

TESTO  
CONSIGLIATO

Calcolo delle Probabilità  
Sheldon M. Ross  
APOGEO education

Riepilogo

$$D_{n,k}^{(r)} = n^k$$

$$k \leq n, \quad D_{n,k} = n(n-1) \cdots (n-k+1) \\ = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$k=n, \quad D_{n,n} =: P_n = n!$$

Consideriamo le parole case: quanti  
anagrammi possibili?

$$4! = 24$$

"casa" - - -

?  $4!/2!$

"casata" - - -

?

c a s a - a e a s - s a c a - a s a c

a c s a - a a c s - s a a c - c s a a

b a e a -

casata

$casata_3$

$$\frac{6!}{6} = \frac{6!}{3! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!}$$

statistica

3 t

2 s

2 l

2 a

1 e  
10

$$\frac{10!}{3! 2! 2! 2! 1!} = 3,2,2,2,1 \quad p(n)$$

numero delle

Permutazioni con ripetizioni

$$\begin{array}{l} K_1, K_2, \dots, K_m : \\ K_1 + K_2 + \dots + K_m = n \end{array} \quad \underbrace{K_1, K_2, \dots, K_m}_n p(n) = \frac{n!}{K_1! K_2! \dots K_m!} \quad (*)$$

$$\sum_{i=1}^m K_i = n$$

Coefficiente  
multinomiale

$$= \binom{n}{K_1, K_2, \dots, K_m}$$

Quando gli elementi che si ripetono sono solo due, la formula (\*) diventa

$$k_1 + k_2 = n, \quad {}_{k_1, k_2} P_n^{(2)} = {}_k P_n^{(2)} = \binom{n}{k, n-k}$$

$$= \frac{n!}{k! (n-k)!} = \binom{n}{k}$$

$\Downarrow$

$$k \leq n, \quad C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$= \binom{n}{k}$$

Termini nel Lotto

$$\left[ \begin{array}{ccc} (1, 2, 3) & (3, 1, 2) & (2, 3, 1) \\ (2, 1, 3) & (3, 2, 1) & (1, 3, 2) \end{array} \right] \Leftrightarrow (1, 2, 3)$$



(1, 2, 4)	—	—	FED (1, 2, 4)
—	—	—	

$$C_{90,3} = \binom{90}{3} = \frac{90!}{3! 87!} = \frac{\overset{30}{90} \cdot \overset{44}{89} \cdot \overset{44}{88}}{6 \cdot 1} = 117480.$$

$$C_{n,k}^{(r)} = ?$$

### COMBINAZIONI SEMPLICI

{A, P}

$$n=6; k=4$$

	a	b	c	d	e	f
a b c d	P	A	A	P	P	P

~~a e d f~~  
~~f a d e~~  
~~a a b e~~  
 a b e f

P P A A ~~A~~ P

$${}_{4,2}P_6^{(n)} = C_{6,4} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 4, 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = C_{6,4}$$

In generale :

$$C_{n,k} = {}_{k,n-k}P_n^{(r)} = k! \binom{n}{k} = \binom{n}{k}$$

7.0. Colloquio con le massonerie romane.

Il numero delle  $n$ -combinazioni con ripetizione fatte con gli elementi di un insieme di cardinalità  $n$ .

## COMBINAZIONI CON RIPETIZIONE $\{A, P\}$

$n = 6$

$k = 4$

$aabc \rightarrow$

$aaaa$

~~$bbba$~~

$abbb$   
     $\uparrow \uparrow$

$cdee$

$\xrightarrow{\quad}$									
$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$:$			
$P$	$P$	$P$	$A$	$A$	$A$	$:$	$P$	$A$	$A$
<del><math>P</math></del>	$A$	$A$	$A$	$A$	$A$	$:$	$P$	$P$	$P$
						$:$			
$P$	$P$	$A$	$A$	$A$	$A$	$:$	$A$	$P$	$P$
						$:$			
$A$	$A$	$P$	$P$	$P$	$A$	$:$	$A$	$P$	$A$
			$d$			$:$	$\uparrow$	$\uparrow$	

$$\binom{(2)}{n, k} = {}_k P_{n+k-1}^{(2)} = \binom{n+k-1}{k}$$



Il numero delle  $k$ -combinazioni con ripetizione fatte con gli elementi di un insieme di cardinalità  $n$ .