

课后习题 1.2.3

5.5.1 考虑离散时间系统.

$$x_k = x_{k-1} + v_k + \bar{v}_k$$

$$d_k = x_k$$

其中 \bar{v}_k 是未知的输入偏差. 请写出增广状态系统并确定该系统是否能观.

对于能观性的证明, 需要

$$Q' > 0, R > 0, \text{rank } O' = N + U$$

由定义得证

$$O' = \begin{bmatrix} C' \\ C'A' \\ C'A'^2 \\ \vdots \\ C'A'^{N+U-1} \end{bmatrix}$$

N 矩阵 A 的维数, 即 A 为 $N \times N$ 矩阵
 U 为 $\dim(\bar{v}_k)$ 的秩

以教材例 5.1 为例.

将系统想象为空间中作一维直线运动的推车, 则 $A=1, B=1$, 假设 $\bar{v}_k = \bar{v}_{k-1} + s_k, s_k \sim N(0, W)$

$$\text{令 } x'_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix}, \text{ 增广运动模型为 } x'_k = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{A'} x'_{k-1} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{B'} v_k + \underbrace{\begin{bmatrix} w_k \\ s_k \end{bmatrix}}_{w'_k}$$

$$w'_k \sim N(0, Q'), Q' = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix}$$

$$\text{观测模型为: } y_k = \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}}_{C'} x'_k + n_k$$

$$N+U-1 = 2+1-1=2$$

$$\text{所以 } A' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C' = [1, 0]$$

$$O' = \begin{bmatrix} C' \\ C'A' \\ C'A'^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ CA & CB \\ CA^2 & CAB+CB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \text{rank}(O') = 3 = N+U$$

可观测!

$$[1 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[1 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [1 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [1 \ 2]$$

5.5.2 考虑离散时间系统

$$x_k = x_{k-1} + v_k$$

$$v_k = v_{k-1} + a_k$$

$$d_{1,k} = x_k$$

$$d_{2,k} = x_k + \bar{d}_k$$

$$\begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ v_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ a_k \end{bmatrix}$$

$$x_k = A x_{k-1} + B u_k + \underbrace{w_k}_0$$

$$\begin{bmatrix} d_{1,k} \\ d_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{d}_k$$

\bar{d}_k 称为输入偏差, 存在于其中一个测量方程, 写出增广状态系统并确定系统是否能观。

输入偏差存在于测量方程 ??? 不是很理解?

和测量偏差区别?

感觉写得不对?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ???$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5.5.3 内点概率为 $w=0.1$, 如果想选 $n=3$ 内点集概率 $P=0.999$, 需要多少次 RANSAC 迭代?

$$k = \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-w^n)} = \frac{\ln 0.001}{\ln 0.999} \approx 6904.3 \text{ 次} \xrightarrow{\text{向上取整}} 6905 \text{ 次}$$