Entrega Clase 2 - Estadística

Alejandro Uribe

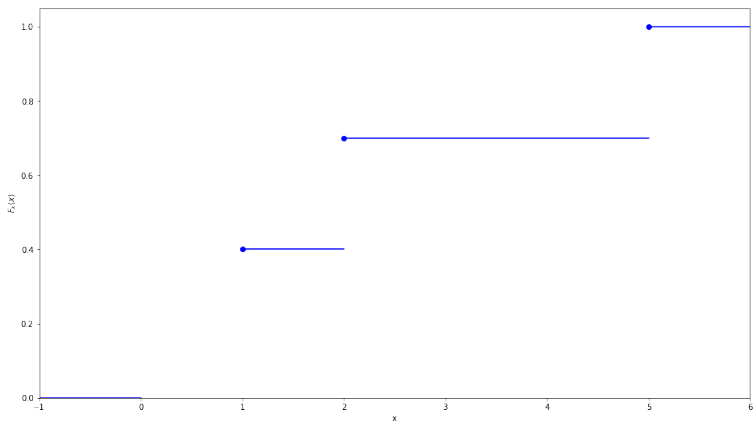
Octubre 2022

Enunciado

Sea X una variable aleatoria con la siguiente función de distribución:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 0.4 & 1 \leq x < 2 \\ 0.7 & 2 \leq x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

1. Graficar $F_X(x)$



2. Hallar el rango R_x y la función de probabilidad de X, $p_x(x)$.

   R_x está dado por el conjunto de puntos para los cuales la función de probabilidad puntual es diferente de cero, es decir,

$$R_x = \{x \in \mathbf{R} : p_x(x) \neq 0\}$$
$$R_x = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

   La función de probabilidad de X se define como: $p_x(x) = P(X = x) = F_X(x) - F_X(x^-)$. Notar que para el intervalo $2 \leq x < 5$ la probabilidad es la misma.

   - $p_x(1) = P(X = 1) = F_X(1) - F_X(1^-) = 0.4 - 0.0 = 0.4$
   - $p_x(2) = P(X = 2) = F_X(2) - F_X(2^-) = 0.7 - 0.4 = 0.3$
   - $p_x(3) = P(X = 2) = 0.3$
   - $p_x(4) = P(X = 2) = 0.3$
   - $p_x(5) = P(X = 5) = F_X(5) - F_X(5^-) = 1.0 - 0.7 = 0.3$

   Los resultados anteriores se muestran en la siguiente tabla:

x	1	2	3	4	5
$p_x(x)$	0.4		0.3		0.3

3. Calcular

- $P(1.5 < X \leq 5)$
  La probabilidad se puede rescribir como:

$$P(1.5 < X \leq 5) = P(2 \leq X \leq 5)$$

  Se aplican las propiedades $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$ y $P(X = x) = F_X(x) - F_X(x^-)$

$$\begin{aligned}
P(1.5 < X \leq 5) &= P(X = 2) + P(2 < X \leq 5) \\
P(1.5 < X \leq 5) &= (F_X(2) - F_X(2^-)) + (F_X(5) - F_X(2)) \\
P(1.5 < X \leq 5) &= F_X(5) - F_X(2^-) \\
P(1.5 < X \leq 5) &= 1.0 - 0.4 \\
P(1.5 < X \leq 5) &= 0.6
\end{aligned}$$

- $P(1 < X < 5)$
  La probabilidad se puede rescribir como:

$$P(1 < X < 5) = P(1 < X \leq 4)$$

  Se aplican la propiedad $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$

$$\begin{aligned}
P(1 < X < 5) &= F_X(4) - F_X(1) \\
P(1 < X < 5) &= 0.7 - 0.4 \\
P(1 < X < 5) &= 0.3
\end{aligned}$$

- $P(X \geq 2)$
  La probabilidad se puede rescribir como:

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X > 2)$$

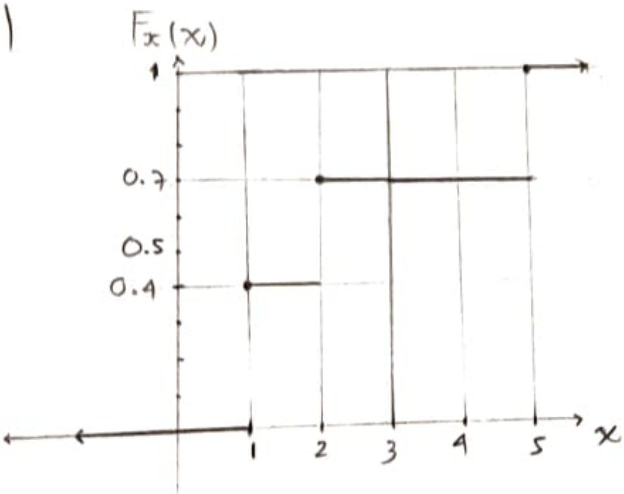
  Se aplican la propiedad $P(X > x) = 1 - F_X(x)$ y $P(X = x) = F_X(x) - F_X(x^-)$

$$\begin{aligned}
P(X \geq 2) &= (F_X(2) - F_X(2^-)) + (1 - F_X(2)) \\
P(X \geq 2) &= 1.0 - F_X(2^-) \\
P(X \geq 2) &= 1.0 - 0.4 \\
P(X \geq 2) &= 0.6
\end{aligned}$$

2.)

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 0.4 & 1 \le x < 2 \\ 0.7 & 2 \le x < 5 \\ 1 & x \ge 5 \end{cases}$$

a.)



b) $R_x = \{ x \in \mathbb{R} / P_x(x) \neq 0 \}$

$R_x = \{ x \ge 1 \}$

$P_x(x) = P(X = x) = F_x(x) - F_x(x^-)$.

$P_x(1) = P(X = 1) = 0.4 - 0 = 0.4$

$P_x(2) = P(X = 2) = 0.7 - 0.4 = 0.3$

$P_x(3) = P(X = 3) = 0.7 - 0.4 = 0.3$

$P_x(4) = P(X = 4) = 0.7 - 0.4 = 0.3$

$P_x(5) = P(X = 5) = 1 - 0.7 = 0.3$

X	1	2	3	4	5
$P_x(x)$	0.4		0.3		0.3

c.)

- $P(1.5 < X \le 5) = P(2 \le X \le 5)$

$P(1.5 < X \le 5) = P(X = 2) + P(2 < X \le 5)$

$P(1.5 < X \le 5) = P(X = 2) + F_x(5) - F_x(2)$

$P(1.5 < X \le 5) = \cancel{F_x(2)} - F_x(2^-) + F(5) - \cancel{F(2)}$

$P(1.5 < X \le 5) = F_x(5) - F_x(2^-)$

$P(1.5 < X \le 5) = 1 - 0.4 = 0.6$

- $P(1 < X < 5) = P(1 < X \le 4)$

$P(1 < X < 5) = F_x(4) - F_x(1)$

$P(1 < X < 5) = 0.7 - 0.4$

$P(1 < X < 5) = 0.3$

- $P(X \ge 2) = P(X = 2) + P(X > 2)$

$P(X \ge 2) = \cancel{F_x(2)} - F_x(2^-) + (1 - \cancel{F_x(2)})$

$P(X \ge 2) = 1 - F_x(2^-)$

$P(X \ge 2) = 1 - 0.4 = 0.6$