

Matemáticas para la Ciencia de Datos

Docente: Briceyda B. Delgado

Tarea 1

[Tu Nombre Completo Aquí]
[Fecha de Entrega]

Ejercicio 1 (15 puntos)

Un inversionista le afirma a su corredor de bolsa que todas sus acciones pertenecen a tres compañías: Aeroméxico, Volaris y Vivaerobus... Demuestre que el corredor no cuenta con la información suficiente... pero que si ella dice tener 280 acciones de Vivaerobus, el corredor pueda calcular el número de acciones que posee en Aeroméxico y en Volaris.

Solución:

Sean las variables:

- x : Número de acciones de Aeroméxico.
- y : Número de acciones de Volaris.
- z : Número de acciones de Vivaerobus.

Planteamiento del sistema de ecuaciones lineal basado en los cambios de precios:

Procedimiento:

Conclusión:

Ejercicio 2 (15 puntos)

Considere el diagrama de una malla de calles... Establezca un sistema de ecuaciones... y resuelva.

Planteamiento del Sistema:

Basado en el principio de conservación de flujo (Entrada = Salida) en cada nodo:

$$\text{Nodo [1]: } x_1 + x_5 + 100 = x_3 + 300$$

$$\text{Nodo [2]: } \dots$$

$$\text{Nodo [3]: } \dots$$

$$\text{Nodo [4]: } \dots$$

Solución del Sistema:

Análisis de cierre de calles:

¿Puede cerrarse la calle de [1] a [3] ($x_3 = 0$)?

¿Puede cerrarse la calle de [1] a [4] ($x_5 = 0$)?

Mínimo flujo para la calle [1] a [4]:

Ejercicio 3 (20 puntos)

Utilice la inversa de matrices para codificar un mensaje asignado en clase... Se utilizarán arreglos de tamaño 3 y la siguiente matriz A:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Proceso de Encriptado:

Mensaje original: [INSERTA TU MENSAJE ASIGNADO AQUÍ]

Conversión numérica (según tabla):

Multiplicación por la matriz A:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Proceso de Desencriptado:

Cálculo de la matriz inversa A^{-1} :

$$A^{-1} = \dots$$

Recuperación del mensaje:

Ejercicio 4 (20 puntos)

En una región la población se mantiene constante... 8 millones en zona rural y 2 en urbana.

(a) Matriz Estocástica

Justificación de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0,75 & 0,05 \\ 0,25 & 0,95 \end{pmatrix}$:

(b) Polinomio Mínimo y Valores Propios

Cálculo del polinomio característico $|A - \lambda I| = 0$:

Valores propios obtenidos:

$$\lambda_1 = \dots, \quad \lambda_2 = \dots$$

(c) Diagonalización (Matriz P)

Cálculo de los vectores propios para formar P :

$$P = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

(d) Población en 100 años

Cálculo de A^{100} o del estado estacionario:

Ejercicio 5 (20 puntos)

Considere la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 14 \\ 8 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

- (a) Matriz $A^T A$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 11 & 7 \\ 14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 11 & 14 \\ 8 & 7 & -2 \end{pmatrix} = \dots$$

- (b) Valores Propios de $A^T A$

- (c) Valores Singulares de A

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$$

- (d) Base Ortonormal (Vectores V)

- (e) Matrices U, Σ, V^T

- (f) Verificación $A = U \Sigma V^T$

Ejercicio 6 (10 puntos)

Investigue alguna aplicación práctica de la descomposición en valores singulares (SVD).

Aplicación: [Nombre de la Aplicación, ej. Compresión de Imágenes]

Referencias

- [1] Delgado, B. (2025). *Notas de clase: Matemáticas para la Ciencia de Datos*. FES Acatlán, UNAM.
- [2] Lay, D. C. (2012). *Álgebra lineal y sus aplicaciones*. Pearson Educación.
- [3]