


# Dual - Primal

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES I

*Aux. José Pablo Tobar*



¿Qué es este  
método?

EL MODELO DUAL DE UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL CONSISTE EN UNA INSTANCIA ALTERNATIVA DE MODELAMIENTO MATEMÁTICO QUE NOS PERMITE RESCATAR LA INFORMACIÓN DEL PROBLEMA ORIGINAL CONOCIDO COMÚNMENTE COMO MODELO PRIMAL.

# EJEMPLO

CONVERTIR EL SIGUIENTE PROBLEMA A DUAL.

MAX

$$X_0 = 5X_1 + 12X_2 + 4X_3$$

SUJETO A

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 10$$

$$2X_1 - X_2 + 3X_3 = 8$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

# SOLUCIÓN

Se sabe que el dual es lo contrario al primal

$$\text{Max } X_0 = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \quad \curvearrowright \quad Y_1$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \quad \curvearrowright \quad 2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 8 \quad \curvearrowright \quad Y_{2+}$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \quad \curvearrowright \quad 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 8 \quad \curvearrowright \quad Y_{2-}$$

Todos los signos de las restricciones deben ser los mismos

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \quad Y_1$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 8 \quad Y_2+$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 8 \quad Y_2- \cdot (-1) \rightarrow -2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq -8$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \quad Y_1$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 8 \quad Y_2+$$

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq -8 \quad Y_2-$$

Minimizar

$$Y_0 = 10Y_1 + 8Y_2(+) - 8Y_2(-)$$



Minimizar

$$Y_0 = 10Y_1 + 8Y_2(+)-8Y_2(-)$$

$$Y_0 = 10Y_1 + 8(Y_2(+)-Y_2(-))$$

Entonces a  $(Y_2(+)-Y_2(-))$  se le va a llamar  $Y_i$  la cual es una variable irrestricta en signo

Por lo tanto, tenemos:

$$Y_0 = 10Y_1 + 8Y_i$$

## Restricciones

$$\begin{array}{rcl} X_1 + 2X_2 + X_3 & \leq & 10 & Y_1 \\ 2X_1 - X_2 + 3X_3 & \leq & 8 & Y_2 + \\ -2X_1 + X_2 - 3X_3 & \leq & -8 & Y_2 - \end{array}$$

$$X_0 = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$$

## Nuevas restricciones

$$\begin{array}{l} Y_1 + 2 Y_2(+)-2 Y_2(-) \geq 5 \\ 2Y_1 - Y_2(+)+Y_2(-) \geq 12 \\ Y_1 + 3 Y_2(+)-3 Y_2(-) \geq 4 \end{array}$$

## Simplificando

$$\begin{array}{l} Y_1 + 2 ( Y_2(+)-Y_2(-)) \geq 5 \\ 2Y_1 - ( Y_2(+)-Y_2(-)) \geq 12 \\ Y_1 + 3 ( Y_2(+)-Y_2(-)) \geq 4 \end{array}$$

# RESPUESTA

EL dual en este caso sería:

**Minimizar**

$$Y_0 = 10Y_1 + 8Y_i$$

**Sujeto a:**

$$Y_1 + 2 Y_i \geq 5$$

$$2Y_1 - Y_i \geq 12$$

$$Y_1 + 3 Y_i \geq 4$$



# HOJA DE TRABAJO

Convertir a Dual

$$\text{Max } X_0 = 9X_1 + 10X_2$$

Sujeto a

$$6X_1 + 3X_2 = 24$$

$$4X_1 + 5X_2 \leq 28$$