



ESCUELA DE
INGENIERÍA MECÁNICA INDUSTRIAL
FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

A-

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES 1
SEGUNDO SEMESTRE 2022
INGA. NORA GARCÍA
AUX. DANIEL MAZARIEGOS

FECHA: 14/10/2022

No.	Nombre completo	Carné	Porcentaje (100%)
1	Civelly Elizabeth Juárez Morales	202001299	100
2	Yuritza Elvira Cujcuj Ajanel	202001129	100
3	Rosa Alejandra Soto Pineda	201902887	100
4	Cristian Noe Pivaral Ramírez	202001135	100
5	Luis Carlos Ardón de la Rosa	202000667	100

EXPOSICIÓN LAPLACE Y TEORÍA DE NASH

Introducción

El presente proyecto es referente a Teoría de Juegos, donde gracias a sus orígenes y al trabajo de Antoine Augustin Cournot, presenta y destaca el Equilibrio de Nash, el cual se puede definir como tal, en su forma más básica, cuando dentro de un juego todos los participantes conocen su situación, eligen su mejor estrategia conociendo la de los demás, con el fin de ser beneficiados, en otras palabras, nos ayuda a determinar la mayor recompensa, lo que dentro de la vida real es importante, aún más en el ámbito empresarial.

Además, por otro lado, se presenta el Criterio de Laplace, en este no se conocen todas las probabilidades, pero que, propone que estas sean las mismas para cada estado. Este criterio está basado en el principio de razón insuficiente, por lo que, este criterio es a priori.

De igual manera, dentro de este proyecto se presentan ejemplos de estos temas, para extender la explicación y llegar a un punto mejor de comprensión. Estos temas son de importancia para las tomas de decisiones, principalmente dentro de las empresas, donde una mala decisión puede llegar a afectar el bienestar de la misma.

Justificación

La toma de decisiones para que un individuo tenga éxito tiende a tener en cuenta las decisiones tomadas por el resto de los agentes que intervienen en la situación.

La teoría de decisiones proporciona una manera útil de clasificar modelos para la toma de decisiones. Se supondrá que se ha definido el problema, que se tienen todos los datos y que se han identificado los cursos de acción alternativos. La tarea es entonces seleccionar la mejor alternativa. Para esto podemos hacer uso de El criterio de Laplace nos ayudara a tomar decisiones tomando en cuenta todas las posibilidades que pueda suceder de forma orgánica y en el método de Nash se ha aplicado y adaptado ampliamente en la economía y otras ciencias del comportamiento, de hecho, la teoría de los juegos usa este método como pieza central, se ha convertido en la teoría unificadora más destacada de las ciencias sociales.

Objetivos

Objetivo General

Realizar una investigación acerca de la teoría de juegos aplicada a los criterios de Laplace y equilibrio de Nash incluyendo ejemplos de cada criterio con el fin de facilitar su correcta comprensión.

Objetivos Específicos

1. Investigar el origen e historia de la teoría de juegos, así como la de cada criterio proporcionado; Laplace y equilibrio de Nash.
2. Determinar en qué consiste la teoría de juegos aplicada a los criterios de Laplace y equilibrio de Nash.
3. Ejemplificar cada tema proporcionado haciendo uso de una breve metodología de cómo resolver cada juego.

Marco teórico

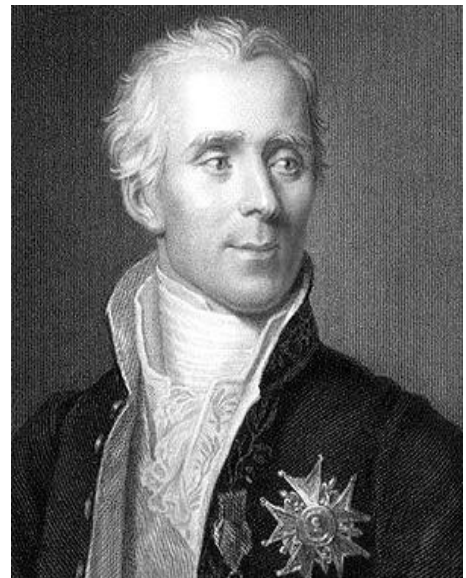
Criterio de Laplace

El criterio de Laplace parte del hecho de que no se conocen las probabilidades de ocurrencia de cada uno de los estados de la naturaleza, propone que las probabilidades sean las mismas para cada estado. Como ahora ya se cuenta con información de la probabilidad de ocurrencia, se calcula la esperanza matemática asociada a cada alternativa y por último se selecciona aquella alternativa que corresponda al máximo valor monetario esperado.



¿Dónde nace el criterio de Laplace?

Este criterio, propuesto por Laplace en 1825, está basado en el principio de razón insuficiente: como a priori no existe ninguna razón para suponer que un estado se puede presentar antes que los demás, podemos considerar que todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia, es decir, la ausencia de conocimiento sobre el estado de la naturaleza equivale a afirmar que todos los estados son equiprobables. Así, para un problema de decisión con (n) posibles estados de la naturaleza, asignaremos probabilidad $1/n$ a cada uno de ellos.



Asignación

Una vez realizada esta asignación de probabilidades, a la alternativa a_i le corresponderá un resultado esperado igual a:

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{n} x_{ij}$$

La regla de Laplace selecciona como alternativa óptima aquella que proporciona un mayor resultado esperado:

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{n} x_{icj} = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} x_{ij}$$

¿Qué es el Criterio de Laplace?

Luego de una medición de N casos, sólo conocemos la serie de N datos medidos, pero ignoramos totalmente sus frecuencias reales. Laplace señaló que en las inferencias es necesario aportar premisas o supuestos a priori que llenen ese vacío y faciliten la tarea; estos deben declararse al inicio de todo reporte y requieren justificación. Una premisa muy empleada y quizás poco reflexionada es el llamado Criterio de Laplace, consistente en asumir que cada uno de los N datos medidos en una serie de datos, K_i , posee la misma frecuencia $1/N$ de casos de la población receptora que se defina.

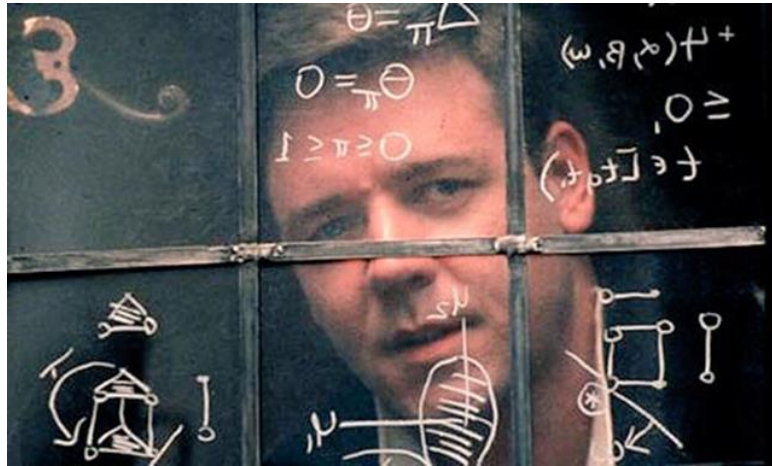
Objeción al criterio de Laplace

La objeción que se suele hacer al criterio de Laplace es la siguiente: ante una misma realidad, pueden tener distintas probabilidades, según los casos que se consideren. Por ejemplo, una partícula puede moverse o no moverse, por lo que la probabilidad de no moverse es $1/2$.

En cambio, también puede considerarse de la siguiente forma: una partícula puede moverse a la derecha, moverse a la izquierda o no moverse, por lo que la probabilidad de no moverse es $1/3$.

Equilibrio de Nash

Uno de los conceptos más importantes en la teoría de juegos es el equilibrio de Nash. Para llegar a una solución en el marco de una situación de toma de decisiones cada jugador sigue una estrategia determinada. El equilibrio de Nash describe la situación durante la decisión, en la que no es posible que ninguno de los jugadores esté mejor eligiendo otra estrategia de acción. Dentro de la teoría de juegos se pretende estudiar las interacciones que los humanos tienen entre sí.



Son diversas las circunstancias de la vida en las que necesitamos tomar una decisión para avanzar con la acción que estamos realizando. A lo largo de la historia se han desarrollado una serie de estrategias y conceptos psicológicos, sociológicos y económicos. Cada uno de ellos son reconocidos por ayudarnos a conocer mejor nuestras capacidades y, a partir de ahí, tomar decisiones sabias que no serán cambiadas pues tenemos la certeza de que es lo mejor que podemos hacer en el momento.

¿Qué es el Equilibrio de Nash?

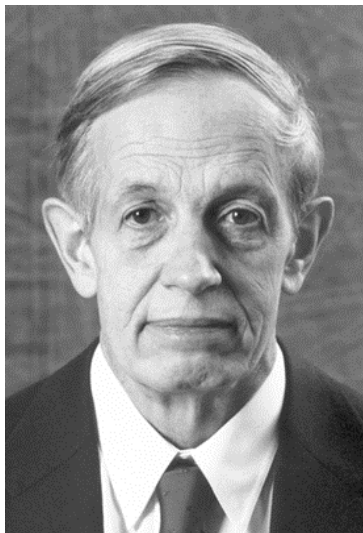
Se dice que es el equilibrio de Nash o equilibrio del miedo en la teoría de los juegos, cuando la definición de solución para juegos con dos o más jugadores se manifiesta en:

- Cada jugador conoce y ha adoptado su mejor estrategia.
- Todos conocen las estrategias de los otros.

En otras palabras, un equilibrio de Nash es una situación en la cual todos los jugadores han puesto en práctica, y saben que lo han hecho, una estrategia que maximiza sus ganancias dadas las estrategias de los otros.

¿Dónde nace el equilibrio de Nash?

El concepto de lo que es el equilibrio de Nash, comienza su desarrollo con Antoine Cournot y su trabajo sobre Oligopolios (1838). En este se plantea el modelo de varias empresas que compiten por el mercado de un mismo bien y que pueden elegir cuánto producir para intentar maximizar su ganancia en función de la producción de las otras. Se establece un equilibrio de Cournot cuando la producción de cada empresa maximiza sus beneficios, dada la producción de las otras empresas, lo que es una situación de estrategia pura en el equilibrio de Nash.



El equilibrio de Nash es un concepto que fue desarrollado por el matemático John Nash durante el año 1951. Dicho concepto también es conocido como el 'equilibrio del miedo'. Para definirlo, debemos decir que se trata de un concepto que plantea una excelente solución para los juegos en los que interfieren dos o más jugadores. El equilibrio de Nash se crea cuando nosotros, como jugadores, hemos elegido la mejor estrategia según las que los demás han estado utilizando durante el tiempo de juego.

¿Cuál es la importancia del equilibrio de Nash?

Desde la creación de este concepto hasta la actualidad, el equilibrio de Nash ha tenido una gran importancia dentro de las sociedades de todas partes del mundo gracias a todo lo que implica. El principal motivo por el que este término ha tenido tanta

importancia se debe a su increíble aplicabilidad. Es decir, se trata de una teoría que se puede aplicar con facilidad en diversos ámbitos de la vida cotidiana. Especialmente, en lo que respecta al sector económico mundial.



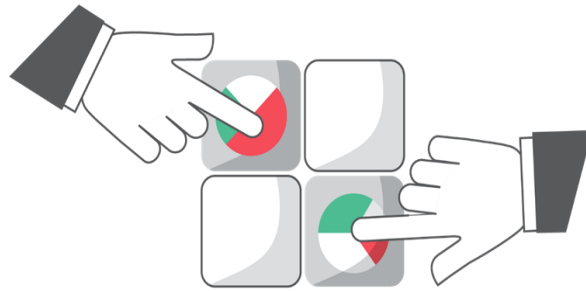
El concepto del equilibrio de Nash ha jugado un papel fundamental dentro de las decisiones económicas más importantes de la sociedad. De hecho, es tanto así, que gracias a la creación del término John Nash logró llevarse el Premio Nobel de Economía en el año 1994. Esto demuestra la importancia que tiene este concepto en el ámbito económico mundial.

Aplicaciones prácticas del equilibrio de Nash

El utilizar el equilibrio de Nash en la toma de decisiones. Ya que dicho equilibrio establece las bases para una toma de decisiones mucho más segura y acertada. Lo que, al mismo tiempo, será de gran ayuda para reducir los riesgos y procurar en todo momento maximizar las ganancias y oportunidades de venta. Es un concepto implementado dentro del libre comercio y que sin duda favorece el desarrollo de las competencias empresariales.

Estrategias Puras

Las estrategias puras se desarrollaron partiendo de la base de que todo lo que un individuo ganaba o perdía equivalía a lo que otro perdía o ganaba, permaneciendo imperfecta la situación global de la economía, juego económico que no tuvo mucha profundidad al no poder elegir cada individuo una estrategia de manera simultánea.



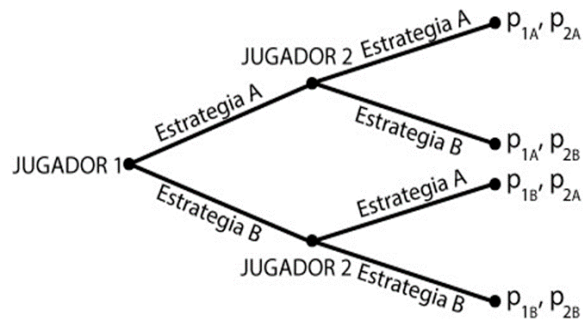
Estrategias Mixtas

Cuando se habla de una estrategia mixta, se está ante la generalización de las estrategias puras. Es decir, se realiza un proceso de selección aleatoria en la que se realiza una distribución de probabilidad. De ahí, que a este tipo de estrategia también se le conozca con el nombre de estrategia mezclada. Ante una situación de juego los participantes pueden hacer uso bien sea una estrategia pura o de una estrategia mixta, según consideren que sea mejor para su situación actual.

	Tú encubres	Tú traicionas
Él encubre	Máximo beneficio común	Tú ganas, él pierde
Él traiciona	Él gana, tú pierdes	Máximo perjuicio común

Aplicación en los Juegos Extensivos

Aunque en esencia no modifica el análisis de John Forbes Nash, sí modificó el método en el que el equilibrio se obtiene, añadiendo la posibilidad de razonar mediante la inducción hacia atrás para la determinación de la estrategia resultante.

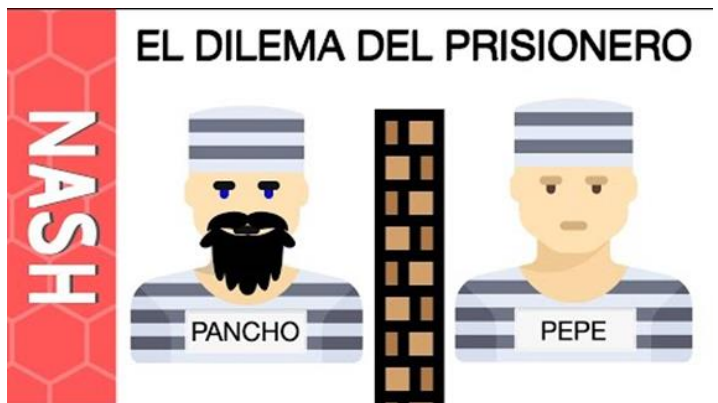


El dilema del prisionero

El dilema del prisionero es un ejemplo en el que se visualiza lo que es el equilibrio de Nash. En este hay dos prisioneros acusados por el mismo delito. La policía debe averiguar cuál de los dos fue el verdadero delincuente.

Entre las opciones que se le presenta a cada delincuente, quienes se encuentran

en habitaciones separadas, está la opción de delatar al otro. De esta forma, solo tendrán que pasar un año en la cárcel, es lo mejor en comparación con las demás opciones. Cuando se elige la opción de delatar se cumple este equilibrio porque actúan según el bien individual.



Marco práctico (ejemplos)

Ejemplo de Laplace:

La empresa “Cosechas lo que Siembras” dispone de un terreno en el cual ha decidido utilizarlo para la siembra, para esto cuenta con tres opciones de cultivos “Tomate, Papa y Maíz”. Según un estudio climatológico, para la próxima temporada se presentarán los climas “Cálido, Templado y Frío”. Según los analistas de la empresa, nos indican lo siguiente:

- 1) Si se decide sembrar tomate, en el clima cálido se obtiene una ganancia de Q600,000.⁰⁰, en el clima frío una ganancia de Q3,000,000.⁰⁰ y en clima templado se presenta una pérdida de Q1,600,000.⁰⁰.
- 2) Si se decide sembrar papa, en el clima cálido se presenta una pérdida de Q4,000,000.⁰⁰, en el clima frío se obtiene una ganancia de Q2,000,000.⁰⁰ y en el clima templado se presenta una pérdida de Q1,800,000.⁰⁰.
- 3) Si se decide sembrar maíz, en el clima cálido se obtiene una ganancia de Q2,200,000.⁰⁰, en el clima frío se presenta una pérdida de Q3,600,000.⁰⁰ y en el clima templado se obtiene una ganancia de Q1,200,000.⁰⁰.

La empresa nos pide determinar el cultivo más favorable para la siembra, respecto a las ganancias.

· Metodología de resolución:

1. Con esta información, realizamos la matriz de rendimiento:

Cultivos	Climas		
	Cálido	Frio	Templado
Tomate	Q600,000.00	Q3,000,000.00	-Q1,600,000.00
Papa	-Q4,000,000.00	Q2,000,000.00	-Q1,800,000.00
Maíz	Q2,200,000.00	-Q3,600,000.00	Q1,200,000.00

2. Ahora se aplica la fórmula:

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{n} x_{ij}$$

- Aplicamos de la siguiente forma para los diferentes cultivos:

$$\text{Tomate: } \frac{600,000+3,000,000+(-1,600,000)}{3} = \frac{2,000,000}{3} \approx \mathbf{666,666.67}$$

$$\text{Papa: } \frac{-4,000,000,+2,000,000+(-1,800,000)}{3} \approx -1,266,666.67$$

$$\text{Maíz: } \frac{2,200,000+(-3,600,000)+1,200,000}{3} = -\frac{200,000}{3} \approx -66,666.67$$

3. Interpretamos los resultados:

Según los cálculos anteriores, se toma el resultado mayor ya que lo que buscamos es ganancia. El cultivo del Tomate es el que genera más ganancia a pesar de que exista pérdida en el clima templado, por lo que, se le recomienda a la empresa utilizar el terreno disponible para el cultivo de tomate, para obtener una ganancia de Q666,666.67.

Ejemplos Equilibrio de Nash

En Estrategias Puras

Suponga que una empresa1 compite con la empresa2 para conseguir clientes. La empresa 1 y su rival saben que sus productos estarán obsoletos al final de cada año y deben determinar simultáneamente si van a contratar publicidad o no.

Así pues, si tanto la empresa1 como la empresa2 contratan publicidad, las dos campañas publicitarias se compensarán entre sí, y cada una de las empresas obtendrá 4 millones de beneficios. Si ninguna empresa contrata publicidad, cada una obtendrá 100 millones de beneficios. Sin embargo, si una contrata publicidad y la otra no, la que contrata obtendrá 20 millones de beneficio y la que no obtendrá 2 millones de beneficios.

¿Su selección para maximizar los beneficios consiste en contratar publicidad o no?
Resuelva por método de Nash.

Paso 1: Realizar la Matriz de pagos.

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	4 , 4	20 , 2
	No hacer publicidad	2 , 20	10 , 10

Paso 2: Subrayar el mayor valor por filas de la segunda coordenada (valores de empresa 2).

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	4 , <u>4</u>	<u>20</u> , 2
	No hacer publicidad	2 , <u>20</u>	10 , <u>10</u>

Paso 3: Subrayar el mayor valor por columnas de la primera coordenada (valores de empresa 1)

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	<u>4</u> , <u>4</u>	<u>20</u> , 2
	No hacer publicidad	2 , <u>20</u>	10 , <u>10</u>

Paso 4: Circular los valores donde se encuentran las 2 coordenadas subrayadas, esto representa el equilibrio de Nash puede existir una o varias.

		Empresa 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa 1	Hacer publicidad	<u>4</u> , <u>4</u>	<u>20</u> , 2
	No hacer publicidad	2 , <u>20</u>	10 , <u>10</u>

Paso 5: Interpretar resultados

En este caso hay un único equilibrio de Nash ya que es estable porque cada empresa toma su elección óptima teniendo en cuenta la del contrario. Aunque en otros casos pueden existir más equilibrios de Nash.

También se puede observar ambas empresas tienen estrategia dominante.

Ejemplo de Estrategias Mixtas

Estos ejercicios se realizan en una matriz de pagos de 2x2.

Paso 1: Matriz de pagos.

		Jugador 2	
		X	Y
Jugador 1	A	2 , 1	2 , 0
	B	3 , 0	1 , 2

Paso 2: Subrayar el mayor valor por filas de la segunda coordenada (valores de jugador 2).

		Jugador 2	
		X	Y
Jugador 1	A	2 , <u>1</u>	2 , 0
	B	3 , 0	1 , <u>2</u>

Paso 3: Subrayar el mayor valor por columnas de la primera coordenada (valores del jugador 1), agregar las variables **p, 1-p, q, 1-q**

			Jugador 2	
			q	1-q
			X	Y
p	Jugador 1	A	2 , 1	2 , 0
1-p		B	3 , 0	1 , 2

Paso 4: Encontrar las utilidades de ambos jugadores.

Utilidades del jugador 1

$$\begin{aligned} P_{j1} &= 2pq + 2p(1-q) + 3(1-p)q + 1(1-p)(1-q) \\ &= 2pq + 2p - 2pq + 3q - 3pq + 1 - q - p + pq \\ &= -2pq + p + 2q + 1 \end{aligned}$$

Factor común

$$P_{j1} = p(1 - 2q) + 2q + 1$$

$$P_{j1} = \begin{cases} Si \ q < \frac{1}{2} & p = 1 \\ Si \ q = \frac{1}{2} & p = \text{indiferente} \\ Si \ q > \frac{1}{2} & p = 0 \end{cases}$$

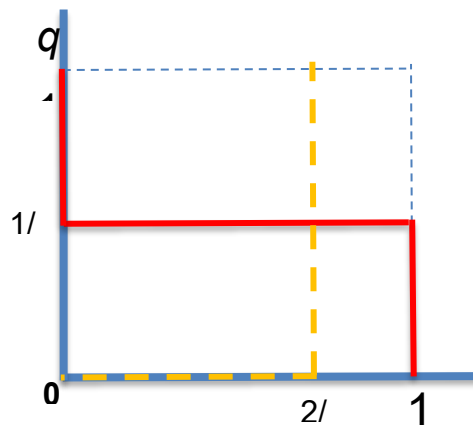
Utilidades del jugador 2

$$\begin{aligned} P_{j2} &= 1pq + 0p(1-q) + 0(1-p)q + 2(1-p)(1-q) \\ &= 1pq + 0 + 0 + 2 - 2q - 2p + 2pq \\ &= 3pq - 2q - 2p + 2 \end{aligned}$$

Factor común

$$P_{j2} = q(3p - 2) + [2 - 2p]$$

$$P_{j2} = \begin{cases} Si \ p < \frac{2}{3} & q = 0 \\ Si \ p = \frac{2}{3} & q = \text{indiferente} \\ Si \ p > \frac{2}{3} & q = 1 \end{cases}$$



$$ENEM = \left[\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}B \right], \left(\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y \right)$$

Conclusiones

1. Según la información recopilada se concluyó la teoría de juegos, así como la de cada criterio relacionado a Laplace y equilibrio de Nash
2. Se determinó que la teoría de juegos Laplace nos demuestra que está basado en el principio de razón insuficiente ya que no existe ninguna razón para suponer que un resultado se puede presentar antes que los demás mientras que el equilibrio de Nash demuestra de un concepto que plantea una excelente solución para los juegos en los que interfieren dos o más jugadores
3. De acuerdo con los ejercicios planteados se logró explicar los diferentes criterios de Laplace y equilibrio de Nash, esto gracias al marco práctico y teoría aplicada en ello.

Bibliografía

1. Euroinnova. (12 de Marzo de 2020). *Euroinnova*. Obtenido de Euroinnova International Online Education: <https://www.euroinnova.gt/blog/que-es-el-equilibrio-de-nash>
2. López, J. (15 de diciembre de 2016). *Economipedia*. Obtenido de Economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/equilibrio-de-nash.html>
3. Lucerito. (23 de febrero de 2011). *El Blog Salmón*. Obtenido de ¿Qué es el Equilibrio de Nash?: <https://www.elblogsalmon.com/conceptos-de-economia/que-es-el-equilibrio-de-nash>
4. Carlos, M. (12 de marzo de 2011). Laplace. Obtenido de thales cica : <https://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0191-03/laplace.htm>
5. Juan, C. (21 de septiembre de 2015). slideshare. obtenido de criterio de Laplace: <https://es.slideshare.net/kmilo1104/criterio-de-laplace>
6. Franco, J. (2020 marzo 30). *Teoría de juegos: Ejercicio resuelto del Equilibrio de Nash en estrategias mixtas* [Video]. YouTube: <https://youtu.be/Ehvw1YsR-A>
7. López M. (2020 mayo 20). *Ejercicios Teoría de juegos* [Video]. YouTube: https://youtu.be/vFbmF_jll7M