Universidad De San Carlos De Guatemala
Facultad De Ingeniería
Escuela De Ingeniería Mecánica Industrial
Investigación De Operaciones 1
Segundo Semestre 2022
Ing. Nora García
Aux. Daniel Mazariegos

Suma Distinta A Cero Y Suma Cero

No.	Nombre completo	Carné	Porcentaje (100%)
1	María Jose Castro Gómez	202012213	100
2	Anthony Alexander Aquino Santiago	202001923	100

Índice

Introducción

En 1921 el matemático francés, Emile Borel, hizo públicos varios artículos sobre la théorie du jeu (“Game theory and left symetric core integral equations”) Borel usó el póquer como ejemplo, y analizó el problema del faroleo. Borel reparó en las posibles aplicaciones económicas y militares de la teoría de juegos Planteó las cuestiones esenciales de la teoría de juegos: ¿para qué juegos existe la mejor estrategia, y de qué manera puede uno buscar esa estrategia? Borel con esto estableció las bases de la teoría de juegos.

Muchos más científicos han contribuido a la teoría de juegos, hasta nutrirla con todas las técnicas y teorías utilizadas hasta hoy.

Para entender de qué se trata la teoría de juegos es necesario definir formalmente el término juego y los elementos básicos que lo conforman. Un juego es cualquier situación de decisión que se caracteriza por una interdependencia estratégica, gobernada por reglas y con un resultado definido.
En un juego los jugadores emplean estrategias para jugar. Una estrategia es simplemente una forma determinada de jugar, independientemente de lo que hagan los otros jugadores.

Una estrategia dominante es la estrategia que proporciona el mayor puntaje. Si para un jugador hay una estrategia dominante no importa lo que haga el adversario o adversarios: lo mejor para ese jugador es jugar la estrategia dominante en todo el juego.

La teoría de juegos considera que los jugadores son racionales y que su objetivo es ganar. Se supone y asume que los jugadores tienen un conocimiento total y una comprensión absoluta de las reglas que rigen al juego, además de una memoria que les permite recordar todas las jugadas anteriores.

En teoría de juegos la racionalidad significa que cada jugador hace lo mejor que puede según la información con la que cuenta al momento de tomar la decisión. Ser racional significa no cometer el mismo error en forma consistente.

La teoría de juegos es aplicable en diversos campos. Por ejemplo, la biología (evolución de las especies), la política (competencia por un cargo público, guerras) y la economía (competencia de empresas en el mercado), por mencionar algunos.
En este trabajo se abordan problemas relacionados a la competencia de empresas en el mercado, los cuales son modelables como juegos.

Justificación

La teoría de juegos es aplicable a distintos campos y situaciones, las cuales pueden presentarse de diversas formas (competencia en el mercado de empresas, inversiones, etc.) en la vida profesional de un ingeniero de cualquier especialidad, por lo que es fundamental saber resolver problemas utilizando las estrategias de la teoría de juegos, para lo cual, resolver ejemplos ahora contribuye a, por ejemplo, generar datos a través de análisis para generar un enunciado, aprender a llevar a cabo los algoritmos para la resolución de problemas usando la teoría de juegos, aprender a utilizar el software adecuado para facilitar los procesos y generar conclusiones utilizando las soluciones encontradas para tomar las mejores decisiones que beneficien a la empresa o institución para la cual trabaja el profesional en ingeniería.

Una buena base en este tema derivará en la formación de conocimientos sólidos para enfrentar problemas e identificar las situaciones en las cuales es adecuada la utilización de la teoría de juegos.

Objetivos

- Presentar el procedimiento para suma cero y suma diferente a cero
    - Conceptuar el significado de suma cero y suma diferente a cero en teoría de juegos.
    - Analizar los distintos procedimientos para cada problema dependiendo de su naturaleza.
    - Explicar los procedimientos para situaciones de suma cero y suma diferente a cero.

Marco Teórico

Teoría de juegos: Suma Cero

En un conflicto los jugadores tienen una cantidad de estrategias. Asociada con cada estrategia existe la retribución que un jugador recibe del otro. Esto es un juego de suma cero, porque la perdida de un jugador es la ganancia del oponente. Esto significa que podemos representar el juego en función de la retribución que recibe un jugador. Designando los dos jugadores A y B con m y n estrategias, respectivamente, el juego se presenta usualmente en función de la matriz de retribuciones que recibe el jugador A:

$$
\begin{array}{c|cccc|}
 & B_1 & B_2 & \cdots & B_n \\
\hline
A_1 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\
A_2 & a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
A_m & a_{m1} & a_{m1} & \cdots & a_{mn} \\
\hline
\end{array}
$$

La representación indica que si A utiliza la estrategia *i* y B utiliza la estrategia *j*, la retribución para A es a_{ij}, y la retribución para B es $2a_{ij}$.

Solución óptima de juegos de suma cero entre dos personas

Debido a que los juegos de suma cero o constante implican un conflicto de intereses, la base para la selección de estrategias óptimas garantiza que ninguno de los jugadores intenta buscar una estrategia diferente porque el resultado será una retribución peor. Estas soluciones pueden ser en la forma de una sola estrategia o varias estrategias combinadas al azar. La estrategia optima se encuentra aplicando el criterio de Maximin /Minimax.

Solución con estrategias combinadas

Los juegos con estrategias combinadas pueden resolverse por medio de métodos gráficos o programación lineal. La solución gráfica es adecuada para juegos con exactamente dos estrategias puras de uno o ambos jugadores. Por otra parte, la PL (programación lineal) puede resolver cualquier juego de suma cero entre dos personas. El método gráfico es interesante porque explica la idea de un punto de silla visualmente.

Teoría de juegos: Suma distinta de cero

Se da cuando en un juego (entiéndase por juego a una situación en la que dos o más partes pueden obtener ganancias o perdidas) la suma de las ganancias de todas las partes es distinta de cero. El término ganancias en este contexto, se refiere a los puntajes obtenidos por las partes involucradas al realizar determinadas estrategias, los cuales pueden ser positivos o negativos.

Términos utilizados en problemas de suma diferente de cero

Estrategia dominante: Estrategia que siempre proporcionará el máximo beneficio a una de las partes en un juego. Es posible que un jugador no posea estrategias dominantes.

Equilibrio de Nash: Equilibrio estable en el que una parte hace lo mejor para si, teniendo en cuenta lo que haga la otra parte o las otras partes.

Matriz de pagos: También llamada matriz de puntajes, la cual muestra las distintas estrategias de cada una de las partes en un juego, ordenando los puntajes según las estrategias de cada jugador.

Marco Practico

Suma cero con solución optima

1. Se debe hallar el numero mas pequeño de cada fila.

		Compañía 2			
	Estrategias	**B1**	**B2**	**B3**	Minimo
Com	**A1**	-3	3	2	-3

	A2	0	4	1	0
	A3	-1	-2	-3	-3
	Maximo				

2. Se debe hallar el numero más grande de cada columna.

		Compañía 2			
	Estrategias	**B1**	**B2**	**B3**	Minimo
Compañía 1	**A1**	-3	3	2	-3
	A2	0	4	1	0
	A3	-1	-2	-3	-3
	Maximo	0	4	2	

3. De la columna de los mínimos se escoge el número más grande.

		Compañía 2			
	Estrategias	**B1**	**B2**	**B3**	Minimo
Compañía 1	**A1**	-3	3	2	-3
	A2	0	4	1	0
	A3	-1	-2	-3	-3
	Maximo	0	4	2	

4. De la columna de los máximos se escoge el numero más pequeño.

		Compañía 2			
	Estrategias	**B1**	**B2**	**B3**	Minimo
Compañía 1	**A1**	-3	3	2	-3
	A2	0	4	1	0
	A3	-1	-2	-3	-3
	Maximo	0	4	2	

5. Se evalúa si el maximin y minimax provienen de la misma celda, si es asi esto significa que hay punto de equilibrio.

		Compañía 2			
	Estrategias	**B1**	**B2**	**B3**	Minimo
Compañía 1	**A1**	-3	3	2	-3
	A2	0	4	1	0
	A3	-1	-2	-3	-3
	Maximo	0	4	2	

Suma cero con solución de estrategias combinadas

Dos compañías, A y B, venden dos marcas de un medicamento para la gripe. La compañía A se anuncia en radio (A1) y televisión (A2). La compañía B, además de utilizar la radio (B1) y la televisión (B2) también publica en los periódicos (B3) y envía folletos por correo (B4).

Dependiendo de la efectividad de cada campaña publicitaria, una compañía puede capturar una parte del mercado de la otra. La siguiente matriz resume el porcentaje del mercado capturado o perdido por la compañía A.

		Compañía 2			
	Estrategias	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**
Compañía 1	**A1**	2	2	3	-1

	A2	4	3	2	6

1. Evaluar bajo el criterio minimax/maximin

		Compañía 2					
	Estrategias	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**Minimo**	
Compañía 1	**A1**	2	2	3	-1	-1	
	A2	4	3	2	6	2	***maximin***
	Maximo	4	3	3	6		
			minimax				

2. Si no tuviera un punto de equilibrio, entonces debemos añadir las casillas que se muestran a continuación

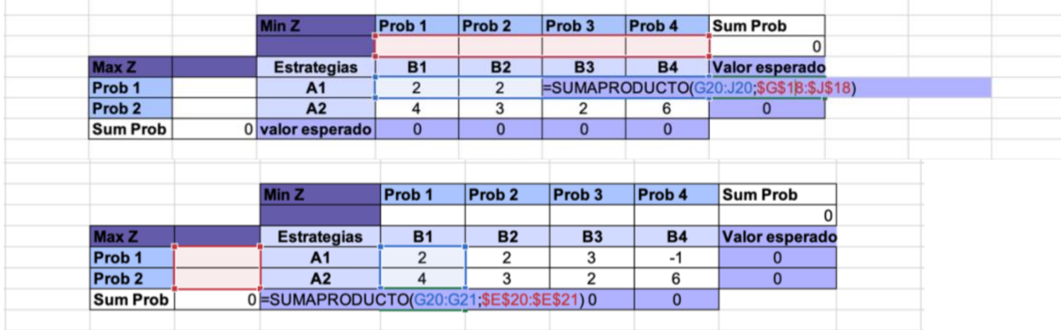
		Min Z	**Prob 1**	**Prob 2**	**Prob 3**	**Prob 4**	**Sum Prob**
							0
Max Z		**Estrategias**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**Valor esperado**
Prob 1		**A1**	2	2	3	-1	0
Prob 2		**A2**	4	3	2	6	0
Sum Prob	0	**valor esperado**	0	0	0	0	

3. En la casilla de suma de probabilidades se deben sumar las probabilidades con cada estrategia de cada jugador

		Min Z	**Prob 1**	**Prob 2**	**Prob 3**	**Prob 4**	**Sum Prob**
							0
Max Z		**Estrategias**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**Valor esperado**
Prob 1		**A1**	2	2	3	-1	0
Prob 2		**A2**	4	3	2	6	0
Sum Prob	=SUMA(E20:E21		0	0	0	0	
	SUMA(**número1**; [número2]; ...)						

		Min Z	**Prob 1**	**Prob 2**	**Prob 3**	**Prob 4**	**Sum Prob**
							=SUMA(G18:J18
Max Z		**Estrategias**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**V** SUMA(**número1**; [número2]; ...)
Prob 1		**A1**	2	2	3	-1	0
Prob 2		**A2**	4	3	2	6	0
Sum Prob	0	**valor esperado**	0	0	0	0	

4. En cada casilla de valor esperado se utilizará la función =PRODUCTOPUNTO, esta función multiplicara las matrices que han sido creadas en la tabla. Así que las estrategias de cada jugador se multiplicaran por sus probabilidades.



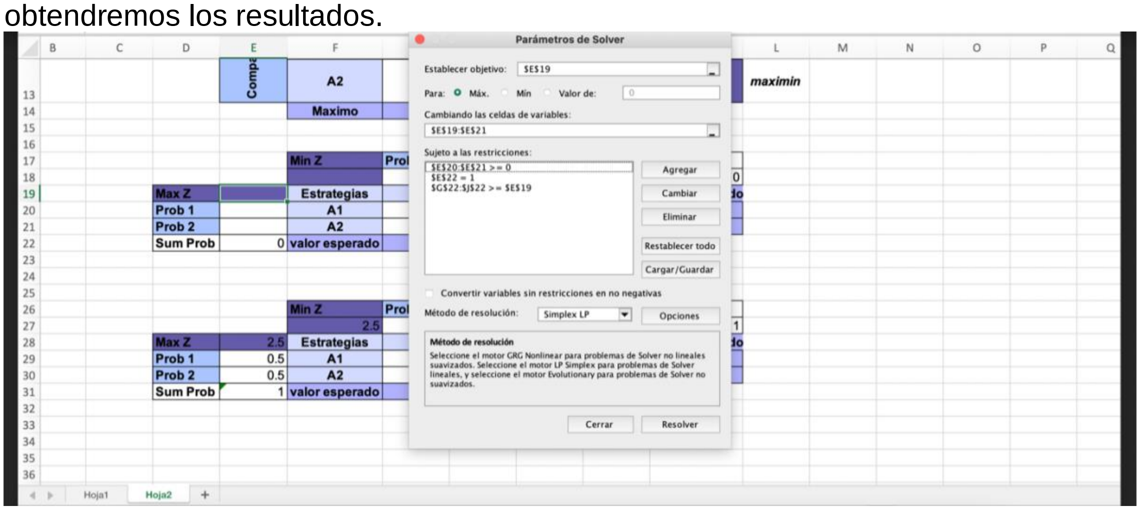
		Min Z	Prob 1	Prob 2	Prob 3	Prob 4	Sum Prob
							0
Max Z		Estrategias	B1	B2	B3	B4	Valor esperado
Prob 1		A1	2	2	=SUMAPRODUCTO(G20:J20;$G$18:$J$18)		
Prob 2		A2	4	3	2	6	0
Sum Prob	0	valor esperado	0	0	0	0	

		Min Z	Prob 1	Prob 2	Prob 3	Prob 4	Sum Prob
							0
Max Z		Estrategias	B1	B2	B3	B4	Valor esperado
Prob 1		A1	2	2	3	-1	0
Prob 2		A2	4	3	2	6	0
Sum Prob	0	=SUMAPRODUCTO(G20:G21;$E$20:$E$21)			0	0	

5. Al tener este tablero, con la ayuda de solver se resolverá este problema por medio de programación lineal.
6. Con solver colocaremos los siguientes datos para resolverlo para la compañía 1:
   a. Objetivo de celda: Seleccionar la casilla de la función objetivo que se desea maximizar.
   b. Al cambiar las celas: Seleccionar las celdas desde el objetivo hasta la ultima probabilidad
   c. Restricciones:
      - Las celdas de probabilidades >=0
      - La sumatoria de las probabilidades = 1
      - Celdas de valores esperados >= celda de la función objetivo

   Hay que recordar que se debe utilizar el modelo lineal para resolver estos problemas

   Al terminar de colocar esta información en solver, damos click en resolver y obtendremos los resultados.

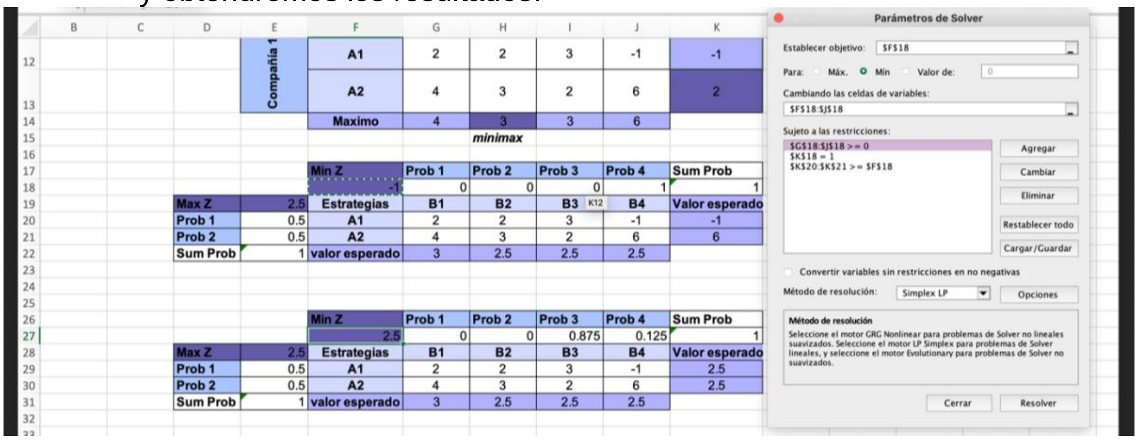


7. Con solver colocaremos los siguientes datos para resolverlo para la compañía 2:
   a. Objetivo de celda: Seleccionar la casilla de la función objetivo que se desea minimizar.
   b. Al cambiar las celdas: Seleccionar las celdas desde el objetivo hasta la última probabilidad
   c. Restricciones:
      - Las celdas de probabilidades >=0
      - La sumatoria de las probabilidades = 1

- Celdas de valores esperados <= celda de la función objetivo

Hay que recordar que se debe utilizar el modelo lineal para resolver estos problemas

d. Al terminar de colocar esta información en solver, damos click en resolver y obtendremos los resultados.



8. Obtendremos un tablero con las respuestas

		Min Z	**Prob 1**	**Prob 2**	**Prob 3**	**Prob 4**	**Sum Prob**
		2.5	0	0	0.875	0.125	1
Max Z	2.5	**Estrategias**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**Valor esperado**
Prob 1	0.5	**A1**	2	2	3	-1	2.5
Prob 2	0.5	**A2**	4	3	2	6	2.5
Sum Prob	1	**valor esperado**	3	2.5	2.5	2.5	

En base a los resultados podemos observar que la compañía 1 tendra que combinar entre ambas estrategias con probabilidades iguales y la compañía 2 deberia combinar la estrategia tres y cuatro con probabilidad de 87.5% y 12.5% respectivamente.

Ejemplo 1 suma diferente de cero

Suponga que una empresa compite con otras empresas para conseguir clientes. Usted y su rival saben que sus productos estarán obsoletos al final de cada año y deben determinar simultáneamente si van a contratar publicidad o no. Pero, en su industria, la publicidad no eleva la demanda total de la industria, sino que induce a los consumidores a cambiar entre los productos de las distintas empresas.
Así pues, si tanto Ud. como su rival contratan publicidad, las dos campañas publicitarias se compensarán entre sí, y cada una de las empresas obtendrá 4 millones de beneficios. Si ninguna empresa contrata publicidad, cada una obtendrá 10 millones de beneficios. Sin embargo, si una contrata publicidad y otra no, la que contrata obtendrá 20 millones de beneficios y la que no, obtendrá 1 millón de beneficios. ¿Su elección para maximizar los beneficios consiste en contratar publicidad o no? Explique con la ayuda de la matriz de puntajes.

Solución:

1. Plantear la matriz de puntajes:

		Jugador 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Jugador 1	Hacer publicidad	(4,4)	(20,1)
	No hacer publicidad	(1,20)	(10,10)

2. Buscar estrategias dominantes:

		Jugador 2		
		Hacer publicidad	No hacer publicidad	
Jugador 1	Hacer publicidad	(4,4)	(20,1)	**Estrategia dominante J1**
	No hacer publicidad	(1,20)	(10,10)	

		Jugador 2	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Jugador 1	Hacer publicidad	**(4,4)**	(20,1)
	No hacer publicidad	(1,20)	(10,10)

		Estrategia dominante J2		

¿Su elección para maximizar los beneficios consiste en contratar publicidad o no?
R. Sí, para maximizar los beneficios se debe hacer publicidad, ya que, según la tabla de puntajes, para el jugador 1 la estrategia dominante es hacer publicidad.

Nota: El equilibrio de Nash muestra que la mejor opción que pueden tomar ambas empresas es la de hacer publicidad, ya que las dos obtendrán beneficios de 4 millones.

Ejemplo 2 suma diferente de cero

A y B son dos empresas rivales que deben decidir cuáles son sus presupuestos destinados a la publicidad. Si ambas deciden fijar un presupuesto pequeño, las ganancias de A serán de 400 dólares, mientras que las de B ascenderán a 500. En caso de fijar un presupuesto mayor, las ganancias de A serán de 200 dólares y las de B, 300 dólares. Si A fija un presupuesto pequeño y B fija un presupuesto mayor, A tendrá unas ganancias de 0 dólares y B obtendrá 700 dólares. En caso contrario, A recibirá 300 dólares, pero B recibirá dólares. ¿Existirá un equilibrio de Nash?

Solución:

1. Plantear la matriz de puntajes:

PP: Presupuesto pequeño.

PM: Presupuesto mayor.

		Empresa B	
		PP	PM
Empresa A	PP	(400;500)	(0;700)
	PM	(300;0)	(200;300)

2. Buscar estrategias dominantes y el equilibrio de Nash:

		Empresa B	
		PP	PM
Empresa A	PP	(**400**;500)	(0;**700**)
	PM	(300;0)	(**200**;**300**)

¿Existirá un equilibrio de Nash?

R. Sí existe. Para que las dos empresas obtengan los máximos beneficios (200 dólares empresa A, 300 dólares empresa B), ambas deben fijar un presupuesto mayor para publicidad.

Bibliografia

- Taha, H. T. (2011, 1 enero). Investigacion De Operaciones (9.a ed., Vol. 1) [Online]. Pearson Educación.

- Francisco David de la Peña Esteban. (2014, 7 marzo). Teoría de juegos de suma cero con estrategias mixtas con hojas de cálculo. Caso práctico. [Vídeo]. YouTube. Recuperado 16 de octubre de 2022, de https://www.youtube.com/watch?v=cfHHaKjBbss

- sigoaprendiendo. (2013, 28 abril). Juegos de suma cero y de suma distinta a cero [Vídeo]. YouTube. Recuperado 16 de octubre de 2022, de https://www.youtube.com/watch?v=v_M6dljJLTs