

ลองพิจารณาโจทย์ดังต่อไปนี้

คุณได้รับต้นไม้ที่มี  $N$  โหนดมา ( $1 \leq N \leq 10^5$ )

เราจะมีคำสั่งทั้งหมด  $Q$  คำสั่ง ( $1 \leq Q \leq 10^5$ ) คำสั่งจะมีอยู่สองประเภทคือ

1.  $\text{add}(v, x)$  ให้บวกค่าให้โหนดที่มีเส้นเชื่อมกับ  $v$  เพิ่มขึ้น  $x$
2.  $\text{get}(v)$  ให้หาค่าของโหนด  $v$  ตอนนี้มีค่าเท่าไร

(Original :

Consider a tree of  $n \leq 10^5$  vertices. We have to perform two types of queries:

1.  $\text{add}(v, x)$  - all neighbours of the vertex  $v$  will get  $+x$ .
2.  $\text{get}(v)$  - what is value of the vertex  $v$ ?)

เราจะเรียกโหนดที่มี  $\text{degree} < \sqrt{N}$  ว่า “light vertex”

เราจะเรียกโหนดที่มี  $\text{degree} \geq \sqrt{N}$  ว่า “heavy vertex”

ในกราฟจะมี heavy vertex ได้ไม่เกิน  $2\sqrt{N}$  โหนด (เพราะถ้าเกิน degree รวมจะเกิน  $2N$  นั่นเอง)

ดังนั้น เราจะใช้ข้อได้เปรียบนี้มาช่วยแก้

สมมุติให้อาเรย์ value เก็บค่าของแต่ละโหนดเอาไว้

คำสั่ง  $\text{add}(v, x)$

-ถ้า  $v$  เป็น light vertex ให้เราไล่อัปเดตค่า value ทุกโหนดที่มีเส้นเชื่อมกับ  $v$  ได้เลย  $= O(\sqrt{N})$

-ถ้า  $v$  เป็น heavy vertex ให้เราแปะค่าที่เพิ่มไว้ในอีกอาเรย์นึง(สมมุติว่า  $\text{bonus}[v]$ ) ที่เฉพาะที่โหนด  $v$  พอ(ได้ยาวดูว่าเราจะเอา  $\text{bonus}[v]$  ไปใช้ทำอะไรในคำสั่ง  $\text{get}$ )  $= O(1)$

คำสั่ง  $\text{get}(v)$

ให้เราเอาค่า  $\text{value}[v]$  บวกกับค่า  $\text{bonus}$  ของโหนดที่เป็น heavy vertex ที่อยู่ติดกับโหนด  $v$  ทั้งหมด เนื่องจากในกราฟมี heavy vertex ไม่เกิน  $2\sqrt{N}$  ดังนั้น  $= O(\sqrt{N})$

โดยรวมจะได้  $O(Q\sqrt{N})$  นั่นเอง