Pezzi temporanei e parti eliminate dalla tesi.

Toninus

August 3, 2015

Abstract

Sono un accumulatore.
Tutti i mezzi testi, mezze intuizioni che non ho tradotto o a cui non ho trovato posto nella tesi le metto qui dentro.

Chapter 1

Prereq Mate

Quando parlo della cinematica mi piacerebbe dare indicazioni sulla struttura matematica dello spazio delle configurazioni cinematiche:

1. costituisce una frechet manifold (gli unici risultati che ho trovato sono quelli di Palais di "non linear global analysis"

2. le curve parametrizzate sono le variazioni

3. classi di equivalenza definiscono delle variazioni infinitesime che costituiscono lo spazio tangente allo spazio delle configurazioni cinematiche

4. questo spazio tangente ÃÍ isomorfo allo spazio delle sezioni del pullback rispetto alla sezione $\phi \in C$ del verical bundle (vedere forger romero)

5. il problema dell'atlante e della rappresentazione delle sezioni in carta locale (da scegliere sia sul total space E che sul base space M)

Dovrei fare riferimento al teorema di Ostrowsky per giustificare il fatto che consideriamo solo il primo ordine. le langrangiana con termini cinetici esotici sono instabili (nel senzo che non ammetto come soluzioni sezioni globali ma solo locali).

Chapter 2

Lagrangian systems e Pierls

2.1 Concrete Realization

2.1.1 Fields

The field systems are a subset of the lagrangian systems:

Definition 1: Linear Fields on curved Background

It's a Lagragian system $(E, \mathscr{L})$ such that:

- the configuration bundle $E \xrightarrow{\pi} M$ is a vector bundle.
- the base manifold M is a Globally Hyperbolic Spacetime.
- the Euler-Lagrange operator $P = Q_{\mathscr{L}}$ is a Green Hyperbolic operator.
- For each Cauchy surface $\Sigma \subset M$ can be defined a well-posed Cauchy problem for the motion equation of P.[a]

[a]Green-hyperbolic operators are not necessarily hyperbolic in any PDE-sense and that they cannot be characterized in general by well-posedness of a Cauchy problem. [?] [?]

But the other three condition are worth a deeper insight:

- **Vector Bundle Condition**
- **Global hyperbolicity condition.**
- **Green-Hyperbolicity condition.**
- **Cauchy condition.**
  While the existence of a Cauchy surface allows to assign the data of initial value problems, the forth condition ensure the well -posedness of the prob-

lem for on every Cauchy surface Σ. I.e:

$$\begin{cases} Pu = 0 \\ u = u_0 \\ \nabla_{\vec{n}} u = u_1 \end{cases} \tag{2.1}$$

admit a unique solution $u \in \Gamma(E)$ for all $(u_0, u_1) \in \Gamma(\Sigma) \times \Gamma(\Sigma)$.

Observation 1

Visione Globale

- Secondo bar e ginoux per parlare di campo classico non serve specificare nient'altro...
  - la condizione di $\exists 1!$ operatore di green di P insieme a quella di Essere un sistema lagrangiano ÃÍ un requisito minimo per definire senza ambiguitÃă le parentesi di peierls.
  - La buona definizione delle parentesi di Peierls ÃÍ requistio algebrico per portare avanti la quantizzazione algebrica standard (come fa Dappiaggi):
    la condizione di green-hyperbolicity (che garantisce di $\exists 1!$ $E^{\mp}$ ma non che $\exists 1!$ soluzione del PC) corredata della scelta di un pairing permette di quantizzare secondo lo schema algebrico
  - La condizione di well-posedness del problema di cauchy da la possibilitÃă di quantizzare secondo lo schema dei dati iniziali
- in tutti questi casi la candizione di Globally -hyperbolic per lo spazio tempo sottostante ÃÍ necessaria

Example: 1

in adv AQFT ci sono 3 realizzazioni concrete. Klein-Gordon e Proca soddisfano tutte le condizioni precedenti. Anche Dirac ma non ÃÍ normally Hyperbolic, solo green

2.1.2 Sistemi a finiti gradi (meccanica geometrica ordinaria)

Paragrafo in cui faccio vedere come ÃÍ possibile vedere un sistema lagrangiano ordinario con un sistema lagrangiano di tipo campo quindi come un sotto-sotto-caso del sistema lagrangiano astratto.

Every system with discrete degrees of freedom can be seen as a trivial field system. The correspondence is easily done:

- Configuration bundle of the system is the trivial $E = Q \times \mathbb{R}$ with base manifold $M = \mathbb{R}$.

- The kinematic configuration are $\mathtt{C} = C^{\infty}(\mathbb{R}, Q)$ i.e.all the possible parametrized functions on Q.
- The lagrangian density is obtained evaluating the ordinary Lagrangian on the lifted curve:
$$\mathscr{L}[\gamma] := \left(L \circ \gamma^{\text{lift}}\right) dt = \mathscr{L}(t, \gamma^i, \dot{\gamma}^i) \tag{2.2}$$

⚠ devo mettere le conclusione scritte sul primo quaderno insieme a quelle messe nel secondo e poi ripetute a seguito della costruzione di peierls e a quella di quantizzazione (nei miei appunti io ho fatto ogni singolo passo in generale e poi realizzato per i sistemi campo-curve. Per la stesura finale ho deciso di unire tutto insieme in questo ultimo capitolo (senza ripetere ogni volta che il fibrato ÃÍ triviale con fibra Q, la varietÃă base ÃÍ banalmente globally iperbolic in quanto R. tutti i punti di R sono superfici di cauchy ecc ecc)

2.2 Recap Geometric Mechanics

⚠ La visione precedente ÃÍ molto generale ma ci sono alcune strutture classiche che voglio replicare sul campo come la forma simplettica, le osservabili e le parentesi di poisson. Mi sembra piÃź chiaro vederle dopo aver raccontato queste.

Quindi devo parlare un po' di meccanica geometrica, di

- Spazio delle Fasi
- tautological 1-form
- simplectic form
- canonical coordinate and darboux theorem
- observable as smooth scalar field on the phase space
- poisson structure

Attenzione: per quello che mi serve di seguito non mi interessa il discorso della forma simplettica canonica. Quella ÃÍ la specifica forma simplettica della MECCANICA CLASSICA.
Mi serve solo dire cos'ÃÍ lo spazio delle fasi e gli osservabili classici.
Faccio accenno al fatto che lo spazio delle fasi classico ÃÍ naturlmente simplettico.
Definisco quindi l'espressione astratta del sistema hamiltoniano come coppia varietÃă simplettica + Hamiltoniana.
Fare riferimento che i sistemi hamiltoniani classici posso essere visti come un sottoinsime di quelli lagrangiani (vedi FOMM legendre and hyperregular lagrangia.

Ma, far notare come il processo di quantizzazione della MQO richieda di spostarsi in questo punto di vista piÃź astratto in quanto si basa sulla prescrizione di una diversa espressione delle parentesi di poisson, - quella in grado di implementare le CCR.

Proposition 2.2.1 (Possion Structure)

- $\{\cdot,\cdot\} = -\{\cdot,\cdot\}$ Skew-Simmetric.
- $\{\cdot,\{\cdot,\cdot\}\} + \{\cdot,\{\cdot,\cdot\}\} + \{\cdot,\{\cdot,\cdot\}\} = 0$ Jacobi
- $\{\cdot,\{\cdot,\cdot\}\} = f\{\cdot,\{\cdot,\cdot\}\} + g\{\cdot,\{\cdot,\cdot\}\}$ Liebniz

2.2.1 Caso Lineare

Ricapitolando le novitÃă essenziali che ci saranno utili riguardano il procedimento di quantizzazione sono le seguenti:

- la forma simplettica ÃÍ definita direttamente sui punti dello spazio delle fasi
- la forma simplettica si riproduce sullo spazio degli osservabili lineari ed ÃÍ compatibile con la poisson
- siccome i punti dello spazio delle fasi possono essere messi in corrispondenza biunivoca con le soluzioni (sono i Data) la forma simplettica si trasporta anche su SOL

2.3 Peierls Algorithm

⚠ **Possibili migliorie:**

- Aggiungere altre chiacchiere e marketing riguardo le PB, vedere nelle fonti cosa dicono i sapienti

Observation 2: Peierls Bracket vs Poisson Bracket

⚠

Observation 2: Peierls Bracket vs Poisson Bracket

Paraphrasing an observation made by Sharan[**?**]:

The Poisson bracket determines how one quantity b(t, q, p) changes another quantity a(t, q, p) when it acts as the Hamiltonian or vice-versa. The Peierls bracket, on the other hand, determines how one quantity b(t, q, p) when added to the system Hamiltonian h with an infinitesimal coefficient Îż affects changes in another quantity a(t, q, p) and vice-versa, i.e. The Peierls bracket is related to the change in an observable when the trajectory on which it is evaluated gets shifted due to an infinitesimal change in the Lagrangian of the system by another Lagragian density.

While the Poisson bracket between two observables a and b is defined on the whole phase space and is not dependent on the existence of a Hamiltonian, the Peierls bracket refers to a specific trajectory determined by a governing Lagrangian.

2.3.1 Non Linear Extension

non mi Ãĺ evidente se la rappresentazione in coordinate di un operatore agente sulle sezioni si realizza in modo ovvio, ma non vedo nemmeno ostruzioni! Di sicuro l'operazione Ãĺ ben definita per gli L.P.D.O visto che la definizione prevede proprio che su ogni carta locale trivilizzante l'operatore sia lineare alle derivate parziali.

⚠⚠⚠⚠⚠⚠⚠⚠⚠⚠⚠⚠

2.4 Dubbi

- Posso dire che l'operatore di eulero lagrange di un sistema meccanico ordinario Ãĺ normally iperbolic?

Chapter 3

Test

$$L - \mathrm{L} - \mathit{L} - \mathbf{L} - \mathsf{L} - \mathtt{L} - \mathscr{L} - \mathbb{L} - \mathfrak{L}$$