



一、储油罐的变位识别与罐容表标定问题



1. 2010-A问题的提出与背景

2. 椭圆罐的变位影响与标定分析

3. 大油罐的变位识别与标定分析

4. 竞赛论文中存在的主要问题



1、2010A 问题的提出与背景



- 图1是一种典型的储油罐尺寸及形状示意图，其主体为圆柱体，两端为球冠体。

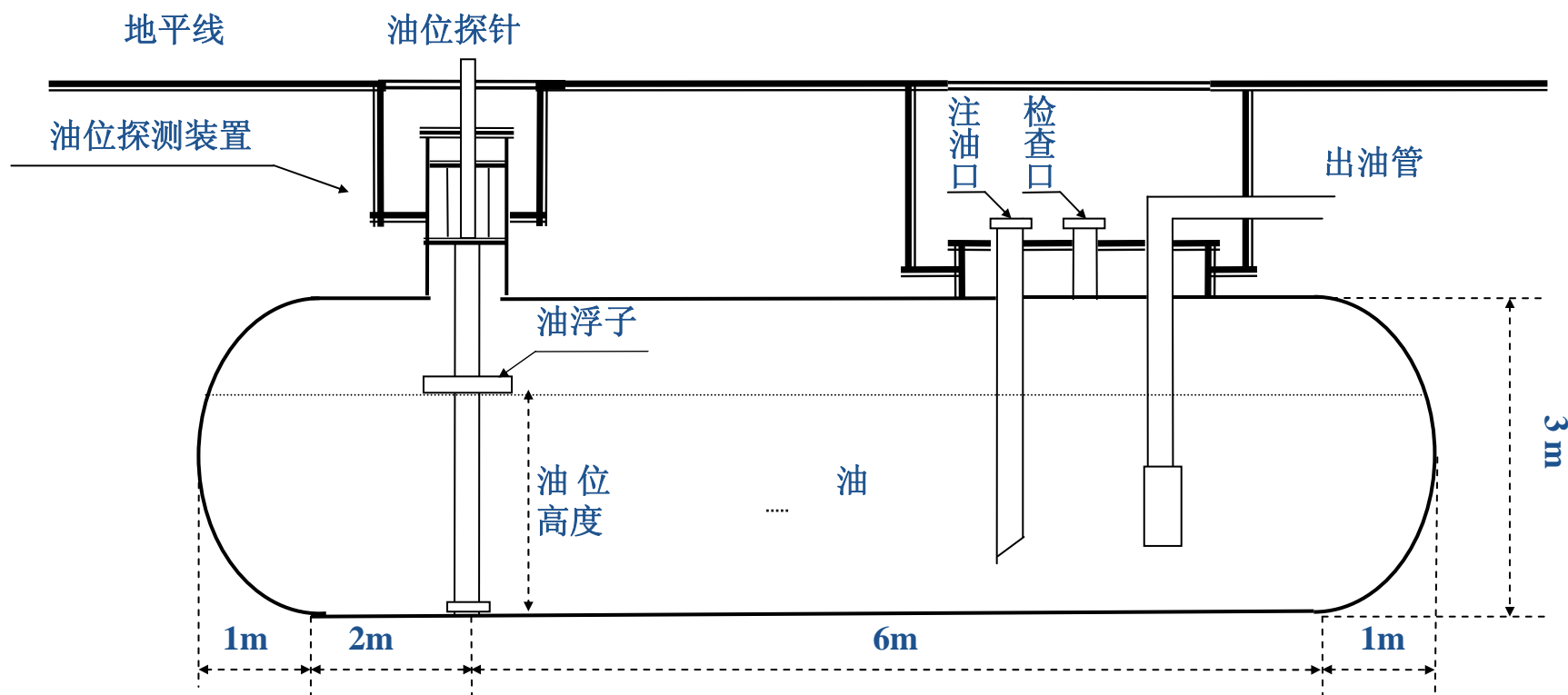


图1 储油罐正面示意图



1、2010A 问题的提出与背景

图2是其罐体纵向倾斜变位的示意图，图3是罐体横向偏转变位的截面示意图。

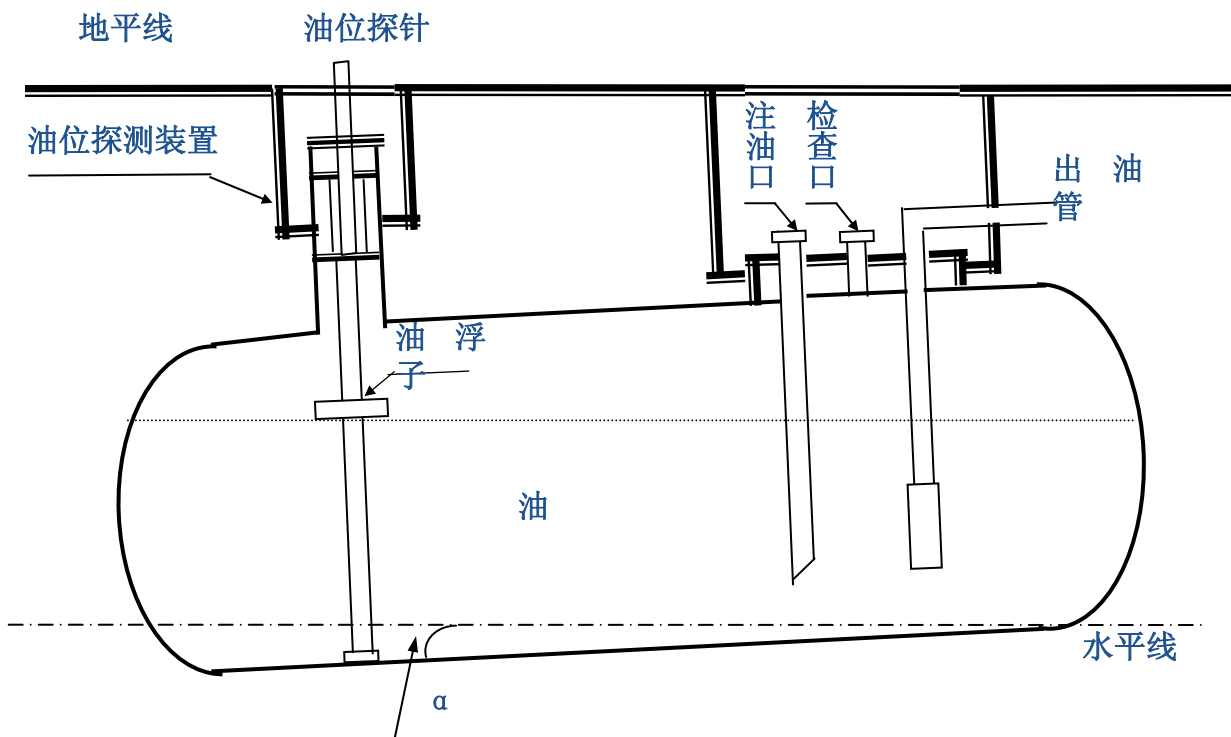
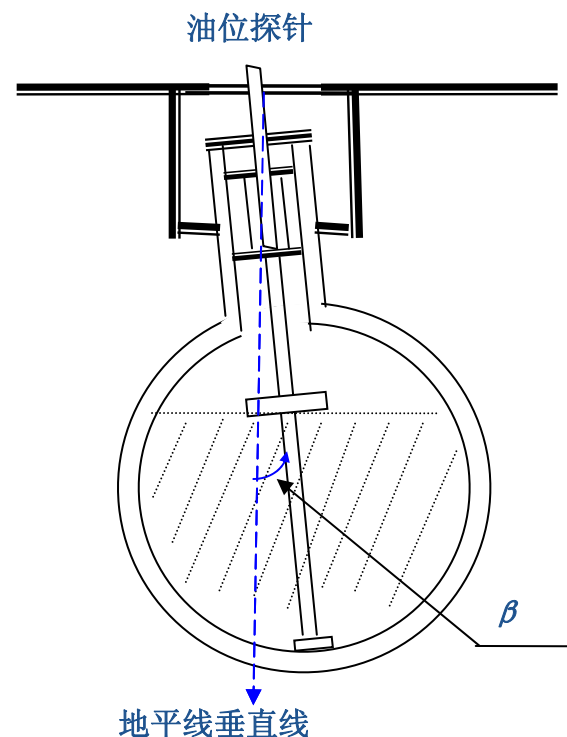


图2 储油罐纵向倾斜变位后示意图



(b) 横向偏转倾斜后正截面图



1、2010A 问题的提出与背景



请你们用数学建模方法研究解决储油罐的变位识别与罐容表标定的问题：

(1) 为了掌握罐体变位后对罐容表的影响，利用如图4的小椭圆型储油罐（两端平头椭圆柱体），分别对罐体无变位和倾斜角为 $\alpha=4.10$ 的纵向变位两种情况做了实验，实验数据如附件1所示。

请建立数学模型研究罐体变位后对罐容表的影响，并给出罐体变位后油位高度间隔为1cm的罐容表标定值。



1、2010A 问题的提出与背景



(2) 对于实际的储油罐，试建立罐体变位后标定罐容表的数学模型，即罐内储油量与油位高度及变位参数（纵向倾斜角度 α 和横向偏转角度 β ）之间的一般关系。

请利用罐体变位后在进/出油过程中的实际检测数据（附件2），根据你们所建立的数学模型确定变位参数，并给出罐体变位后油位高度间隔为10cm的罐容表标定值。

进一步利用附件2中的实际检测数据来分析检验你们模型的正确性与方法的可靠性。





1、2010A 问题的提出与背景



目前，罐容表的标定工作都是靠人工或半人工的操作方法实现，必须在加油站停工条件下进行，操作程序复杂，技术要求高，时间周期长，既影响加油站的正常运转，也需要较高的经济成本，同时也不可避免地会有一定的系统误差和测量误差。

人工标定：**GB/T17605-1998**

半人工标定：**加油站储油罐标定车**

通过建模分析，正确识别罐体变位参数，实时修正罐容表，这是非常有实际意义的研究课题。



1、2010A 问题的提出与背景



问题的两大部分:

(1) 为观察检验罐体变位对罐容表的影响效果, 在已知变位参数的情况下, 检测出油位高度和油量的对应数值, 建模分析罐容表的变化规律, 并要求给出修正的罐容表标定值---“**正问题**”。

(2) 根据实际储油罐的实际检测数据, 要求正确地识别罐体是如何变位的? 具体变了多少? 同时要求给出罐容表的修正标定模型和结果---“**反问题**”。



2、椭圆型油罐的变位影响分析方法



椭圆型油罐无变位不同油位高度与储油量关系:

$$V = \left[\frac{1}{2} \pi ab + \frac{a}{b} (h - b) \sqrt{2bh - h^2} + ab \arcsin \frac{h - b}{b} \right] L,$$

其中 $a = 0.89, b = 0.6, L = 2.45$ (m) 分别为罐体截面椭圆的长半轴、短半轴和罐体长度, h 为罐内的油位高度。

表 1: 正常情况下小椭圆罐的罐容表部分结果

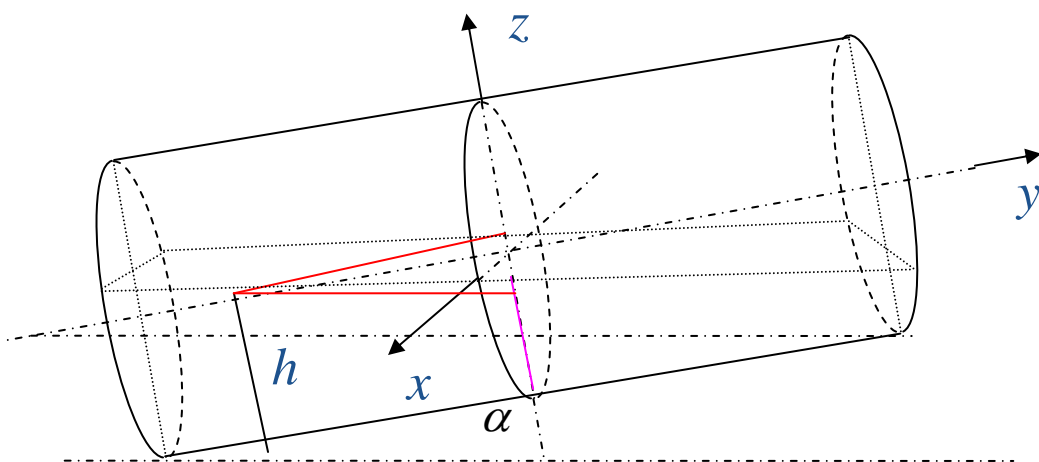
油位高度/cm	油量/L	油位高度/cm	油量/L	油位高度/cm	油量/L	油位高度/cm	油量/L
10	163.59	40	1199.31	70	2489.15	100	3659.88
20	450.27	50	1621.00	80	2910.84	110	3946.55
30	803.54	60	2055.07	90	3306.61	120	4110.15



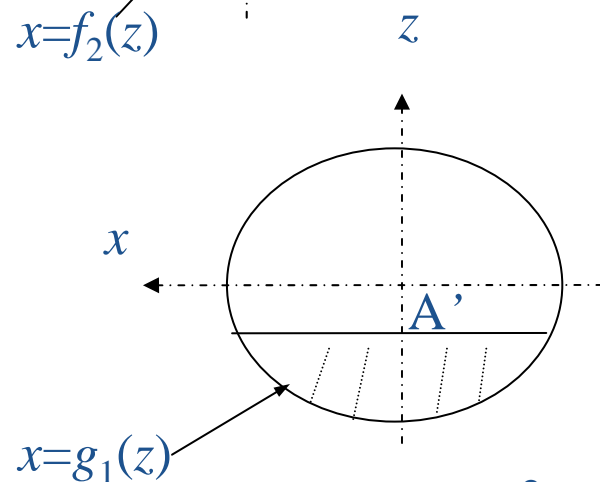
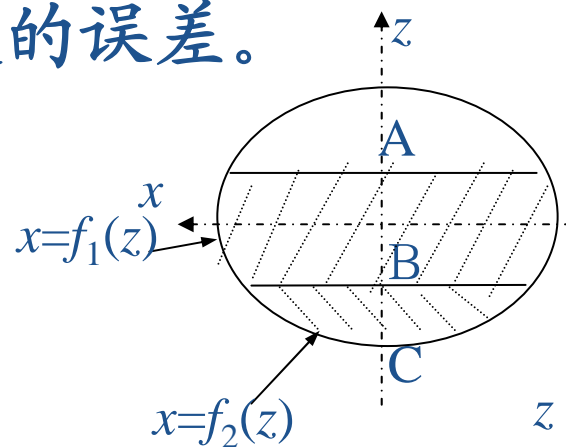
2、椭圆型油罐的变位影响分析方法



对于罐体纵向变位角4.1度的情况，如果直接用罐内油浮子的高度来计算油量，则显然是不准确的，与实际的储油量将会有一定的误差。



$$H = h - \left(\frac{L}{2} - 0.4\right) \cdot \tan \alpha = h - 0.825 \cdot \tan \alpha$$





2、椭圆型油罐的变位影响分析方法



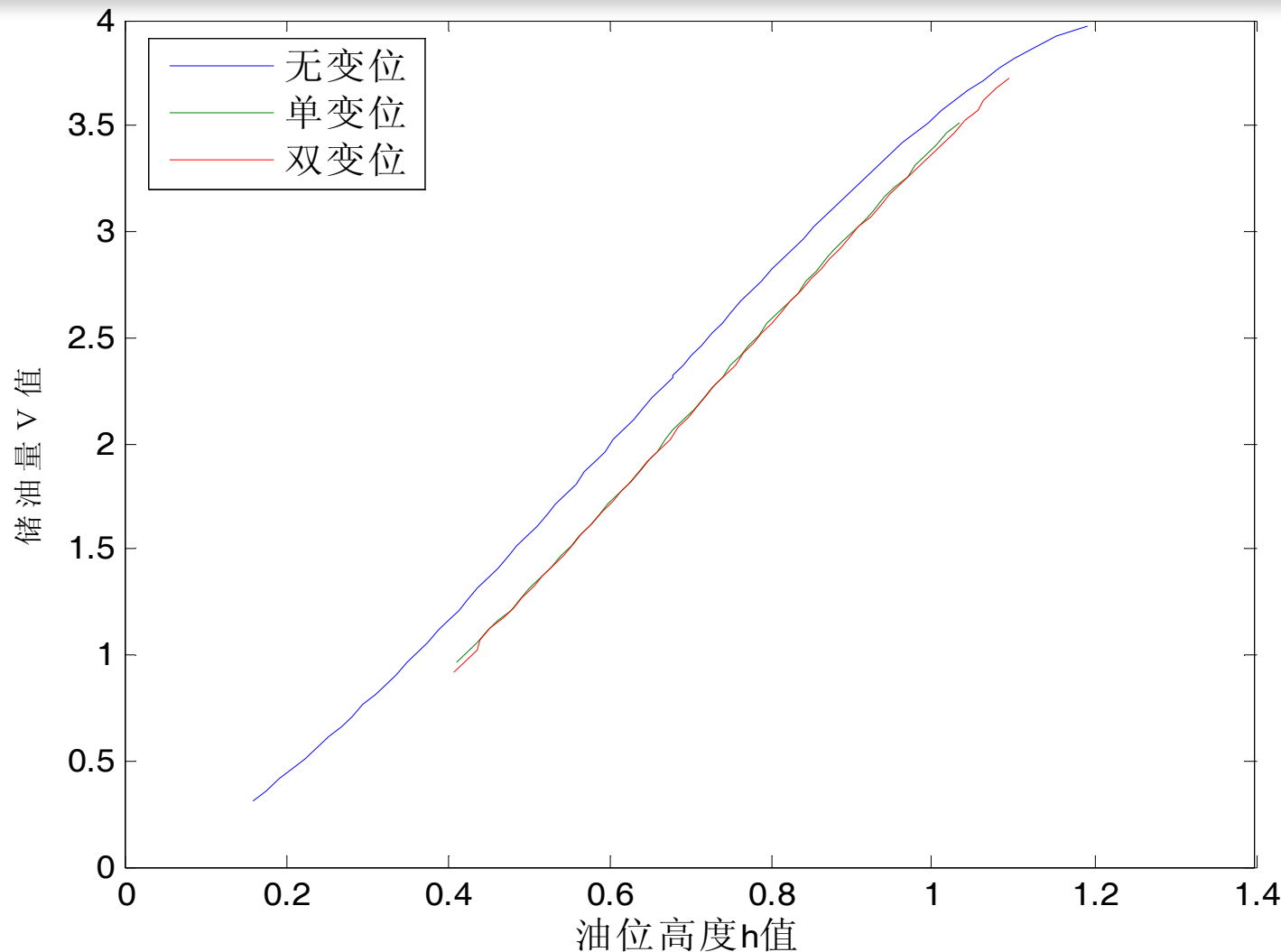
类似地方法可以得计算公式，代入参数计算可得修正后的结果，并与无变位情况比较。

高度 /cm	无变位油 量值/L	变位油量 修正值/L	修正误 差/L	相对误 差比率	高度 /cm	无变位油 量值/L	变位油量 修正值/L	修正误 差/L	相对误 差比率
10	163.59	70.13	93.47	1.3308	70	2489.15	2232.50	256.65	0.1150
20	450.27	281.86	168.41	0.5975	80	2910.84	2661.42	249.42	0.0937
30	803.54	595.25	208.29	0.3499	90	3306.61	3072.43	234.18	0.0762
40	1199.31	965.66	233.64	0.2420	100	3659.88	3450.72	209.16	0.0606
50	1621.00	1371.88	249.12	0.1816	110	3946.55	3776.64	169.92	0.0450
60	2055.07	1798.52	256.55	0.1426	120	4110.15	4012.74	97.40	0.0243

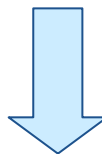
纵向倾斜变位对罐容表的影响是非常明显，最大误差在**257L**以上，平均误差达到**190L**以上，平均相对误差达**30%**以上。



2、椭圆型油罐的变位影响分析方法



可以直接用实验数据做拟合分析，同样得到类似的直观结果。





3、实际油罐的变位识别与标定方法



根据油罐的几何形状和尺寸，计算得到无变位情况的油位高度与油量的一般模型。

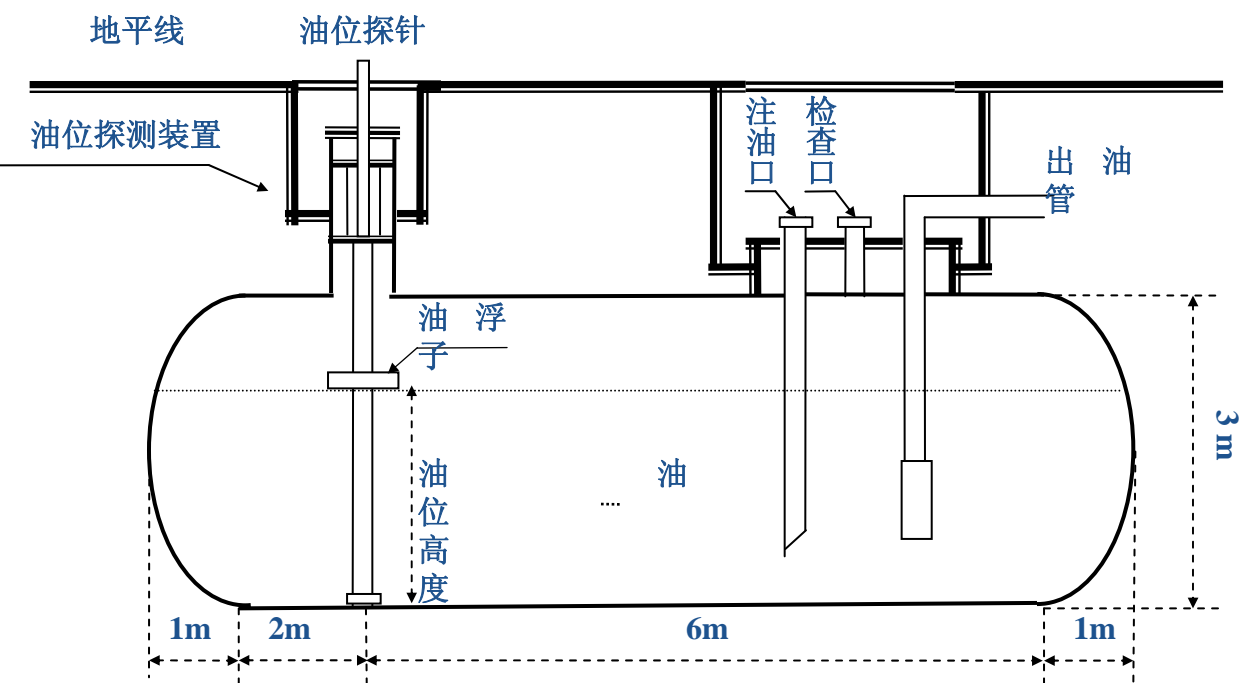
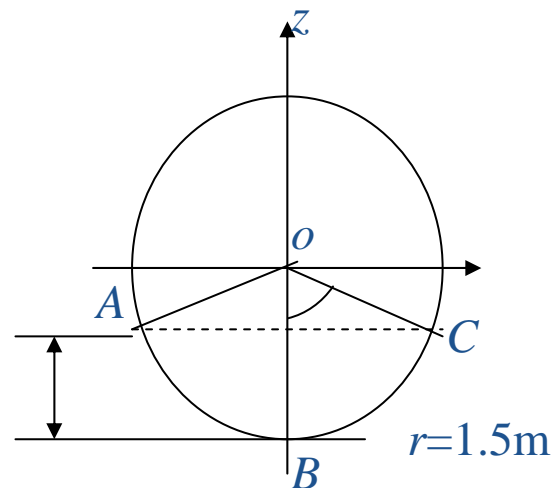
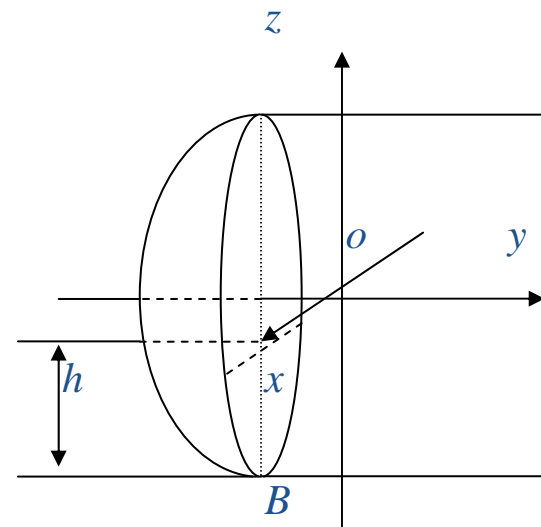
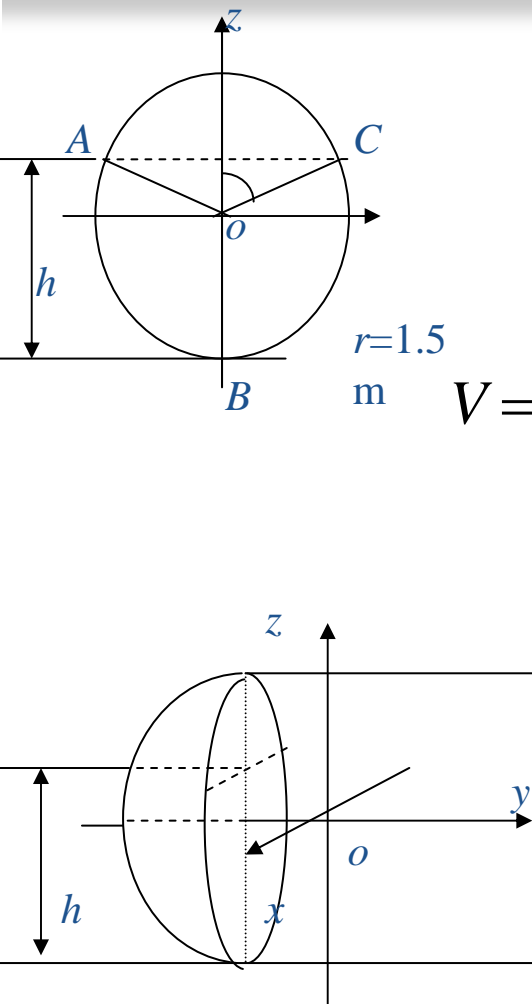


图1 储油罐正面示意图





3、实际油罐的变位识别与标定方法



$$V = \begin{cases} (L+1-R) \left[r^2 \arccos \frac{r-h}{r} - (r-h) \sqrt{2hr-h^2} \right] \\ \quad + 2 \int_{-r}^{-r+h} (R^2 - z^2) \arccos \frac{R-1}{\sqrt{R^2 - z^2}} dz, & h \leq r, \\ \pi r^2 (L+1) + \frac{\pi}{3} + (L-R+1) \left[(h-r) \sqrt{2hr-h^2} - r^2 \arccos \frac{h-r}{r} \right] \\ \quad - 2 \int_{h-r}^r (R^2 - z^2) \arccos \frac{R-1}{\sqrt{R^2 - z^2}} dz, & h > r. \end{cases}$$

其中 $r=1.5, L=8, R=\frac{r^2+1}{2}=1.625$ (单位 m),

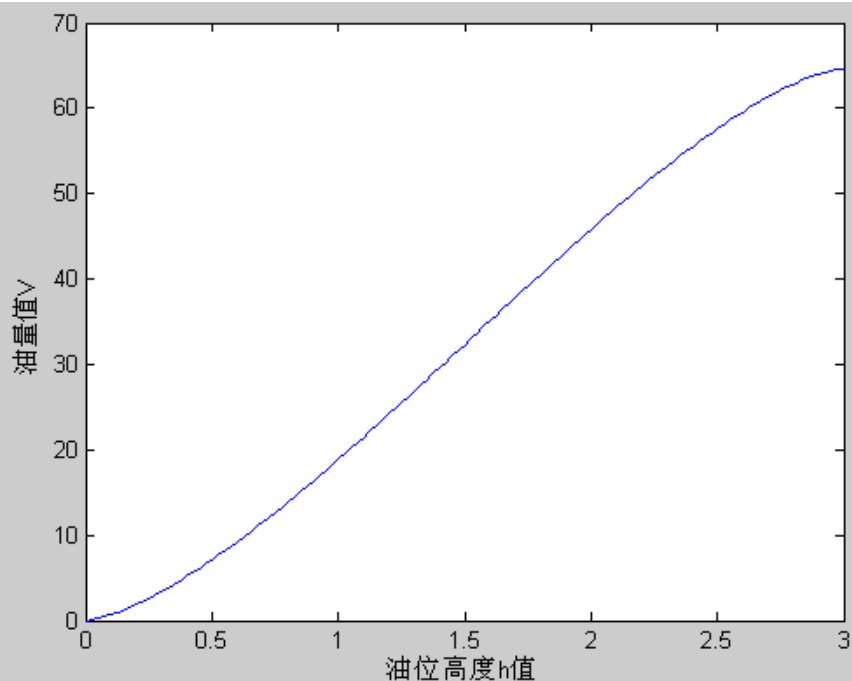


3、实际油罐的变位识别与标定方法



表 1: 正常情况下油罐的罐容表

油位高度 $h(\text{m})$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
油量值 $V(\text{L})$	590.71	1682.06	3101.87	4783.00	6682.45	8767.91	11012.93	13394.65	15892.57	18487.88
油位高度 $h(\text{m})$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
油量值 $V(\text{L})$	21162.92	23900.88	26685.57	29501.18	32332.19	35163.15	37978.76	40763.45	43501.41	46176.46
油位高度 $h(\text{m})$	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0
油量值 $V(\text{L})$	48771.78	51269.71	53651.43	55896.45	57981.93	59881.39	61562.53	62982.36	64073.72	64664.45



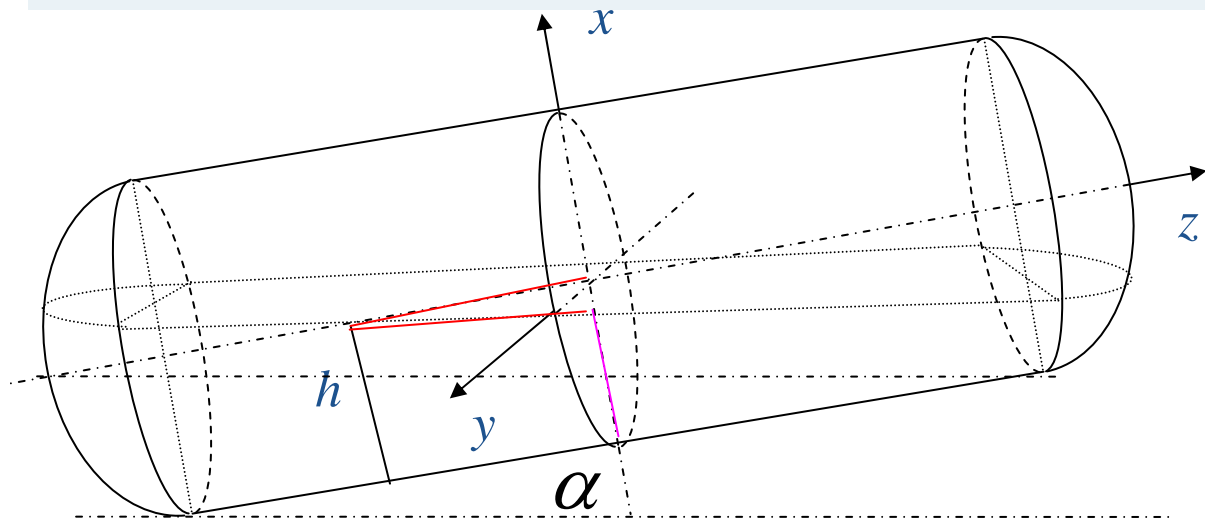
这里是否需要计算无变位的情况呢？事实上，无变位情况的罐容表就是出厂时的罐容表。后面可以与变位后的情况进行比较分析修正的效果。



3、实际油罐的变位识别与标定方法



罐体位置发生纵向水平倾斜 α 的情况，在罐内油位实际显示高度 h 比正常位置的高度要高一定的数值 $h_1(\geq 0)$ ，其具体的 h_1 数值与油位高度 h 的大小有关。



罐内油量计算的具体方法与罐内油位高度有关，下面分两种情况分别讨论。

$$H = h - \left(\frac{L}{2} - 2\right) \cdot \operatorname{tg} \alpha = h - 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

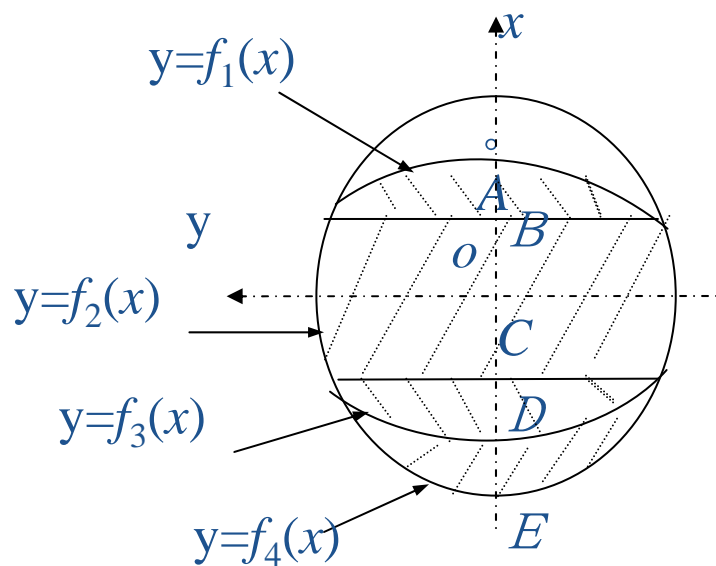


3、实际油罐的变位识别与标定方法



(1) 油罐的两侧球冠内都有油的情况

考虑油面在 xoy 面上的投影区域，即 xoy 面上的截面区域，不同的油位高度对应的区域有所不同。



根据罐内各部分油的容积在 xoy 面上的投影可分为四个部分，各部分的边界线 x 轴的交点分别为 $A(x_A, 0), B(x_B, 0), C(x_C, 0), D(x_D, 0), E(x_E, 0)$ ，四条边界曲线方程分别记为 $y = f_1(x), y = f_2(x), y = f_3(x), y = f_4(x)$ 。



3、实际油罐的变位识别与标定方法



(1) 油罐的两侧球冠内都有油的情况

$$\begin{aligned} V = & 2 \int_{x_B}^{x_A} [(-x+H-r)\operatorname{ctg}\alpha + 3.375] f_1^+(x) dx + 2 \int_{x_B}^{x_A} dx \int_0^{f_1^+(x)} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dy \\ & + 2 \int_{x_C}^{x_B} [(-x+H-r)\operatorname{ctg}\alpha + 3.375] f_2^+(x) dx + 2 \int_{x_C}^{x_B} dx \int_0^{f_2^+(x)} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dy \\ & + 13.5 \int_{-r}^{x_C} f_4^+(x) dx + 4 \int_{-r}^{x_C} dx \int_0^{f_4^+(x)} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dy \\ & - 2 \int_{x_D}^{x_C} [(x+r-H)\operatorname{ctg}\alpha + 3.375] f_3^+(x) dx - 2 \int_{x_D}^{x_C} dx \int_0^{f_3^+(x)} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dy, \end{aligned}$$

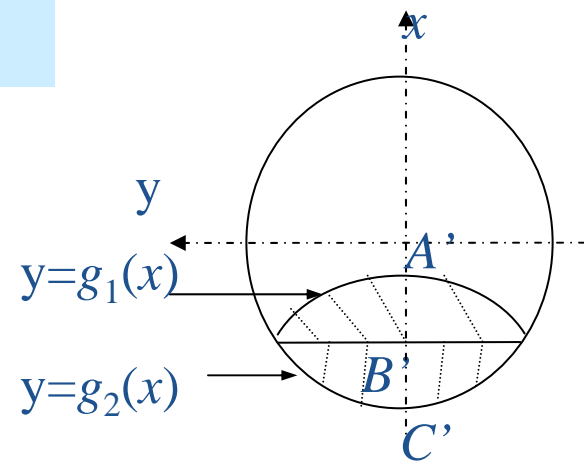


3、实际油罐的变位识别与标定方法



(2) 油罐下沉一侧球冠内有油的情况

考虑油面在 xoy 面上的投影区域，即 xoy 面上的截面区域。



$$V = 2 \int_{x_B}^{x_{A'}} [(-x + H - r) \operatorname{ctg} \alpha + 3.375] g_1^+(x) dx + 2 \int_{x_B}^{x_{A'}} dx \int_0^{g_1^+(x)} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dy \\ + 2 \int_{-r}^{x_B} [(-x + H - r) \operatorname{ctg} \alpha + 3.375] g_2^+(x) dx + 2 \int_{-r}^{x_B} dx \int_0^{g_2^+(x)} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dy$$



3、实际油罐的变位识别与标定方法



(3) 罐体发生纵向水平倾斜和横向偏转倾斜情况

在考虑纵向水平倾斜 α 角和横向偏转倾斜 β 角对罐内储油量的影响时，只要用

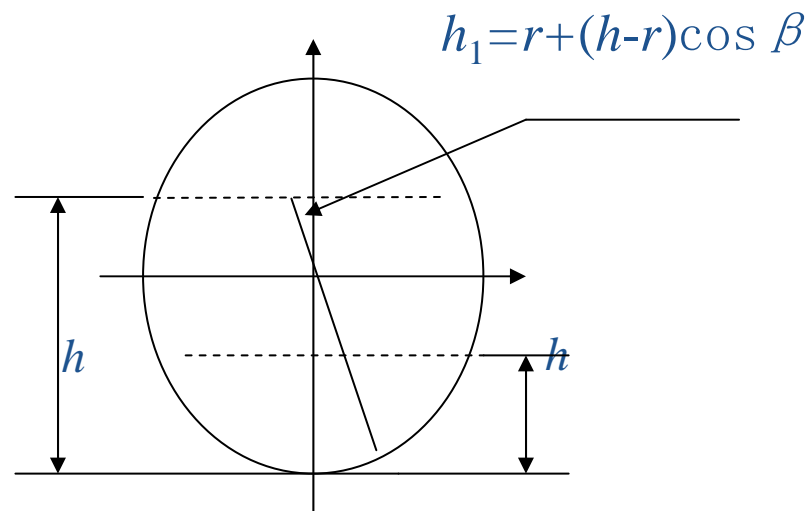
$h_1 = r + (h - r) \cos \beta$ 来代替前面的 h 即可，即

$H = r + (h - r) \cos \beta - 2 \cdot \text{tg} \alpha$ 。

利用上面的结果就得到相应的油量容积。

对于不同的 α 和 β 取值，则有一般的储油量容积模型：

$$V = V(h, \alpha, \beta)$$





3、实际油罐的变位识别与标定方法



(4) 变位参数识别方法

由于附件2所给的数据是在同一个变位状态下检测得到的，即在数据检测过程中罐体是稳定的，亦即所有数据是针对一组变位参数得到的。

因罐内中油量初始值是未知的，所以单从不准确的油位高度和显示储油量的对应关系不能反应出罐体变位特征。

一段连续时间段内的**进出油量**变化和显示**油位高度**变化的对应关系能够反应出罐体的变位特征。



3、实际油罐的变位识别与标定方法

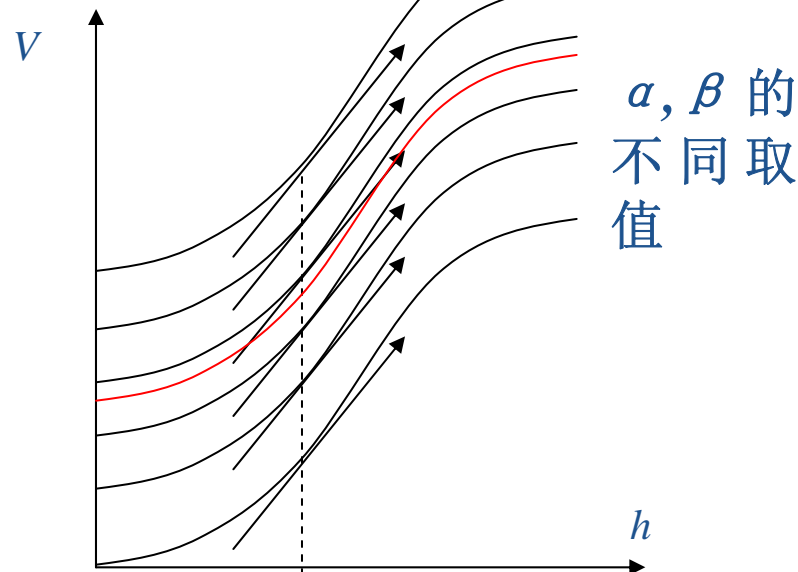


(4) 变位参数识别方法

对于不同的 α 和 β 取值，由确定函数表达式 $V=V(h, \alpha, \beta)$ 的图像是一族同类型的曲线。实际上就是寻找一组参数 α 和 β 确定出一条与实际最接近的曲线。

因为不知道实际中一个油位高度 h 对应的油量值 V 的准确值，注意到同一个 h 对应的曲线上的切线斜

率是相同的，切线斜率近似用 $\frac{\Delta V}{\Delta h}$ 。





3、实际油罐的变位识别与标定方法



(4) 变位参数识别方法

利用各时间段的进出油量值 ΔV_i 及相应油位高度改变量 Δh_i 的对应关系，同时将油位高度值 h_i 代入模型 $V=V(h, \alpha, \beta)$ 中，计算得到 $V'_i=V(h_i, \alpha, \beta)$ ，从而得到 $\Delta V'_i=V'_i-V'_{i+1}$, $\Delta h_i=h_i-h_{i+1}(i \geq 1)$ 。

通过适当最小二乘准则，利用部分数据编程计算得到变位参数 α 与 β 的估计值。

$$(1) \min_{\alpha, \beta} S(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta V_i}{\Delta h_i} - \frac{\Delta V'_i}{\Delta h_i} \right)^2; \quad (2) \min_{\alpha, \beta} S(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (\Delta V_i - \Delta V')^2;$$

$$(3) \min_{\alpha, \beta, V_0} S(\alpha, \beta, V_0) = \sum_{i=1}^n (V_i + V_0 - V(h_i, \alpha, \beta))^2,$$



3、实际油罐的变位识别与标定方法



(4) 变位参数识别方法

求解方法：(1) 在给定参数一定的范围内做遍历搜索，或分步搜索、部分搜索等；

(2) 直接调用 MATLAB 的相关函数（如 lsqnonlin）；

(3) 借助于其它的数值启发式算法。

变位参数 $\alpha = 2.1^0$ ， $\beta = 4.3^0$ 左右，用不同方法可能有些偏差。通过检验可知，模型对 α 的变化非常敏感，而对 β 的变化非常不敏感。

再利用剩余部分数据对模型的可靠性和结果稳定性进行分析检验。



3、实际油罐的变位识别与标定方法



(5) 其他可行的方法

- 1) 采用工程上常用的网格分割法，对罐内的油量容积做近似的数值计算；
- 2) 利用无变位油罐内油量的计算公式，用解析几何坐标旋转的方法，得到变位后的储油量计算公式；
- 3) 用MATLAB函数求积分和变位参数的反演估计；
- 4) 用Taylor多项式来近似表示复杂的积分表达式；
- 5) 将储油罐两端的球冠体近似等价于半椭球体，或圆柱体来简化计算，得到近似的结果。
- 6) 根据罐体变位的几何特征，几何形体中心总有一个不动点，即是变位对油量影响的最大的点。此方法灵敏度太高，无一般性应用价值。

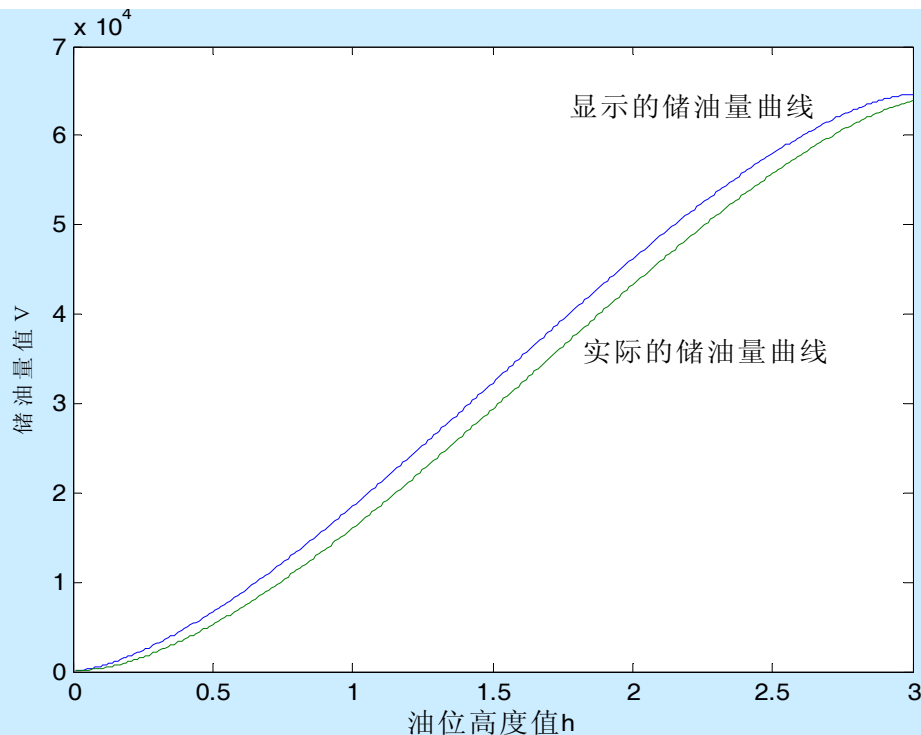


3、实际油罐的变位识别与标定方法



(6) 变位后罐容表的标定结果

将罐体变位参数 $\alpha_0 = 2.11^\circ$ ， $\beta_0 = 4.31^\circ$ 代入修正计算模型，针对油位实际显示高度值 h ，则可修正计算出对应的油量精确值及修正误差分析。



计算结果：最大的误差在**2102升**以上，通常的误差比率达都在**2~50%**以上，最大误差达到**60%**以上，平均误差量为**1589.17升**，平均误差比率为**12.81%**。





4、竞赛中存在的主要问题



- 1) 实际的问题和实际的数据，实际的需求，也许是过于实际的原故，很多人对问题不理解或有偏差。结果不合实际，太离普了。
- 2) 有人不理解罐容表是什么？犯了低级的错误。
- 3) 有人习惯了做数学应用题的思维，似乎应该是题目所给的条件和数据都得恰到好处，题目给的数据用不上好像就不对。缺少对数学建模思想的认识。
- 4) 有人为了用数据而凑方法，解决问题缺少针对性，更不符合实际要求。狭义的思维方法。
- 5) 某些论文有编造模型和结果之嫌。学术不端。





二、交巡警服务平台的设置与调度问题



1. 2011-B问题的提出与背景

2. A区相关问题的解决方法

3. 全市相关问题的解决方法

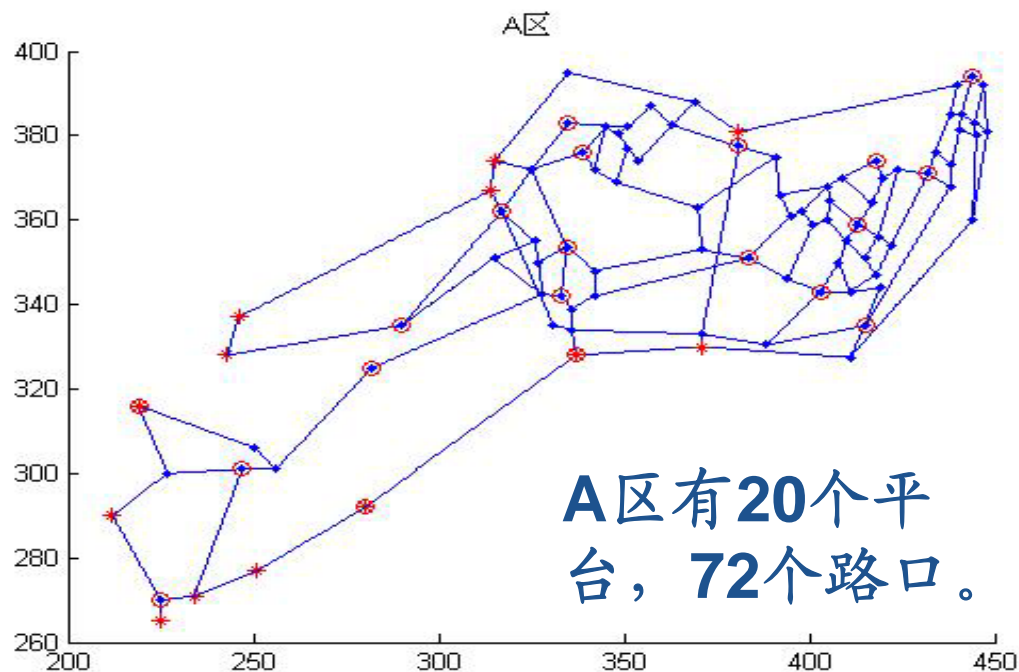
4. 竞赛论文中存在的主要问题



1、2011B 问题的提出与背景



(1) 附件1中的附图1给出了该市中心城区A的交通网络和现有的**20**个交巡警服务平台的设置情况示意图，相关的数据信息见附件2。请为各交巡警服务平台分配管辖范围，使其在所管辖的范围内出现突发事件时，尽量能在**3**分钟内**有交巡警（警车的时速为60km/h）**到达事发地。





1、2011B 问题的提出与背景



(2) 对于重大突发事件，需要调度全区**20**个交巡警服务平台的警力资源，对进出该区的**13**条交通要道实现快速全封锁。实际中一个平台的警力最多封锁一个路口，请给出该区交巡警服务平台警力合理的调度方案。

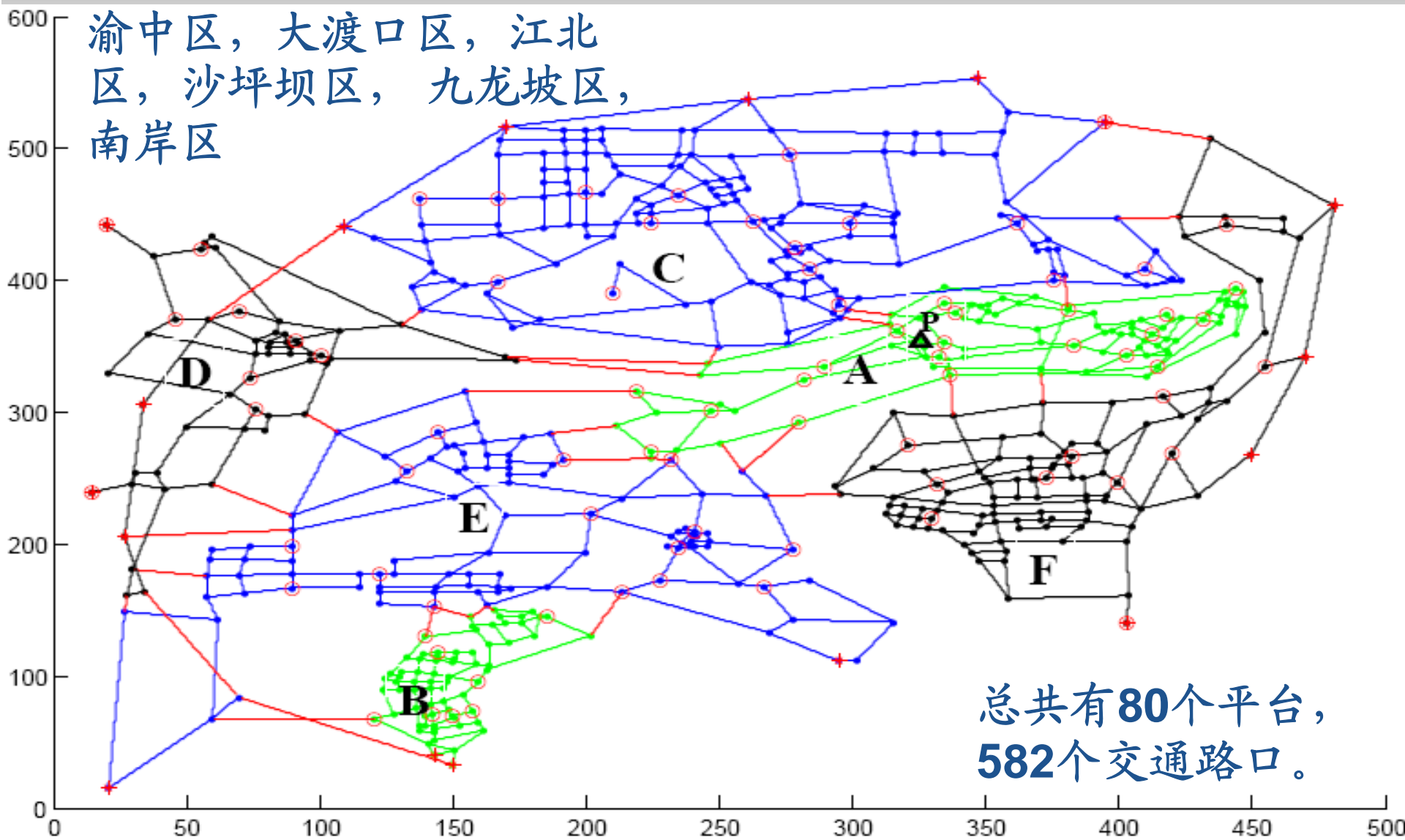
(3) 根据现有交巡警服务平台的工作量不均衡和有些地方出警时间过长的实际情况，拟在该区内再增加**2至5**个平台，请确定需要增加平台的具体个数和位置。



全市六主城区环城路以内的区域



渝中区，大渡口区，江北
区，沙坪坝区， 九龙坡区，
南岸区



总共有**80**个平台，
582个交通路口。



1、2011B 问题的提出与背景

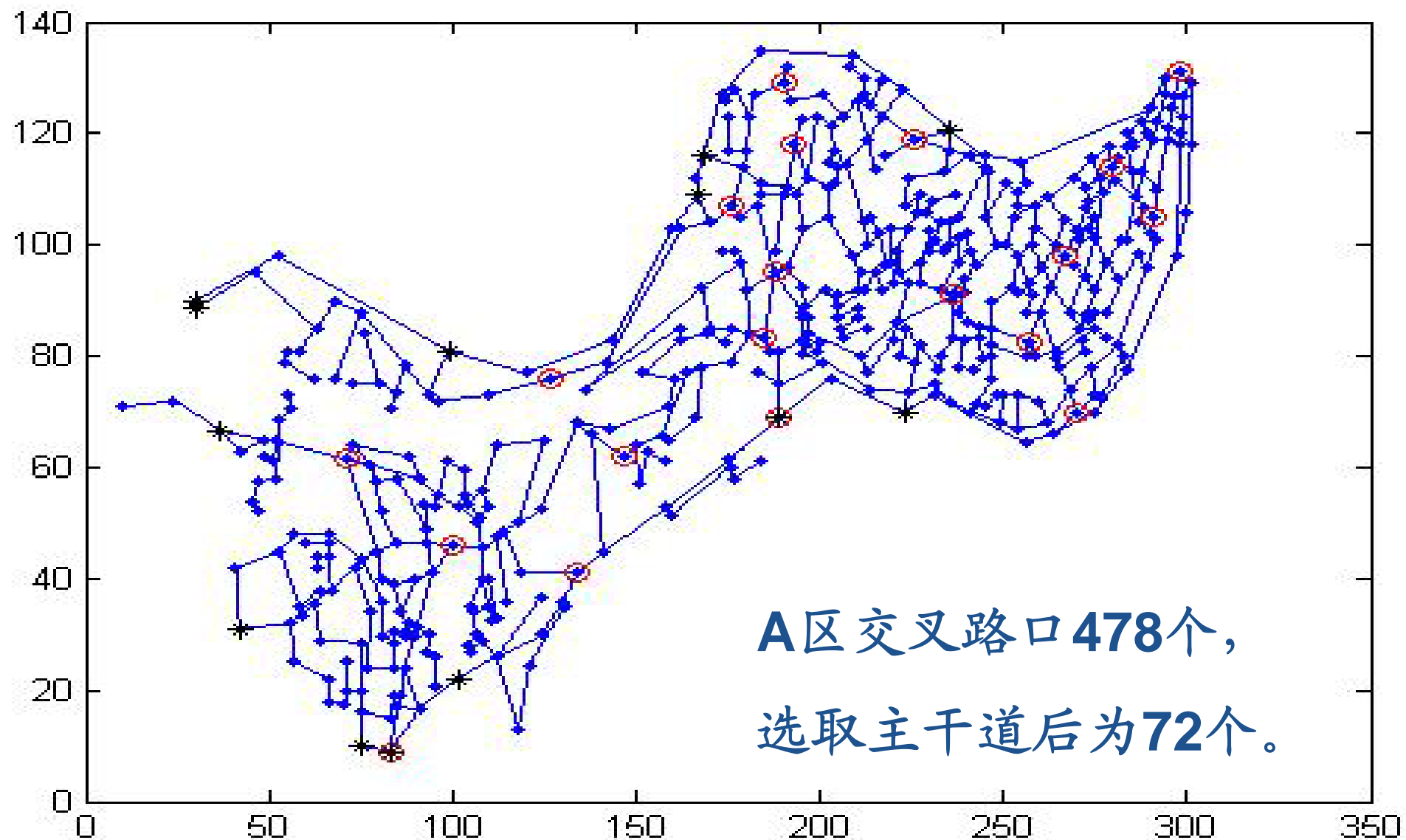


(4) 针对全市（主城六区A，B，C，D，E，F）的具体情况，按照设置交巡警服务平台的原则和任务，分析研究该市现有交巡警服务平台设置方案（参见附件）的合理性。如果有明显不合理，请给出解决方案。

(5) 如果该市地点P（第32个节点）处发生了重大刑事案件，在案发3分钟后接到报警，犯罪嫌疑人已驾车逃跑。为了快速搜捕嫌疑犯，请给出调度全市交巡警服务平台警力资源的最佳围堵方案。



1、2011B 问题的提出与背景





2、A区相关问题的解决方法



问题的基本假设:

- (1) 平台的工作量由出警量（即发案率）来衡量；
- (2) 各个平台的警力资源配置基本相同；
- (3) 交巡警到达距离事发地点最近的公路上路口节点就认为交巡警已到达了事发地点；
- (4) 增设任一个新的平台的建设成本以及管理运营成本基本相同，所以不考虑在不同地方建立平台的成本差；
- (5) 警车或者警用摩托车的速度都为60km/h。



2、A区相关问题的解决方法



问题（1）：为各交巡警服务平台分配管辖范围，使其在所管辖的范围内出现突发事件时，尽量能在**3分钟**内有交巡警（警车的时速为**60km/h**）到达事发地。

要求为**20个**平台分配管辖范围：要在交通网络赋权图中优化配置各个平台所在节点的辐射范围。

“合理性”——体现在以下两个方面：

（1）各个平台到各管辖路口的出警时间尽量短。

出警时间是反映平台的快速反映能力，是衡量交巡警平台的工作效率，也是反映平台设置“合理性”的最重要因素。



2、A区相关问题的解决方法



(2) 各个交巡警平台的工作量尽量均衡。

每个平台所管辖的范围内各路口发生报警案件的次数，即每个平台每天平均出警的总次数尽量均衡。

由于各个平台的警力资源配置基本相同，因此在追求交巡警平台高效率的同时，也应该兼顾各个平台工作量的均衡性。



2、A区相关问题的解决方法



1) A区交通网络赋权图和最短路矩阵

x_i - 第 i ($i=1,2,\cdots,m$) 个路口, y_j - 第 j ($j=1,2,\cdots,n$) 个平台。以路口为节点, 路口之间的公路为边, 其公路的长为对应边的权重, 则 A 区的一个交通网络赋权图。

邻接矩阵记为 $L=(l_{ij})_{m \times m}$, 根据网络优化的 Floyd 算法, 可得相应的最短路矩阵为 A_{ij} ($i, j=1,2,\cdots,m$), (单位: km)。



2、A区相关问题的解决方法



2) A区平台管辖范围的优化模型

决策矩阵 $X = (X_{ij})_{m \times n}$, $X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{若路口 } x_i \text{ 由平台 } y_j \text{ 管辖,} \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

用 B_{ij} 表示路口 x_i 到平台 y_j 的最短路程, 即 $B = (B_{ij})_{m \times n}$ 。

对于平台 y_j 的最大出警时间为 $\max_{1 \leq i \leq m} T_{ij}$ ($j = 1, 2, \dots, n$)。

其中 $T_{ij} = X_{ij} \cdot B_{ij} = \begin{cases} B_{ij}, & \text{若路口 } x_i \text{ 由平台 } y_j \text{ 管辖,} \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$



2、A区相关问题的解决方法



另一方面，各个路口发案量为向量 $W=(w_1, w_2, \cdots, w_m)$ ， w_i 为路口 x_i ($i=1, 2, \cdots, m$) 发案量，则各平台的工作量为 $G=W \cdot X=(G_1, G_2, \cdots, G_n)$ 。则各平台的工作量均衡性用其标

准差 $\sigma(G)=\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (G_j - \bar{G})^2}$ 来表示，其中 \bar{G} 为平均工作量。

以A区内所有平台的最大出警时间的最小和各个平台工作量标准差最小为目标函数，建立各平台管辖范围分配的双目标优化模型：



2、A区相关问题的解决方法



$$\min_X \max_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}} T_{ij}, \quad \min_X \sigma(G);$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, & i = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m X_{ij} \geq 1, & j = 1, 2, \dots, n, \\ X_{ij} = 0 \text{ 或 } 1, \text{ 且当 } i = j \text{ 时 } X_{ij} = 1, \\ i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

注意到：有6个路口在3分钟内是无法达到的，即28与29，38，39，61和92号，为此，按就近原则分别分配给15号、16号、2号、7号和20号平台管辖。

除此之外，都满足 3 分钟内到达的要求，即将 $\max_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}} T_{ij} \leq 3$ 加

入到模型，则模型转化为单目标的 0-1 规划模型。



2、A区相关问题的解决方法



另一方法，将两个目标作线性加权和化为单目标问题，在排除了**6个3分钟**内不能到达的路口后，出警时间就不是主要的目标了，即取最大出警时间以较小的权值，而取工作量均衡目标较大的权值。

用**Lingo**软件直接求解，或用**Matlab**编程求解都可以得到相应的结果。求解方法不同，所取权值不同，其求解结果略有差别。

一种可行分配方案：**20个平台**平均最大出警时间为**2.1759分钟**，最多的为**5.7分钟**；平均每天的出警次为**6.225次**，最多的为**11.5次**，最少为**1.6次**；不能在**3分钟**内到达的有**6个路口**。



2、A区相关问题的解决方法



问题(2): A区20个平台对13个出市路口的全封锁模型

用20个平台封锁13个目标路口，用 $(d_{ij})_{20 \times 13}$ 表示A区内平台 y_i 到目标路口 z_j 的最短路矩阵。决策矩阵 $X = (x_{ij})_{20 \times 13}$ ，决策变量 $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当平台 } y_i \text{ 封锁路口 } z_j \text{ 时} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \min Y &= \max_{\substack{1 \leq j \leq 13 \\ 1 \leq i \leq 20}} T_{ij}, \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \sum_{j=1}^{13} x_{ij} \leq 1, & i=1, 2, \dots, 20, \\ \sum_{i=1}^{20} x_{ij} = 1, & j=1, 2, \dots, 13, \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1, & \text{且 } x_{jj} = 0, \\ i=1, 2, \dots, 20; & j=1, 2, \dots, 13. \end{cases} \end{aligned}$$

用Lingo软件直接求解可以得最佳的封锁方案:



2、A区相关问题的解决方法



表 1: A 区的全封锁调度方案 (时间单位: 分钟)

平台	封锁路口	封锁时间	平台	封锁路口	封锁时间	平台	封锁路口	封锁时间
A2	38	3.9822	A9	16	1.5325	A14	21	3.265
A4	62	0.35	A10	22	7.7079	A15	28	4.7518
A5	48	2.4758	A11	24	3.8053	A16	14	6.7417
A7	29	8.0155	A12	12	0			
A8	30	3.0608	A13	23	0.5			

要实现全封锁的最长时间为**8.0155**分钟，总平均封锁时间为**3.55296**分钟。实际上，这个最优的封锁方案结果应该是唯一的。



2、A区相关问题的解决方法



问题(3): 确定A区需要增加平台的设置模型

将问题视为一个“投入与产出”问题，考虑逐个增加平台所产生的效果。

对没有平台的路口进行重新排序，并记为 x_1, x_2, \dots, x_{m-n} ，

则设决策变量为 $r_i = \begin{cases} 1, & \text{若在路口 } x_i \text{ 设置新平台,} \\ 0, & \text{其它 } (i=1, 2, \dots, m-n). \end{cases}$

设增加一个平台后，记所有平台最大出警时间为 t_1 ，相应工作量标准差 σ_1 。记增设平台之前的最大出警时间为 t_0 和工作量的标准差为 σ_0 。



2、A区相关问题的解决方法



增设一个平台的产出值: $F = \rho \frac{t_0 - t_1}{t_0} + (1 - \rho) \frac{\sigma_0 - \sigma_1}{\sigma_0}$,

则增设平台的优化模型:

$$\max F = \rho \frac{t_0 - t_1}{t_0} + (1 - \rho) \frac{\sigma_0 - \sigma_1}{\sigma_0},$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{m-n} r_i = 1, \\ r_i = 0 \text{ 或 } 1, i = 1, 2, \dots, m-n. \end{cases}$$

参照问题(1)的方法, 求解模型, 则可得增设一个平台的位置和产生的效益值, 依此类推。讨论增加1至5个平台后所得效果情况比较结果。



2、A区相关问题的解决方法



表 2：增设新平台后对应效果（时间单位：分钟）

增设平台情况	所有平台最大出警时间	工作量标准差	产出效益 F
增设平台之前	5.7005	2.6606	-----
增设 1 个平台	4.1902	2.9545	0.154478
增设 2 个平台	3.6822	2.6593	0.221151
增设 3 个平台	3.6822	2.4157	0.091603
增设 4 个平台	3.6822	1.9962	0.173656
增设 5 个平台	3.6071	1.8426	0.097342

从表中可以看出，增设 4 个平台的情况为较好，最大出警时间变化不大，工作量标准差也比较小，具体的增设位置为 29，40，48 和 87 号路口



3、全市六区相关问题的解决方法



问题(1)：要求评价该市六区设置平台方案的合理性，如果明显不合理，则给出解决方案。

从两个方面考虑：全市平台不分区调度管理；全市平台分区调度管理。

1) 评价平台设置的合理性

全市平台设置合理性的主要指标：最大出警时间为 $T = \max_{1 \leq j \leq n} (t_j)$ ，其中 t_j ($j=1, 2, \dots, n$) 表示平台 y_j 管辖区域内的最大出警时间。



3、全市六区相关问题的解决方法



相应的工作量为 G_j ($j=1,2,\cdots;n$), 其均值为 \bar{G} , 最大工作量为

$$G=\max_{1\leq j\leq n}(G_j)。则各平台的工作量标准差为 $\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^n(G_j-\bar{G})^2}$ 。$$

根据附件的数据和A区平台管辖范围的分配模型, 并用启发式算法求解, 则可以得到全市平台管辖范围的分配方案。

在全市**582**个路口中共有**138**个不能在**3**分钟内到达, 将其它均不超过**3**分钟。求解得全市的**80**个平台的平均最大出警时间为**3.7735**, 最大的**12.6803**分钟; 平均出警量为**8.4312**次, 最多的出警量为**26.1**次, 最少为**1.6**次。



3、全市六区相关问题的解决方法



2) 增设新平台方案的确定模型

根据现有平台设置明显不合理的地方进行增设新平台。因此，定义一个与平台的出警时间和工作量有关的指标——“需求度”：

$$\mu_i = \lambda \frac{t_i}{t_{\max}} + (1 - \lambda) \frac{G_i}{G_{\max}}$$

其中 $t_i = \sum_{j=1}^n T_{ij} = \sum_{j=1}^n X_{ij} B_{ij}$ 为路口 x_i 到其所管辖平台的时间，

$t_{\max} = \max_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}} (T_{ij})$ 为最大出警时间， G_i 为管辖路口 x_i 平台的工作

量， G_{\max} 为所有平台最大工作量， λ 为权重。



3、全市六区相关问题的解决方法



对比增设 1 个至 6 个平台的情况:

增加平台个数	增加平台编号	最大出警时间 (分钟)	最大工作量 (次/天)	工作量标准差 (次/天)
0	未增加	12.6803	26.1	4.4946
1	314	12.6803	18.4	4.1365
2	517	12.6803	18.4	3.9251
3	388	9.8992	18.4	3.9753
4	330	8.1188	18.4	3.9973
5	288	8.1188	15.9	3.8714
6	206	8.1188	15.9	3.8794

增加前5个平台后对三个指标产生明显的效果，但第6个平台却对指标影响不明显。故增设5个就可改善明显不合理状况。



3、全市六区相关问题的解决方法



问题(2): 全市范围内最佳围堵方案的确定模型

在时间 t 可能逃跑区域内所有节点的集合为 $F(t) = \{x_i | D_i \leq t, 1 \leq i \leq m\}$ 。要将嫌疑人封锁在 $F(t)$ 范围内，记 $F(t)$ 的边界节点集合为 $E(t)$ ，即 $E(t)$ 包含于 $F(t)$ ，且与 $F(t)$ 之外的邻近节点邻接，故有

$$E(t) = \{x_i | x_i \in F(t), x_j \notin F(t), l_{ij} < \infty, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$$

其中 $x_j \notin F(t)$ 为 $x_i \in F(t)$ 的区域外邻接点， l_{ij} 为邻接距离。

要全封锁 $E(t)$ 内所有节点需要的最短时间为

$\min_{x_i \in E(t)} D_i - 3$ 分钟，最长的时间为 $\max_{x_i \in E(t)} D_i - 3$ 分钟。



3、全市六区相关问题的解决方法



要保证封锁范围的有效性，即要满足必要条件：

$$B_{ij}X_{ij}(t) \leq D_i(t) - 3 (i=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, n),$$

其中 $X_{ij}(t) = 0$ 或 1 ，即表示 t 时间要平台 y_j 去封锁路口 x_i 取 1 ，否则取 0 ， $p = \text{Rank}(E(t))$ 。最佳的围堵优化模型：

$$\begin{aligned} \min Q &= \mathbf{Rank}(F(t)) \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} F(t) = \{x_i \mid D_i \leq t, 1 \leq i \leq m\}, \\ E(t) = \{x_i \mid x_i \in F(t), x_j \notin F(t), l_{ij} < \infty, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}, \\ B_{ij}X_{ij}(t) \leq D_i(t) - 3 (i=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, n), \\ p = \text{Rank}(E(t)). \end{cases} \end{aligned}$$

其中 $X_{ij}(t)$ 由下面的模型确定：



3、全市六区相关问题的解决方法



$$\min Y = \max_{\substack{1 \leq j \leq p \\ 1 \leq i \leq n}} X_{ij}(t) B_{ij}$$

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^p X_{ij}(t) \leq 1 (j = 1, 2, \dots, n), \\ \sum_{j=1}^n X_{ij}(t) = 1, x_i \in E(t) (i = 1, 2, \dots, p), \\ \sum_{j=1}^n X_{ij}(t) = 0, x_i \notin E(t) (i = 1, 2, \dots, p), \\ X_{ij}(t) = 0, \text{或} 1, (i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, n). \end{array} \right.$$

对于这个复杂的优化模型采用启发式搜索算法，可以得到一种有效的全封锁方案。



3、全市六区相关问题的解决方法



交巡警平台编号	目标节点编号	封锁时间(分钟)	逃出封锁区域的最短逃跑时间(分钟)	交巡警平台编号	目标节点编号	封锁时间(分钟)	逃出封锁区域的最短逃跑时间(分钟)
A16(16)	16	0	3.3016	C5 (170)	243	5.0978	8.3009
A5 (5)	5	0	3.8768	F1(475)	561	4.3548	8.7969
A6 (6)	6	0	3.9074	A4(4)	60	1.7392	8.8017
C8(173)	235	0.5315	4.1282	C4(169)	240	7.0474	10.1541
A15(15)	15	0	4.1386	A1(1)	41	4.4412	10.5025
A3 (3)	55	1.2659	5.2104	C3 (168)	4	3.6994	10.7557
C6(171)	232	1.9064	5.7845	C17(182)	273	2.1024	12.8088
A10(10)	10	0	6.1882	C10(175)	168	4.9779	13.3739
C7(172)	244	3.5289	6.8121	D1 (320)	370	7.8085	16.7721
A2 (2)	3	2.1117	7.1106	D2 (321)	371	8.9798	17.1079
A17(17)	40	2.6879	7.9625	C2(167)	248	3.6788	17.5237





4、竞赛论文中存在的主要问题



(1) 针对A区为平台合理分配管辖范围的问题，很多的论文都是依就近分配的原则来分配管辖路口节点，即以最短路或最短出警时间为目标，也有的用总路程（时间）最小为目标，不合理。将72个路口节点分配给20个平台。

没有从实际出发适当考虑各平台出警工作量的均衡性问题，导致了分配结果明显的不合理(典型的有6号、10号和14号平台)，使工作量严重的失衡。

思考：反映出学生对建模创新性的认识理解还不够，更多的还是基于应用题层面上就事论事地回答问题。



4、竞赛论文中存在的主要问题



(2) 在考虑对A区的13个路口实施紧急封锁的问题时，很多的论文都是封锁完成的总时间或平均时间最小为目标，建立指派模型，所得封锁方案都不太合理。

解决该问题的核心是用最短的时间封锁所有的路口，所以应该取最大的封锁时间最小化，相应的时间才是完成全封锁的时间。

思考：有不少论文照抄了书上标准的指派模型，该问题是不完全的指派问题，为什么？





4、竞赛论文中存在的主要问题



(3) 在考虑增设平台的问题时，很多的论文只考虑3分钟内到达的要求目标，即只针对现有6个3分钟内不能到达的路口，通过直观分析就确定增设4个平台的结果，而没有兼顾综合考虑各平台出警工作量不均衡的因素。

另一方面，没有通过求解优化模型给出增设 k ($1 \leq k \leq 5$) 个平台而不需要增设 $k+1$ 个平台的理由，即分析比较增设2至5平台的最优选择。



4、竞赛论文中存在的主要问题



(4) 对于全市六区现有平台设置的合理性分析问题，很多论文把这个问题看成一个综合评价问题，用了简单的层次分析法、综合加权法、**TOPSIS**方法等，也简单地得到一个合理与不合理的结论。

凡此种论文都没有充分地说明合理与不合理的理由，更没有给出解决不合理的具体方法。

如增设平台，增设多少个和增设的具体位置在哪里，增设以后的效果怎么样，如何重新分配管辖范围等问题。

思考：这个问题不是一般的综合评价问题？



4、竞赛论文中存在的主要问题



(5) 对于全市范围内交通路口围堵的问题，绝大多数的论文都没有给出可行的围堵方案。

很多人把问题看成一个确定性的问题，有的直观分析选择要封锁的路口，就近确定平台执行封锁；

也有的建立一个确定的指派模型求解得一个确定的方案。

有不少论文没有考虑到保证封锁住的基本条件，所给出的方案没有办法保证能封锁的住。

还有个别的论文，简单地直接去封锁出市区17个出口，没有考虑后续的搜捕问题。



谢谢大家



请勿在互联网上使用!