

Práctica P0

Luis M. Costero Valero (lcostero@ucm.es)

Jesús Doménech Arellano (jdomenec@ucm.es)

Jennifer Hernández Bécares (jennhern@ucm.es)

- (a) **¿Cuándo la curva es un punto? ¿Contradice esto el teorema fundamental?**
Cuando sus derivadas son 0 para todo punto del intervalo, independientemente de su curvatura. Esto no contradice el tma fundamental de curvas porque no verifica la hipótesis de estar parametrizada por el arco ($|c'(s)|=1$).

- (b) **¿La curva que se obtiene estará siempre parametrizada por la longitud de arco? ¿Estará recorrida a velocidad constante? ¿Sabrías explicar por qué?**
La curva resultante no estará parametrizada por la longitud de arco, ya que para la misma curvatura se pueden obtener distintas curvas en función de las condiciones iniciales establecidas. En cambio, la curva sí que estará recorrida a velocidad constante, ya que el módulo de la tangente no varía a lo largo de la curva.

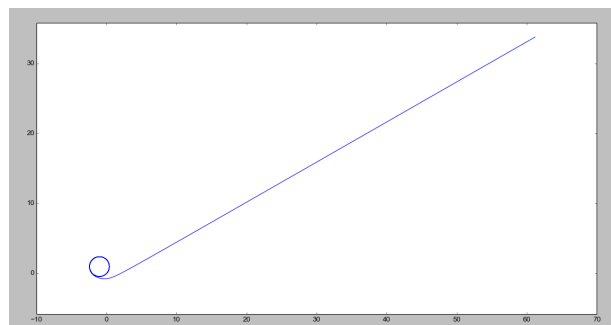
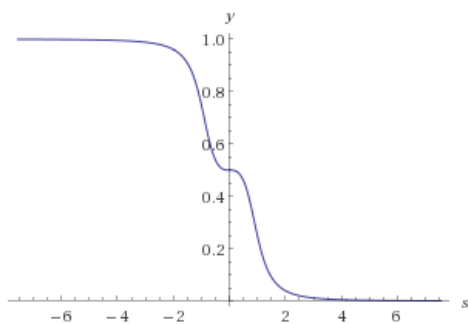
- (c) **Dar un ejemplo de curvatura tal que la curva converja a una recta cuando $s \rightarrow \infty$ y a una circunferencia cuando $s \rightarrow -\infty$.**
La curva será una recta cuando la curvatura sea 0, y una circunferencia cuando sea un valor constante. Consideramos la siguiente función:

$$k(s) = \frac{\tan^{-1}(-s^3)}{\pi} + \frac{1}{2}$$

tal que verifica que

$$\lim_{s \rightarrow -\infty} k(s) = 1, \lim_{s \rightarrow \infty} k(s) = 0$$

La función $k(s)$ y la curva $c(s)$ vienen representadas por:

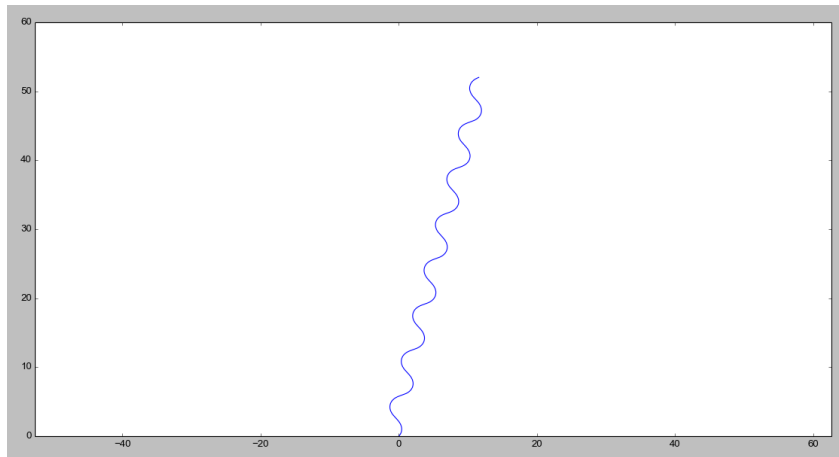


- (d) **Dar un ejemplo de curvatura tal que la curva gire siempre en sentido antihorario.**

Si la curvatura es positiva, la curva gira en sentido antihorario. Por ejemplo, la circunferencia con curvatura $k(s) = 1$

- (e) **Dar un ejemplo de curvatura periódica, pero tal que la curva no sea cerrada**

Si la curvatura está definida por $k(s) = \sin(s)$, la curva resultante viene representada por la siguiente imagen:



- (f) **Dar un ejemplo de curvatura tal que la curva sea cerrada, pero no una circunferencia**

Consideramos una elipse cuya curvatura está definida por:

$$k(s) = \frac{a * b}{((a * \cos(s))^2 + (b * \sin(s))^2)^{\frac{3}{2}}}$$