(T1)

1) Требуется доказать, что $\tilde{\Theta}_3' \xrightarrow{P} \Theta$.

Сначала докажем, что $X_{max} \xrightarrow{P} \Theta$.

Возьмём $\varepsilon > 0$. Так как $X_{max} \le \Theta$ всегда, то

$$P(|X_{max} - \Theta| \ge \varepsilon) = P(X_{max} \le \Theta - \varepsilon) = \left(1 - \frac{\varepsilon}{\Theta}\right)^n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

Значит $X_{max} \xrightarrow{P} \Theta$

$$\tilde{\Theta}_3' = \frac{n+1}{n} X_{max} = \left(1 + \frac{1}{n}\right) X_{max}$$

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} 1 \qquad X_{max} \xrightarrow{P} \Theta$$

По свойству сходимости ($\xi_k \xrightarrow{P} \xi,\ \eta_k \xrightarrow{P} \eta \Rightarrow \xi_k \eta_k \xrightarrow{P} \eta \xi$):

$$\tilde{\Theta}_3' = \underbrace{\left(1 + \frac{1}{n}\right)}_{\to 1} \underbrace{X_{max}}_{\xrightarrow{P} \Theta} \Rightarrow \tilde{\Theta}_3' \xrightarrow{P} 1 \cdot \Theta = \Theta$$

$\tilde{\Theta}_3' \xrightarrow{P} \Theta \Rightarrow \tilde{\Theta}_3'$ состоятельна.

2) Узнать, состоятельна ли $\tilde{\Theta}_3$ по определению

$$P(|X_{max} - \Theta| \ge \varepsilon) = \left(1 - \frac{\varepsilon}{\Theta}\right)^n \to 0$$

$X_{max} \xrightarrow{P} \Theta$

Значит, $\tilde{\Theta}_3$ тоже состоятельна.