



FORMA CANÓNICA



Las características de esta forma son:

- 1. Todas las variables de decisión son positivas.
- 2. Todas las restricciones son del tipo "≤"
- 3.La función objetivo es de "Maximizar"

Todo problema de programación lineal puede llevarse a la forma canónica utilizando algunas de las siguientes transformaciones elementales:



Una desigualdad del tipo "≥" puede cambiarse a una desigualdad del tipo "≤" multiplicando ambos lados de la desigualdad por (-1):



 $a_1x_1 + a_2x_2 \ge b$ es equivalente $a: -a_1x_1 - a_2x_2 \le -b$





 $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ es equivalente a:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \le b$$

$$-a_1 x_1 - a_2 x_2 \le -b$$

 $|a_1x_1 + a_2x_2| \le b$ es equivalente a:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \le b$$

$$-a_1 x_1 - a_2 x_2 \le b$$

- Ejemplo-

Escribir en forma canónica el siguiente modelo de programación lineal:

Minimizar:
$$X_0 = 3X_1 - 6X_2 + 7X_3$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 + X_3 \le 40$$

$$X_1 + 9X_2 - 7X_3 \ge 50$$

$$5X_1 + 3X_2 = 20$$

$$|5X_2 + 8X_3| \le 100$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

Solución





Minimizar: $X_0 = 3X_1 - 6X_2 + 7X_3$

 $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

 $Maximizar: G_o = -3X_1 + 6X_2 - 7X_3$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 + X_3 \le 40$$

 $X_1 + 9X_2 - 7X_3 \ge 50$
 $5X_1 + 3X_2 = 20$
 $|5X_2 + 8X_3| \le 100$

 $X_{1} + X_{2} + X_{3} \le 40$ $-X_{1} - 9X_{2} + 7X_{3} \le -50$ $5X_{1} + 3X_{2} \le 20$ $-5X_{1} - 3X_{2} \le -20$ $5X_{2} + 8X_{3} \le 100$ $-5X_{2} - 8X_{3} \le 100$ $X_{1}, X_{2}, X_{3} \ge 0$

FORMA ESTÁNDAR

公

Las características de esta forma son:

- 1. Todas las variables de decisión son positivas.
- 2. Todas las restricciones son del tipo " = " (igualdades).
- 3. Los elementos del lado derecho de cada ecuación son no negativos.
- Normalizar las restricciones-

Tipo de desigualdad	Tipo de variable que aparece
≥	- exceso +artificial
=	+artificial
<u> </u>	+holgura





Ejemplo

The second secon	
Tipo de desigualdad	Tipo de variable que aparece
≥	- exceso +artificial
=	+artificial
<u>≤</u>	+holgura





$Maximizar: X_o = 5X_1 - 6X_2$

Sujeto a:

$$X_1 - X_2 \ge -3$$

$$2X_1 - 9X_2 \le 8$$

$$3X_1 + X_2 \ge 5$$

$$X_1 - X_2 = 4$$

$$X_1, X_2 \ge 0$$

Restricciones positivas

$$-X_1 + X_2 \le 3$$

$$2X_1 - 9X_2 \le 8$$

$$3X_1 + X_2 \ge 5$$

$$X_1 - X_2 = 4$$

$$X_1, X_2 \ge 0$$

$$Maximizar: X_o = 5X_1 - 6X_2$$

$$-X_1 + X_2 + S_1 = 3$$

$$2X_1 - 9X_2 + S_2 = 8$$

$$3X_1 + X_2 - S_3 + R_3 = 5$$

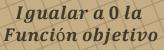
$$X_1 - X_2 + R_4 = 4$$

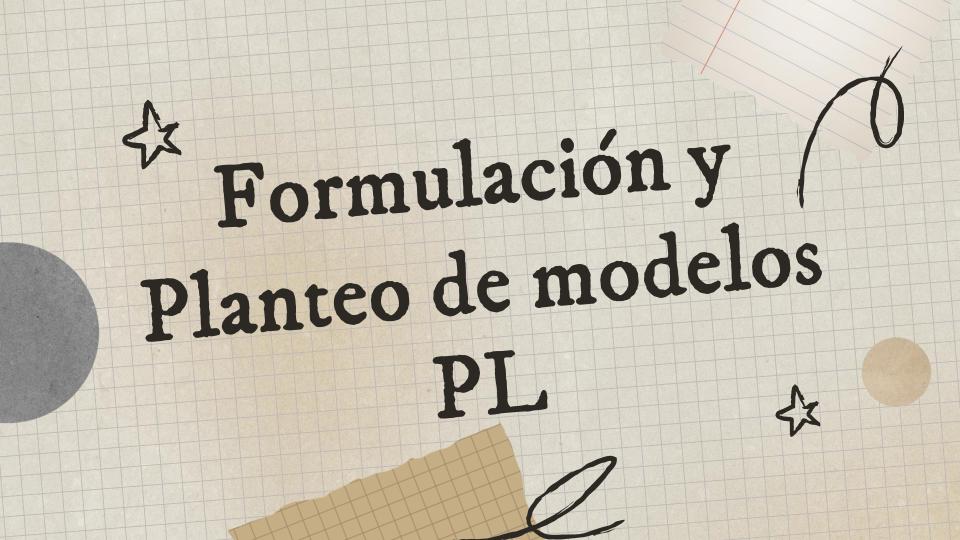
$$X_1, X_2 \ge 0$$

$$X_o = 5X_1 - 6X_2 = 0$$

$$X_0 = 5X_1 - 6X_2 + 0S_1 + 0S_2 + R_3 + R_4 = 0$$

$$X_0 - 5X_1 + 6X_2 - 0S_1 - 0S_2 - R_3 - R_4 = 0$$





EJEMPLO#I





Una empresa dedicada a la venta y diseño de diferentes tipos de piso reciclable, en especial se venden dos modelos, piso imitación madera y el piso imitación azulejo. Para su fabricación se necesita pasar por dos procesos, inyección de 20 minutos para el piso de imitación madera y de 30 minutos para el de imitación azulejo; y pasar por compresión de 20 minutos para el de imitación madera y de 10 minutos para imitación azulejo.



Se dispone de 100 horas al mes para utilizar la máquina de inyección y para la máquina de compresión 80 horas al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad de piso es de Q15.00 y Q10.00 para imitación madera y azulejo, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio dentro de la empresa.



Solución

Trabajar en las mismas dimensionales

Convertir los minutos en horas.

$$20 \ minutos = \frac{1}{3} hora$$

$$30 \ minutos = \frac{1}{2} hora$$

$$10 \ minutos = \frac{1}{6} hora$$



Tablero Resumen

	Imitación madera		Limitantes
Inyección $\frac{1}{3}$ hora		$\frac{1}{2}$ hora	100 horas
Compresión	$\frac{1}{3}$ hora	$\frac{1}{6}$ hora	80 horas



	lmitación madera	lmitación azulejo	Limitantes
Inyección	$\frac{1}{3}$ hora	$\frac{1}{2}$ hora	100 horas
Compresión	$\frac{1}{3}$ hora	$\frac{1}{6}$ hora	80 horas

ldentificar y definir variables de decisión

 $X_i = Cantidad de pisos de í - esimo tipo a fabricar$

 $X_1 = Cantidad de piso tipo imitación madera$

 $X_2 = Cantidad de piso tipo imitación azulejo$

03) Función objetivo

¿Cuántas unidades de cada tipo de piso se debe de fabricar para obtener el máximo beneficio?



Maximizar $X_0 = Q15.00X_1 + Q10.00 X_2$



Limitaciones o Restricciones

$$R_1: \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2 \le 100$$

$$R_2: \ \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 \le 80$$

$$X_1 \ge 0$$

$$X_2 \ge 0$$

			The same of the sa	
	Imitación madera	lmitación azulejo	Limitantes	
Inyección	$\frac{1}{3}$ hora	$\frac{1}{2}$ hora	100 horas	
Compresión	$\frac{1}{3}$ hora	$\frac{1}{6}$ hora	80 horas	



Planteamiento del problema de PL

 $Maximizar X_o = Q15.00X_1 + Q10.00 X_2$

$$R_1: \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2 \le 100$$

$$R_2$$
: $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 \le 80$

$$X_1 \ge 0$$
 $X_2 \ge 0$



EJEMPLO#2



Una empresa vende tres tipos de productos (1, 2 y 3). El producto 1 está formado por los componentes A y B. El producto 2 consta de 2 unidades de A, 1 unidad de B y 2 unidades de C. Por último, el producto 3 está integrado por 2 unidades de A, 1 unidad de B y 1 unidad de C. Se dispone de 95.000 unidades del componente A, 80.000 del B y 60.000 del C. El coste de cada componente A es de Q20.00, el coste de cada componente B es de Q30.00 y el coste de cada componente C es de Q10.00. El precio de venta de los productos 1, 2 y 3, es respectivamente de Q60.00, Q120.00 y Q100.00. Formular el modelo de programación lineal que maximice el beneficio.

Solución

OI) Tablero Resumen

	Componente A	Componente B	Componente C	Precio de venta
Producto 1	1	1	-	Q60.00
Producto 2	2	1	2	Q120.00
Producto 3	2	1	1	Q100.00
Disponibilidad (unidades)	95,000	80,000	60,000	
Costo por componente	Q20.00	Q30.00	Q10.00	



 $X_i = Cantidad de producto de í - esimo tipo$

 $X_1 = Cantidad de producto 1$

 $X_2 = Cantidad de producto 2$

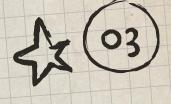
 $X_3 = Cantidad de producto 3$

Beneficio= Ingreso Total-Costo Total

Beneficio Producto 1: $60X_1 - 20X_1 - 30X_1 = 10X_1$

Beneficio Producto 2: $120X_2 - 40X_2 - 30X_2 - 20X_2 = 30X_2$

Beneficio Producto 3: $100X_3 - 40X_3 - 30X_3 - 10X_3 = 20X_3$



Función objetivo

 $Maximizar X_o = Q10.00X_1 + Q30.00 X_2 + Q20.00X_3$



Limitaciones	o Restricciones

 $R_1: \ 1X_1 + 2X_2 + 2X_3 \le 95,000$

 $R_2: \ 1X_1 + 1X_2 + 1X_3 \le 80,000$

 R_3 : $2X_2 + 1X_3 \le 60,000$

 $X_1 \ge 0 \qquad X_2 \ge 0 \qquad X_3 \ge 0$

	Componen te A	Componen te B	Componen te C	Precio de venta
Producto 1	1	1	-	Q60.00
Producto 2	2	1	2	Q120.00
Producto 3	2	1	1	Q100.00
Disponibilid ad (unidades)	95,000	80,000	60,000	
Costo por component e	Q20.00	Q30.00	Q10.00	



Planteamiento del problema de PL

 $Maximizar X_o = Q10.00X_1 + Q30.00 X_2 + Q20.00X_3$

 R_1 : $1X_1 + 2X_2 + 2X_3 \le 95,000$

 R_2 : $1X_1 + 1X_2 + 1X_3 \le 80,000$

 $R_3: 2X_2 + 1X_3 \le 60,000$

 $X_1 \ge 0 \qquad X_2 \ge 0 \qquad X_3 \ge 0$

