UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería

Escuela de Ciencias y Sistemas

Tarea Preparatoria # 1

Investigación de Operaciones 2

André Joaquin Ortega De Paz

201900597

20 de febrero del 2023

1. En un centro comercial de prestigio se cuenta con un área de restaurantes de comida rápida, la pizzería "Pizza Town" en particular cuenta únicamente con una persona para atender a los clientes, los fines de semana se ha evidenciado que la llegada de los clientes se comporta siguiendo un proceso de Poisson con una tasa de llega de 10personas por hora. Los clientes son atendidos en el orden conforme llegan. Debido a que las pizzas son muy bien vendidas a los clientes no les importa esperar, además se estima que el tiempo que se tarda en atender un cliente se distribuye exponencialmente con un tiempo medio de 4 minutos. La pizzería le ha solicitado a usted determinar lo siguiente:

a) ¿Cuál es la cantidad promedio de clientes en la pizzería?
b) ¿Cuál es el tiempo promedio que espera un cliente para ser atendido?
c) ¿Cuál es el tiempo promedio que pasa un cliente en la pizzería?
d) ¿Cuál es la probabilidad que la pizzería este vacía?

$$\lambda = 10 \; clientes \; por \; hora$$

$$\mu = 4 \; minutos \; por \; cliente = 15 \; clientes \; por \; hora$$

A) $L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{10}{15-10} = 2 \; clientes$

B) $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{10}{15(15-10)} = \frac{2}{15} = 0.133 \; horas$

C) $W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{15-10} = \frac{1}{5} = 0.2 \; horas$

D) $\rho_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{10}{15} = 0.333 = 33.3\%$

2. Los operarios de una maquila al terminar su trabajo deben llevar sus prendas terminadas al departamento de control de calidad antes que estas sean empacadas y finalice el proceso de producción. La cantidad de operarios que laboran para esta maquila es grande, se ha observado que las llegadas al departamento de control de calidad siguen una distribución de Poisson con una tasa de llegadas de 35 operarios por hora y el tiempo de inspección sigue una distribución exponencial de 50 operarios por hora. Calcular el numero promedio de operarios en la cola y en el sistema si hay:

a) Dos operarios

b) Tres operarios

$$\lambda = 35 \; operarios \; por \; hora$$

$$\mu = 50 \; operarios \; por \; hora$$

$$N_1 = 2 \; operarios \qquad ----- \qquad N_2 = 2 \; operarios$$

PARA N1

$$\rho_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{(N-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{2} \frac{2!}{(2-n)!}\left(\frac{35}{50}\right)^n} = \frac{50}{169} = 0.296 \; de \; que \; no \; haya \; cola$$

A) $L_q = N - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1-\rho_0) = 2 - \frac{35+50}{35}(1-0.296) = 0.290 \; operarios$

B) $L_s = L_q + (1-\rho_0) = 0.29 + (1-0.296) = 0.994 \; personas$

PARA N2

$$\rho_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{(N-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{3} \frac{3!}{(3-n)!}\left(\frac{35}{50}\right)^n} = \frac{50}{169} = 0.123 \; de \; que \; no \; haya \; cola$$

A) $L_q = N - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1-\rho_0) = 3 - \frac{35+50}{35}(1-0.123) = 0.870 \; operarios$

B) $L_s = L_q + (1-\rho_0) = 0.87 + (1-0.123) = 1.747 \; personas$

3. La tienda "El buen prestigio" cuenta con una línea de teléfono para prestar el servicio al cliente, dicha línea es atendida por un solo operador. Como regla general se pude tener como máximo a 4 clientes en la línea de espera mas el cliente que esta haciendo atendido, para un máximo de 5 clientes dentro del sistema. Las llamadas llegan según una distribución de Poisson cada 10 minutos, el tiempo promedio que se tarda en prestar el servicio es exponencial de 4 minutos. Se le pide determinar lo siguiente:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna persona en la línea?
b) ¿Cuál es el promedio de personas en la línea?
c) ¿Cuánto tiempo pasa en promedio una persona en la línea?
d) ¿Cuánto tiempo en promedio pasan los clientes en espera?
e) ¿Cuál es el promedio de personas en espera?

$$\lambda = 1\ llamada\ cada\ 10\ minutos = 0.1\ llamadas\ por\ minuto$$

$$\mu = 1\ llamada\ cada\ 4\ minutos = 0.25\ llamadas\ por\ minuto$$

$$N = 5$$

A) $\rho_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{(N-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{5} \frac{5!}{(5-n)!}\left(\frac{0.1}{0.25}\right)^n} = 0.0697\ de\ que\ no\ haya\ cola$

B) $L_q = N - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1-\rho_0) = 5 - \frac{0.1+0.25}{0.1}(1-0.0697) = 1.744\ personas$

C) $W_q = \frac{L_q}{(N-L_s)\lambda} = \frac{1.744}{(5-2.674)(0.1)} = 7.498\ minutos$

D) $W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 7.498 + \frac{1}{0.25} = 11.498\ minutos$

E) $L_s = L_q + (1-\rho_0) = 1.744 + (1-0.0697) = 2.674\ personas$

4. Para una línea de espera con tres canales se ha implementado una restricción con respecto a la cantidad de elementos que puede haber en el sistema, esto con el fin de brindar un mejor servicio, por ello se ha decidido que el número máximo sea de 8 elementos. Los elementos llegan según una distribución de Poisson de 24 elementos por hora, se estima que el tiempo promedio de servicio es de 10 elementos por hora.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya unidades en el sistema?
b) ¿Cuál es la cantidad de elementos promedio en la cola?
c) ¿Cuál es la cantidad de elementos promedio en el sistema?
d) ¿Cuál es el tiempo promedio que un elemento está en el sistema?
e) ¿Cuál es el tiempo promedio que espera un elemento por servicio?

$$\lambda = 24 \; elementos \; por \; hora$$

$$\mu = 10 \; elementos \; por \; hora$$

$$M = 3$$

$$k = 8$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{24}{10} = 2.4$$

A) $\rho_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{k+1}} = \frac{1-2.4}{1-2.4^{8+1}} = 0.00053 = 0.053\% \; de \; estar \; vacio$

B) $L_q = L_s - \frac{(1-\rho^k)\rho}{1-\rho^{k+1}} = 7.289 - \frac{(1-2.4^8)*2.4}{1-2.4^{8+1}} = 6.290 \; elementos$

C) $L_s = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(k+1)\rho^{k+1}}{1-\rho^{k+1}} = 7.289 \; elementos$

D) $W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = 0.592 \; horas$

E) $W_s = \frac{L_q}{\lambda_{ef}} = \frac{L_q}{\lambda[1-\frac{(1-\rho)\rho^k}{1-\rho^{k+1}}]} = \frac{6.290}{24*[1-\frac{(1-2.4)2.4^8}{1-2.4^{8+1}}]} = 0.692 \; horas$

5. En una purificadora de ciudad vieja se cuenta únicamente con una persona para atender a los clientes, se ha observado que los clientes visitan la purificadora a una tasa de 15clientes/hora la cual sigue una distribución de Poisson. La persona encargada menciona que atiende 18clientes/hora el cual es un tiempo de servicio constante. Se le pide calcular lo siguiente:

a) El número de clientes esperados en la cola
b) El tiempo de espera en la cola
c) El tiempo de espera en el sistema
d) El numero esperado de clientes en el sistema

$$\lambda = 15 \; clientes \; por \; hora$$

$$\mu = 18 \; clientes \; por \; hora$$

A) $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{15^2}{18(18-15)} = 4.167 \; personas$

B) $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{15}{18(18-15)} = \frac{5}{18} = 0.277 \; horas$

C) $W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{18-15} = \frac{1}{3} = 0.333 \; horas$

D) $L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{15}{18-15} = 5 \; personas$

6. A una cafetería llegan en promedio 0.13 órdenes por minuto, la cafetería menciona que tiene una tasa promedio de servicio de 0.2 órdenes por minuto, con un error típico de σ = 2 minutos. Obtenga las medidas de eficiencia según un modelo M/G/1

$$\lambda = 0.13 \; ordenes \; por \; minuto$$

$$\mu = 0.2 \; ordenes \; por \; minuto$$

$$\sigma = 2 \; minutos$$

$$\sigma^2 = 4$$

$$k = \frac{1}{\mu^2\sigma^2} = \frac{1}{0.2^2 * 4} = 6.25$$

A) $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.13}{0.2} = 0.65$

B) $L_q = \frac{\rho^2(1+k)}{2k(1-\rho)} = \frac{0.65^2(1+6.25)}{2(6.25)(1-0.65)} = 0.7$

C) $L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = 0.7 + \frac{0.13}{0.2} = 1.35$

D) $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.7}{0.13} = 5.385$

E) $W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1.35}{0.13} = 10.385$

7. A una farmacia los clientes se presentan con una tasa media de llegada de 24 por hora, en dicho lugar el encargado tiene disponibilidad de atender 35 clientes por hora. Determinar:

a. La probabilidad que no haya clientes en la farmacia.

b. La cantidad promedio de clientes que esperan en la cola.

c. El tiempo de espera promedio en minutos antes de que comience el servicio.

d. Tiempo promedio que un paciente pasa en el sistema.

e. Probabilidad que un cliente que llega tenga que esperar.

$$\lambda = 24 \ clientes \ por \ hora$$

$$\mu = 35 \ clientes \ por \ hora$$

A) $\rho_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{24}{35} = 0.314 = 31.4\%$

B) $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{24^2}{35(35-24)} = 1.496 \ personas$

C) $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{24}{35(35-24)} = 0.0623 \ horas$

D) $W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{35-24} = 0.0909 \ horas$

E) $P_w = 1 - \rho_0 = 1 - 0.314 = 0.686 = 68.6\%$

8. Dream Donuts es una pequeña cafetería donde ofrecen postres de sabores particulares, entre semana los clientes llegan al lugar a una tasa promedio de 1.25 clientes por minuto. El dependiente del mostrador puede atender un promedio de 2 clientes por minuto.

Determinar:

a. La probabilidad de que no haya clientes en el sistema.

b. Numero promedio de clientes que esperan por el servicio.

c. Tiempo promedio que espera un cliente para que comience el servicio.

d. Probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por el servicio.

e. Tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema

$$\lambda = 1.25 \; clientes \; por \; minuto$$

$$\mu = 2 \; clientes \; por \; minuto$$

A) $\rho_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{1.25}{2} = 0.375 = 37.5\%$

B) $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{1.25^2}{2(2-1.25)} = 1.042 \; personas$

C) $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{1.25}{2(2-1.25)} = 0.833 \; horas$

D) $P_w = 1 - \rho_0 = 1 - 0.375 = 0.625 = 62.5\%$

E) $W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{2-1.25} = 1.333 \; horas$

9. Sabiendo que en una estación con un solo servidor llegan en promedio 45 clientes por hora y se tiene capacidad para atender en promedio a 60 clientes por hora, y sabiendo que los clientes tienen a esperar 3 minutos en promedio en cola para que los atiendan.

Se solicita:

a. Tiempo promedio que un cliente pasa en el sistema

b. Número promedio de clientes en la cola

c. Número promedio de clientes en el sistema en un momento dado.

$$\lambda = 45 \ clientes \ por \ hora$$

$$\mu = 60 \ clientes \ por \ hora$$

$$W_q = 3 \ minutos \ en \ la \ cola = 0.05 \ horas \ de \ cola$$

A) $W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{60-45} = \frac{1}{5} = 0.0667 \ horas$

B) $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{45^2}{60(60-45)} = 2.25 \ personas$

C) $L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{45}{60-45} = 3 \ clientes$