

## Álgebra Lineal

### Clase 1 - Sistemas de ecuaciones lineales - Vectores y matrices

#### Para resolver en clase

##### Parte 1

1. Escalonar las siguientes matrices y clasificar el sistema en (a) incompatible, (b) compatible determinado, (c) compatible indeterminado.

$$(a) \begin{cases} 3y - 2z + 3w = 9 \\ 2x + y + w = 5 \\ x - y + z - w = -2 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x + y = 1 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - y + z = 2 \\ 5x + y - z = -5 \end{cases}$$

2. Para los sistemas compatibles del ejercicio anterior, describir el conjunto de soluciones.
3. (a) Determinar los valores de  $k \in \mathbb{R}$  para que el siguiente sistema tenga solución única, infinitas soluciones, o no tenga solución:

$$\begin{cases} x_1 + kx_2 - x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + k^2x_3 = -1 \\ x_1 + kx_2 + (k-2)x_3 = 2 \end{cases}$$

- (b) Considerar el sistema homogéneo asociado y dar los valores de  $k$  para los cuales admite solución no trivial. Para esos  $k$ , resolverlo.

##### Parte 2

4. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 8 & 7 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 4 & -5 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad E = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

- (a) calcular el rango fila de cada matriz, llevando la matriz a forma escalonada.
- (b) repetir para las respectivas matrices transpuestas.
- (c) sin calcular el producto, ¿cuál es el rango de  $B \cdot E$ ? Verificar realizando el producto.
- (d) ¿cuál es el rango de  $D \cdot A$ ?
5. Decidir si los siguientes conjuntos son linealmente independientes sobre  $\mathbb{R}$ . Cuando no lo sean, escribir a uno de ellos como combinación lineal de los otros.
  - i)  $\{(1, 4, -1, 3), (2, 1, -3, -1), (0, 2, 1, -5)\}$  en  $\mathbb{R}^4$ .

ii)  $\{(3, 5), (2, 10/3)\}$  en  $\mathbb{R}^2$ .

6. Dada la matriz  $C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,

(a) calcular  $C^{-1}$ .

(b) resolver el sistema  $Cx = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$  utilizando la inversa calculada.

### Para entregar

Determinar los valores de  $k$  (si existen) que hacen que el sistema resulte compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

$$\begin{cases} x + y + z &= 1 \\ (k + 2)x + ky - z &= 0 \\ -x + y - 2z &= -1 \end{cases}$$