Laplace y Equilibrio de Nash

Grupo B
Investigación de Operaciones 1 A-

Criterio de Laplace

Parte del hecho de que no se conocen las probabilidades de ocurrencia de cada uno de los estados de la naturaleza.

Se calcula la esperanza matemática asociada a cada alternativa y por último se selecciona aquella alternativa que corresponda al máximo valor monetario esperado.

Todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia.
Asignación:

Una vez realizada esta asignación de probabilidades, a la alternativa ai le corresponderá un resultado esperado igual a:

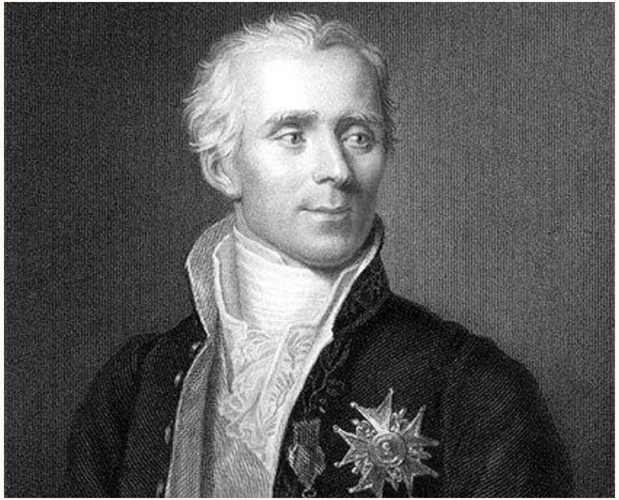
$$\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} x_{ij}$$

La regla de Laplace selecciona como alternativa óptima aquella que proporciona un mayor resultado esperado.

¿Cómo surge el criterio de Laplace?

Este criterio, propuesto por Laplace en 1825, está basado en el principio de razón insuficiente: como a priori no existe ninguna razón para suponer que un estado se puede presentar antes que los demás, podemos considerar que todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Así, para un problema de decisión con (n) posibles estados de la naturaleza, asignaremos probabilidad 1/n a cada uno de ellos.

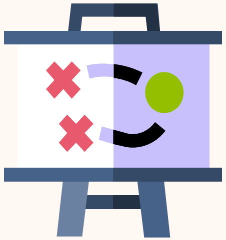


Ejemplos sencillos de Laplace

Ante una misma realidad, pueden tener distintas probabilidades.

Una partícula puede moverse o no moverse, por lo que la probabilidad de no moverse es 1/2.

Una partícula puede moverse a la derecha, moverse a la izquierda o no moverse, por lo que la probabilidad de no moverse es 1/3.



Pasos para resolver un problema por medio del criterio de Laplace

01 Matriz

Se realiza una matriz de rendimiento para una mejor visualización de los datos

02 Fórmula

Se aplica la fórmula de Laplace

03 Interpretación

Para el resultado final, se elige la alternativa según la interpretación de cada problema.

Ejemplo 1

Supongamos que una empresa quiere realizar una campaña publicitaria. Se le presentan 3 posibilidades: radio (15 minutos de lunes a jueves en un espacio).
TV (1 spot cada semana sobre las 12h) y prensa (1
anuncio 2 días a la semana los lunes y los jueves). Como han hecho campañas anteriormente se han podido valorar los beneficios de las diferentes posibilidades del siguiente modo:

01

Alternativas de decisión	Demanda alta	Demanda media	Demanda baja
Radio	10000	4000	2000
TV	8000	2000	500
Prensa	9000	3500	2500

02

Fórmula de Laplace: $\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} x_{ij}$

Alternativa de decisión	Fórmula	Resultado
Radio	$\frac{10000 + 4000 + 2000}{3}$	5333.33
TV	$\frac{8000 + 2000 + 500}{3}$	3500
Prensa	$\frac{9000 + 3500 + 2500}{3}$	2500

03

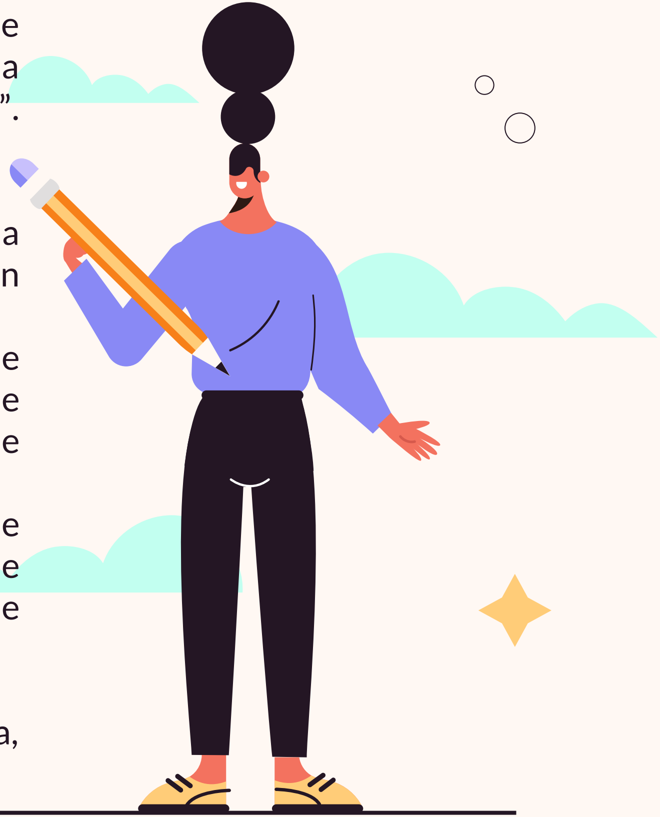
Ya que la empresa, busca la mejor opción y nos brindaron los beneficios de cada opción anteriormente, se escogerá el resultado de Laplace con mayor valor, obteniendo que la mejor opción de publicidad es la radio.

Ejemplo 2

La empresa “Cosechas lo que Siembras” dispone de un terreno en el cual ha decidido utilizarlo para la siembra, para esto cuenta con tres opciones de cultivos “Tomate, Papa y Maíz”. Según un estudio climatológico, para la próxima temporada se presentarán los climas “Cálido, Templado y Frío”. Según los analistas de la empresa, nos indican lo siguiente:

1) Si se decide sembrar tomate, en el clima cálido se obtiene una ganancia de Q600,000.00, en el clima frío una ganancia de Q3,000,000.00 y en clima templado se presenta una pérdida de Q1,600,000.00.
2) Si se decide sembrar papa, en el clima cálido se presenta una pérdida de Q4,000,000.00, en el clima frío se obtiene una ganancia de Q2,000,000.00 y en el clima templado se presenta una pérdida de Q1,800,000.00.
3) Si se decide sembrar maíz, en el clima cálido se obtiene una ganancia de Q2,200,000.00, en el clima frío se presenta una pérdida de Q3,600,000.00 y en el clima templado se obtiene una ganancia de Q1,200,000.00.

La empresa nos pide determinar el cultivo más favorable para la siembra, respecto a las ganancias.



01

Cultivos	Climas		
	Cálido	**Frío**	**Templado**
Tomate	Q600,000.00	Q3,000,000.00	-Q1,600,000.00
Papas	-Q4,000,000.00	Q2,000,000.00	-Q1,800,000.00
Maíz	Q2,200,000.00	-Q3,600,000.00	Q1,200,000.00

02

Fórmula de Laplace: $\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} x_{ij}$

Cultivos	Ecuación Laplace	Resultado
Tomate	$\frac{600{,}000+3{,}000{,}000+(-1{,}600{,}000)}{3}$	$666{,}666.67$
Papas	$\frac{-4{,}000{,}000, +2{,}000{,}000 + (-1{,}800{,}000)}{3}$	-1,266,666.67
Maíz	$\frac{2{,}200{,}000 + (-3{,}600{,}000) + 1{,}200{,}000}{3}$	$-66{,}666.67$

Cultivos	Resultado
Tomate	666,666.67
Papas	-1,266,666.67
Maíz	−66,666.67

03 Según los cálculos anteriores, se toma el resultado mayor ya que lo que buscamos es ganancia. El cultivo del Tomate, es el que genera más ganancia a pesar que exista pérdida en el clima templado, por lo que, se le recomienda a la empresa utilizar el terreno disponible para el cultivo de tomate, para obtener una ganancia de Q666,666.67.

Equilibrio de Nash

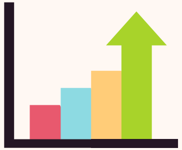
Equilibrio de Nash

En este se plantea el modelo de varias empresas que compiten por el mercado de un mismo bien y que pueden elegir cuánto producir para intentar maximizar su ganancia en función de la producción de las otras.

Debemos decir que se trata de un concepto que plantea una excelente solución para los juegos en los que interfieren dos o más jugadores.

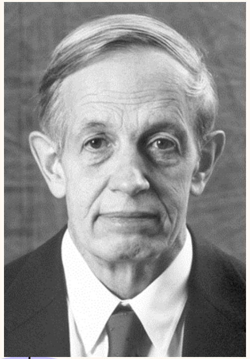
El utilizar el equilibrio de Nash en la toma de decisiones. Ya que dicho equilibrio establece las bases para una toma de decisiones mucho más segura y acertada.

¿Cómo surgió el equilibrio de Nash?



El concepto de lo que es el equilibrio de Nash, comienza su desarrollo con Antoine Cournot y su trabajo sobre Oligopolios (1838).

Se establece un equilibrio de Cournot cuando la producción de cada empresa maximiza sus beneficios, dada la producción de las otras empresas, lo que es una situación de estrategia pura sen el equilibrio de Nash.



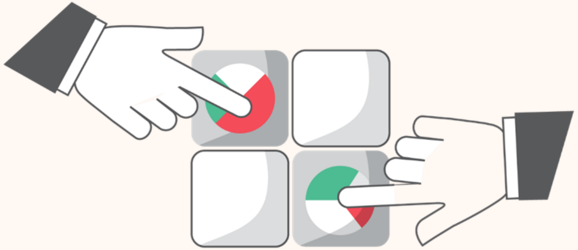
Posteriormente, el equilibrio de Nash o “equilibrio del miedo” es un concepto que fue desarrollado por el matemático John Nash durante el año 1951.

Gracias a la creación del término John Nash logró llevarse el Premio Nobel de Economía en el año 1994. Esto demuestra la importancia que tiene este concepto en el ámbito económico mundial.

Equilibrio de Nash

Estrategias Puras

Las estrategias puras se desarrollaron partiendo de la base de que todo lo que un individuo ganaba o perdía equivalía a lo que otro perdía o ganaba, permaneciendo imperfecta la situación global de la economía



Estrategias Mixtas

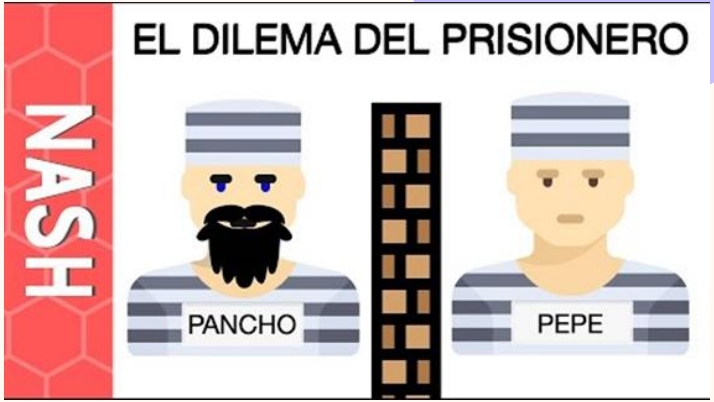
Cuando se habla de una estrategia mixta, se está ante la generalización de las estrategias puras. Es decir, se realiza un proceso de selección aleatoria en la que se realiza una distribución de probabilidad. De ahí, que a este tipo de estrategia también se le conozca con el nombre de estrategia mezclada.

	Tú encubres	Tú traicionas
Él encubre	Máximo beneficio común	Tú ganas, él pierde
Él traiciona	Él gana, tú pierdes	Máximo perjuicio común

Dilema del prisionero

El dilema del prisionero es un ejemplo en el que se visualiza lo que es el equilibrio de Nash. En este hay dos prisioneros acusados por el mismo delito. La policía debe averiguar cuál de los dos fue el verdadero delincuente

Entre las opciones que se le presenta a cada delincuente, quienes se encuentran en habitaciones separadas, está la opción de delatar al otro. De esta forma, solo tendrán que pasar un año en la cárcel, es lo mejor en comparación con las demás opciones. Cuando se elige la opción de delatar se cumple este equilibrio porque actúan según el bien individual.



Pasos para resolver un problema por medio del equilibrio de Nash (Estrategias Puras)

01 Matriz de pagos

Realizar la Matriz de pagos.

02 Mayor valor en filas y columnas

Subrayar el mayor valor por filas de la segunda coordenada y mayor valor por columnas de la primera coordenada

03 Valores donde se encuentran las 2 coordenadas

Marcar los valores donde se encuentran las 2 coordenadas subrayadas, esto representa el equilibrio de Nash puede existir una o varias.

04 Interpretación

Interpretación de resultados

Ejemplo 1

Su ponga que una empresa1 compite con la empresa2 para conseguir clientes. La empresa 1 y su rival saben que sus productos estarán obsoletos al final de cada año y deben determinar simultáneamente si van a contratar publicidad o no.

Así pues, si tanto la empresa1 como la empresa2 contratan publicidad, las dos compañas publicitarias se compensarán entre si, y cada una de las empresas obtendrá 4 millones de beneficios. Si ninguna empresa contrata publicidad, cada una obtendrá 10 millones de beneficios. Sin embargo, si una contrata publicidad y la otra no, la que contrata obtendrá 20 millones de beneficio y la que no obtendrá 2 millones de beneficios.

¿Su selección para maximizar los beneficios consisten en contratar publicidad o no?

01

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	4 , 4	20 , 2
	No hacer publicidad	2 , 20	10 , 10

02

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	4 , <u>4</u>	20 , 2
	No hacer publicidad	2 , <u>20</u>	10 , 10

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	<u>4</u> , <u>4</u>	<u>20</u> , 2
	No hacer publicidad	2 , <u>20</u>	10 , 10

03

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	<u>4</u> , <u>4</u>	<u>20</u> , 2
	No hacer publicidad	2 , <u>20</u>	10 , 10

04

En este caso hay solo un equilibrio de Nash , esto quiere decir que es estable porque cada empresa toma su elección optima teniendo en cuenta la elección del contrario. Aunque en otros casos pueden existir más equilibrios de Nash.

También se puede observar ambas empresas tienen estrategia dominante.

Pasos para resolver un problema por medio del equilibrio de Nash (Estrategias Mixtas)

01 Matriz de pagos

Realizar la Matriz de pagos.

02 Mayor valor en filas y columnas

Subrayar el mayor valor por filas de la segunda coordenada y mayor valor por columnas de la primera coordenada

03 Utilidades

Encontrar las utilidades de ambos jugadores.

04 Interpretación

Interpretación de resultados

Ejemplo 2

01

		Jugador 2	
		X	Y
Jugador 1	A	2 , 1	2 , 0
	B	3 , 0	1 , 2

02

		Jugador 2	
		X	Y
Jugador 1	A	2 , 1	2 , 0
	B	3 , 0	1 , 2

			Jugador 2	
			q	1-q
			X	Y
p	Jugador 1	A	2 , 1	2 , 0
1-p		B	3 , 0	1 , 2

03 Utilidades

Jugador 1

Pj_1 = 2pq + 2p(1-q) + 3(1-p)q + 1(1-p)(1-q)

Pj_1 = 2pq + 2p – 2pq + 3q – 3pq + 1 – q – p + pq

Pj_1 = -2pq + p + 2q + 1

Factor común

Pj_1= p(1 – 2q) + 2q +1

$$Pj_1=\begin{cases} Si \quad q < \frac{1}{2} & p = 1 \\ Si \quad q = \frac{1}{2} & p = indiferente \\ Si \quad q > \frac{1}{2} & p = 0 \end{cases}$$

Jugador 2

Pj2= 1pq + 0p(1-q) + 0(1-p)q + 2(1-p)(1-q)

Pj2 = 1pq + 0 + 0 + 2 – 2q – 2p + 2pq

Pj2 = 3pq – 2q – 2p + 2

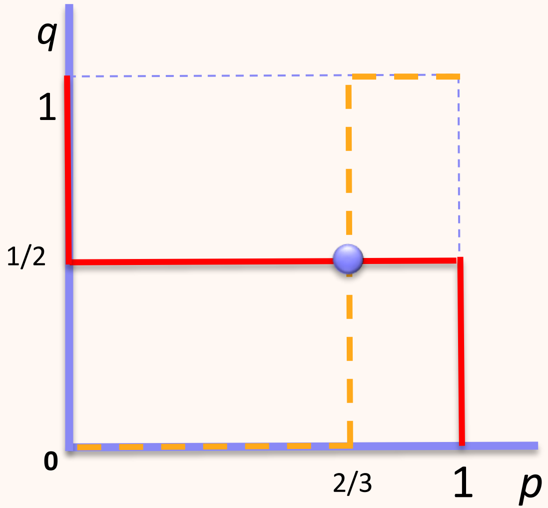
Factor común

Pj2= q(3p – 2) + [2 – 2p]

$$Pj_2=\begin{cases} Si \quad p < \frac{2}{3} & q = 0 \\ Si \quad p = \frac{2}{3} & q = indiferente \\ Si \quad p > \frac{2}{3} & q = 1 \end{cases}$$

$$Pj_1=\begin{cases} Si \quad q < \frac{1}{2} & p = 1 \\ Si \quad q = \frac{1}{2} & p = indiferente \\ Si \quad q > \frac{1}{2} & p = 0 \end{cases}$$

$$Pj_2=\begin{cases} Si \quad p < \frac{2}{3} & q = 0 \\ Si \quad p = \frac{2}{3} & q = indiferente \\ Si \quad p > \frac{2}{3} & q = 1 \end{cases}$$



ENEM= [$^{2}/_{3}$A + $^{1}/_{3}$B), ($^{1}/_{2}$X + $^{1}/_{2}$Y]

04

Como podemos observar solo existen punto en el que la estrategia de jugador1 es optima dado el valor de la probabilidad del otro jugador y la estrategia del jugador2 es optima dada la estrategia elegida del otro jugador.