolato contenente 0.35 Kg d'acqua inizialmente a 19 Celsius. Se la temperatura finale di equilibrio del sistema è 22.1 Celsius, calcolare il calore specifico del metallo.

(L17.4) Quanto tempo occorre per far evaporare 1.2 Kg di elio liquido?

Esercizi per la Lezione 18

(L18.1) Si riportino in una tabella le equazioni che caratterizzano le seguenti trasformazioni: adiabatiche, espansione libera, isobare, isocore, isoterme, cicliche.

(L18.2) Un bicchiere viene mantenuto capovolto su una superficie d'acqua, e poi viene portato alla profondità h sotto la superficie, intrappolando l'aria nel bicchiere, mentre la temperatura dell'acqua non varia durante la discesa. (i) Qual è la frazione del volume del bicchiere occupato dall'aria alla profondità h? (2) L'associata quantità di calore è positiva o negativa? Come si interpreta il suo segno?

(L18.3) L'energia necessaria per aumentare la temperatura di n moli di gas da T_i a T_f può essere resa indipendente dal cammino fra gli stati iniziale e finale? Perché?

Esercizi per la Lezione 19

(L19.1) Si discutano in dettaglio le 5 fasi del processo di carica per induzione di un conduttore.

(L19.2) Come si può comprendere il fenomeno della polarizzazione di molecole?

(L19.3) Si calcoli il rapporto tra il modulo della forza gravitazionale e il modulo della forza elettrostatica tra un elettrone e un protone in un atomo d'idrogeno, che hanno una separazione media di $5.3 \cdot 10^{-11}$ metri. Cosa ci indica tale risultato?

Esercizi per la Lezione 20

(L20.1) Si calcoli la forma esatta del modulo del campo elettrico di un dipolo, denotando con a la distanza delle cariche q e $-q$ dall'origine, e con y l'ordinata del punto P equidistante da q e da $-q$. Nei punti lontano dal dipolo, dove si ha dunque $y >> a$, a quale forma si riduce il modulo del campo elettrico?

(L20.2) Si consideri una sbarretta carica, e siano l la lunghezza della sbarretta, a la sua distanza dall'origine nel piano XY, λ la densità lineare uniforme di carica, Q la carica totale positiva. Qual è il campo elettrico in un punto P lungo l'asse della sbarretta? A quale forma si riduce tale campo elettrico se $a >> l$?

(L20.3) Si consideri un anello uniformemente carico, e siano a il raggio dell'anello e Q la carica totale. Si calcoli il campo elettrico in un punto P a distanza x dal centro dell'anello.

(L20.4) Una carica q puntiforme è soggetta ad un campo elettrico costante in modulo, direzione e verso lungo l'asse x. (i) Si risolva l'equazione del moto con le condizioni iniziali $x_i = 0$ e $v_i = 0$. (ii) Quanto vale l'energia cinetica della carica dopo aver percorso una distanza $x = x_f - x_i$? (iii) Che relazione esiste tra accelerazione della particella e verso del campo elettrico?

(L20.5) Si consideri il campo elettrico tra due piastre metalliche cariche di segno opposto. L'elettrone di carica q_e viene sparato orizzontalmente con velocità iniziale $\vec{v}_i = v_i \ \vec{i}$. Il campo elettrico è nel verso positivo di y, e sia

$$x_i = 0, \ v_{x_i} = v_i, \ v_{y_i} = 0.$$

Si calcoli ascissa e ordinata della posizione dell'elettrone dopo un tempo t.

(L20.6) Per un elettrone soggetto ad un campo elettrico uniforme di 10^4 N/C, si calcoli il rapporto tra il modulo della forza elettrica e il modulo della forza peso.

(L20.7) Un elettrone soggetto ad un campo elettrico

$$\vec{E} = 200 \text{ N/C} \ \vec{j}$$

per un tratto orizzontale $l = 0.15$ metri, possiede velocità la cui componente costante lungo l'asse x è

$$v_x(t) = v_i = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Si calcoli l'accelerazione dell'elettrone lungo l'asse y, il tempo speso all'interno del campo elettrico e il suo spostamento verticale dopo aver attraversato il campo elettrico.

Esercizi per la Lezione 21

(L21.1) Si converta un Volt/metro in unità di Newton/Coulomb.

(L21.2) Un protone in quiete è posto in campo elettrico uniforme di $7 \cdot 10^4$ Volt/metro, diretto lungo il semiasse $x > 0$. Il protone si sposta dunque di 0.6 metri nella direzione del campo elettrico. (i) Si calcoli la differenza di potenziale che ne risulta. (ii) Qual è la variazione di energia potenziale del sistema carica-campo?

(L21.3) Si dimostri che, per una carica puntiforme isolata, le superfici equipotenziali sono una famiglia di sfere concentriche alla carica.

(L21.4) Una carica di 3 μC è posta nell'origine, e una carica di -7 μC è sull'asse y nella posizione $(0, 4)$ metri. Qual è il potenziale elettrico dovuto a queste cariche nel punto $P = (5, 0)$ metri?

(L21.5) Nello spazio euclideo tridimensionale è assegnato il potenziale elettrico

$$V = 5x^2y + 3y^2 + 4yz.$$

Si calcolino le componenti E_x, E_y, E_z del campo elettrico risultante.

(L21.6) Sull'asse x si realizza un dipolo mediante una carica q di coordinate $(a, 0)$ e una carica $-q$ di coordinate $(-a, 0)$. (i) Si calcoli il risultante potenziale elettrico V in un punto P di coordinate $(x, 0)$, ove $x > a$. (ii) Si calcoli il campo elettrico in P e la sua forma limite lontano dal dipolo, ovvero quando $x >> a$.

(L21.7) Si consideri un anello uniformemente carico, e un punto P a distanza x dal centro dell'anello, che a sua volta dista a dai punti sul bordo dell'anello. Ogni elemento di carica dq si trova alla stessa distanza da P. Si calcoli il potenziale elettrico in P e il campo elettrico in P.

Esercizi per la Lezione 22

(L22.1) Una sfera isolante di raggio R ha una densità di carica per unità di volume positiva e uniforme, e una carica totale Q. (i) Calcolare il potenziale elettrico in un punto al di fuori della sfera, ovvero per $r >> R$ o comunque $r > R$. Si assuma che il potenziale si annulla se $r = \infty$. (ii) Quanto vale il potenziale in $r = R$, e perché? (iii) Calcolare il potenziale in un punto D interno alla sfera, ossia per $r < R$.

(L22.2) Si dimostri che ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale.

(L22.3) Due sfere conduttrici cariche di raggi r_1, r_2 sono collegate da un sottile filo conduttore. Le sfere siano abbastanza distanti, così che il campo elettrico dell'una non influenzi quello dell'altra. La presenza del filo rende possibile trattare l'intero sistema come un solo conduttore. (i) Si dimostri che la sfera più piccola ha densità superficiale di carica maggiore. (ii) Il campo elettrico vicino alla sfera più piccola è maggiore o minore del campo elettrico vicino alla sfera più grande?

(L22.4) Si dimostri che, dato un conduttore di forma arbitraria, contenente una cavità, il campo elettrico all'interno della cavità si annulla. Dunque, durante un temporale, conviene restare all'interno o all'esterno della nostra automobile?

(L22.5) Un condensatore piano abbia un'area $A = 3 \cdot 10^{-4}$ metri quadri, e le sue armature siano separate da una distanza di 2 millimetri. Si calcoli la capacità risultante.

(L22.6) In un condensatore cilindrico, un conduttore cilindrico di raggio a e carica Q è contenuto in un altro conduttore cilindrico coassiale di raggio b e carica $-Q$. La lunghezza l sia tale che

$$\frac{l}{a} >> 1, \ \frac{l}{b} >> 1.$$

Trascurando gli effetti ai bordi, il campo elettrico è perpendicolare all'asse dei cilindri, e confinato fra essi. Tenendo conto che il cilindro esterno non contribuisce al campo al suo interno, si calcoli la differenza di potenziale e la capacità.

(L22.7) Si disegni il circuito per due condensatori in parallelo, e l'associato circuito equivalente. Come si ottiene la capacità equivalente di due o più condensatori collegati in parallelo?

Esercizi per la Lezione 23

(L23.1) Si ricordi che, per condensatori in serie, il valore assoluto della carica è lo stesso su tutte le armature. Qual è dunque la capacità equivalente per due o più condensatori in serie?

(L23.2) Si consideri un circuito a 6 condensatori in cui, nel ramo superiore, $C_1 = 5\mu\text{F}$ è in serie col complesso di due condensatori $C_2 = 2\mu\text{F}$ e $C_3 = 4\mu\text{F}$ che sono tra loro in parallelo, mentre nel ramo inferiore $C_4 = 7\mu\text{F}$ e $C_5 = 3\mu\text{F}$ sono tra loro in parallelo, e il loro complesso è in serie con $C_6 = 9\mu\text{F}$. Si calcoli la capacità equivalente di tutto il circuito.

(L23.3) Che relazione sussiste nel rame tra il verso della corrente e il verso del flusso degli elettroni?

(L23.4) Come si definisce un conduttore perfetto? Come si definisce un isolante ideale?

Esercizi per la Lezione 24

(L24.1) Una lampadina ha una tensione di funzionamento di 125 Volt, e una potenza di 80 Watt. (i) Qual è la corrente nella lampadina? Quanto vale la sua resistenza? (ii) Quanto costerebbe tenere accesa questa lampadina per 24 ore, se l'elettricità costasse circa 0.16Euro/KWh ?

(L24.2) Si disegni il circuito che descrive una batteria collegata ad un resistore. Quanto vale la potenza totale erogata dalla sorgente di forza elettromotrice? In quali casi la resistenza interna non è trascurabile?

(L24.3) Nel collegamento in serie di due resistori, essi hanno un solo estremo in comune. Quanto vale la resistenza equivalente, e per quale ragione?

(L24.4) Nel collegamento in parallelo di due resistori, la differenza di potenziale ai loro capi è la stessa, poiché ciascun resistore è collegato direttamente ai capi della batteria. (i) Quanto vale la resistenza equivalente? (ii) Negli impianti elettrici delle abitazioni, gli elettrodomestici sono collegati in serie o in parallelo? Perché?

(L24.5) Si consideri un circuito con capacitore e resistore. Come può variare nel tempo la corrente, e perché?

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Esame Scritto 16/06/22

- Il compito è diviso in due prove di 5 esercizi. Si chiede di svolgere in totale non più di 3 esercizi per prova.
- Chi ha fatto la prova intercorso del 13 Aprile può limitarsi a svolgere tre esercizi a scelta della seconda parte, considerando che ciascuna parte sarà valutata in 30simi ed il voto finale risulterà dalla media dei voti di parte prima e seconda. (e.g. chi avesse preso 6 nella prova in itinere e si limitasse a svolgere la seconda parte prendendo 30 avrebbe 18. In un caso del genere, è consigliato riprovare a svolgere la prima parte.)

Prova I

1. **Cinematica - Moti**. Esempio: Un'automobile è in grado di passare dalla quiete alla velocità di 100 km/h in t secondi, muovendosi con moto uniformemente accelerato. Esprimere il valore dell'accelerazione e calcolarlo per $t_1 = 5\,s$ e per $t_2 = 8\,s$. Quanto vale lo spazio percorso e la velocità media nei due casi?

2. **Cinematica - Gittata** Esempio: Un proiettile viene lanciato con velocità iniziale $v_0 = 50\,m/s$ e con un angolo $\theta = 50\,deg$ da un sito posto ad una altezza $h = 50\,m$ dal suolo, Calcolare a quale distanza x può arrivare il proiet- tile. Ripetere il calcolo per $\theta = 0\,deg$.

3. **Dinamica - Equilibrio statico**. Esempio: Un punto P è sottoposto a una forza $F_1 = 34\,N$ lungo il verso negativo dell'asse y e a una forza $F_2 = 25\,N$ che orma un angolo $\theta = 30\,deg$ con l'asse y. Calcolare modulo direzione e verso della forza F_3 che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio statico.

4. **Dinamica - Attrito**. Esempio: Un corpo di massa $m = 2\,kg$ è appoggiato su di un piano orizzontale. I coefficienti di attrito statico e dinamico valgono rispettivamente 0.5 e 0.3. Si applica al corpo una forza $\vec{F}$ di modulo pari a $20\,N$. Determinare le componenti e il modulo della forza di reazione vincolare se $\vec{F}$ viene applicata con un angolo $\theta = 60\,deg$ rispetto all'orizzontale.

5. **Energia e Lavoro**. Esempio: Un corpo scivola lungo un piano inclinato senza attrito. Il piano inclinato è alto $h = 2.5\,m$ ed ha un angolo di $40\,deg$. Calcolare il tempo necessario per raggiungere la base del piano inclinato e la velocità del corpo alla base del piano inclinato. Alla fine del piano inclinato il corpo prosegue su un tavolo con coefficiente di attrito $\mu = 0.2$. Si calcoli il percorso compiuto dal corpo sul tavolo prima di fermarsi.

Prova II

6. **Fluidi - Principio di Archimede**. Esempio:Un corpo compatto di forma qualunque (corona) viene sospeso a un dinamometro che segnala $T_1 = 5.88\,N$. Una volta immerso in acqua il dinamometro segna $T_2 = 3.70\,N$. La densità dell'acqua vale $1 \times 10^3\,kg/m^3$.
   Calcolare il volume del corpo e la sua densità.

7. **Fluidi - Teorema di Bernoulli**. Esempio: Foriamo una nave ad una profondità di $h = 10.0\,m$ sotto il livello del mare. Con quale velocità l'acqua entra nello scafo?

8. **Corpo Rigido - Carrucola con Massa**. Esempio: Un cilindro di massa $m_1 = 0.4\,kg$ è collegato a una massa $m_2 = 0.2\,kg$ tramite una fune sottile che passa attraverso una carrucola di raggio $R = 2.5\,cm$ e momento di inerzia rispeto all'asse $I = 2.5 \times 10^{-4}\,kg\,m^2$. La massa m_2

scivola su un piano orizzontale senza attrito. Calcolare l'accelerazione delle due masse.

9. **Corpo Rigido - Puro Rotolamento**. Un cilindro pieno, di massa $m_! = 20\,kg$ e raggio $r = 0.25\,m$, rotola senza strisciare su un piano orizzontale; all'asse del cilindro è applicato il momento costante $M = 30\,Nm$ ed è appeso, tramite un filo inestensibile e di massa trascurabile, un corpo di massa $m_2 = 10\,kg$. Calcolare l'accelerazione del centro di massa del cilindro, la tensione del filo e il minimo valore ammesso per il coefficiente di attrito.

10. **Termodinamica - Espansione adiabatica di un gas ideale**. Esempio: Due moli di gas ideale monoatomico ($\gamma = 5/3$) si espandono in modo adiabatico reversibile fino a occupare un volume triplo di quel- lo iniziale. Se la temperatura iniziale è $T, = 400\,K$, determinare il lavoro compiuto dal gas durante l'espansione.

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Esame Scritto 11/07/22

- Il compito è diviso in due prove. Si richiede di svolgere in totale non più di 3 esercizi a scelta su 5 per prova.
- Chi ha fatto la prova intercorso del 13 Aprile può limitarsi a svolgere tre esercizi a scelta della seconda parte, considerando che ciascuna parte sarà valutata in 30simi ed il voto finale risulterà dalla media dei voti di parte prima e seconda. (e.g. chi avesse preso 6 nella prova in itinere e si limitasse a svolgere la seconda parte prendendo 30 avrebbe 18. In un caso del genere, è consigliato riprovare a svolgere la prima parte.)

Prova I

1. **Cinematica - Moto in caduta libera**. Una moneta è lanciata verso l'alto verticalmente con velocità iniziale $v_0 = 2\,m/s$. 1) Dopo quanto tempo la moneta raggiunge la massima altezza? 2) Quale è la massima altezza raggiunta? 3) Dopo quanto tempo la moneta torna in mano a chi l'ha lanciata (punto di partenza) e con quale velocità?

2. **Cinematica - Gittata** Una pietra è lanciata dalla sommità di un edificio, con un angolo di $60\,deg$ rispetto all'orizzonte con velocità di $10\,m/s$. 1) Se l'edificio è alto $25\,m$, per quanto tempo la pietra rimane in volo? 2) Quale è la velocità della pietra (in modulo) appena prima di colpire il suolo?

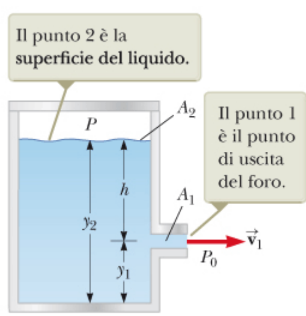
3. **Dinamica - Bilancio delle forze**. Due masse sono collegate da una fune tramite una carrucola fissa, di massa trascurabile, posta alla sommita di un piano inclinato di un angolo $30\,deg$. La massa m_1 sul piano pesa $5\,kg$, la massa m_2 è sospesa e vale $4\,kg$. Calcolare l'accelerazione del sistema e la tensione della fune in assenza di attrito.

4. **Dinamica - Attrito**. Riconsiderare il problema precedente nel caso in cui il piano sia caratterizzato da un coefficiente di attrito $\mu = 0.2$.

5. **Energia e Lavoro - Bilancio energetico**. Una moneta da 2 euro del peso di $8.5\,g$ viene lanciata verso l'alto con velocità iniziale $v_0 = 5\,m/s$. Consideriamo l'attrito dell'aria. Se dopo aver percorso $h = 3\,m$ la velocità della moneta è dimezzata, calcolare la forza di attrito che ha agito sulla moneta.

Prova II

6. **Fluidi - Teorema di Bernoulli**. Consideriamo un liquido all'interno di serbatoio chiuso con un foro (vedi figura).Il fluido è a riposo in superficie, dove la pressione dell'aria è mantenuta al valore P. Il foro si trova ad una altezza y_1 dalla base del serbatoio, corrispondente ad una profondità h. La pressione esterna è fissata a P_0. Con quale velocità l'acqua esce dal foro?



7. **Corpo Rigido - Carrucola con Massa**. Consideriamo una carrucola (approssimabile a un disco) di massa $m_1 = 1\,kg$ e raggio $r = 10\,cm$ alla quale è avvolta una corda inestensibile e di massa trascurabile. A una

estremità della corda è appeso un corpo di massa $m_2 = 2\,kg$, che si move verso il basso srotolando la corda e facendo ruotare la carrucola. Noto il momento di inerzia del disco, $I = \frac{1}{2}mr^2$, calcolare l'accelerazione con cui il corpo scende e la tensione della corda.

8. **Corpo Rigido - Momento di inerzia**. Calcolare il momento d'inerzia di una sottile asta omogenea tridimensionale, di massa m e lunghezza d, rispetto a un asse ortogonale all'asta e passante per il suo centro. Ripetere il calcolo se invece l'asse passa per un estremo dell'asta.

9. **Termodinamica - Calorimetria**. Una massa di ghiaccio $m_G = 0.3\,kg$ a $T_G = -10\,°C$, viene immersa in un recipiente con $m_A = 2\,kg$ di acqua a temperatura $T_A = 50\,°C$. Verificare che la condizione per cui il ghiaccio si scioglie nell'acqua è soddisfatta. Calcolare la temperatura di equilibrio finale, dati il calore specifico $c_G \sim 2200\,J/kg\,K$ ed il calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_G = 33 \times 10^4\,J/kg$.

10. **Termodinamica - Equazione di stato di un gas**. Un gas è contenuto in un recipiente chiuso da un pistone di area $S = 20\,cm^2$ e massa mulla. Inizialmente il gas occupa un volume $V_0 = 1\,\ell$, e si trova a temperatura $T_0 = -30\,°C$ e pressione $P_0 = 1\,atm$. Il sistema si mette in contatto con l'ambiente e arriva all'equilibrio termico con esso a temperatura $T_f = 27\,°C$, sollevando il pistone di una lunghezza $h = 2\,cm$. Calcolare il volume finale e la pressione finale del gas

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Esame Scritto 05/09/22

- Il compito è diviso in due prove. Si richiede di svolgere in totale non più di 3 esercizi a scelta su 5 per prova.

Prova I

1. **Calcolo vettoriale - Vettore Spostamento** . Una particella compie tre spostamenti consecutivi nello spazio, definiti dai seguenti vettori:

   $\Delta\vec{Q}_1 = 1.7\hat{i} + 5\hat{j} - 2.2\hat{k}$
   $\Delta\vec{Q}_2 = 2.5\hat{i} - 2.4\hat{j} - 3.6\hat{k}$
   $\Delta\vec{Q}_3 = -1.1\hat{i} + 1.7\hat{j}$

   Calcolare lo spostamento risultante e il suo modulo.

2. **Cinematica - Moto Uniformemente Accelerato** Mentre una moto passa per il punto $x_0 = 0$ con velocità costante $v_m = 80\,km/h$ un'auto della polizia parte al suo inseguimento. La macchina ha una accelerazione costante di $10\,m/s^2$ per un tempo iniziale $t = 7s$, per poi proseguire a velocità costante.

   (a) Dopo quanto tempo (in secondi) il poliziotto raggiunge l'auto?

   (b) Idealizziamo il problema in un caso in cui il poliziotto possa proseguire indefinitamente con la stessa accelerazione. Che velocità avrà, dopo aver percorso $50\,km$?

(c) Verificare la consistenza del risultato per la velocità finale con una analisi dimensionale.

3. **Cinematica - Gittata** Durante una punizione, un pallone di massa $m = 450g$ viene calciato con un angolo di $\theta = 15$ gradi rispetto al piano del campo ad una velocità di $20m/s$.

   Calcolare il tempo in cui la palla raggiunge la massima altezza e la distanza orizzontale percorsa prima di toccare il suolo.

4. **Dinamica - Bilancio delle forze**. Un corpo di massa $m_1 = 2\,kg$ si trova su un piano inclinato senza attrito con un angolo di 30 gradi ed è collegato tramite una puleggia di massa trascurabile ad un secondo corpo di massa $m_2 = 2\,kg$.

   - disegnare schematicamente il sistema massa m_1-piano inclinato-massa m_2; riportare le frecce dei vettori delle forze in gioco e la loro scomposizione in componenti;
   - scrivere la seconda legge della dinamica in componenti;
   - calcolare l'accelerazione del corpo di massa m_1;
   - Calcolare la tensione della corda che unisce i due corpi.

5. **Energia e Lavoro - Bilancio energetico**. Un corpo inizialmente fermo scivola su un piano lungo $3m$ ed inclinato di 30 gradi rispetto all'orizzontale. Dopo aver raggiunto la base del piano, continua a muoversi su un piano orizzontale.

   Calcolare la distanza percorsa dal punto lungo il piano orizzontale prima di fermarsi tenendo presente che nel tratto orizzontale percorso sono presenti forze d'attrito di coefficiente dinamico $\mu_d = 0.2$.

Prova II

6. **Fluidi - Legge di Stevino**. Sulla fiancata di una nave si apre una falla di $50cm^2$ di area, a 4 metri sotto la superficie di galleggiamento.

   Sapendo che la densità dell'acqua marina è $\rho = 1,02g/cm^3$, calcolare la forza necessaria per opporsi all'apertura della falla dall'interno.

7. **Fluidi - Principio di Archimede**. Un iceberg, la cui forma può essere approssimata ad un cono di altezza $50m$ e raggio di base di $12m$, galleggia sulla superficie del mare. Calcolare il volume della parte emersa, sapendo che la densità del ghiaccio è di $d = 920Kg/m^3$.

8. **Corpo Rigido - Carrucola con Massa**. Consideriamo una carrucola (approssimabile a un disco) di massa $m_1 = .5\,kg$ e raggio $r = 10\,cm$ alla quale è avvolta una corda inestensibile e di massa trascurabile. A una estremità della corda è appeso un corpo di massa $m_2 = 1\,kg$, che si move verso il basso srotolando la corda e facendo ruotare la carrucola. Noto il momento di inerzia del disco, $I = \frac{1}{2}mr^2$, calcolare l'accelerazione con cui il corpo scende e la tensione della corda.

9. **Termodinamica - Calorimetria**. Si consideri un sistema isolato costituito da due solidi omogenei ideali di masse m_1 e $m_2$in equilibrio ciascuno alle temperature iniziali T_1 e T_2. Supponiamo che i corpi siano messi a contatto.

   Calcolare la temperatura di equilibrio T_f

10. **Termodinamica - Espansione adiabatica di un gas ideale**. Due moli di gas ideale monoatomico ($\gamma = 5/3$) si espandono in modo adiabatico reversibile fino a occupare un volume il doppio di quello iniziale. Se la temperatura iniziale è $T_A = 200\,K$, determinare il lavoro compiuto dal gas durante l'espansione.

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Esame Scritto 06/10/22

- Il compito è diviso in due prove. Si richiede di svolgere in totale non più di 3 esercizi a scelta su 5 per prova.

Prova I

1. **Cinematica - Velocità**. Il moto unidimensionale di un punto materiale è descritto dalla legge oraria $x(t) = 4t^4 + 2\cos(3t)$. calcolare la velocità media nell'intervallo tra $t_i = 0$ e $t_f = 4$ secondi.

2. **Cinematica - Moto Uniformemente Accelerato in 2d**. Una automobile si muove con velocità $\vec{v}_i = (1/5, 1/4)\, m/s$. Se comincia a frenare con una accelerazione costante $\vec{a} = (0, -7)\, m/s^2$, di quanto sisposterà in 7 secondi?

3. **Cinematica - Gittata**. Un arciere lancia una freccia con una velocità di modulo $v_0 = 481\, m/s$. Sapendo che la freccia arriva ad una altezza massima di $40\, m$, clacolare la gittata.

4. **Dinamica - Bilancio delle forze e attrito**. Un corpo di massa $m = 3\, kg$, posto su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30°$, è spinto da una forza $\vec{F}$ che punta verso il basso con un angolo $\alpha = 20°$ rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito statico fra blocco e piano è $\mu_s = 0.25$. Determinare i valori possibili per il modulo di $\vec{F}$ per i quali il blocco rimane fermo.

5. **Energia e Lavoro**. Un corpo inizialmente fermo di massa $m = 3\,Kg$ scivola su un piano inclinato di 60 gradi rispetto all'orizzontale, arrivando alla base con una velocità $v = 15\,m/s$. Se il coefficiente di attrito dinamico tra il piano e il corpo è $\mu_d = 0.2$, determinare la distanza l percorsa sul piano inclinato.

Prova II

6. **Fluidi - Principio di Pascal**. In un elevatore idraulico, aria compressa esercita una forza su un pistone di raggio $5\,cm$. Questa pressione viene poi trasmessa a un secondo pistone di raggio $20cm$. Quale forza deve esercitare l'aria compressa per sollevare un'auto che pesa $1.3 \times 10^4\,N$?

7. **Fluidi - Principio di Archimede**. Una sfera cava di ferro galleggia completamente immersa nell'acqua. Il diametro esterno della sfera è di $22\,cm$. Calcolare il diametro interno.

8. **Corpo Rigido - Carrucola**. Ad una carrucola di raggio R e massa m sono sospese due masse m_1 e m_2, con $m_1 > m_2$, collegate da un filo. Il momento d'inerzia della carrucola rispetto all'asse passante per il suo centro e ortogonale al piano verticale in cui giace, vale I. Si suppone che il filo non slitti e che non ci sia attrito sull'asse. Calcolare l'accelerazione delle due masse, le tensioni del filo e la reazione sull'asse della carrucola.

9. **Termodinamica - Calorimetria**. Una massa di piombo di 5 kg ad una temperatura $T_1 = 80°C$ viene messa a contatto con una massa di acqua di $500\,g$ alla temperatura $T_2 = 20°C$.

   Calcolare la temperatura finale di equilibrio T_f del sistema, dati il calore specifico dell'acqua $c_a = 4186\,J\,Kg^{-1}\,K^{-1}$ e del piombo $c_p = 128\,J\,Kg^{-1}\,K^{-1}$.

10. **Termodinamica - gas ideale**. Due bombole di 10 e 8 litri contengono elio gassoso e sono alla pressione di 15 e 20 atmosfere. Assumendo che la temperatura rimanga costante, calcolare la pressione alla quale queste si portano se vengono collegate.

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Esame Scritto 16/06/22

- Il compito è diviso in due prove di 5 esercizi. Si chiede di svolgere in totale non più di 3 esercizi per prova.
- Chi ha fatto la prova intercorso del 13 Aprile può limitarsi a svolgere tre esercizi a scelta della seconda parte, considerando che ciascuna parte sarà valutata in 30simi ed il voto finale risulterà dalla media dei voti di parte prima e seconda. (e.g. chi avesse preso 6 nella prova in itinere e si limitasse a svolgere la seconda parte prendendo 30 avrebbe 18. In un caso del genere, è consigliato riprovare a svolgere la prima parte.)

Prova I

1. **Cinematica - Moti**. Un'automobile ferma raggiunge una velocità di 100 km/h in t secondi, muovendosi con moto uniformemente accelerato. Esprimere il valore dell'accelerazione e calcolarlo per $t = t_1 = 10\,s$ e per $t = t_2 = 15\,s$. Calcolare lo spazio percorso e la velocità media nei due casi.

2. **Cinematica - Gittata** Una palla da rugby viene calciato con velocità iniziale $v_0 = 20\,m/s$ e con un angolo $\theta = 30\,deg$ da una altezza $h = 1\,m$ dal suolo, Calcolare a quale distanza x può arrivare la palla. Ripetere il calcolo per $\theta = 0\,deg$.

3. **Dinamica - Equilibrio statico**. Un punto P è sottoposto a una forza $F_1 = 34\,N$ lungo il verso negativo dell'asse y e a una forza $F_2 = 25\,N$ che forma un angolo $\theta = 30\,deg$ con l'asse y. Calcolare modulo direzione e verso della forza $\vec{F}_3$ che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio statico.

4. **Dinamica - Attrito**. Un corpo di massa $m = 2\,kg$ è appoggiato su di un piano orizzontale. I coefficienti di attrito statico e dinamico valgono rispettivamente 0.4 e 0.2. Si applica al corpo una forza verso l'alto $\vec{F}$ di modulo pari a $20\,N$. Se $\vec{F}$ viene applicata con un angolo $\theta = 60\,deg$ rispetto all'orizzontale, determinare se il corpo si muove e in tal caso quale sia la sua accelerazione.

5. **Energia e Lavoro**. Un corpo scivola lungo un piano inclinato senza attrito. Il piano inclinato è alto $h = 2.5\,m$ ed ha un angolo di $40\,deg$. Calcolare il tempo necessario per raggiungere la base del piano inclinato e la velocità del corpo alla base del piano inclinato. Alla fine del piano inclinato il corpo prosegue su un tavolo con coefficiente di attrito $\mu = 0.2$. Si calcoli il percorso compiuto dal corpo sul tavolo prima di fermarsi.

Prova II

6. **Fluidi - Principio di Archimede**. Un corpo compatto viene sospeso a un dinamometro che segnala una tensione $T_1 = 5.88\,N$. Una volta immerso in acqua il dinamometro segna una tensione $T_2 = 3.70\,N$. La densità dell'acqua vale $1 \times 10^3\,kg/m^3$.
   Calcolare il volume del corpo e la sua densità.

7. **Corpo Rigido - Carrucola con Massa**. Un cilindro di massa $m_1 = 0.4\,kg$ è collegato a una massa $m_2 = 0.2\,kg$ tramite una fune sottile che passa attraverso una carrucola di raggio $R = 2.5\,cm$ e momento di inerzia rispeto all'asse $I = 2.5 \times 10^{-4}\,kg\,m^2$. La massa m_2 scivola su un piano orizontale senza attrito. Calcolare l'accelerazione delle due masse.

8. **Corpo Rigido - Puro Rotolamento**. Un cilindro pieno, di massa $m_1 = 20\,kg$ e raggio $r = 0.25\,m$, rotola senza strisciare su un piano

orizzontale; all'asse del cilindro è applicato il momento costante $M = 30\,Nm$ ed è appeso, tramite un filo inestensibile e di massa trascurabile, un corpo di massa $m_2 = 10\,kg$. Calcolare l'accelerazione del centro di massa del cilindro, la tensione del filo e il minimo valore ammesso per il coefficiente di attrito.

9. **Termodinamica - Calorimetria**. Un litro di acqua a $273\,K$ viene versato in un contenitore contenete 3 litri di acqua. Sapendo dopo un tempo sufficientemente lungo tutta l'acqua nel contenitore avrà raggiunto la temperatura di $20\,°C$, calcolare la temperatura iniziale dei 3 litri di acqua. Si assuma che il sistema sia isolato.

10. **Termodinamica - Espansione adiabatica di un gas ideale**. Due moli di gas ideale monoatomico ($\gamma = 5/3$) si espandono in modo adiabatico reversibile fino a occupare un volume triplo di quello iniziale. Se la temperatura iniziale è $T_A = 400\,K$, determinare il lavoro compiuto dal gas durante l'espansione.

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Prova Intercorso A

La prova, in tre versioni equivalenti (A,B,C), consiste di tre esercizi. Il tempo previsto per la prova è di un'ora e mezza. Ai fini dell'esonero parziale per lo scritto finale, si condera valida una prova con un punteggio complessivo pari o superiore a 18 punti. Ogni esercizio comprende un certo numero di domande a cui è associato un punteggio, indicato alla fine del quesito, per un totale di 30 punti. Il quarto esercizio è da considerare extra ed è comune a tutte le prove.

Modalità di risposta:

- Lo svolgimento (impostazione, commenti, formule) e i calcoli usati nella risoluzione del problema sono considerati parte integrante della risposta e devono essere riportati nel compito. Un risultato numerico senza svolgimento sarà considerato nullo.
- Una domanda sbagliata non comporta punteggio negativo. Al contrario, una domanda il cui risultato numerico finale sia sbagliato, ma per cui lo svolgimento sia corretto può essere valutata positivamente e avere attribuito un punteggio parziale.

Problema 1

Una pallina si muove di moto rettilineo per $t_1 = 0.6\,s$ con una accelerazione $a_1 = 10\,m/s^2$ e, successivamente, per $t_2 = 0.4\,s$ con accelerazione $a_2 = 5\,m/s^2$. Sapendo che velocità e posizione iniziale sono nulli, calcolare:

1. la velocità finale; [2 punti]
2. lo spostamento complessivo; [2 punti]
3. la velocità media; [2 punti]
4. Verificare inoltre la consistenza delle formule per spostamento e velocità finale con una analisi dimensionale. [2 punti]

Problema 2

Un corpo di massa $m = 5\,kg$ è fermo sopra un piano scabro, inclinato di un angolo $\theta = 30deg$ rispetto all'orizzontale e con coefficiente di attrito $\mu_s = 0.4$. Sul corpo viene applicata una forza infinitesimamente maggiore rispetto alla forza minima per metterlo in moto, parallela al piano inclinato e diretta verso la sua sommità.

1. disegnare il sistema corpo-piano inclinato; riportare le frecce dei vettori delle forze che agiscono sul corpo e la loro scomposizione in componenti parallele e ortogonali al piano (diagramma corpo libero); [3 punti]

2. scrivere la seconda legge della dinamica per ciascuna componente; [2 punti]

3. calcolare la forza minima affinchè il corpo si muova; [3 punti]

4. una volta partito il movimento, sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano è $\mu_d = 0.2$, calcolare l'accelerazione acquisita dal blocco. [4 punti]

Problema 3

Una molla di costante elastica $k = 150\, N/m$ è inchiodata a terra, inclinata di un angolo $\theta = 15\, deg$ rispetto all'orizzontale. La molla è inizialmente compressa di $20\, cm$. Alla sua sommità viene posto un oggetto di massa $m = 200g$. Quando viene liberata, la molla fa compiere all'oggetto una gittata.

1. Calcolare la velocità con cui l'oggetto viene lanciato in aria. [4 punti]

2. Calcolare il tempo in cui l'oggetto raggiunge la massima altezza. [3 punti]

3. Calcolare la distanza orizzontale percorsa dall'oggetto pima di cadere a terra. [3 punti]

Problema 4

Un corpo di massa m, in orbita a distanza r attorno ad un pianeta di massa M e raggio R, si muove di moto circolare uniforme.

1. Calcolare la velocità orbitale del corpo (velocità del moto circolare uniforme) in funzione della massa del pianeta; [3 punti]

2. calcolare il tempo di rivoluzione del corpo attorno al pianeta; [3 punti]

3. Quando il corpo si trova ancora sulla superficie del pianeta, quale velocità bisogna impartirgli per consentirgli di entrare in orbita alla quota r? [4 punti]

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Prova Intercorso B

13 Aprile 2022

La prova, in tre versioni equivalenti (A,B,C), consiste di tre esercizi. Il tempo previsto per la prova è di un'ora e mezza. Ai fini dell'esonero parziale per lo scritto finale, si condera valida una prova con un punteggio complessivo pari o superiore a 18 punti. Ogni esercizio comprende un certo numero di domande a cui è associato un punteggio, indicato alla fine del quesito, per un totale di 30 punti. Il quarto esercizio è da considerare extra ed è comune a tutte le prove.

Modalità di risposta:

- Lo svolgimento (impostazione, commenti, formule) e i calcoli usati nella risoluzione del problema sono considerati parte integrante della risposta e devono essere riportati nel compito. Un risultato numerico senza svolgimento sarà considerato nullo.
- Una domanda sbagliata non comporta punteggio negativo. Al contrario, una domanda il cui risultato numerico finale sia sbagliato, ma per cui lo svolgimento sia corretto può essere valutata positivamente e avere attribuito un punteggio parziale.

Problema 1

Una macchina, partendo da ferma, si muove per un minuto accelerando uniformemente. Nei primi 20 secondi mantiene un'accelerazione pari a $a_1 = 0.01\, m/s^2$, per poi raddoppiarla nei successivi 20 secondi e triplicarla negli ultimi 20. Si calcoli:

1. lo spostamento e la velocità raggiunti alla fine del primo intervallo; [2 punti]
2. lo spostamento e la velocità raggiunti alla fine del secondo intervallo; [2 punti]
3. lo spostamento complessivo della macchina; [2 punti]
4. Verificare inoltre la consistenza delle formule per spostamento finale con una analisi dimensionale. [2 punti]

Problema 2

Un foglio di carta di massa $m = 3\,kg$ è posto sopra un tavolo in modo che i 2/3 di esso sporgano fuori. Un oggetto di massa M è posto sopra il foglio affinché questo non cada.

1. disegnare schematicamente il sistema foglio-oggetto-piano; riportare le frecce dei vettori delle forze in gioco e la loro scomposizione in componenti parallele e ortogonali al piano (diagramma corpo libero) per le due parti del foglio più massa; [3 punti]

2. scrivere la seconda legge della dinamica in componenti, per le due parti del foglio più massa; [2 punti]

3. Sapendo che il coefficiente di attrito tra foglio e tavolo è $\mu_s = 0.3$, calcolare il minimo valore M_m di M affinché il foglio non cada; [3 punti]

4. per M infinitesimamente minore di M_m la parte del foglio sul tavolo con l'oggetto sopra inizieranno a scivolare. Calcolare l'accelerazione lungo il tavolo del sistema oggetto+foglio per $\mu_d = 0.2$. [4 punti]

Problema 3

Un corpo scivola lungo un piano inclinato senza attrito. Il piano inclinato è alto $h = 2.5\,m$ ed ha un angolo di $40\,deg$. Risposta con due cifre significative.

1. Calcolare il tempo necessario per raggiungere la base del piano inclinato. [3 punti]

2. Calcolare la velocità del corpo alla base del piano inclinato. [3 punti]

3. Alla fine del piano inclinato il corpo prosegue su un tavolo con coefficiente di attrito $\mu = 0.2$. Si calcoli il percorso compiuto dal corpo sul tavolo prima di fermarsi. [4 punti]

Problema 4

Un corpo di massa m, in orbita a distanza r attorno ad un pianeta di massa M e raggio R, si muove di moto circolare uniforme.

1. Calcolare la velocità orbitale del corpo (velocità del moto circolare uniforme) in funzione della massa del pianeta; [3 punti]

2. calcolare il tempo di rivoluzione del corpo attorno al pianeta; [3 punti]

3. Quando il corpo si trova ancora sulla superficie del pianeta, quale velocità bisogna impartirgli per consentirgli di entrare in orbita alla quota r? [4 punti]

Fisica Generale I per Informatica
GRUPPO 2 (DF-M)

Prova Intercorso C

13 Aprile 2022

La prova, in tre versioni equivalenti (A,B,C), consiste di tre esercizi. Il tempo previsto per la prova è di un'ora e mezza. Ai fini dell'esonero parziale per lo scritto finale, si condera valida una prova con un punteggio complessivo pari o superiore a 18 punti. Ogni esercizio comprende un certo numero di domande a cui è associato un punteggio, indicato alla fine del quesito, per un totale di 30 punti. Il quarto esercizio è da considerare extra ed è comune a tutte le prove.

Modalità di risposta:

- Lo svolgimento (impostazione, commenti, formule) e i calcoli usati nella risoluzione del problema sono considerati parte integrante della risposta e devono essere riportati nel compito. Un risultato numerico senza svolgimento sarà considerato nullo.
- Una domanda sbagliata non comporta punteggio negativo. Al contrario, una domanda il cui risultato numerico finale sia sbagliato, ma per cui lo svolgimento sia corretto può essere valutata positivamente e avere attribuito un punteggio parziale.

Problema 1

Mentre un auto passa per il punto $x_0 = 0$ con velocità costante $v_a = 100\,km/h$ un motociclista della polizia parte al suo inseguimento. Egli ha una accelerazione costante di $9\,m/s^2$ per un tempo iniziale $t = 7s$, per poi proseguire a velocità costante.

1. Dopo quanto tempo (in secondi) il poliziotto raggiunge l'auto? [4 punti]
2. Idealizziamo il problema in un caso in cui il poliziotto possa proseguire indefinitamente con la stessa accelerazione. Che velocità avrà, dopo aver percorso $150\,km$? [2 punti]
3. Verificare la consistenza del risultato per la velocità finale con una analisi dimensionale. [2 punti]

Problema 2

Un corpo di massa $m_1 = 4\,kg$ si trova su un piano inclinato senza attrito con un angolo di $40\,deg$, ed è collegato tramite una puleggia di massa trascurabile ad un secondo corpo di massa $m_2 = 2\,kg$. Risposta con due cifre significative.

- disegnare schematicamente il sistema massa m_1-piano inclinato- massa m_2; riportare le frecce dei vettori delle forze in gioco e la loro scomposizione in componenti; [3 punti]
- scrivere la seconda legge della dinamica in componenti; [2 punti]
- calcolare l'accelerazione del corpo di massa m_1; [3 punti]
- Calcolare la tensione della corda che unisce i due corpi. [3 punti]

Problema 3

Ad un blocco di massa $m = 4\,kg$, che si trova su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30\,deg$ rispetto all'orizzontale, è applicata una forza di modulo $F = 50\,N$ diretta orizzontalmente al piano. Il coefficiente di attrito dinamico fra il blocco ed il piano inclinato è $\mu_d = 0.3$. Inizialmente il blocco è in moto lungo il piano inclinato verso l'alto con velocità di modulo $v_0 = 4m/s$. Successivamente il blocco rallenta fino a fermarsi dopo un intervallo di tempo T. Calcolare:

1. la lunghezza dello spostamento del blocco fino all'istante $t = T$; [3 punti]
2. il lavoro della forza totale agente sul blocco nell'intervallo di tempo T; [4 punti]
3. modulo, direzione e verso della forza d'attrito statico che il piano esercita sul blocco nell'instante t = T , in cui il blocco si ferma. [4 punti]

Problema 4

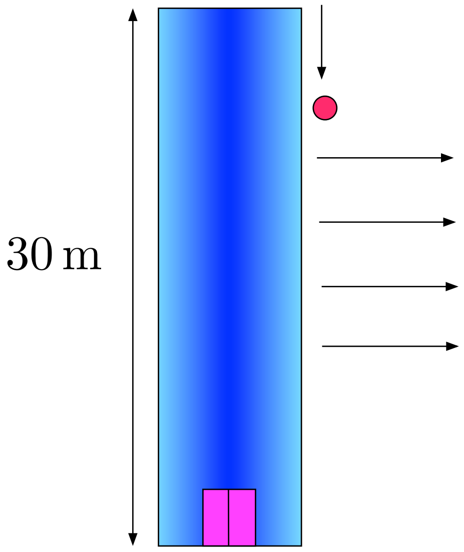
Un corpo di massa m, in orbita a distanza r attorno ad un pianeta di massa M e raggio R, si muove di moto circolare uniforme.

1. Calcolare la velocità orbitale del corpo (velocità del moto circolare uniforme) in funzione della massa del pianeta; [3 punti]
2. calcolare il tempo di rivoluzione del corpo attorno al pianeta; [3 punti]
3. Quando il corpo si trova ancora sulla superficie del pianeta, quale velocità bisogna impartirgli per consentirgli di entrare in orbita alla quota r? [4 punti]

Esercizio (tratto dal Problema 2.19 del Mazzoldi-2)

Un oggetto viene lasciato cadere da una torre alta $h = 30$m. Durante la caduta, a causa di un forte vento, l'oggetto subisce un'accelerazione costante orizzontale $a = 15\,\mathrm{m/s^2}$. Calcolare, all'istante in cui l'oggetto arriva al suolo:

1. il tempo t_{cad} di caduta;
2. la distanza d del punto di caduta dalla base della torre;
3. le componenti del vettore velocità ed il suo modulo;
4. l'angolo θ di incidenza al suolo, rispetto all'orizzontale;
5. l'equazione $y(x)$ della traiettoria



SOLUZIONE:

Scegliamo il sistema di riferimento spaziale quello con origine alla base della torre, come indicato in figura.
Scegliamo come origine dei tempi ($t = 0$) l'istante in cui l'oggetto viene lasciato cadere dalla torre.
Scomponiamo il moto nelle componenti x e y

ricorda che x è lo spostamento orizzontale

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{u}_x + y(t)\,\hat{u}_y \tag{1}$$

y spostamento verticale

- il moto lungo y è un moto di caduta libera, dunque un moto uniformemente accelerato in cui
  - l'altezza iniziale è $h = 30\,\mathrm{m}$;
  - la componente iniziale della velocità lungo y vale $v_{0y} = 0$ perché l'oggetto viene lasciato cadere (non viene spinto);
  - la componente y dell'accelerazione è costante nel tempo, pari a $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ in modulo, e diretta verso il basso.

  Pertanto abbiamo la legge oraria lungo y vale

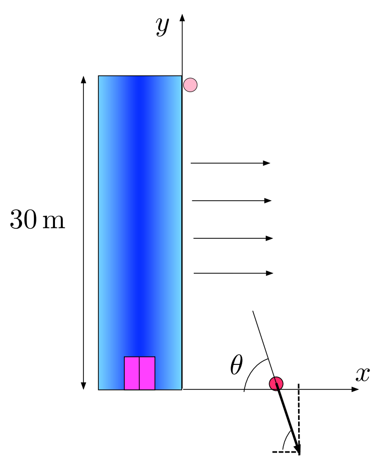
$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2}$$

- Il moto lungo x è anch'esso un moto uniformemente accelerato, perché dal testo del problema sappiamo che il vento imprime un'accelerazione orizzontale costante nel tempo. Inoltre sappiamo che

  - la coordinata x iniziale vale $x = 0$;
  - la componente iniziale della velocità lungo x vale $v_{0x} = 0$ perché l'oggetto viene lasciato cadere (non viene spinto);
  - la componente x dell'accelerazione è costante nel tempo, pari a $a = 15\,\mathrm{m/s^2}$;

  Pertanto abbiamo la legge oraria lungo x vale

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 \tag{3}$$



Quindi abbiamo

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}at^2 \\[2ex] y(t) = h - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \tag{4}$$

e la legge oraria del moto vale sostituiamo i valori ottenuti all'equazione della legge oraria del moto

$$\vec{r}(t) = \underbrace{\frac{1}{2}at^2}_{x(t)}\ \hat{u}_x + \underbrace{(h - \frac{1}{2}gt^2)}_{y(t)}\ \hat{u}_y \tag{5}$$

Ora abbiamo

1. Il tempo t_{cad} di caduta è il tempo che l'oggetto impiega affinche la sua coordinata y verticale diventi nulla, ossia il tempo tale che

$$y(t_{cad}) = 0 \tag{6}$$

Sostituendo l'espressione della legge oraria lungo y abbiamo

$$y(t_{cad}) = h - \frac{1}{2}gt_{cad}^2 = 0 \tag{7}$$

0=punto di arrivo

da cui

$$t_{cad} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{8}$$

mettiamo la radice per togliere la potenza

2h perchè abbiamo scomposto la formula del tempo

Sostituendo i valori troviamo

$$\begin{aligned} t_{cad} &= \sqrt{\frac{2 \cdot 30\,\cancel{\mathrm{m}}}{9.81\,\frac{\cancel{\mathrm{m}}}{\mathrm{s}^2}}} = \\ &= 2.47\,\mathrm{s} \end{aligned} \tag{9}$$

semplifichiamo

2. La distanza del punto di caduta dai piedi della torre non è altro che la coordinata x calcolata all'istante di caduta t_{cad}. Calcolando la legge oraria $x(t)$ a tale istante abbiamo

$$\begin{aligned} d &= x(t = t_{cad}) = \frac{1}{2}\,at_{cad}^2 = \\ & \qquad [\text{uso } (8)] \\ &= \frac{1}{2}\,a \cdot \frac{2h}{g} = \frac{a}{g}\,h \end{aligned} \tag{10}$$

sostituiamo al valore di tcad(y)

Sostituendo i valori troviamo

$$d = \frac{15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\,30\,\mathrm{m} = 45.88\,\mathrm{m} \tag{11}$$

3. Il vettore velocità è dato da

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x}\ \hat{u}_x + \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y}\ \hat{u}_y \tag{12}$$

vettore velocità è dato da (dr (legge oraria del moto)/dt). r lo scomponiamo nelle sue componenti x e y, quindi ci troviamo dx/dt in u di x + dy/dt in u di y

le cui componenti si ricavano derivando le (4) rispetto al tempo

adesso le deriviamo prendendo come base il sistema utilizzato per le leggi orarie di x e y

$$\left\{ \begin{aligned} v_x(t) &= \frac{dx}{dt} = a\,t \\ v_y(t) &= \frac{dy}{dt} = -g\,t \end{aligned} \right. \tag{13}$$

a=forza del vento , t tempo. non abbiamo l`altezza nella componente x perchè ci stiamo muovendo nell'asse x

non abbiamo accellerazione ma abbiamo g perchè l'accellerazione è data dalla forza di gravità che è costrante nel tempo. FRATM

che aumentano linearmente allo scorrere del tempo. Il modulo del vettore velocità vale

$$\begin{aligned} v(t) = |\vec{v}(t)| &= \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = \\ &= \sqrt{a^2\,t^2 + g^2\,t^2} = \\ &= \sqrt{a^2\,+\,g^2}\,t \end{aligned} \tag{14}$$

che scomponendo abbiamo

che è uguale a

4. Il vettore velocità è tangente alla traiettoria. Pertanto, per determinare l'angolo di caduta, basta determinare l'angolo del vettore velocità al tempo $t = t_{cad}$ di caduta. Dalle (13) abbiamo

$$\left\{ \begin{array}{lcl} v_x(t = t_{cad}) & = & a\, t_{cad} \\ \\ v_y(t = t_{cad}) & = & -g\, t_{cad} \end{array} \right. \tag{15}$$

e l'angolo vale

$$\tan\theta = \frac{|v_y(t = t_{cad})|}{|v_x(t = t_{cad})|} = \frac{g}{a} \tag{16}$$

ossia

$$\theta = \arctan\frac{g}{a} \tag{17}$$

Sostituendo i valori, otteniamo

$$\theta \;=\; \arctan\frac{9.81\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}}{15\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}} = 0.58 \tag{18}$$

5. Per ricavare la traiettoria $y(x)$ osserviamo che le (4) costituiscono una rappresentazione parametrica della traiettoria, in cui il parametro è il tempo t. Per trovare la rappresentazione cartesiana $y(x)$ della traiettoria, dobbiamo eliminare il tempo t nelle (4). Ad esempio, ricavo t^2 dalla $x(t)$ e lo sostituisco nella $y(t)$

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x(t) & = & \frac{1}{2}at^2 \\ \\ y(t) & = & h - \frac{1}{2}gt^2 \end{array} \right. \qquad \Rightarrow \qquad \left\{ \begin{array}{lcl} t^2 & = & \frac{2x}{a} \\ & \downarrow & \\ y & = & h - \frac{1}{2}g \cdot \frac{2x}{a} \end{array} \right. \tag{19}$$

ossia

$$y(x) = h - \frac{g}{a}x \tag{20}$$

che è una retta con pendenza $-g/a$.

Esercizio (tratto dal Problema 4.29 del Mazzoldi 2)

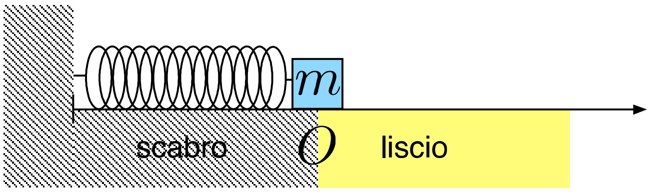
Un corpo di massa $m = 0.5\,\mathrm{kg}$ è agganciato ad un supporto fisso tramite una molla di costante elastica $k = 2\,\mathrm{N/m}$; il corpo è in quiete nel punto O di un piano orizzontale, che è liscio a destra di O e scabro a sinistra di O. Viene impressa al corpo una velocità $v_0 = 0.16\,\mathrm{m/s}$ verso destra. Calcolare:

1. di quanto è allungata la molla nell'istante in cui il corpo si ferma.

Il corpo ripassa per O con velocità $-v_0$ e si ferma dopo aver percorso una distanza di $5\,\mathrm{cm}$ alla sinistra di O. Calcolare

MU

2. il valore del coefficiente di attrito dinamico μ.

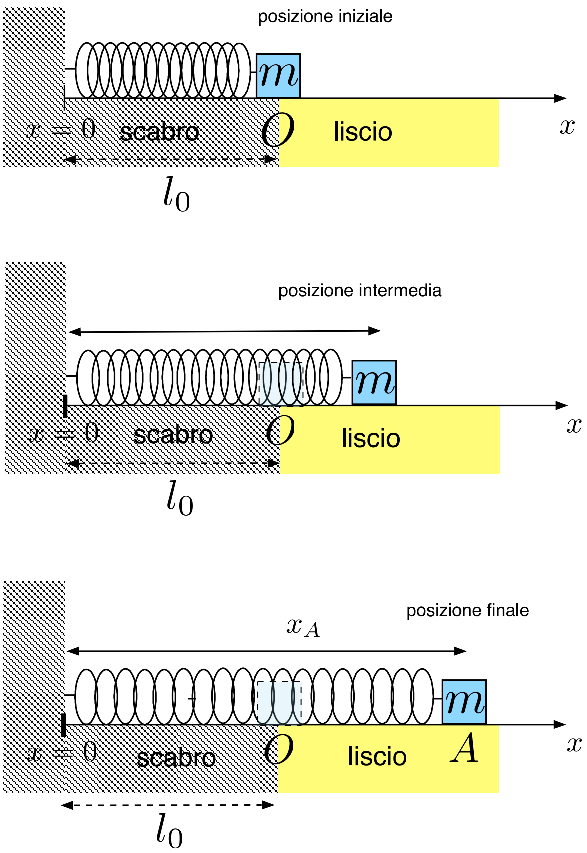


Fabrizio Dolcini (http://staff.polito.it/fabrizio.dolcini/)
Dipartimento di Scienza Applicata e Tecnologia, Politecnico di Torino - Esercitazioni di Fisica I

SOLUZIONE

DATI INIZIALI
$m = 0.5\,\mathrm{kg}$
$k = 2\,\mathrm{N/m}$
$v_0 = 0.16\,\mathrm{m/s}$
$\Delta l' = -0.05\,\mathrm{m}$

1. La prima parte del moto si svolge dal punto O al punto A, in cui il corpo si arresta alla destra di O.



In questa fase il corpo è soggetto alla sola forza elastica della molla. Indicando con x la coordinata lungo il piano e prendendo la parete come origine $x = 0$ dell'asse, abbiamo

$$F(x) = -k(x - l_0) \quad \text{formula forza elastica f1=-k(r)r} \tag{1}$$

dove l_0 è la lunghezza a riposo della molla. Possiamo risolvere il problema in due modi

Primo modo (Bilancio energetico)
Dato che la forza della molla è conservativa, possiamo applicare il teorema di conservazione dell'energia meccanica:

$$E_m^O = E_m^A \tag{2}$$

dove l'energia meccanica è data da

$$E_m = \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{\text{en. cinetica}} + \underbrace{\frac{1}{2}k(\Delta l)^2}_{\text{en. potenz. elastica}} \qquad \Delta l = x - l_0 \tag{3}$$

Inizialmente la molla è a riposo (il punto materiale si trova in $l = l_0$) e quindi

formula generale dell'energia cinetica

$$E_m^O = \frac{1}{2}mv_0^2 \tag{4}$$

mentre quando il punto materiale si arresta in A si ha

$$E_m^A = \frac{1}{2}k(\Delta l_{max})^2 \tag{5}$$

Inserendo le Eq.(4) e (5) in (2) otteniamo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_0^2 &= \frac{1}{2}k(\Delta l_{max})^2 \\ &\Rightarrow \quad \Delta l_{max} = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v_0 \end{aligned} \tag{6}$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene

$$\begin{aligned} \Delta l_{max} &= \sqrt{\frac{m}{k}}\,v_0 = \\ &= \sqrt{\frac{0.5\,\mathrm{kg}}{2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}}\,0.16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ &\quad \text{uso } \mathrm{N} = \mathrm{kg\,m/s^2} \\ &= \sqrt{\frac{0.25\,\mathrm{kg}}{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}}}\,0.16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \\ &= \sqrt{0.25\,\mathrm{s}^2}\,0.16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \\ &= 0.08\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{7}$$

[illegible]condo modo (Equazioni della dinamica): NO

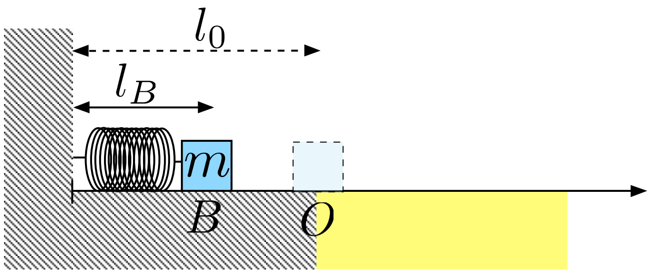
N[illegible]tto da O ad A l'unica forza che agisce sul punto materiale è la f[illegible]stica della molla. Den[illegible]o con l la coordinata del punto materiale (l'origine [illegible]uata nel punto in cui la molla è [illegible]iata al supporto). Quindi abbiamo

$$\begin{aligned} ma &= F \\ &\Downarrow \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x-l_0) \\ &\Downarrow \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{k}{m}(x-l_0) \end{aligned} \tag{8}$$

Questa è l'equazione diff[illegible]ziale che dobbiamo riso[illegible]le condizioni iniziali (relative all'istante in cui il pu[illegible]ateriale parte da O verso destra)

$$\begin{cases} x(t=0) = l_0 \\ \dfrac{dx}{dt}(t=0) = v_0 \end{cases} \tag{9}$$

2. Il secondo tratto del moto va da quando il corpo ripassa per O con velocità $-v_0$ a quando si arresta dalla parte scabra del piano (a sinistra di O) in un punto che indichiamo con B. Anche



qui possiamo procedere in due modi:

Primo modo (Bilancio energetico):

In questo tratto le forze che agiscono sul punto materiale sono la forza elastica della molla e l'attrito dinamico del piano scabro. Dato che quest'ultima forza non è conservativa, l'energia meccanica non si conserva. Possiamo tuttavia applicare il teorema dell'energia meccanica (NB: non il teorema di *conservazione* dell'energia meccanica!)

$$\Delta E_m = W_{\text{nc}} \tag{27}$$

dove ΔE_m è la variazione dell'energia meccanica e W_{nc} è il lavoro delle forze non conservative (in questo caso l'attrito dinamico). Nel tratto da O a B abbiamo dunque

$$\Delta E_m^{O \to B} = \int_O^B \vec{F}_{att} \cdot d\vec{l} \tag{28}$$

La variazione di energia meccanica vale

$$\begin{aligned} \Delta E_m^{O \to B} &= E_m^B - E_m^O = \\ &= \left(0 + \frac{1}{2}k(\Delta l')^2\right) - \left(\frac{1}{2}m(-v_0)^2 + 0\right) = \\ &= \frac{1}{2}k(\Delta l')^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad \text{Spostiamo a sinistra} \end{aligned} \tag{29}$$

dove $\Delta l' = l_B - l_0$ e l_B è la coordinata del punto B.

Siccome la forza di attrito si oppone sempre al moto ed è costante in modulo abbiamo

$$W_{\text{nc}} = -|\vec{F}_{att}|\,\underbrace{|\Delta \vec{r}_{O \to B}|}_{=\Delta l'} = -\mu\, mg|\Delta l'| \qquad \text{Solo destra} \tag{30}$$

Si noti che il lavoro è *negativo*, e quindi l'energia meccanica diminuisce passando da O a B [vedi Eq.(28)], come è intuitivo aspettarsi in presenza di forze dissipative quali l'attrito.

Inserendo le Eq.(29) e (30) in (27) otteniamo

$$\frac{1}{2}k(\Delta l')^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu\, mg|\Delta l'| \tag{31}$$

da cui il coefficiente di attrito vale

$$\mu = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}k(\Delta l')^2}{mg|\Delta l'|} \tag{32}$$

Inserendo i valori numerici otteniamo

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{\frac{1}{2}0.5\,\mathrm{kg}\,\left(0.16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - \frac{1}{2}\,2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}(-0.05\mathrm{m})^2}{0.5\,\mathrm{kg}\,9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0.05\,\mathrm{m}} = \\ & [\text{uso } \mathrm{N} = \mathrm{kg\,m/s^2}] \\ &= \frac{0.25\,\cdot 0.0256\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}} - \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s^2}}\cdot 0.0025\mathrm{m}^2}{0.24525\,\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}} = \\ &= 0.016 \end{aligned} \tag{33}$$

Secondo modo (Equazioni della dinamica): NO

Nel tratto da O a B la forza di attrito è diretta verso destra, dato che si oppone al moto verso sinistra. Denotiamo con l la coordinata del punto materiale (l'origine $l = 0$ è situata nel punto in cui la molla è agganciata al supporto). Quindi abbiamo

$$\begin{aligned} ma &= F \\ & \Downarrow \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x-l_0) + \mu mg \\ & \Downarrow \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{k}{m}(x-l_0) + \mu g \end{aligned} \tag{34}$$

Questa è l'equazione differenziale che dobbiamo risolvere, con le condizioni iniziali (relative all'istante in cui il punto materiale parte da O verso sinistra)

$$\begin{cases} x(t=0) = l_0 \\ \\ \frac{dx}{dt}(t=0) = -v_0 \end{cases} \tag{35}$$

Per risolvere l'Eq.(34) osserviamo che possiamo riscriverla in questo modo:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}\left(x - (l_0 + \frac{\mu mg}{k})\right) \tag{36}$$

Definendo ora

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{37}$$

e

$$l_0' = l_0 + \frac{\mu mg}{k} \tag{38}$$

l'Eq.(36) diventa

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2\left(x - l_0'\right) \tag{39}$$

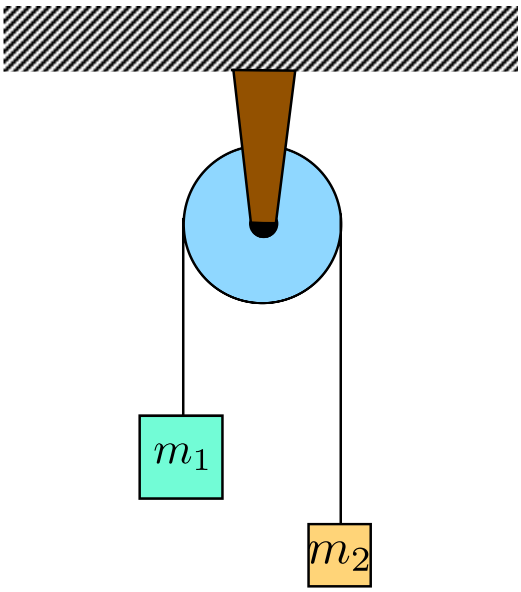
Siccome il termine in l_0' è costante, possiamo anche riscrivere

$$\frac{d^2(x-l_0')}{dt^2} = -\omega^2\left(x - l_0'\right) \tag{40}$$

Esercizio (tratto dal Problema 6.7 del Mazzoldi-Nigro-Voci)

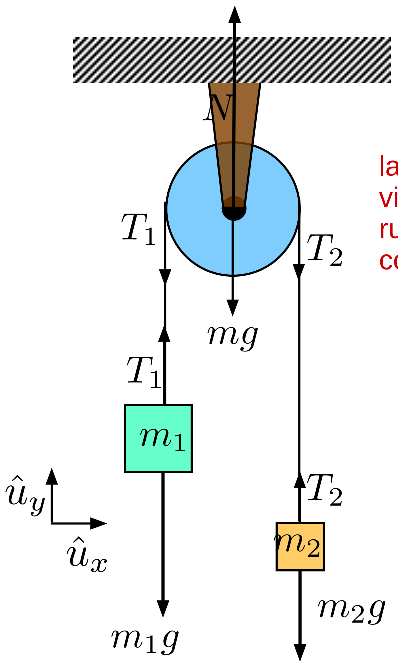
Ad una carrucola di raggio R e massa m sono sospese due masse m_1 e m_2, con $m_1 > m_2$, collegate da un filo. Il momento d'inerzia della carrucola rispetto all'asse passante per il suo centro e ortogonale al piano verticale in cui giace, vale I. Si suppone che il filo non slitti e che non ci sia attrito sull'asse. Calcolare

1. l'accelerazione delle due masse;
2. le tensioni del filo;
3. la reazione sull'asse della carrucola.



SOLUZIONE

Il sistema è costituito da due punti materiali (m_1 e m_2) e da un corpo rigido (carrucola). Scegliamo l'asse y diretto verso l'alto (vedi versori $\hat{u}_x$ e $\hat{u}_y$ in figura), e annotiamo le forze che agiscono sui punti materiali e sul disco, come mostrato in figura 1. Dato che $m_1 > m_2$ ci aspettiamo che m_1 scenda e che, contemporaneamente, m_2 risalga.



la carrucola è posta su un piolo che la tiene ferma viene cosi considera un corpo rigido che pero ruota intorno al suo asse centrale che coincide col piolo a cui è attaccato

Figure 1:

poiche la terza legge di newton cita che ad ogni azione corrisponde ad un azione uguale e contraria, m2 in questo caso avendo massa minore di m1, viene spinta verso l' alto, movimento contrario ad m1 che scende, per questo il suo vettore è opposto ad m1

- **equazione per il corpo m_1 (punto materiale)**

vedere il disegno

$$-m_1 g + T_1 = m_1 a_1 = -m_1 a \tag{1}$$

dove, dato che m_1 scende, ho denotato $a_1 = -a$ (con $a > 0$).

- **equazione per il corpo m_2 (punto materiale)**

$$-m_2 g + T_2 = m_2 a_2 = +m_2 a \tag{2}$$

dove, dato che m_2 sale, ho denotato l'accelerazione $a_2 = +a$. Le due accelerazioni sono uguali ed opposte perché il filo è supposto inestensibile.

- **equazioni per la carrucola (corpo rigido)**
Anzitutto elenchiamo tutte le forze che agiscono sulla carrucola:
  - le tensioni T_1 e T_2 dei fili applicati alla carrucola (si noti che ciascuna parte di filo, a destra e a sinistra della carrucola, ha massa nulla, e dunque le tensioni ai capi di ciascuna parte di filo sono uguali ed opposte);
  - la forza peso dovuta alla massa m del disco della carrucola;
  - la reazione vincolare N del perno della carrucola.

  Siccome la carrucola è un corpo rigido, la sua dinamica – a differenza di quella dei punti materiali m_1 e m_2– è descritta da *due* equazioni: una per il moto traslatorio del centro di massa (che in questo caso è fermo), e l'altro per il moto rotatorio attorno al centro di massa.

Fabrizio Dolcini (http://staff.polito.it/fabrizio.dolcini/)
Dipartimento di Scienza Applicata e Tecnologia, Politecnico di Torino

– *Moto traslatorio del C.M.*
È descritto dall'equazione

$$\underbrace{\frac{d\vec{P}}{dt}}_{=M\vec{a}_{CM}} = \sum \vec{F}^{ext} \tag{3}$$

massa*acceleranzione

In questo caso il centro di massa del disco è costantemente fermo ($\vec{a}_{CM} = 0$), e dunque il membro sinistro è nullo.

poichè la carrucola coincide al perno, essa resta ferma quindi il membro sinistro è nullo e a destra abbiamo la sommatoria dell forze esterne che agiscono sulla carrucola,

$$0 = \sum \vec{F}^{ext} \tag{4}$$

$$\Downarrow$$

$$0 = (-T_1 - T_2 - mg + N)\hat{u}_y$$

$$\rightarrow N = mg + T_1 + T_2 \tag{5}$$

N è la forza di reazione vincolare che è l' unica ad opporsi alle altre, quindi la spostiamo a sinistra e cambiamo il segno al resto, con questa formula stiamo esplicitando la condizione di quiete della carrucola in quanto corpo rigido separato alle 2 masse

ossia la reazione vincolare N del perno compensa la forza peso e le due tensioni, impedendo al C.M. del disco di muoversi.

– *Moto rotatorio attorno al C.M.*

ricordiamo che la carrucola compie un moto rotatorio dato dal movimento del filo mosso dai 2 corpi attaccati ad esso

È descritto dall'equazione

riferimento

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{M}^{ext} \tag{6}$$

somma dei momenti delle forze esterne che agiscono sul centro di massa (C.M)

dove $\vec{L}$ è il momento angolare e $\vec{M}$ è il momento delle forze esterne, calcolati rispetto al polo = centro del disco.

ricordiamo che

* Per calcolare $\vec{L}$ osserviamo che la carrucola ruota attorno all'asse di rotazione perpendicolare al foglio (concordemente col fatto che m_1 scende e m_2 sale). Indicando con $\hat{k}$ il versore uscente, abbiamo

momento angolare è uguale al momento di inerzia per omega (velocita angolare)

lato sinistro (con formula inversa)

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \qquad \text{con } \vec{\omega} = \omega\,\hat{k} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{L} = I\omega\,\hat{k} \tag{7}$$

1:omega uguale= => se stesso* versore uscente

1
dove $I = I_z$ è il momento d'inerzia calcolato rispetto all'asse $\hat{k}$ passante per il centro del disco.

di conseguenza l' equazione per il momento angolare è data da: momento di inerzia*velocita angolare+versore uscente

2
NOTA BENE: Per un corpo rigido che ruota attorno ad un asse (anche fisso) il momento angolare $\vec{L}$ non è necessariamente diretto lungo l'asse $\hat{k}$ di rotazione. In generale si avrebbe $\vec{L} = \omega I\hat{k} + \vec{L}_\perp$, ossia $\vec{L}$ ha sia una componente lungo l'asse $\hat{k}$ di rotazione che una componente $\vec{L}_\perp$ ortogonale ad esso. Tuttavia, in questo particolare caso l'asse di rotazione è anche un asse di simmetria del disco, e dunque siamo sicuri che $\vec{L}_\perp = 0$ e abbiamo potuto scrivere che $\vec{L} = \vec{L}_\parallel = \omega I\hat{k}$.

2:avremmo aggiunto semplicemente il momento angolare perpendicolare nel caso base, nel nostro caso il momento angolare è diretto verso l' asse di rotazione k,

* Calcoliamo ora i momenti $\vec{M}$ delle varie forze, rispetto al polo=centro del disco. Mentre la forza peso mg e la reazione vincolare N del perno danno momento nullo (perché sono applicate proprio al polo), la tensione T_1 applicata al disco dà un momento $\vec{M}_{T_1} = T_1 R\hat{k}$ diretto lungo $\hat{k}$, mentre la tensione T_2 applicata al disco dà un momento $\vec{M}_{T_2} = -T_2 R\hat{k}$ diretto nel verso entrante (opposto a $\hat{k}$). Quindi il momento totale è

R=raggio

il segno risultante dai momenti è dato dal verso del momento stesso rispetto al verso di k, versore uscente della carrucola

Lato destro

$$\sum \vec{M}^{ext} = \vec{M}_{T_1} + \vec{M}_{T_2} = (T_1 - T_2)\,R\,\hat{k} \tag{8}$$

∗ Inserendo la (7) e la (8) nella (6) otteniamo

$$I\frac{d\omega}{dt}\,\hat{k} = (T_1 - T_2)\,R\,\hat{k} \tag{9}$$

ossia

la formula base è: $I\alpha = (T_1 - T_2)\,R$ con $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ motivo per cui solo delta omega per denominatore (10)

– *Condizione di puro rotolamento*

Utilizziamo ora il fatto che il filo non slitta: siccome la carrucola ruota senza strisciare contro il filo, l'accelerazione angolare α e l'accelerazione longitudinale a dei corpi connessi al filo sono legati dalla relazione

accelerazione longitudinale

accelerazione angolare $\alpha = \frac{a}{R}$ angolo (11)

Sostituendo (11) in (10) otteniamo

sostituendola nella formula del moto rotatorio otteniamo che l' accelerazione longitudinale* il momento di inerzia fratto il raggio al quadrato è uguale alla differenza delle 2 tensioni

$$a\frac{I}{R^2} = T_1 - T_2 \tag{12}$$

Creiamo quindi, un sistema contenente le 3 formule ricavate in precedenza utilizzando come incognite t1, t2 e l' acceleraione longitudinale a

Quindi le tre equazioni (1), (2) e (12)

equazioni dei corpi

Equazione di puro rotolamento (invertito)

$$\begin{cases} -m_1 g + T_1 = -m_1 a & (I) \\ -m_2 g + T_2 = m_2 a & (II) \\ T_1 - T_2 = a\frac{I}{R^2} & (III) \end{cases} \tag{13}$$

costituiscono un sistema di tre equazioni in tre incognite a, T_1 e T_2, che ora dobbiamo risolvere.

poichè le incognite del sistema sono 3, e ci serve solo l' accelerazione, sommiamo le 3 equazioni e mettiamo in evidenza rispettivamente g a sinistra (accelerazione di gravità) e a (accelerazione) a destra.

1. Per determinare l'accelerazione a delle due masse m_1 e m_2, considero le tre equazioni del sistema (13) e faccio

quindi spostiamo solo l' accelerazione al membro di sinistra e le 2 masse con la forza di gravità a destra, mettendo le masse al numeratore.

$$-I + II + III \quad \rightarrow \quad (m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2})\,a \tag{14}$$

da cui ricavo

$$\boxed{a = g\,\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}} \tag{15}$$

2. Per determinare le tensioni del filo, dalla prima equazione di (13) ricaviamo ora che

per la tensione del filo1 prendiamo la prima equaione del sistema(massa1) , lasciamo a sinistra la tensione T1(incognita) e spostiamo a destra la massa per la forza di gravità

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1(g - a) = \\ &= m_1 g \left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}\right) = \\ &= m_1 g\,\frac{2m_2 + \frac{I}{R^2}}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}} \end{aligned} \tag{16}$$

e dunque

Prendiamo la formula dell' accelerazione usata in precedenza e la sostituiamo all' incognita a nella nuova equazione applicando le dovute semplificazioni

$$\boxed{T_1 = m_1 g\,\frac{2m_2 + \frac{I}{R^2}}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}} \tag{17}$$

applichiamo lo stesso procedimento per il calcolo della tensione T2

Dalla seconda equazione di (13) ricaviamo ora che

$$\begin{aligned} T_2 &= m_2(g+a) = \\ &= m_2 g\left(1+\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2+\frac{I}{R^2}}\right) = \\ &= m_2 g\,\frac{2m_1+\frac{I}{R^2}}{m_1+m_2+\frac{I}{R^2}} \end{aligned} \tag{18}$$

e dunque

$$\boxed{T_2 = m_2 g\,\frac{2m_1+\frac{I}{R^2}}{m_1+m_2+\frac{I}{R^2}}} \tag{19}$$

NOTA BENE: Si noti che le due tensioni (17) e (19) ai capi del filo sono diverse ($T_1 \neq T_2$), a causa della presenza del momento d'inerzia I della carrucola. Solo nel limite in cui il momento d'inerzia della carrucola diventa trascurabile ($I \to 0$), ossia in cui la sua struttura interna della carrucola si può assimilare ad un punto (ad es. ad un chiodo), allora si vede che

sistema delle tensioni

$$\begin{cases} T_1 \simeq \dfrac{2m_1 m_2\, g}{m_1+m_2} \\ T_2 \simeq \dfrac{2m_1 m_2\, g}{m_1+m_2} \end{cases} \qquad \to \qquad T_1 = T_2 \tag{20}$$

e si ritrova che le due tensioni sono uguali.

3. La reazione vincolare si calcola allora dall'Eq.(5)

Modo traslatorio ->

$$\begin{aligned} N &= T_1+T_2+mg = \\ &= m_1 g\,\frac{2m_2+\frac{I}{R^2}}{m_1+m_2+\frac{I}{R^2}} + m_2 g\,\frac{2m_1+\frac{I}{R^2}}{m_1+m_2+\frac{I}{R^2}} + mg = \\ &= g\,\frac{m_1(2m_2+\frac{I}{R^2})+m_2(2m_1+\frac{I}{R^2})+m(m_1+m_2+\frac{I}{R^2})}{m_1+m_2+\frac{I}{R^2}} = \\ &= g\,\frac{4m_1m_2+m(m_1+m_2)+\frac{I}{R^2}(m+m_1+m_2)}{m_1+m_2+\frac{I}{R^2}} \end{aligned} \tag{21}$$

andiamo ad esplicitare T1 e T2 prendendo i membri alla destra del sistema delle tensioni.
applicando le dovute semplificazioni

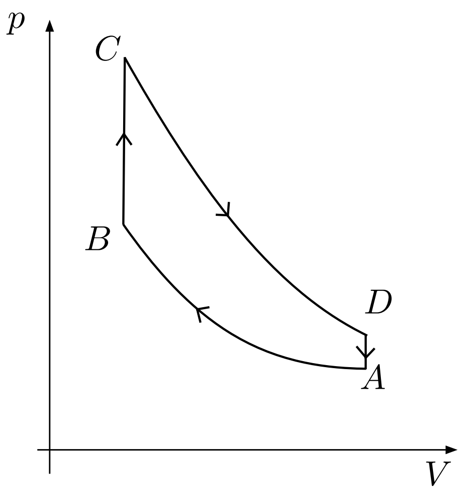
Esercizio (tratto dal Problema 13.35 del Mazzoldi 2)

Un gas ideale biatomico ($n = 0.42\,\text{mol}$) descrive il seguente ciclo reversibile

1. compressione isoterma dallo stato A ($V_A = 10^{-2}\,\text{m}^3$; $p_A = 1\,\text{bar}$) allo stato B ($V_B = 2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$);
2. riscaldamento isocoro dallo stato B allo stato C ($p_C = 10\,\text{bar}$);
3. espansione adiabatica dallo stato C allo stato D;
4. raffreddamento isocoro dallo stato D allo stato A ($V_D = V_A$)

Calcolare

1. le coordinate termodinamiche dei quattro stati;
2. i lavori e i calori scambiati nelle quattro trasformazioni;
3. il rendimento del ciclo



il seguente disegno descrive un ciclo termodinamico.
Si definisce ciclo termodinamico in termodinamica una trasformazione termodinamica di seguito all'altra che compone un ciclo chiuso (ad esempio trasformazione isotermica, trasformazione isocora adiabatica) al termine delle quali il sistema torna al suo stato termodinamico iniziale

trasformazione isotermica: è una trasformazione termodinamica a temperatura costante, ossia una variazione dello stato di un sistema fisico durante la quale la temperatura del sistema non varia nel tempo.

trasformazione isocora :è una variazione dello stato di un sistema durante la quale il volume rimane costante.

trasformazione adiabatica:è un processo termodinamico in cui non vi è scambio di calore tra un sistema e l'ambiente circostante. Durante una trasformazione adiabatica, l'energia viene scambiata solo sotto forma di lavoro.

SOLUZIONE
Dati noti:
Scriviamo i dati iniziali convertendo in unità del Sistema Internazionale

$$\begin{array}{|lcl|} n & = & 0.42\,\mathrm{mol} \\ V_A & = & 10^{-2}\,\mathrm{m}^3 \\ p_A & = & 1\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \\ V_B & = & 2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \\ V_C & = & 2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \\ p_C & = & 1\cdot 10^6\,\mathrm{Pa} \\ V_D & = & 10^{-2}\,\mathrm{m}^3 \end{array} \tag{1}$$

1. Calcoliamo innanzitutto i parametri termodinamici dei 4 stati:

la formula generale dell' equazione dei gas perfetti pone p= pressione gas , V=volume del gas, n come numero di moli di gas(numero di Apocadro: Na 6,02*10^2*3.), R=costante gas (8,31jk^-1 moli) e T=temperatura assoluta misurata in kelvin

- **Stato A**
Conosciamo p_A e V_A. Dall'equazione di stato dei gas perfetti applicata allo stato A abbiamo

spostiamo a sinistra l' incognita della temperatura

$$p_A V_A = nRT_A \qquad \Rightarrow \qquad T_A = \frac{p_A V_A}{nR} \tag{2}$$

Sostituendo i dati otteniamo

$$\begin{aligned} T_A &= \frac{1\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3}{0.42\,\cancel{\mathrm{mol}}\ \cdot 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\cancel{\mathrm{mol}}\ \mathrm{K}}} = \\ &= 286\,\mathrm{K}\underbrace{\frac{\mathrm{Pa\,m}^3}{\mathrm{J}}}_{=1} \\ &\quad [\text{uso } \tfrac{\mathrm{Pa\,m}^3}{\mathrm{J}} = \tfrac{\frac{\cancel{\mathrm{N}}}{\mathrm{m}^2}\cdot\mathrm{m}^3}{\cancel{\mathrm{N}}\,\mathrm{m}} = \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}} = 1] \\ &= 286\,\mathrm{K} \end{aligned} \tag{3}$$

- **Stato B**
Conosciamo V_B e sappiamo che $T_B = T_A$ ($A \to B$ isoterma). Dall'equazione dei gas perfetti applicata allo stato B

Lo stesso ragionamento lo applichiamo allo stato b, ma in questo caso conosciamo il volume e dato della trasformazione è isoterma la temperatura di b(Tb) = temperatura di a

riutilizziamo la formula della legge dei gas perfetti

$$p_B V_B = nRT_B \tag{4}$$

otteniamo

ma ponendo come incognita la pressione di b

$$p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{nRT_A}{V_B} = \frac{p_A V_A}{V_B} \tag{5}$$

facendo le dovute semplificazioni diventa che la pressione è uguale alla pressione di a per il volume di a fratto il volume di b

Sostituendo i dati otteniamo

$$\begin{aligned} p_B &= \frac{1\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\cdot 10^{-2}\,\cancel{\mathrm{m}^3}}{2\cdot 10^{-3}\,\cancel{\mathrm{m}^3}} = \\ &= 5\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\ \text{Pascal} \end{aligned} \tag{6}$$

- **Stato C**
Dato che $B \to C$ è isocora, sappiamo che

$$V_C = V_B = 2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \tag{7}$$

Ora la trasformazione da b a c dato che è isocora, quindi non vi è cambio di volume, Vc=Vb (che dai dati forniti) = 2*10^-3 metri al cubo, conosciamo anche pc.

Inoltre conosciamo p_C. Dall'equazione dei gas perfetti applicata allo stato C

$$p_C V_C = nRT_C \tag{8}$$

otteniamo allora

usando come incognita, dal' equazione dei gas perfetti poniamo come incognita Tc

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} \tag{9}$$

Sostituendo i dati otteniamo

sostituiamo e appichiamo le dovute semplificazioni

$$\begin{aligned} T_C &= \frac{1 \cdot 10^6\,\mathrm{Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{0.42\,\mathrm{m}\cancel{o}\mathrm{l} \cdot 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}\cancel{o}\mathrm{l\ K}}} = \\ &= 573\,\mathrm{K}\underbrace{\frac{\mathrm{Pa\,m}^3}{\mathrm{J}}}_{=1} \simeq 573\,\mathrm{K} \end{aligned} \tag{10}$$

- **Stato D**
  Dato che $D \to A$ è isocora, sappiamo che

il volume del punto d è uguale a quello del punto a

$$V_D = V_A = 10^{-2}\,\mathrm{m}^3 \tag{11}$$

Sappiamo inoltre che $C \to D$ è adiabatica. Dall'equazione della adiabatica

$$pV^\gamma = \mathrm{cost}$$

la pressione per il volume è una costante

abbiamo che

quindi la pressione per il volume dle punto c è uguale alla pressione del volume nel punto d con i volumi elevati alla costante gamma che per i gas biatomici è 7/5

$$p_C V_C^\gamma = p_D V_D^\gamma \tag{12}$$

$$\Rightarrow \quad p_D = p_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma \tag{13}$$

quindi la pressione di d è uguale alla pressione di ci che moltiplica il volume di c fratto il volume di d elevato a gamma (7/5)

Ricordando che

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5} \qquad \text{(gas biatomico)} \tag{14}$$

otteniamo

$$p_D = p_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{7/5} \tag{15}$$

Sostituendo i dati otteniamo

sostituiamo e svolgiamo i calcoli

$$\begin{aligned} p_D &= 1 \cdot 10^6\,\mathrm{Pa}\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}\,\cancel{\mathrm{m}^3}}{10^{-2}\,\cancel{\mathrm{m}^3}}\right)^{7/5} = \\ &= 1.05 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \end{aligned} \tag{16}$$

Inoltre dall'equazione di stato la temperatura vale

quindi dall' equazione dei gas perfetti portiamo come incognita la temperatura Td

$$T_D = \frac{p_D V_D}{nR} \tag{17}$$

Sostituendo i dati otteniamo

e svolgiamo i calcoli

$$\begin{aligned} T_D &= \frac{1.05 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3}{0.42\,\mathrm{m}\cancel{o}\mathrm{l} \cdot 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}\cancel{o}\mathrm{l\ K}}} = \\ &= 301\frac{\mathrm{Pa\,m}^3}{\mathrm{J}}\mathrm{K} = \\ &\quad [\text{uso } \tfrac{\mathrm{Pa\,m}^3}{\mathrm{J}} = \tfrac{\frac{\cancel{\mathrm{N}}}{\mathrm{m}^2}\cdot\mathrm{m}^3}{\cancel{\mathrm{N}}\,\mathrm{m}} = \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}} = 1] \\ &= 301\,\mathrm{K} \end{aligned} \tag{18}$$

2. Calcoliamo ora i calori ed i lavori scambiati

- **A** $\rightarrow$ **B** (isoterma)

ricordiamo che dalla formula dei lavori, per un lavoro da un punto ad un altro, è uguale all' integrale definito, con estremo inferiore il punto di partenza e estremo superiore il punto di arrivo, con la pressione che moltiplica la derivata del volume. data la legge dei gas perfetti possiamo scomporre p. troviamo quindi pressione e volume dei gas che è uguale al numero di moli * costante dei gas * temperatura assoluta

$$\begin{aligned} W^{A\rightarrow B} &= \int_{V_A}^{V_B} p\,dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_A}{V}\,dV = \\ &= nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} = \\ &= p_A V_A \ln\frac{V_B}{V_A} \end{aligned} \tag{19}$$

quindi l' integrale diventa la derivata dei valori definiti in essa, quindi uguale al logaritmo naturale di Vb fratto Va

scomponamo nRTa in paVa

Sostituendo i dati

$$\begin{aligned} W^{A\rightarrow B} &= 10^5\,\mathrm{Pa}\cdot 10^{-2}\cdot \mathrm{m}^3 \ln\left(\frac{2\cdot 10^{-3}\,\cancel{\mathrm{m}^3}}{10^{-2}\,\cancel{\mathrm{m}^3}}\right) = \\ &= 10^3\,\ln\frac{1}{5}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{m}^3 = \\ &= -1.61\,\mathrm{kJ} \qquad \text{(lavoro subìto)} \end{aligned} \tag{20}$$

primo principio della termodinamica:L'energia totale in un sistema isolato rimane costante nel tempo. Non può essere creata né distrutta, ma può solo essere convertita da una forma all'altra. Tuttavia, l'energia totale del sistema rimane invariata

Per calcolare il calore, osserviamo che, essendo $A \rightarrow B$ un'isoterma, dal primo principio abbiamo

$$Q^{A\rightarrow B} - W^{A\rightarrow B} = \Delta U^{A\rightarrow B} = U(B) - U(A) = nc_V \underbrace{(T_B - T_A)}_{=0} = 0 \tag{21}$$

quantita di calore da a a b - lavoro compiuto da a a b = energia interna da a a b = energia interna di b - energia interna di a che è uguale alla necessita di calore a volume costante per temperatura di b - temperatura di a che è uguale a 0

e dunque

$$Q^{A\rightarrow B} = W^{A\rightarrow B} = -1.61\,\mathrm{kJ} \qquad \text{(calore ceduto)} \tag{22}$$

quindi la quantita di calore da a a b è uguale al lavoro compiuto da a b.

- **B** $\rightarrow$ **C** (isocora)

Per un'isocora si ha

$$W^{B\rightarrow C} = 0 \tag{23}$$

per un isocora il lavoro è 0

e che

$$Q^{B\rightarrow C} = nc_V(T_C - T_B) \tag{24}$$

e la quantita di calore da b a c è uguale alla necessita di calore a volume costante per temperatura di c meno temperatura di b

Ricordando che $T_B = T_A$ e che per un gas biatomico

quindi otteniamo che la costante volumetrica per un gas biatomico è 5/2R (costante gas)

$$c_V = \frac{5}{2}R \rightarrow \frac{c_V}{R} = \frac{5}{2} \tag{25}$$

otteniamo quindi la inseriamo nell' equazione della quantità di calore da b a c

$$Q^{B\rightarrow C} = n\frac{5}{2}R\,(T_C - T_A) \tag{26}$$

Sostituendo i dati

$$\begin{aligned} Q^{B\rightarrow C} &= 0.42\,\mathrm{m\cancel{o}l}\,\frac{5}{2}\cdot 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\cancel{o}l}\ \cancel{\mathrm{K}}}(573\,\cancel{\mathrm{K}} - 286\,\cancel{\mathrm{K}}) = \\ &= 2.5\,\mathrm{kJ} \qquad \text{(calore assorbito)} \end{aligned} \tag{27}$$

- **C → D** (adiabatica)
  Per un'adiabatica

la quantità di calore è uguale a 0, essendo adiabatica

$$Q^{C\to D} = 0 \tag{28}$$

per il primo principio, l' energia interna da c a d è uguale alla quantita di calore da c a d (in questo caso 0) - lavoro compiuto da c a d .

(a)

Dal primo principio osserviamo che per un'adiabatica

$$\Delta U^{C\to D} = \underbrace{Q^{C\to D}}_{=0} - W^{C\to D} \tag{29}$$

da cui

dato che l' energia interna è uguale a - il lavoro di cd quindi per cui il lavoro da c per d è uguale a meno (U(D) meno U(C)). l' energia interna è uguale al numero di moli per la costante volumetrica che moltiplicano la temperatura di c m la temperatura di d, sapendo che la costante volumetrica è 5/2R

$$\begin{aligned} W^{C\to D} &= -\Delta U^{C\to D} = -(U(D) - U(C)) = \\ &= -nc_V(T_D - T_C) = \\ &= nc_V(T_C - T_D) = \\ &= n\frac{5}{2}R\,(T_C - T_D) \end{aligned} \tag{30}$$

Sostituendo i valori si ottiene

$$\begin{aligned} W^{C\to D} &= 0.42\,\cancel{\mathrm{mo}}\mathrm{l}\ \frac{5}{2}\cdot 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\cancel{\mathrm{mo}}\mathrm{l}\ \cancel{\mathrm{K}}}(573\,\cancel{\mathrm{K}} - 301\,\cancel{\mathrm{K}}) = \\ &= 2.37\,\mathrm{kJ} \qquad \text{(lavoro eseguito)} \end{aligned} \tag{31}$$

(b) **modo 2**
Ricordando che per un'adiabatica $pV^\gamma = \mathrm{cost} = p_C V_C^\gamma$, si ha

$$\begin{aligned} W^{C\to D} &= \int_{V_C}^{V_D} p\,dV = \int_{V_C}^{V_D} \frac{p_C V_C^\gamma}{V^\gamma}\,dV = \\ &= p_C V_C^\gamma \int_{V_C}^{V_D} V^{-\gamma}\,dV = \\ &= p_C V_C^\gamma \frac{1}{-\gamma+1}\left(V_D^{-\gamma+1} - V_C^{-\gamma+1}\right) = \\ &= p_C V_C^\gamma \frac{1}{\gamma-1}\left(V_C^{-\gamma+1} - V_D^{-\gamma+1}\right) = \\ &= \frac{p_C V_C}{\gamma-1}\left(1 - \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}\right) = \\ &= \frac{p_C V_B}{\gamma-1}\left(1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}\right) \end{aligned} \tag{32}$$

Notando che

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\gamma-1} = \frac{1}{\frac{c_p}{c_V}-1} = \frac{c_V}{c_p - c_V} = \frac{c_V}{R} \tag{33}$$

e che per un gas biatomico

$$c_V = \frac{5}{2}R \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\gamma-1} = \frac{c_V}{R} = \frac{5}{2} \tag{34}$$

otteniamo

$$W^{C\to D} = \frac{5}{2} p_C V_B \left(1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{2/5}\right) \tag{35}$$

Sostituendo i dati

$$\begin{aligned} W^{C\to D} &= \frac{5}{2} \cdot 10^6\,\mathrm{Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot \mathrm{m}^3 \left(1 - \left(\frac{2 \cdot 10^{-3}\,\cancel{\mathrm{m}^3}}{10^{-2}\,\cancel{\mathrm{m}^3}}\right)^{2/5}\right) = \\ &= 2.37 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa} \cdot \mathrm{m}^3 = \\ &= 2.37\,\mathrm{kJ} \end{aligned} \tag{36}$$

che coincide con la (31).

- **D** → **A** (isocora)
  Per il lavoro si ha

$$W^{D\to A} = 0 \tag{37}$$

il lavoro è 0

in quanto è un'isocora. Per il calore possiamo sfruttare la formula del calore in un'isocora

la quantita di calore da d ad a è uguale al numero di moli per la costante volumetrica che moltiplicano la differenza della temperatura di a dalla temperatura di d, sostituiamo vs con 5/2R

$$\begin{aligned} Q^{D\to A} &= n c_V (T_A - T_D) = \\ &= n\frac{5}{2} R (T_A - T_D) \end{aligned} \tag{38}$$

Sostituendo i valori

$$\begin{aligned} Q^{D\to A} &= 0.42\,\cancel{\mathrm{mol}}\ \frac{5}{2} \cdot 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\cancel{\mathrm{mol}}\ \cancel{\mathrm{K}}} (286\,\cancel{\mathrm{K}} - 301\,\cancel{\mathrm{K}}) = \\ &= -0.131\,\mathrm{kJ} \qquad \text{(calore ceduto)} \end{aligned} \tag{39}$$

è dato dal lavoro fratto la quantità di calore assoluta ma il lavoro lo scriviamo come valore assoluto della quantità di calore ceduta fratto la quantità di calore assoluta. tutto questo sottratto al punto i partenza (1).

3. **Rendimento**

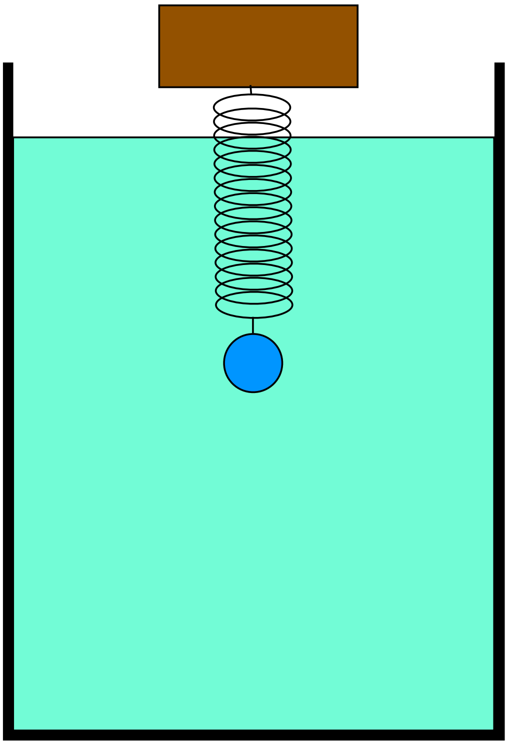
Sappiamo che
Qced= Qa>b + Qd>a e che Qass= Qb>c

sostituiamo ed eseguiamo l' equazione

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W}{Q_{ass}} = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 1 - \frac{|Q^{A\to B}| + |Q^{D\to A}|}{|Q^{B\to C}|} = \\ &= 1 - \frac{|-1.61\,\mathrm{kJ}| + |-0.131\,\mathrm{kJ}|}{2.5\,\mathrm{kJ}} = \\ &= 0.304 \end{aligned} \tag{40}$$

Esercizio (tratto dall'Esempio 9.7 del Mazzoldi 2)

Una sfera di massa $m = 0.8\,\text{kg}$ e raggio $R = 4.1\,\text{cm}$ è appesa ad una molla di costante elastica $k = 125\,\text{N/m}$. Se la sfera viene immersa in un liquido, si osserva che la posizione di equilibrio statico cambia di $2.0\,\text{cm}$. Calcolare la densità del liquido.



SOLUZIONE

Dati noti (qui li converto in unità del Sistema Internazionale):

$m = 0.8\,\mathrm{kg}$

$R = 4.1\,\mathrm{cm}$

$k = 125\,\mathrm{N/m}$

$\Delta z_{eq} = 0.02\,\mathrm{m}$

Cominciamo spezzando l' esercizio in 2 parti, cominciamo a isolare i vari casi

1. Consideriamo anzitutto il caso in cui non ci sia il fluido (vedi Fig.1). In tal caso la sfera, soggetta alla forza peso, allunga la molla. La posizione di equilibrio (sfera ferma) si registra quando la forza totale che agisce sulla sfera è nulla, ossia quando la forza peso (diretta verso il basso) è compensata esattamente dalla forza elastica di richiamo della molla (diretta verso l'alto).

   poichè tutto si basa sullo spostamento del punto di equilibrio della molla, quindi da un equilibrio statico, le cui forze che agiscono sulla molla sono uguali a 0

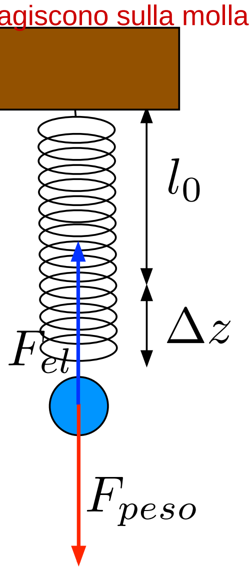


Figure 1: La sfera nel vuoto

   Scegliamo l'asse z diretto verso il basso (come è usuale nei problemi con i fluidi).
   Spostata dalla forza peso

   Indichiamo con

$$\Delta z = \text{allungamento della molla in assenza del liquido}$$

$$\begin{aligned} \text{all'equilibrio:} \quad & F_{tot} = 0 \\ & \Downarrow \\ & F_{peso} + F_{el} = 0 \\ & \Downarrow \\ & mg - k\Delta z = 0 \qquad (1) \end{aligned}$$

   Si scompone in

   forza peso + f elasica

   K=costante elastica

   data dalla relazione

   da cui otteniamo la relazione

$$mg = k\Delta z \qquad (2)$$

   massa+gravità = forza elastica di richiamo

2. Consideriamo ora il caso in cui il tutto è immerso nel liquido (vedi Fig.2). In questo caso, oltre alla forza peso e alla forza elastica, dobbiamo anche considerare la spinta di Archimede F_A che agisce sulla sfera, che è diretta verso l'alto. La posizione di equilibrio si registra quando la forza totale che agisce sulla sfera è nulla

Poiche dobbiamo utilizzare il principio di archimede, dobbiamo ricordare la formula generale: FA = lgVcorpo(gˆ) dove pl= densità di massa per unità di volume per il liquido ideale, g: forza di gravità, Vcorpo: volume corpo immerso dato dalla densità*areaSuperficie. per -g si intende la forza di gravità dovuta alla spinta di Archimede la quale stabilisce che un corpo immerso in un fluido subisce una spinta dal basso verso l'alto che è pari al peso del volume del liquido spostato dal corpo

Ripetiamo ora il procedimento utilizzato per la sfera senza liquido aggiungendo la forza data dalla legge di Archimede

$$\text{all'equilibrio:} \qquad F_{tot} = 0$$
$$\Downarrow$$
$$F_{peso} + F_{el} + F_A = 0 \tag{3}$$

dove

- La forza peso è ovviamente la stessa, indipendentemente dalla presenza del fluido

$$F_{peso} = mg$$

- L'allungamento in presenza del fluido è in generale diverso da quello in assenza del liquido, e quindi possiamo denotare

$$\Delta z' = \text{allungamento della molla in presenza del liquido}$$

  Intuitivamente ci aspettiamo che l'allungamento in presenza del liquido sia minore rispetto a quello in assenza del liquido, dato che in presenza del liquido la spinta di Archimede 'aiuta' la forza elastica a compensare la forza peso diretta verso il basso. Dunque è sufficiente un allungamento minore della molla.

- La forza di Archimede (diretta verso l'alto) è pari al peso del *liquido* spostato, ossia il peso di una fittizia sfera di liquido che occuperebbe lo spazio della sfera di materiale se quest'ultima non ci fosse:

$$F_A = -m_l\, g \tag{4}$$

  dove m_l è la massa di tale sferetta fittizia di liquido.
  Se ρ_l denota la densità del liquido e V il volume della sfera, la massa del liquido si scrive come

essendo pl un fluido ideale, abbiamo un valore costante per Vcorpo che viene esplicitato nella formula

$$m_l = \rho_l\, V = \rho_l \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

  e dunque

formula di Archimede esplicitata per il fluido ideale

$$F_A = -\rho_l\, \frac{4}{3}\pi R^3\, g \tag{5}$$

Pertanto dalla (3) abbiamo formula della forza totale che agisce sulla sfera abbiamo Fpeso\Felastica\Archimede

$$mg - k\Delta z' - \rho_l\, \frac{4}{3}\pi R^3\, g = 0$$

tutto uguale a 0

$$[\text{uso ora la (2)}]$$

dalla relazione finale delle forze totali non nel liquido

$$k\Delta z - k\Delta z' - \rho_l\, \frac{4}{3}\pi R^3\, g = 0$$
$$\Downarrow$$

semplifichiamo

calcoliamo la formula della densità del liquido

$$k(\Delta z - \Delta z') = \rho_l\, \frac{4}{3}\pi R^3\, g \tag{6}$$

spostiamo l' incognita pl(densità del liquido) a sinistra spostando il membro di sinistra al numeratore

da cui

$$\rho_l = \frac{k(\Delta z - \Delta z')}{\frac{4}{3}\pi R^3\, g} \tag{7}$$

Dal testo sappiamo che

$$\Delta z_{eq} = \Delta z - \Delta z' = 0.02\,\mathrm{m}$$

risultante = allugamento della molla-allungmaneto della molla nel liquido

Pertanto, sostituendo i valori numerici, otteniamo

$$
\begin{aligned}
\rho_l &= \frac{125\,\frac{\mathrm{N}}{\cancel{\mathrm{m}}} \cdot 0.02\,\cancel{\mathrm{m}}}{\frac{4}{3}\pi(0.041\,\mathrm{m})^3 \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = \\
&= 882.8\,\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^4} \qquad \text{svolgiamo i calcoli} \\
&\quad [\text{uso ora N} = \mathrm{kg\,m/s^2}] \\
&= 882.8\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \qquad (8)
\end{aligned}
$$

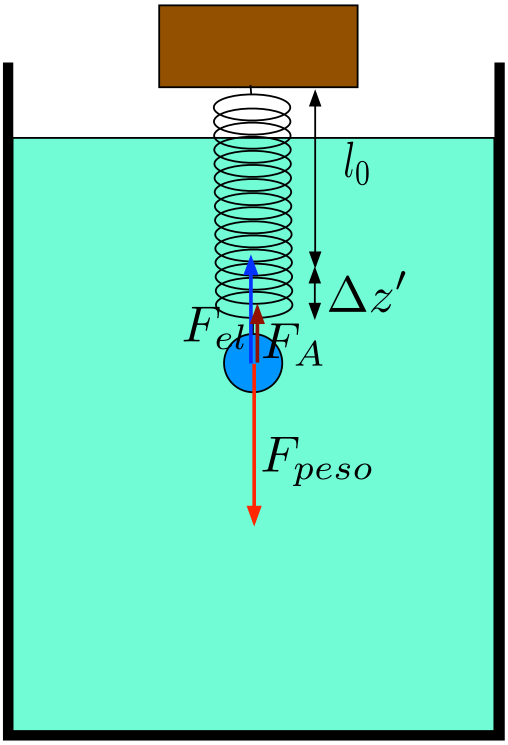


Figure 2: La sfera immersa nel liquido

1 Enunciato dell'esercizio

Calcolare il valore di x nell'equazione $1\,\text{litro} \cdot \Delta T + 3\,\text{litri} \cdot (T_f - x) = 0$, dove $T_f = 10°\,\text{C} = 283.15\,\text{K}$.

In parole semplici, questa equazione afferma che la quantità di calore scambiata tra un oggetto e il suo ambiente è proporzionale alla sua massa, alla sua capacità termica specifica e alla variazione di temperatura che subisce.

2 Soluzione

Utilizzeremo la relazione fondamentale della calorimetria:

$$Q = Mc\Delta T$$

Dove Q rappresenta il calore, M è la massa, c è il calore specifico e ΔT è la variazione di temperatura. Questa relazione dice che tutto il calore in entrata è uguale a quello in uscita.

Teorema 1 (Equazione fondamentale della calorimetria) *In un sistema isolato termicamente, la somma algebrica dei calori scambiati è uguale a zero.*

Possiamo quindi impostare l'equazione fondamentale:

$$\sum Q = 0$$

Questo teorema ci permette di stabilire l'equazione che descrive il bilancio dei calori scambiati nel sistema.

Nel nostro caso, consideriamo il calore scambiato da 1 litro d'acqua, chiamando $T_1 = 285\,\text{K}$:

quindi nella formula della relazione fondamentale della calorimetria:

$$Q_1 = Mc(\text{acqua})\Delta T = \rho V c(\text{acqua})\Delta T$$

Dove ρ ro rappresenta la densità dell'acqua e abbiamo calcolato la massa come densità per volume.

Consideriamo anche il calore scambiato da 3 litri d'acqua, con temperatura finale T_f e valore da determinare x:

Utilizziamo quindi la formula della variazione di temperatura, dove il corpo più caldo cede una quantità di calore, uguale il modulo, alla quantità di calore assorbita dal corpo più freddo.

$$Q_2 = \rho V c(\text{acqua})(T_f - x)$$

Applicando l'equazione fondamentale $\sum Q = 0$, otteniamo:

$$1\,\text{litro} \cdot \Delta T + 3\,\text{litri} \cdot (T_f - x) = 0$$

Risolvendo l'equazione rispetto a x, otteniamo il valore cercato.

Fisica Generale I per Informatica – canale 2
A.A. 2022/23

Prova Scritta 15/06/23

Parte I

Esercizio 1
Un oggetto viene lasciato cadere da una torre alta $h = 30\,m$. Durante la caduta, a causa di un forte vento, l'oggetto subisce un'accelerazione costante orizzontale $a = 15\,m/s^2$. Calcolare, all'istante in cui l'oggetto arriva al suolo:

1. il tempo $\bar{t}$ di caduta; (2 punti)
2. la distanza d del punto di caduta dalla base della torre; (3 punti)
3. le componenti del vettore velocit'a ed il suo modulo; (3 punti)

Esercizio 2
Un corpo di massa $m = 0.5\,kg$ è agganciato ad un supporto fisso su un piano orizzontale tramite una molla di costante elastica k = 2 N/m; il corpo è in quiete nel punto O del piano, che è liscio a destra di O e scabro a sinistra di O. Viene impressa al corpo una velocità $v_0 = 0.16\,m/s$ verso destra. Calcolare:

1. di quanto è allungata la molla nell'istante in cui il corpo si ferma a destra di O. (3 punti)

Il corpo ripassa per O con velocità $-v_0$ e si ferma dopo aver percorso una distanza di $5\,cm$ alla sinistra di O. Calcolare

2 il valore del coefficiente di attrito dinamico μ. (4 punti)

Parte II

Esercizio 3
Ad una carrucola di raggio R e massa m sono sospese due masse m_1 e m_2, con $m_1 > m_2$, collegate da un filo. Il momento d'inerzia della carrucola rispetto all'asse passante per il suo centro e ortogonale al piano verticale in cui giace, vale I. Si suppone che il filo non slitti e che non ci sia attrito sull'asse. Calcolare:

1. l'accelerazione delle due masse; (3 punti)
2. le tensioni del filo; (2 punti)
3. la reazione sull'asse della carrucola. (3 punti)

Esercizio 4 Un gas ideale biatomico ($n = 0.42 mol$) descrive il seguente ciclo reversibile:

a) compressione isoterma dallo stato A ($V_A = 10^{-2} m^3$; $p_A = 1 bar$) allo stato B ($V_B = 2 \cdot 10^{-3} m^3$);

b) riscaldamento isocoro dallo stato B allo stato C (${}_C = 10 bar$);

c) espansione adiabatica dallo stato C allo stato D;

d) raffreddamento isocoro dallo stato D allo stato A ($V_D = V_A$)

Disegnare il ciclo sul piano di Clapeyron (2 punti) e calcolare:

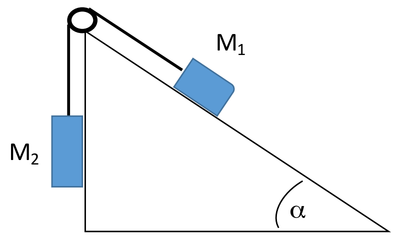
1. le coordinate termodinamiche dei quattro stati; (3 punti)
2. i lavori e i calori scambiati nelle quattro trasformazioni; (3 punti)
3. il rendimento del ciclo. (3 punti)

Esercizio 5 Una sfera di massa $m = 0.8\,kg$ e raggio $R = 4.1\,cm$ è appesa ad una molla di costante elastica $k = 125\,N/m$. Se la sfera viene immersa in un liquido, si osserva che la posizione di equilibrio statico cambia di $2.0\,cm$. Calcolare la densità del liquido. (3 punti)

Esercizio 6 Un litro di acqua a $285\,K$ viene versato in un contenitore contenete 3 litri di acqua. Sapendo dopo un tempo sufficientemente lungo tutta l'acqua nel contenitore avrà raggiunto la temperatura di $10\,°C$, calcolare la temperatura iniziale dei 3 litri di acqua. Si assuma che il sistema sia isolato. (3 punti)

NOME e COGNOME: **MATR:**

Esercizio 1:
corpi di massa M_1= 4 kg e M_2 = 3 kg sono collegati da una fune inestensibile di massa trascurabile come in figura. Il piano inclinato privo di attrito forma un angolo 30° con l'orizzontale. Calcolare:



a) La tensione della fune (2 punti)

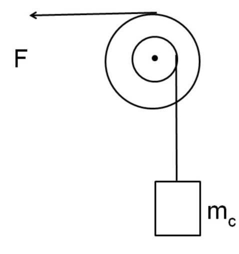
b) l'accelerazione con cui si muovono i due corpi (2 punti)

In questa stessa configurazione, il piano inclinato presenta attrito e il sistema dei due corpi è in equilibrio, calcolare:

c) La tensione della fune (2 punti)

d) La forza di attrito statico specificandone il verso (2 punti)

Esercizio 2:
L'argano in figura è costituito da due cilindri coassiali e ha momento di inerzia I=200 kgm^2. Una massa m_c=100 kg viene collegata con una fune inestensibile al cilindro interno, di raggio R_1=20cm. Sul cilindro esterno di raggio R_2=70 cm agisce una forza F=350 N.
Calcolare:



a) l'accelerazione angolare dei due cilindri (3 punti)
b) l'accelerazione della massa mc (2 punti)
c) la tensione che agisce sulla fune verticale (2 punti)

Esercizio 3:
Un serbatoio cilindrico il cui raggio di base è 20cm ha altezza 50cm e contiene 40 litri di acqua. Il serbatoio è collocato su un piano orizzontale rialzato di 100cm rispetto al piano orizzontale del pavimento e alla base è dotato di un rubinetto la cui sezione è 4cm^2, disposto perpendicolarmente alla superficie laterale del serbatoio.

a) Determinare l'altezza del pelo libero della superficie dell'acqua contenuta nel serbatoio rispetto alla base del serbatoio stesso (2 punti)

b) Nell'ipotesi che si apra il rubinetto per la fuoriuscita dell'acqua, determinare il modulo della velocità di fuoriuscita dell'acqua nell'istante iniziale (3 punti)

c) Calcolare il valore della gittata del getto d'acqua rispetto al pavimento (3 punti)

Esercizio 4:
Due moli di gas perfetto compiono un ciclo termodinamico formato da due isobare e due isocore. Il ciclo comincia con un'espansione isobara che parte dallo stato A (T_A=1443 K; P_A=8 kPa); successivamente abbiamo un raffreddamento isocoro; la compressione isobara inizia invece dallo stato B (V_B=5m^3; P_B=3 kPa); infine un riscaldamento isocoro.
a) Disegnare il ciclo nel piano P-V (2 punti)
b) Ricavare il volume dello stato iniziale A e la temperatura in B (3 punti)
c) Calcolare il lavoro totale del ciclo (2 punti)
[R=8.314 J/K mol]

FISICA GENERALE 1, ESAME SCRITTO DEL 15 GIUGNO 2023

Si chiede di svolgere non più di 6 dei seguenti 10 esercizi.

E1. Nello spazio euclideo tridimensionale, si considerino i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ che, in coordinate cartesiane ortogonali, hanno le componenti $A_x = 1$, $A_y = 3$, $A_z = 2$, $B_x = -1$, $B_y = -1$, $B_z = 4$. Si calcoli il prodotto scalare $\vec{A} \cdot \vec{B}$ e il prodotto vettore $\vec{A} \times \vec{B}$.

E2. Un punto materiale compie un moto unidimensionale lungo la retta reale con legge oraria del moto (t essendo la variabile temporale)

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t),$$

ove A e B sono costanti aventi dimensione di una lunghezza, e ω è una costante avente dimensione dell'inverso di un tempo. Si calcolino la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea del punto materiale.

E3. Una cassa incontra attrito dinamico lungo il suo moto su uno scivolo inclinato di un angolo θ rispetto al piano del pavimento. Si calcoli come il coefficiente di attrito dinamico dipende dall'angolo θ, dall'accelerazione a della cassa e dall'accelerazione g di gravità.

E4. Un fluido scorre alla velocità di 6 metri s^{-1} in un tubo avente sezione di 16 metri al quadrato. Ad un certo punto il tubo si restringe e la sua sezione diventa di soli 4 metri al quadrato. Qual è la velocità con cui si muove il fluido nel punto più stretto?

E5. Una particella accelera uniformemente in linea retta da una velocità di $3 \cdot 10^3\ m\ s^{-1}$ a una velocità di $4 \cdot 10^4\ m\ s^{-1}$ lungo un percorso di 3 cm. Per quanto tempo è stata accelerata la particella?

E6. Si supponga assegnato il potenziale elettrico

$$V(x, y, z) = V_0 + A(x^2 + y^2 + z^2),$$

ove V_0 e A sono costanti dimensionali. Si calcoli in elettrostatica il campo elettrico che ne risulta.

JESSICA

E7. Nel piano euclideo con coordinate cartesiane (x, y), si calcoli, in un punto $P = (x, 0)$, il potenziale prodotto da una carica q_1 posta in $(0, 0)$ e da una carica q_2 posta in $(0, y)$.

E8. Si colleghino due sfere conduttrici cariche di raggi R_1 e R_2 mediante un sottile filo conduttore, e si supponga che le sfere siano abbastanza distanti, in modo tale che il campo elettrico dell'una non influenzi il campo elettrico dell'altra. Si supponga $R_1 > R_2$. Quale delle due sfere ha densità superficiale di carica maggiore?

E9. Sull'asse delle ascisse si suppongano collocate la carica $+q$ in $(a, 0)$, e la carica $-q$ in $(-a, 0)$. Si calcoli, nel punto $P = (x, 0)$, supponendo x maggiore di a e a positivo, il potenziale elettrostatico e il campo elettrico risultante.

E10. Si ottenga la formula per la velocità di fuga dal campo gravitazionale terrestre e la formula per la dipendenza dell'accelerazione di gravità dall'altitudine.

Fisica Generale I per Informatica – canale 2
A.A. 2022/23

Prova Scritta 04/07/23

Parte I

Esercizio 1
Immaginiamo di lasciare cadere una moneta in un pozzo. Dopo $t = 4\,s$ sentiamo il rumore della moneta che tocca la superficie dell'acqua. Sapendo che la velocità del suono nell'aria è $v_s \approx 343\,m/s$, calcolare la profondità del pozzo. (7 punti)

Esercizio 2
Una tavola da skate di massa M è posta sulla sommità di una rampa (piano inclinato scabro) di altezza $h = 2\,m$ e angolo $\alpha = 30°$. La tavola scivola ed arriva alla base del piano con una velocità $v = 10\,km/h$. Calcolare il coefficiente di attrito tra tavola e rampa. (8 punti)

Parte II

Esercizio 3
Un disco (yoyo) di raggio $R = 30\,cm$ e massa $M = 0.1\,kg$ è arrotolato ad un filo inestensibile fissato ad un supporto. Il disco è lasciato cadere in modo che il filo non slitti. Calcolare:

1. l'accelerazione verso il basso del centro di massa; (4 punti)
2. l'accelerazione angolare; (2 punti)
3. confrontare con l'accelerazione che avrebbe il disco in caduta libera (in assenza del filo). (2 punti)

9

Esercizio 4 Una macchina termica reversibile opera tra due sorgenti a temperature T_c e T_f, con $T_c = 3T_f$, effettuando su una mole di gas perfetto biatomico un ciclo consistente in:

- una espansione isoterma a T_c ($A \rightarrow B$);
- una espansione adiabatica ($B \rightarrow C$);
- una compressione isoterma a T_f ($C \rightarrow D$);
- ed una compressione adiabatica ($D \rightarrow A$).

Noti i volumi V_A e V_B:

1. Disegnare il ciclo sul piano di Clapeyron; (2 punti)

2. Calcolare calore assorbito e ceduto e il rendimento del ciclo. (5 punti)

Esercizio 5 Un tubo orizzontale di $8\,cm$ di diametro è raccordato ad un secondo tubo orizzontale con un diametro di $5\,cm$. Se l'acqua scorre con una velocità di $5m/s$ nel tubo grande:

1. Calcolare la velocità dell'acqua nel tubo piccolo; (2 punti)

2. Calcolare la differenza di pressione tra tubo grande e tubo piccolo. (3 punti)

FISICA GENERALE 1, ESAME SCRITTO DEL 4 LUGLIO 2023

Si chiede di svolgere non più di 6 dei seguenti 10 esercizi.

E1. Nello spazio euclideo tridimensionale, si considerino i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ che, in coordinate cartesiane ortogonali, hanno le componenti $A_x = 1$, $A_y = 3$, $A_z = 1$, $B_x = -1$, $B_y = -1$, $B_z = 4$. Si calcoli il prodotto scalare $\vec{A} \cdot \vec{B}$ e il prodotto vettore $\vec{A} \times \vec{B}$.

E2. Un punto materiale compie un moto unidimensionale lungo la retta reale con legge oraria del moto (t essendo la variabile temporale)

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(2\omega t),$$

ove A e B sono costanti aventi dimensione di una lunghezza, e ω è una costante avente dimensione dell'inverso di un tempo. Si calcolino la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea del punto materiale.

E3. Una cassa incontra attrito dinamico lungo il suo moto su uno scivolo inclinato di un angolo θ rispetto al piano del pavimento. Si calcoli come il coefficiente di attrito dinamico dipende dall'angolo θ, dall'accelerazione a della cassa e dall'accelerazione g di gravità. Nella formula generale ottenuta, si calcoli poi il caso in cui $\theta = 30$ gradi, $a = 0.25g$, g essendo l'accelerazione di gravità pari a $9.8 m/s^2$.

E4. Un fluido scorre alla velocità di 8 metri s^{-1} in un tubo avente sezione di 20 metri al quadrato. Ad un certo punto il tubo si restringe e la sua sezione diventa di soli 5 metri al quadrato. Qual è la velocità con cui si muove il fluido nel punto più stretto?

E5. Una particella accelera uniformemente in linea retta da una velocità di $3.2 \cdot 10^3\ m\ s^{-1}$ a una velocità di $4.1 \cdot 10^4\ m\ s^{-1}$ lungo un percorso di 3.1 cm. Per quanto tempo è stata accelerata la particella?

E6. Si supponga assegnato il potenziale elettrico

$$V(x, y, z) = V_0 + A(x^2 + 2y^2 + 3z^2),$$

ove V_0 e A sono costanti dimensionali. Si calcoli in elettrostatica il campo elettrico che ne risulta.

E7. Nel piano euclideo con coordinate cartesiane (x, y), si calcoli, in un punto $P = (x, 0)$, il potenziale V prodotto da una carica q_1 posta in $(0, 0)$ e da una carica q_2 posta in $(0, y)$. Si calcoli poi il rapporto $\frac{V}{k_e}$ quando $q_1 = 2\mu C$, $q_2 = 3\mu C$, $x = 1\text{cm}$, $y = 2\text{cm}$.

E8. Si colleghino due sfere conduttrici cariche di raggi R_1 e R_2 mediante un sottile filo conduttore, e si supponga che le sfere siano abbastanza distanti, in modo tale che il campo elettrico dell'una non influenzi il campo elettrico dell'altra. Si supponga $R_1 > R_2$. Quale delle due sfere ha densità superficiale di carica maggiore? Si calcoli poi il rapporto $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ tra le densità di carica superficiali quando $R_1 = 40\text{cm}$ e $R_2 = 8\text{cm}$.

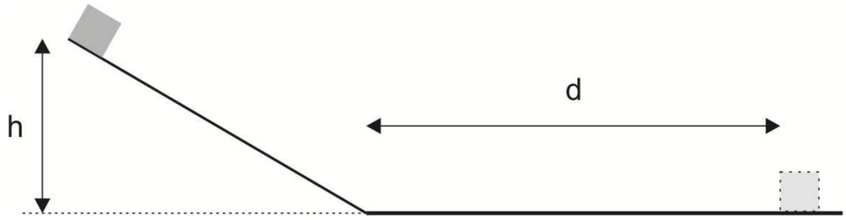
E9. Sull'asse delle ascisse si suppongano collocate la carica $+q$ in $(a, 0)$, e la carica $-q$ in $(-a, 0)$. Si calcoli, nel punto $P = (x, 0)$, supponendo x maggiore di a e a positivo, il potenziale elettrostatico $V(x)$ e il campo elettrico $E(x)$ risultante (in una dimensione spaziale non usiamo la notazione vettoriale per il campo elettrico). Si calcolino alfine i rapporti

$$\frac{(E(x) + E(-x))}{E(x)}, \ \frac{(E(x) - E(-x))}{E(x)}.$$

E10. Si ottenga la formula per la velocità di fuga dal campo gravitazionale terrestre e la formula per la dipendenza dell'accelerazione di gravità $g(h)$ dall'altitudine h. Si calcoli alfine il rapporto $\frac{g(h)}{g(h=0)}$ quando $h = 200$ metri, tenendo presente che il raggio della Terra eguaglia 6371 chilometri.

NOME e COGNOME: **MATR:**

Esercizio 1:
Un blocco di massa m = 2 kg scivola lungo un piano inclinato scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_{d1}=0.2. L'angolo alla base del piano inclinato è di 30°. Il corpo parte in condizioni di quiete da un'altezza h = 1 m. Determinare:
a) la velocità del blocco alla base del piano inclinato (3 punti)
b) il tempo impiegato per arrivare alla base del piano inclinato (2 punti)
A partire dalla base del piano inclinato il blocco striscia su un piano orizzontale scabro con differente coefficiente di attrito (μ_{d2}) e si arresta dopo aver percorso una distanza d = 6 m.
c) Determinare quanto vale il coefficiente di attrito nel tratto d (μ_{d2}) (2 punti)

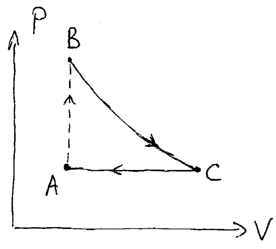


Esercizio 2:
Un cilindro di raggio R=25 cm e massa m=15kg ruota inizialmente con una velocità angolare di 10 rad/s. Determinare:
a) il periodo e la frequenza del moto (2 punti)
Al bordo del cilindro viene applicata una forza frenante, di modulo pari a 5 N. Determinare:
b) l'accelerazione angolare (2 punti)
c) il tempo impiegato dal cilindro per fermarsi (2 punti)
d) quanti giri compie prima di fermarsi (2 punti)

Esercizio 3:
Attraverso un tubo fluiscono 5 liltri/min di acqua. L'estremità B del tubo si trova 50 cm più in alto dell'estremità A ed è aperta e a contatto con l'atmosfera. La sezione del tubo in A è pari a 2 cm^2, mentre in B è 0.5 cm^2. Determinare:
a) Quanti cm^3 di acqua fluiscono dal tubo in 3 minuti (2 punti)
b) La velocità del fluido in A e B (2 punti)
c) La pressione in A (3 punti)

Esercizio 4:

n = 1.60 moli di metano (CH_4), che considereremo un gas ideale, descrivono il ciclo indicato in figura: AB è una isocora irreversibile ottenuta ponendo il gas, inizialmente nello stato A con volume V_A=2m^3, a contatto termico con una sorgente a T_B = 731 K. BC è una isoterma reversibile. CA è una isobara reversibile in cui V_C / V_A = 3. Determinare:



a) la temperatura nel punto A [2 punti]
b) la pressione nel punto A [2 punti]
c) il lavoro totale svolto [2 punti]
d) la variazione di energia interna nell'intero ciclo [2 punti]
[Cv=3R; Cp=4R; R=8.314 J/K mol]

Fisica Generale I per Informatica - canale 2
A.A. 2022/23

Prova Intercorso 27/04/23

Esercizio 1

Dalla sommità di un edificio di altezza $h = 20m$, una palla di massa $m = 100g$ viene lanciata orizzontalmente con una velocità $v_0 = 20m/s$. Determinare:

a) per quanto tempo la palla rimane in volo

b) la gittata

c) la velocità della palla quando tocca il suolo

Esercizio 2

Un corpo di massa $m = 0.1kg$ scivola lungo un piano inclinato senza attrito. Il piano inclinato è alto $h = 2.5\,m$ ed ha un angolo di 30°. Calcolare:

a) il tempo necessario per raggiungere la base del piano inclinato

b) la velocità del corpo alla base del piano inclinato

c) Alla fine del piano inclinato il corpo prosegue su un tavolo con coefficiente di attrito $\mu_d = 0.2$. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza di attrito ed il percorso compiuto dal corpo sul tavolo prima di fermarsi

Esercizio 3

Un corpo di massa m=1 kg scivola su una guida liscia a forma di quarto di cerchio di raggio R=1m, fissata ad un piano. Il corpo parte con velocità nulla dall'estremità superiore della guida e sul piano orizzontale comprime una molla disposta orizzontalmente, avente costante elastica k=100 N/m. Calcolare:

a) la velocità del corpo quando arriva alla base della guida

b) la compressione massima della molla

c) l'altezza raggiunta sulla guida quando torna indietro

Esercizio 4
Un satellite di massa m, in orbita a distanza r attorno ad un pianeta di massa M, si muove di moto circolare uniforme. Calcolare:

a) la velocità orbitale e angolare del satellite in funzione della massa del pianeta;

b) il periodo e la frequenza di rivoluzione attorno al pianeta;

c) il lavoro che dovremmo compiere per portare il satellite su un orbita con velocità orbitale doppia

NOME e COGNOME: **MATR:**

Esercizio 1:

Dalla sommità di un edificio di altezza h = 20 m, una palla di massa m = 100 g viene lanciata orizzontalmente con una velocità v_0 = 20 m/s. Determinare

a) per quanto tempo la palla rimane in volo (3 punti)

b) la gittata (3 punti)

c) la velocità della palla quando tocca il suolo (2 punti)

Esercizio 2:

Un corpo di massa m=0.1 kg si trova alla base di un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale

a) Supponendo che il corpo venga lanciato sul piano (privo di attrito) con una velocità iniziale di 10 m/s, determinare quanto tempo impiega per fermarsi (3 punti)

Supponendo invece che il piano presenti un coefficiente di attrito dinamico μ_D**=**0.1, determinare:

b) la distanza percorsa dal corpo prima dell'arresto (3 punti)

c) il lavoro compiuto dalla forza di attrito (2 punti)

Esercizio 3:
Un corpo di massa m=1 kg scende uno scivolo, partendo con velocità nulla da una quota h=30 cm. Arrivato sul piano orizzontale il corpo comprime una molla disposta orizzontalmente, avente costante elastica k=500 N/m. Calcolare:

a) la velocità del corpo quando arriva alla base della pista (3 punti)

b) la compressione massima della molla (3 punti)

c) il lavoro compiuto dalla forza elastica (2 punti)

Esercizio 4:
La centrifuga di una lavatrice compie 1500 giri al minuto. Se il cestello ha un diametro di 55cm, si determini:
a) il periodo e la frequenza del moto rotatorio (2 punti)
b) la velocità lineare e la velocità angolare (2 punti)
c) l'accelerazione centripeta (2 punti)

NOME e COGNOME: **MATR:**

Esercizio 1:
A un cilindro di massa M_1=300 kg e raggio R=20cm, inizialmente fermo, viene collegata una massa M_2=5kg. Determinare:

a) l'accelerazione del corpo M_2 (3 punti)
b) la velocità angolare del cilindro dopo 5 secondi (3 punti)
c) il valore del momento della forza attrito necessario a non far ruotare il cilindro (3 punti)

Esercizio 2:
Un satellite di massa $M_S=2.6\times10^4$ kg si muove su un'orbita circolare intorno alla Terra, impiegando 1 giorno a compiere una rivoluzione completa. Calcolare

a) l'altitudine del satellite sulla superficie terrestre (3 punti)
b) la velocità tangenziale del satellite (3 punti)

[$G=6.67\times10^{-11}$ N m^2/kg^2, $M_T=5.97\times10^{24}$kg, $R_T=6.38\times10^3$ km]

Esercizio 3:
Un fluido ideale scorre in un condotto sotterraneo a profondità variabile. Se la velocità del fluido è 2m/s in un punto (A) a profondità di 1m in cui la sezione è circolare con un raggio di 1.8 cm

a) determinare la velocità del fluido in un punto (B) alla profondità di 2m tenendo conto che la sezione del condotto in B ha un raggio di 2.5 cm (3 punti)

b) Valutare la differenza di pressione tra il punto B e il punto A, assumendo che il fluido sia acqua (3 punti)

Esercizio 4:
Un campione di gas perfetto monoatomico occupa 5 l a pressione atmosferica e a 300 K (punto A). Esso è riscaldato a volume costante fino a 3 atm (punto B). Poi si espande isotermicamente fino a 1 atm (punto C) e infine è compresso isobaricamente fino allo stato iniziale. Determinare:
a) il numero di moli del campione (3 punti)
b) la temperatura in B e il volume in C (3 punti)
c) il lavoro e la variazione di energia interna per l'intero ciclo (3 punti)
[R=8.314 J/K mol]