第3章 控制系统的噪声分析

——2023年春季学期

授课教师： 马 杰（控制与仿真中心）

霍 鑫（控制与仿真中心）

马克茂（控制与仿真中心）

陈松林（控制与仿真中心）

主观题 10分

设置

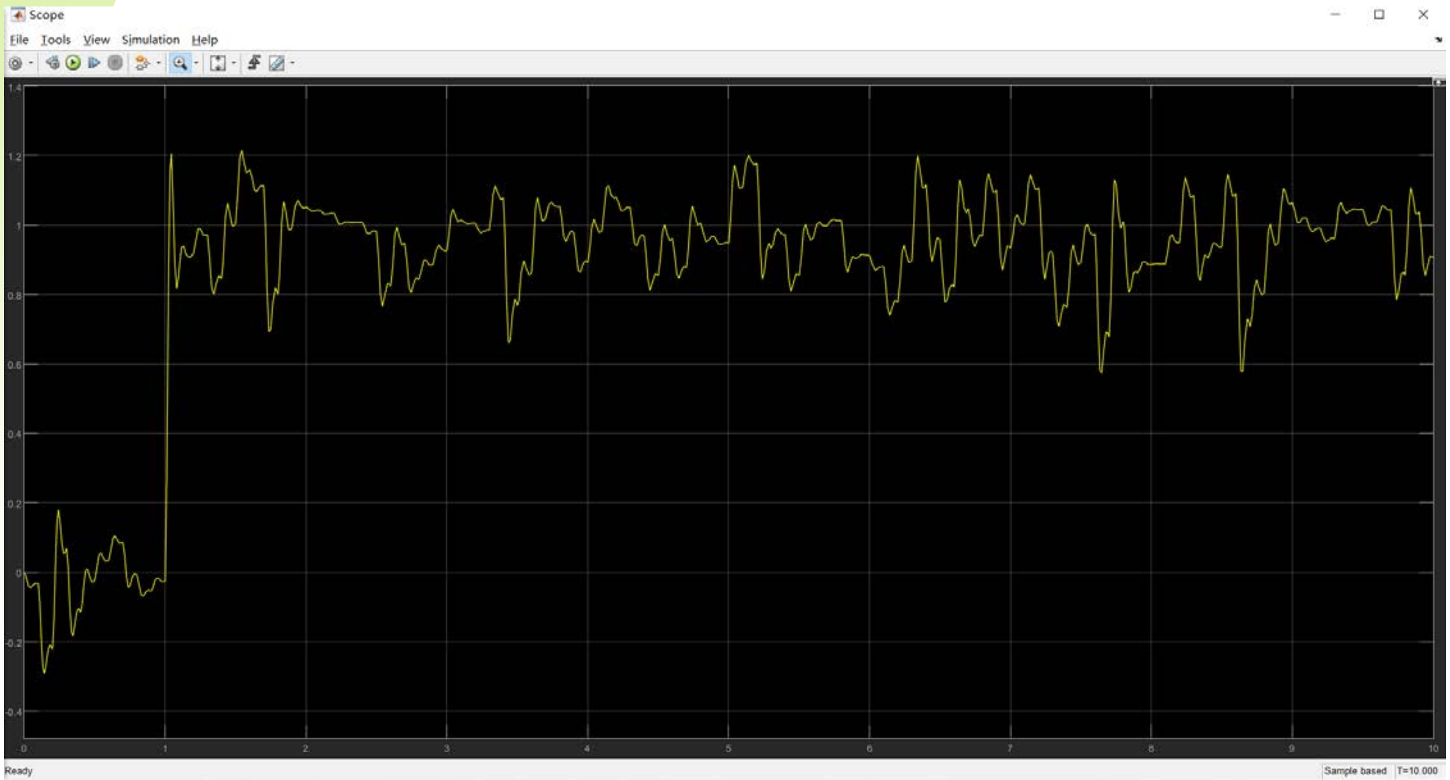
Logo

如果你有一半的概率考研成功，你觉得考几次才有把握（95%）考上研究生？

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

噪声对性能的影响



如何分析？如何评价？如何降低噪声的影响？

随机过程

- 随机变量不能用确定的函数进行描述，只能通过统计特性对其进行描述，具有均值和方差两个主要特征参数；
- 随机向量由多个随机变量组成，引入了联合概率密度和协方差等概念；
- 随时间变化而随机取值的时间随机函数称为随机过程；
- 平稳随机过程是统计特性与时间无关随机过程，具有平稳性和遍历性，这两个特点可以使统计平均转化为时间平均；

$$\overline{\xi}=\int_{-\infty}^{\infty}\xi\cdot W(\xi,t)d\xi \underset{\text{遍历性}}{\overset{\text{平稳性}}{\rightleftharpoons}} \overline{\xi}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\xi(t)dt$$

相关函数

➢ 随机过程相关函数的定义

$$R(\tau)=\overline{\xi(t)\cdot\xi(t+\tau)}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\xi_1\xi_2\cdot W(\xi_1,\xi_2,\tau)d\xi_1 d\xi_2$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\xi(t+\tau)\xi(t)dt$$

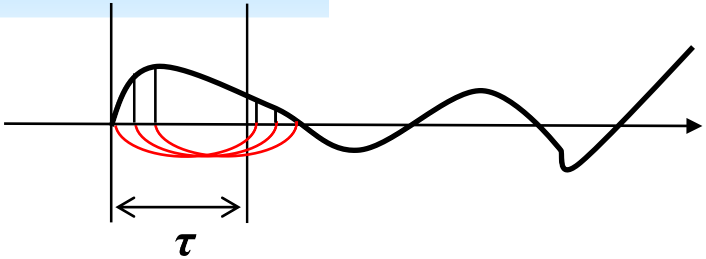
➢ 自相关函数的三个性质

$$R(0)=\sigma_\xi^2 \qquad R(\infty)=0 \qquad R(\tau)=R(-\tau)$$

相关函数计算

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[x(t)\cdot x(t+\tau)]dt$$

用数值法： $x(t), x(t+\tau)$ **取离散值**



$$R(\tau)=R(n\cdot\Delta t)=\frac{1}{M-n}\sum_{l=0}^{M-n-1}x(l\cdot\Delta t)x(l\cdot\Delta t+n\cdot\Delta t)$$

可简写为： $$R(n)=\frac{1}{M-n}\sum_{l=0}^{M-n-1}x(l)x(l+n)$$

注意： **采样足够密，数据足够长，*n*的上限要小于*M*/2**

相关函数是信号相对于时间间隔的相关性，为预测提供可能

谱密度

- 谱密度函数的定义

$$\Phi(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left|X_T(j\omega)\right|^2$$

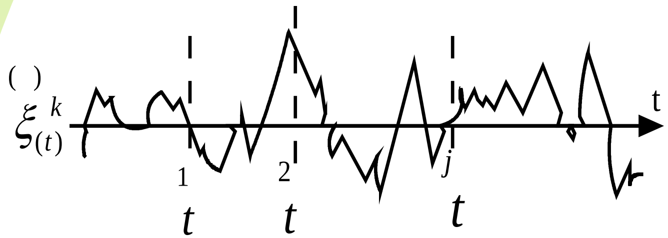
$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-\infty}^{\infty}x(t)^2dt=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi\left(2\pi f\right)df$$

- 谱密度函数与相关函数之间的关系（注意两种公式）

$$R(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega \qquad \Phi(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}R(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

- 谱密度的两种计算方法（直接法和相关函数法）

随机过程重要概念总结



$$r(t)=?$$

概率密度

$$w(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(x-m)^2/(2\sigma^2)}$$

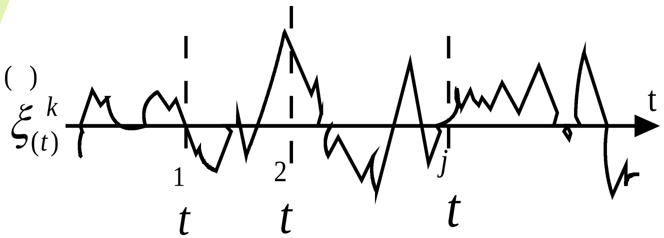
相关函数

$$R(\tau)=\overline{\xi(t)\cdot\xi(t+\tau)}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\xi(t+\tau)\xi(t)dt$$

谱 密 度

$$\Phi(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left|X_T(j\omega)\right|^2=\int_{-\infty}^{\infty}R(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

换个视角，发现规律



$$r(t) = ?$$

在无序中找规律

在不同中找共性

频域：看信号频谱特性

概率：看信号取值概率

足够多的样本，足够长的时间，积累足够多的数据量

开新篇

随机变量

随机向量

随机过程

典型概率分布

概率分布函数

概率密度函数

矩

零阶矩

一阶矩

二阶中心矩

数学期望

方差

联合概率密度函数

协方差

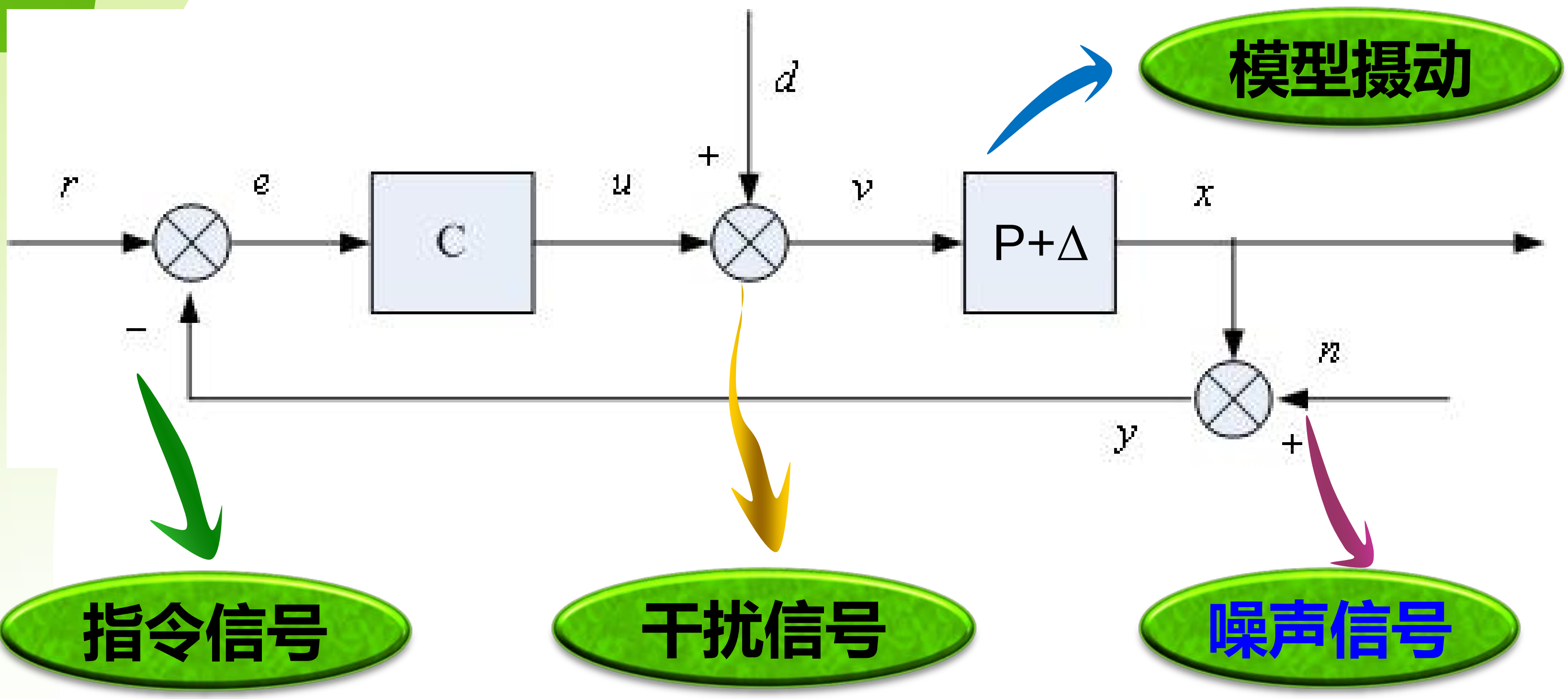
相关函数

谱密度

均方误差

等效噪声带宽

抬头看路



$$G_{xr} = \frac{PC}{1+PC} \qquad G_{xd} = \frac{P}{1+PC} \qquad G_{xn} = \frac{-PC}{1+PC}$$

学习目标

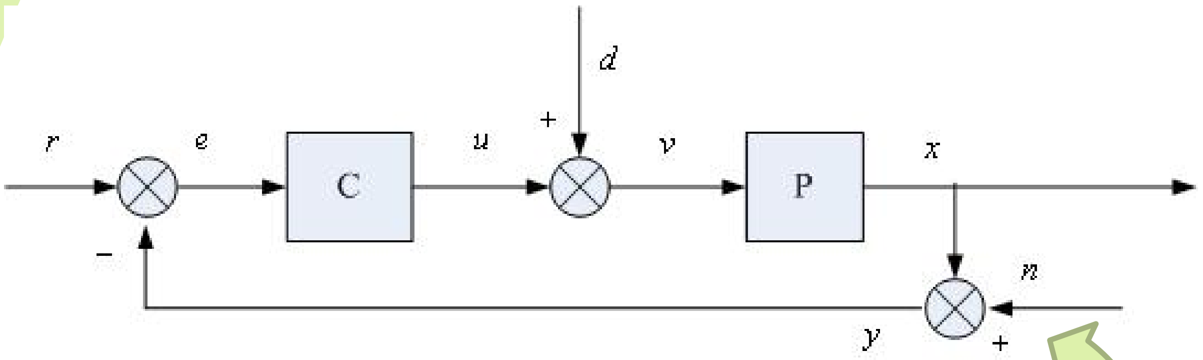
本节课需要掌握的内容

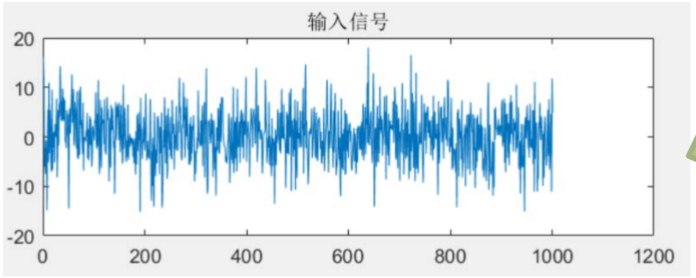
- 掌握噪声作用下系统性能的评价指标，即均方误差；
- 掌握等效噪声带宽的概念以及相关的分析方法和结论；
- 了解各种抑制噪声的方法；

3.2 噪声和它引起的误差

设置

Logo



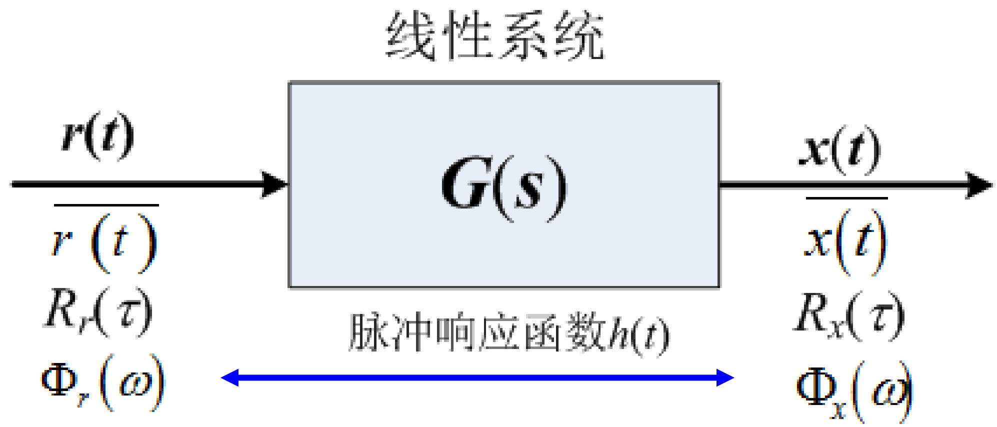


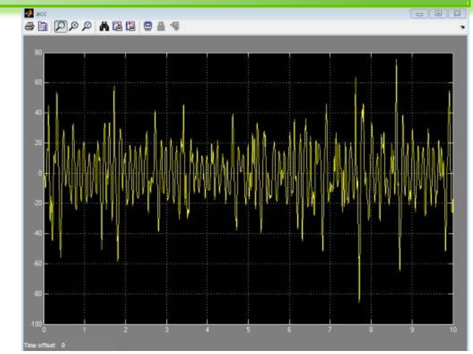
已知信号 n 的方差，相关函数或谱密度，如何求取 e 的方差，它与系统特性或参数有什么关系？

作答

3.2.4 均方误差

线性系统对平稳随机过程的响应 | 均方误差 | 例子

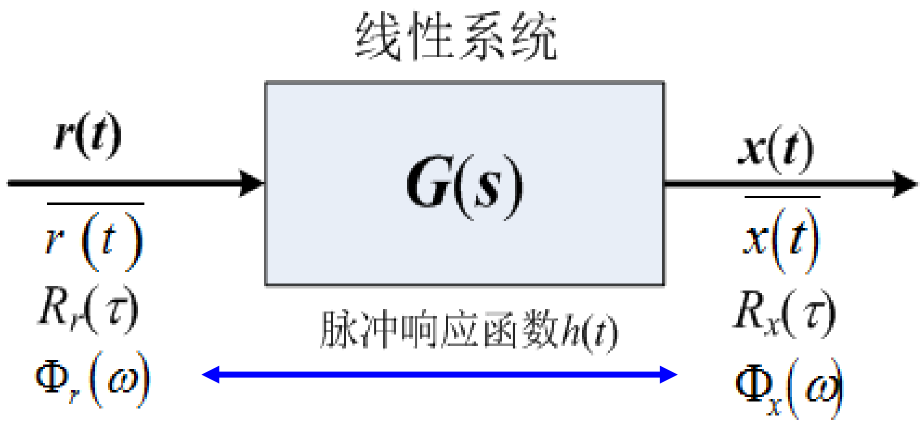




$r(t)$是一个平稳各态历经的随机过程，且服从高斯分布，则$x(t)$是一个平稳各态历经的随机过程，也服从高斯分布。

Logo

下面哪个正确



A $x(s)=G(s)r(s)$

B $R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} R_r(\tau-\lambda)h(\lambda)\mathrm{d}\lambda$

C $R_x(0) = G(j0)R_r(0)$

D $\Phi_x(\omega)= G(j\omega)\Phi_r(\omega)$

提交

线性系统对平稳随机过程的响应 | 均方误差 | 例子

$$\because\ x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} r(t-\lambda)h(\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

$$\therefore\ R_x(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau)\mathrm{d}t$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left[\int_{-\infty}^{\infty} r(t-\lambda)h(\lambda)\mathrm{d}\lambda\int_{-\infty}^{\infty} r(t+\tau-\eta)h(\eta)\mathrm{d}\eta\right]\mathrm{d}t$$

$$\xrightarrow{\text{交换积分次序}}\int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda)\left\{\int_{-\infty}^{\infty} h(\eta)\left(\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left[r(t-\lambda)r(t+\tau-\eta)\right]\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}\eta\right\}\mathrm{d}\lambda$$

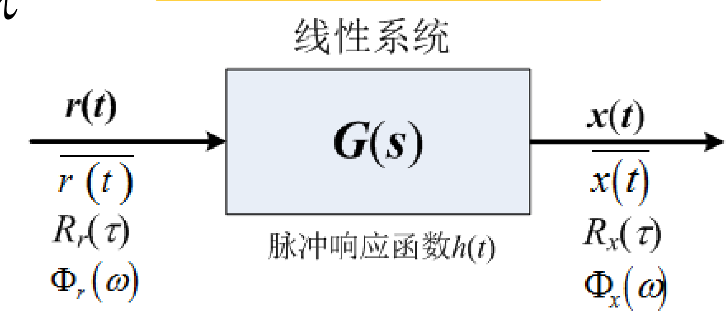
$$\xrightarrow[\text{令}t'=t-\lambda]{R_r(\tau)=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[r(t+\tau)r(t)]\mathrm{d}t}\int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda)\left[\int_{-\infty}^{\infty} R_r(\tau+\lambda-\eta)h(\eta)\mathrm{d}\eta\right]\mathrm{d}\lambda$$

3.2.4 均方误差

线性系统对平稳随机过程的响应 | 均方误差 | 例子

$$R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\lambda)\left[\int_{-\infty}^{\infty}R_r(\tau+\lambda-\eta)h(\eta)\mathrm{d}\eta\right]\mathrm{d}\lambda$$

$$G(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\lambda)e^{-j\omega\lambda}\mathrm{d}\lambda$$



利用上述公式来推导输入输出信号谱密度函数的关系

$$\begin{aligned}\Phi_x(\omega)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_x(\tau)e^{j\omega\tau}\mathrm{d}\tau\\&=\int_{-\infty}^{\infty}h(\lambda)e^{-j\omega\lambda}\mathrm{d}\lambda\int_{-\infty}^{\infty}h(\eta)e^{j\omega\eta}\mathrm{d}\eta\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_r(\tau+\lambda-\eta)e^{j\omega(\tau+\lambda-\eta)}\mathrm{d}\tau\right]\\&=G(j\omega)G(-j\omega)\Phi_r(\omega)\\&=\left|G(j\omega)\right|^2\Phi_r(\omega)\end{aligned}$$

信号的传递关系

功率谱密度的传递关系

$$\boxed{\Phi_x(\omega)=\left|G(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_r(\omega)}$$

$$\boxed{x(j\omega)=G(j\omega)\cdot r(j\omega)}$$

3.2.4 均方误差

$$\Phi_x(\omega)=\left|G(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_r(\omega)$$

对一线性系统而言，输入的功率谱密度 $\Phi_r(\omega)$ 通过 $\left|G(j\omega)\right|^2$ 传递到输出，所以有时把 $\left|G(j\omega)\right|^2$ 称为功率传递函数。

若已知随机输入到误差的传递函数，则可得到相应的功率传递函数，进而根据输入谱密度求得误差的谱密度。

Logo

$$\Phi_x(\omega) = |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_r(\omega)$$

已知两个信号的谱密度，输出信号的谱密度如何计算?

作答

3.2.4 均方误差

线性系统对平稳随机过程的响应 | 均方误差 | 例子

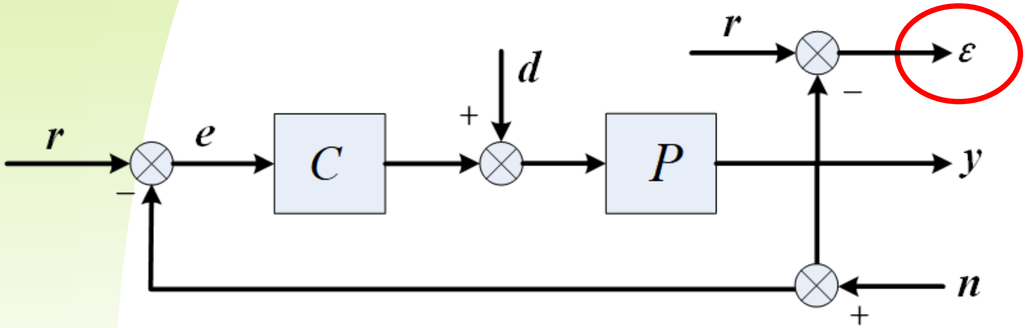
若系统的两个输入（或干扰）独立不相关：

信号的传递关系

$$x(j\omega)=G_r(j\omega)\cdot r(j\omega)+G_n(j\omega)\cdot n(j\omega)$$

功率谱密度的传递关系

$$\Phi_x(\omega)=\left|G_r(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_r(\omega)+\left|G_n(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_n(\omega)$$



均方误差

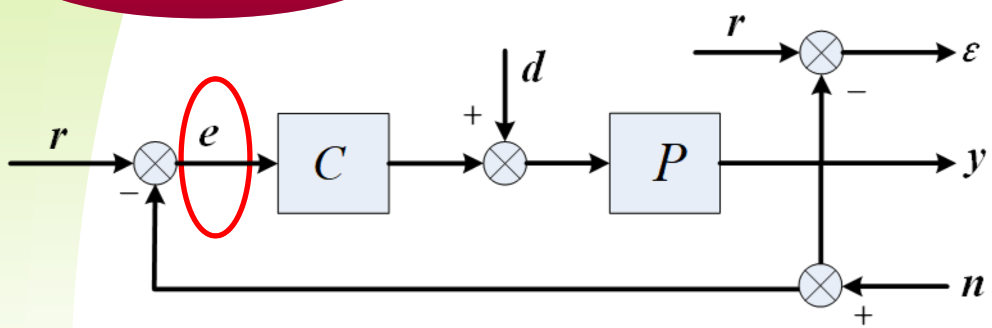
$$G_{\varepsilon n}=\frac{PC}{1+PC}$$

噪声作用下，系统的误差 ε 也是一个随机信号，就要采用均方误差对系统进行评价

$$\overline{\varepsilon^2}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\varepsilon^2(t)\mathrm{d}t$$

$$\overline{\varepsilon^2}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\varepsilon(t)\varepsilon(t-0)\mathrm{d}t=R_{\varepsilon}(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_{\varepsilon}(\omega)\mathrm{d}\omega$$

均方偏差



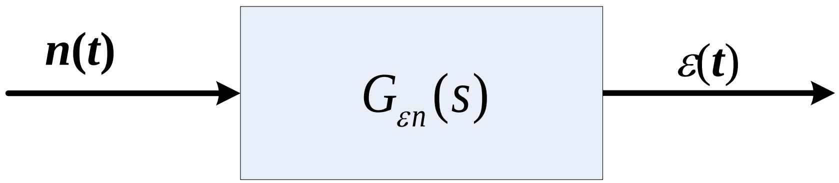
$$G_{en} = \frac{-1}{1+PC}$$

考虑噪声的作用，系统的偏差e与误差ε不再相同，为区别均方误差，这里给出**均方偏差**的概念，主要体现在**符号和传递函数**的不同

$$\overline{e^2} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} e^2(t)\mathrm{d}t$$

$$\overline{e^2} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} e(t)e(t-0)\mathrm{d}t = R_e(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_e(\omega)\mathrm{d}\omega$$

3.2.4 均方误差



误差信号的谱密度$\Phi_\varepsilon(\omega)$表示为

$$\Phi_\varepsilon(\omega)=\left|G_{\varepsilon n}(j\omega)\right|^2\Phi_n(\omega)$$

则均方误差$\overline{\varepsilon^2}$表示为

$$\overline{\varepsilon^2}=R_\varepsilon(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_\varepsilon(\omega)\mathrm{d}\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|G_{\varepsilon n}(j\omega)\right|^2\Phi_n(\omega)\mathrm{d}\omega$$

多选题 1分

设置

Logo

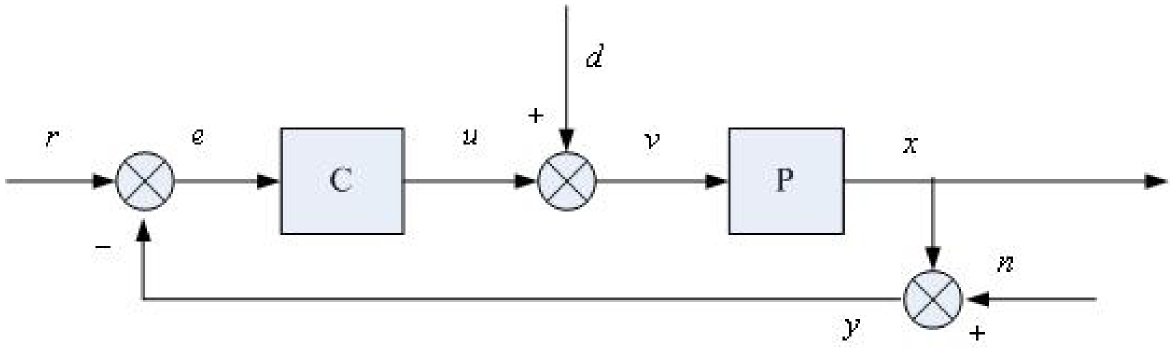
谱密度函数可以用来分析哪些信号

A 误差

B 扰动

C 指令

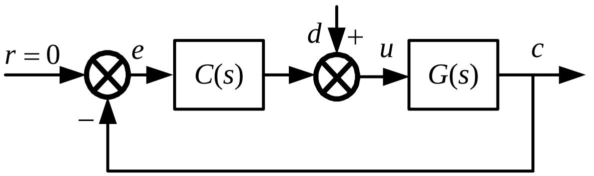
D 输出



提交

◆ p73 例4-4 试计算天线风载引起的误差（由谱密度计算均方误差）

已知风载谱密度函数 $\Phi_d(\omega)=\dfrac{852}{s^2+(0.11)^2}$



控制器$C(s)$，$C(j\omega)=K_1=1.38\times10^5\,\mathrm{kg\cdot m/rad}$

$$\overline{e^2}=R_e(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|G_{ed}(j\omega)\right|^2\Phi_d(\omega)\mathrm{d}\omega$$

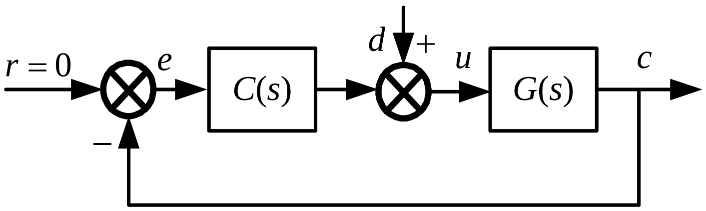
$$G_{ed}(s)=\frac{G(s)}{1+C(s)G(s)}$$

这个例子针对的是随机扰动，没有考虑噪声，而且是单位反馈，误差和偏差相同，所以不做区分

当$C(s)\,G(s)>>1$时，$G_{ed}(s)=\dfrac{G(s)}{1+C(s)G(s)}\approx\dfrac{1}{C(s)}=\dfrac{1}{K_1}$

◆ p73 例4-4　试计算天线风载引起的误差（由谱密度计算均方误差）

已知风载谱密度函数 $\Phi_d(\omega)=\dfrac{852}{s^2+(0.11)^2}$



$$G_{de}(s)\approx\frac{1}{C(s)}=\frac{1}{K_1}$$

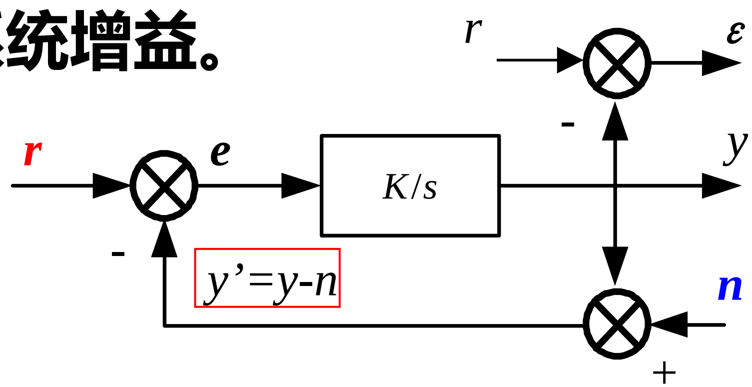
$$\int\frac{1}{x^2+\alpha^2}\mathrm{d}x=\frac{\arctan\frac{x}{\alpha}}{\alpha}+C$$

$$\overline{e^2}=R_e(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|G_{de}(j\omega)\right|^2\Phi_d(\omega)\mathrm{d}\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\frac{852}{1.38^2\times10^{10}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\omega^2+(0.11)^2}\mathrm{d}\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\frac{852}{1.38^2\times10^{10}}\cdot\frac{\pi}{0.11}=2.0336\times10^{-7}$$

- **(p74 例4-5) 求使均方误差最小的系统增益。**



输入信号的谱密度 $\Phi_r(\omega)=\dfrac{4}{\omega^2+4}$

噪声信号的谱密度 $\Phi_n(\omega)=\dfrac{8}{\omega^2+16}$

假设输入信号和噪声不相关，则

$$y=G_{ry}(s)\cdot r+G_{ny}(s)\cdot n=\frac{G}{1+G}\cdot r+\frac{-G}{1+G}\cdot n$$

当系统反馈中存在噪声时，偏差e和误差ε并不相同（即使是单位反馈），即e≠ε

系统的实际误差为

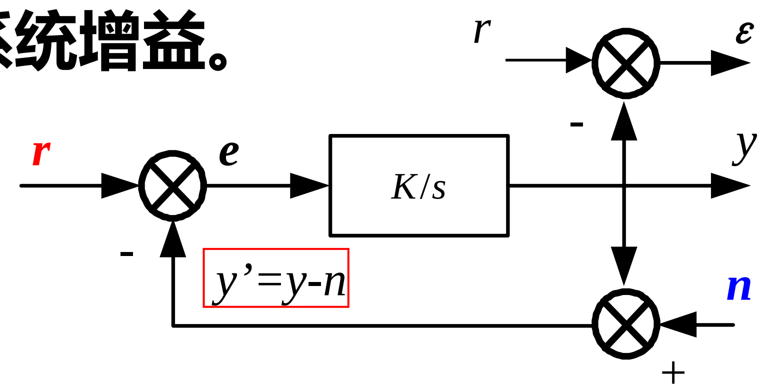
$$\varepsilon=r-y=r-\frac{G}{1+G}\cdot r+\frac{G}{1+G}\cdot n=\frac{1}{1+G}\cdot r+\frac{G}{1+G}\cdot n$$

不能完全跟踪指令所产生的误差分量

噪声在系统输出端所产生的误差分量

注：n为噪声量，它所对应的输出皆为误差量。

- **(p74 例4-5) 求使均方误差最小的系统增益。**



输入信号的谱密度 $\Phi_r(\omega)=\dfrac{4}{\omega^2+4}$

噪声信号的谱密度 $\Phi_n(\omega)=\dfrac{8}{\omega^2+16}$

$$\varepsilon=\frac{1}{1+G}\cdot r+\frac{G}{1+G}\cdot n$$

假设输入信号和噪声不相关，则

$$\Phi_\varepsilon(\omega)=\left|G_{re}(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_r(\omega)+\left|G_{yn}(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_n(\omega)$$

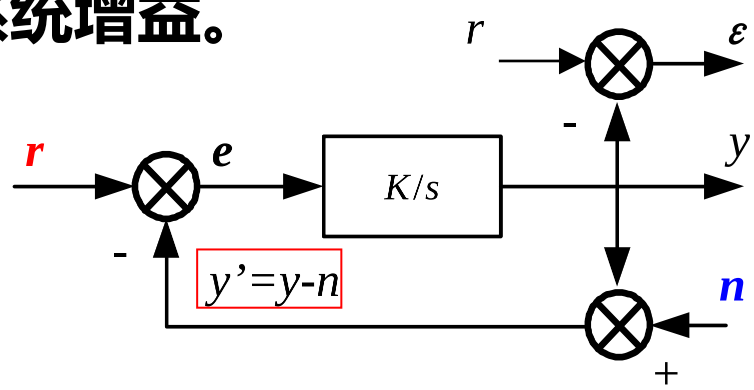
$$G_{re}(s)=\frac{1}{1+G(s)}=\frac{j\omega}{j\omega+K}$$

输入到偏差的传递函数，引起误差的因素之一

$$G_{yn}(s)=\frac{-G(s)}{1+G(s)}=\frac{-K}{j\omega+K}$$

噪声到输出的传递函数，引起误差的因素之一

- **(p74 例4-5) 求使均方误差最小的系统增益。**



$$\overline{\varepsilon^2} = R_\varepsilon(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_\varepsilon(\omega)\mathrm{d}\omega$$

$$\overline{\varepsilon}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_\varepsilon(\omega)\mathrm{d}\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\left|G_{re}(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_r(\omega)+\left|G_{yn}(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_n(\omega)\right]\mathrm{d}\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{j\omega}{j\omega+K}\cdot\frac{2}{j\omega+2}\right|^2\mathrm{d}\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{-K}{j\omega+K}\cdot\frac{\sqrt{8}}{j\omega+4}\right|^2\mathrm{d}\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{j\omega}{j\omega+K}\right|^2\cdot\frac{4}{\omega^2+4}\mathrm{d}\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{-K}{j\omega+K}\right|^2\cdot\frac{8}{\omega^2+16}\mathrm{d}\omega$$

- **(p74 例4-5) 求使均方误差最小的系统增益。**

$$\overline{\varepsilon}^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{j\omega}{j\omega+K}\cdot\frac{2}{j\omega+2}\right|^2 \mathrm{d}\omega+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{K}{j\omega+K}\cdot\frac{\sqrt{8}}{j\omega+4}\right|^2 \mathrm{d}\omega$$

令：$s=j\omega$代入，有

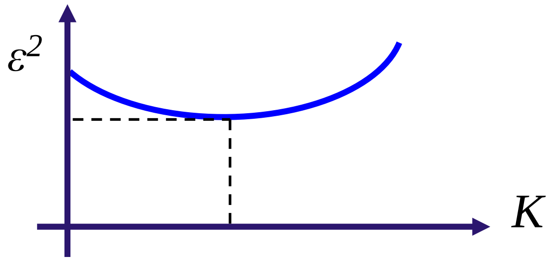
$$\overline{\varepsilon}^2=\frac{j}{2\pi}\left[\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{2s}{s^2+2Ks+2K}\right|^2 \mathrm{d}s+\int_{-j\infty}^{j\infty}\left|\frac{\sqrt{8}K}{s^2+(4+K)s+4K}\right|^2 \mathrm{d}s\right]$$

查积分表得： $\overline{\varepsilon}^2=\dfrac{2}{2+K}+\dfrac{K}{4+K}$

增大K，会减小输入r引入的均方误差，但会增加噪声n引起的均方误差，因此必须折中处理，得到使综合均方误差最小的K值。

- **(p74 例4-5) 求使均方误差最小的系统增益。**

$$\overline{\varepsilon}^2=\frac{2}{2+K}+\frac{K}{4+K}$$



令 $\dfrac{\mathrm{d}\overline{\varepsilon}^2}{\mathrm{d}K}=0$,　　当$K=\sqrt{8}$时，$\overline{\varepsilon}^2_{\min}=0.414+0.414=0.828$

这个例子充分说明：在考虑指令和噪声等具有不同特性的输入信号作用时，控制系统设计中存在着矛盾，必须折中处理。

Logo

下列结论哪些是正确的

A 噪声会影响线性系统的稳定性

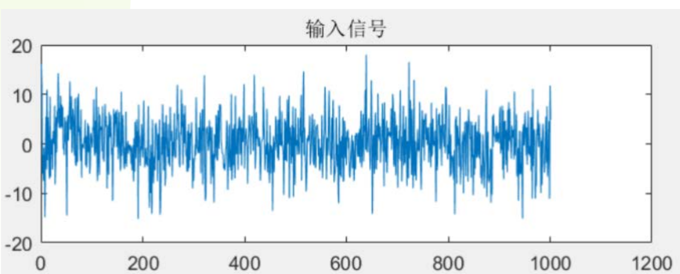
B 噪声会影响线性系统的快速性

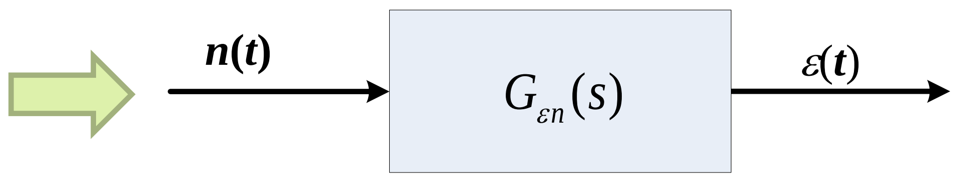
C 噪声可能导致实际系统失稳

D 噪声可能加快实际系统的响应速度

提交

均方误差必须通过根据输入**信号**或输出信号来计算，如何从**系统**的角度来评价系统对噪声的敏感性？



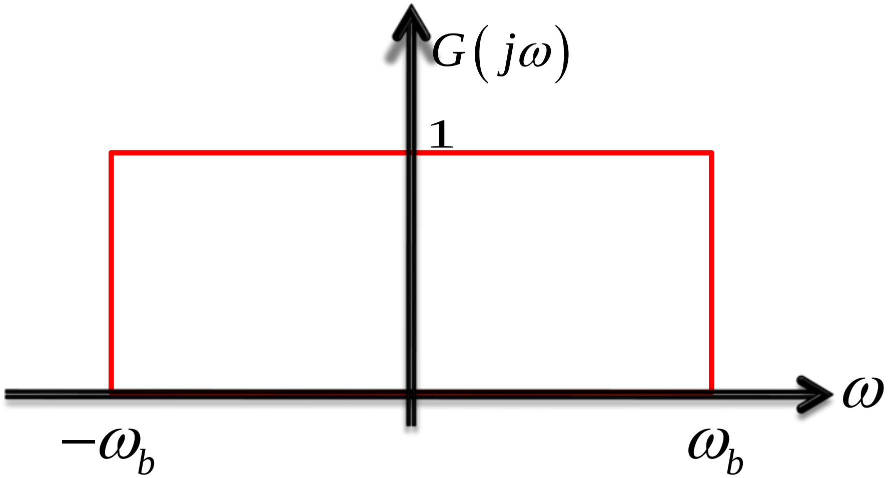


3.2 噪声和它引起的误差

定义 | 一阶系统的等效噪声带宽

❖ 系统的等效噪声带宽是指与其相当的一理想滤波器的带宽，**在白噪声作用下，系统的均方输出与理想滤波器的均方输出相等**。这里的理想滤波器特指其频率特性等于1，而带宽在 ω_b 外则完全截止。

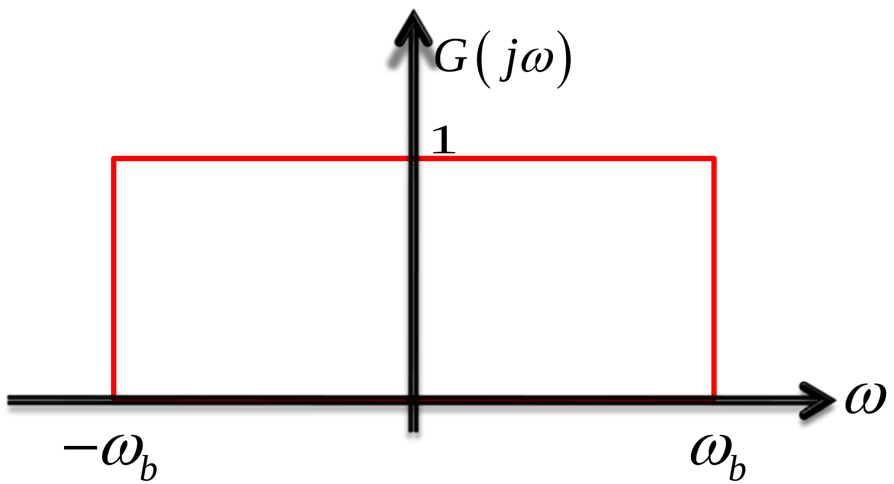
$$\Phi_x(\omega)=\left|G(j\omega)\right|^2\cdot\Phi_r(\omega)$$



定义 | 一阶系统的等效噪声带宽

❖ 设一白噪声，其谱密度在ω_N内为常值 K_N^2， $\omega_N >> \omega_b$,则此噪声作用下，理想滤波器的均方输出为

$$\overline{x^2} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_N(\omega)\mathrm{d}\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_b}^{\omega_b}K_N^2\mathrm{d}\omega = \frac{1}{\pi}K_N^2\omega_b$$

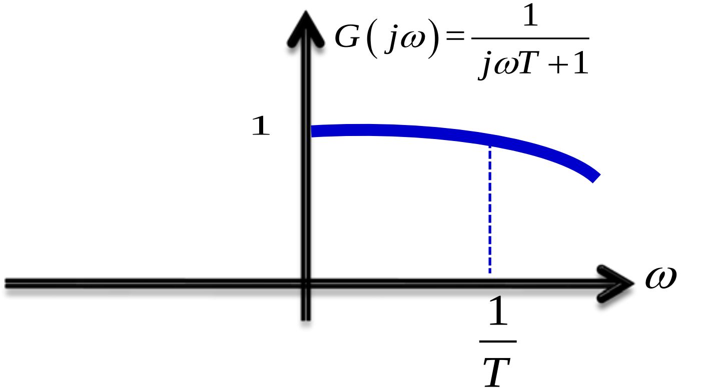


系统的均方输出与理想滤波器的带宽 ω_b 有关

定义 | 一阶系统的等效噪声带宽**

❖ 考察白噪声通过一阶系统

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}$$



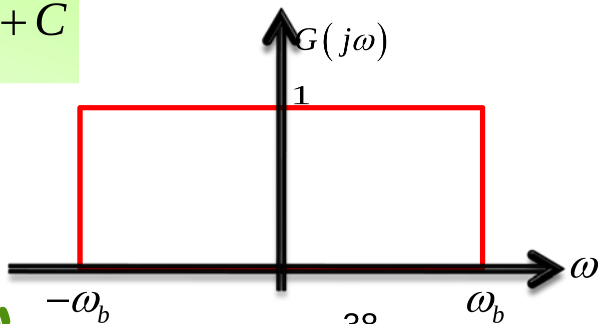
此时，系统输出信号的均方误差为

$$\overline{x^2}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_N}^{\omega_N}\left|G(j\omega)\right|^2\Phi_N(\omega)\mathrm{d}\omega=\frac{K_N^2}{2\pi}\int_{-\omega_N}^{\omega_N}\frac{1}{1+\omega^2T^2}\mathrm{d}\omega$$

$$\overline{x^2}=\frac{K_N^2}{T\pi}\arctan(\omega_N T)$$

$$\int\frac{1}{x^2+\alpha^2}\mathrm{d}x=\frac{\arctan\frac{x}{\alpha}}{\alpha}+C$$

当$\omega_N T>>10$时，$\overline{x^2}=\frac{K_N^2}{T\pi}\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{1}{\pi}K_N^2\frac{\pi}{2T}$

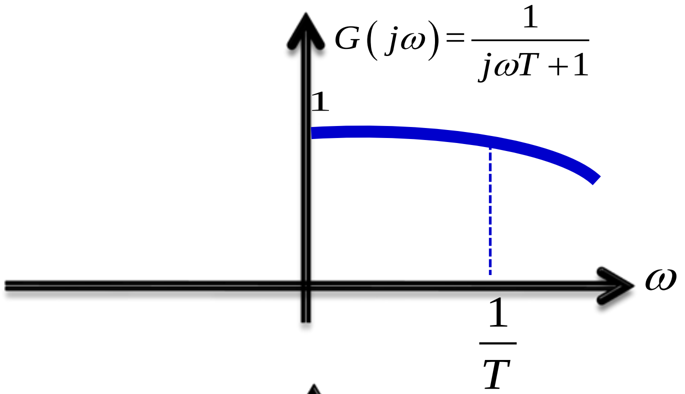


3.2.5 系统的等效噪声带宽

定义|一阶系统的等效噪声带宽

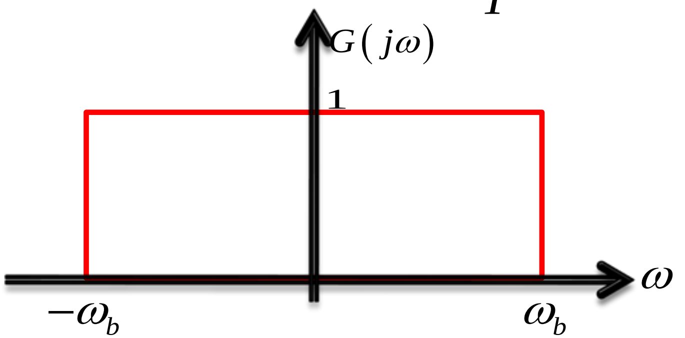
❖ 一阶系统输出信号的均方误差为

$$\overline{x^2} = \frac{1}{\pi} K_N^2 \frac{\pi}{2T}$$



理想滤波器输出信号的均方误差为

$$\overline{x^2} = \frac{1}{\pi} K_N^2 \omega_b \qquad \omega_b = \frac{\pi}{2T}$$

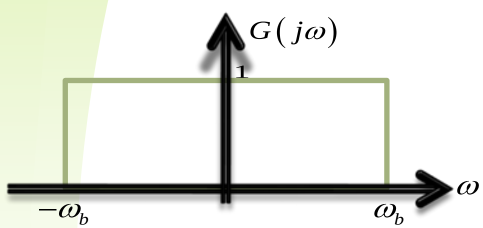


一阶系统等效噪声的带宽等于其本身带宽1/*T*的π/2倍，用同样的方法我们也可以计算二阶系统的等效噪声带宽。

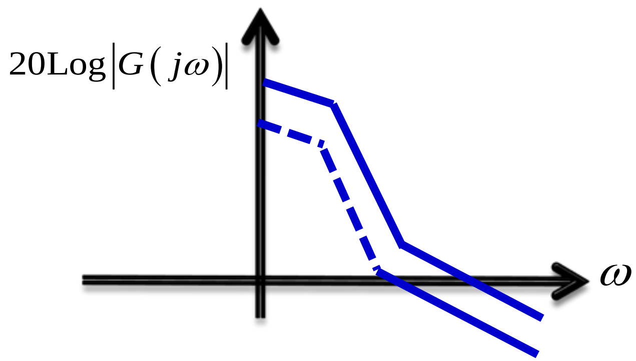
3.2.5　系统的等效噪声带宽

定义|一阶系统的等效噪声带宽

➢ **通过均方误差等效来求取给定系统的等效噪声带宽**



$$\omega_b = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|G(j\omega)\right|^2 d\omega$$



$$\overline{x^2} = \frac{1}{\pi}K_N^2\omega_b \quad \Longleftrightarrow \quad \overline{x^2} = \frac{1}{\pi}K_N^2 \cdot \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|G(j\omega)\right|^2 d\omega$$

注意：　性能指标的两种提法。针对**信号**：要明确给定信号并由计算结果，针对**系统**：则不需要针对特性信号进行计算

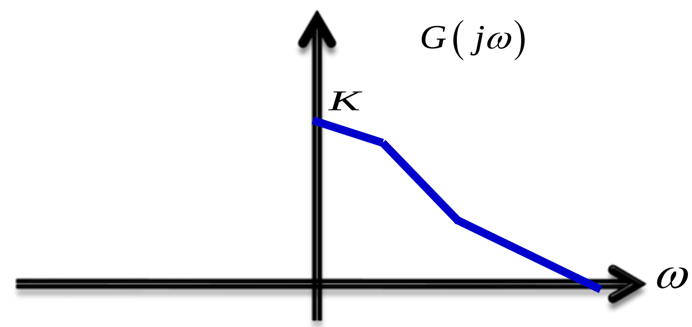
定义|一阶系统的等效噪声带宽

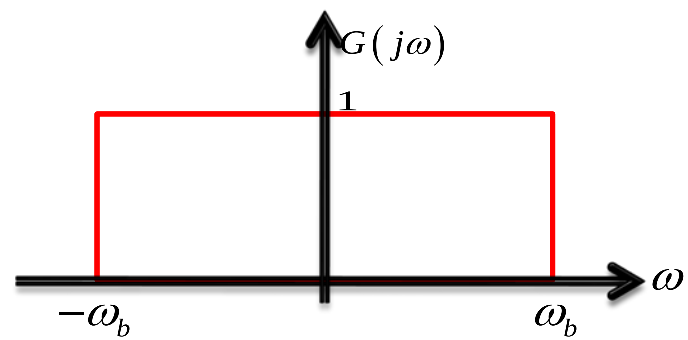
❖ 一般系统的等效噪声带宽

$$\overline{x^2}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\mathrm{j}\omega)\mathrm{d}\omega$$

$$=\frac{1}{\pi}K_N^2\cdot\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|G(\mathrm{j}\omega)\right|^2\mathrm{d}\omega$$

$$=\frac{1}{\pi}K_N^2(I)$$





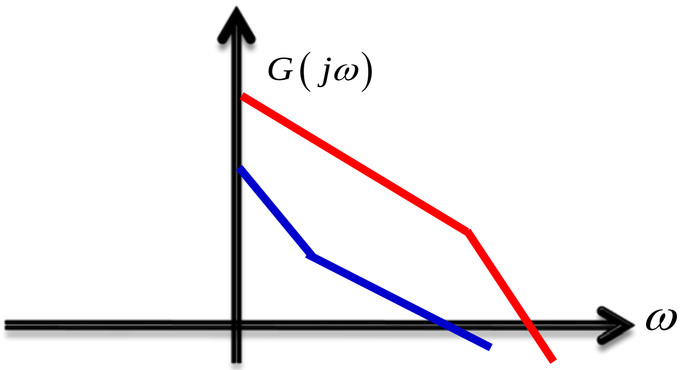
结论：I 由系统的传递函数确定，被控对象给定的情况下由控制器的结构和参数所确定。为了抑制噪声，可以通过调整控制器的结构和参数，使系统的等效噪声带宽尽可能小。

投票 最多可选1项

设置

Logo

二阶系统的等效噪声带宽比一阶系统的等效噪声带宽小。



A 正确

B 错误

提交

主观题 10分

设置

Logo

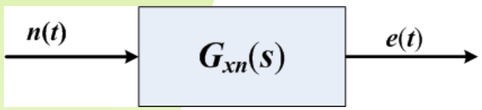
如何减小噪声对系统的影响？

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

[噪声抑制方法总结]

减小量测噪声影响的方法（控制角度）***



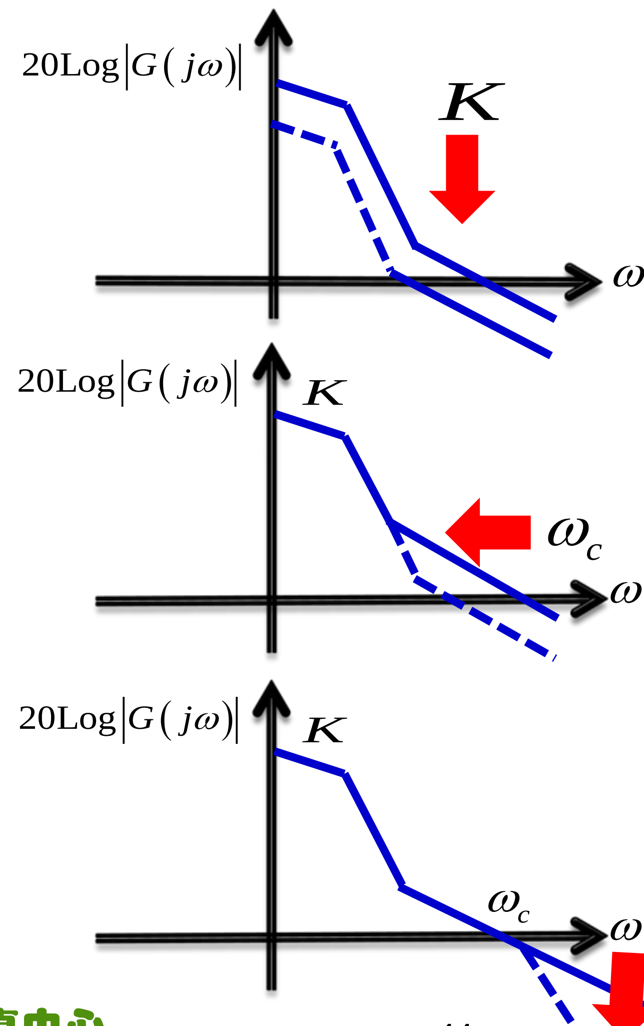
$$\Phi_e(\omega)=\left|G_{en}(j\omega)\right|^2\Phi_n(\omega)$$

1　降低系统的增益

2　降低系统的穿越频率

3　降低系统的高频增益（惯性环节）

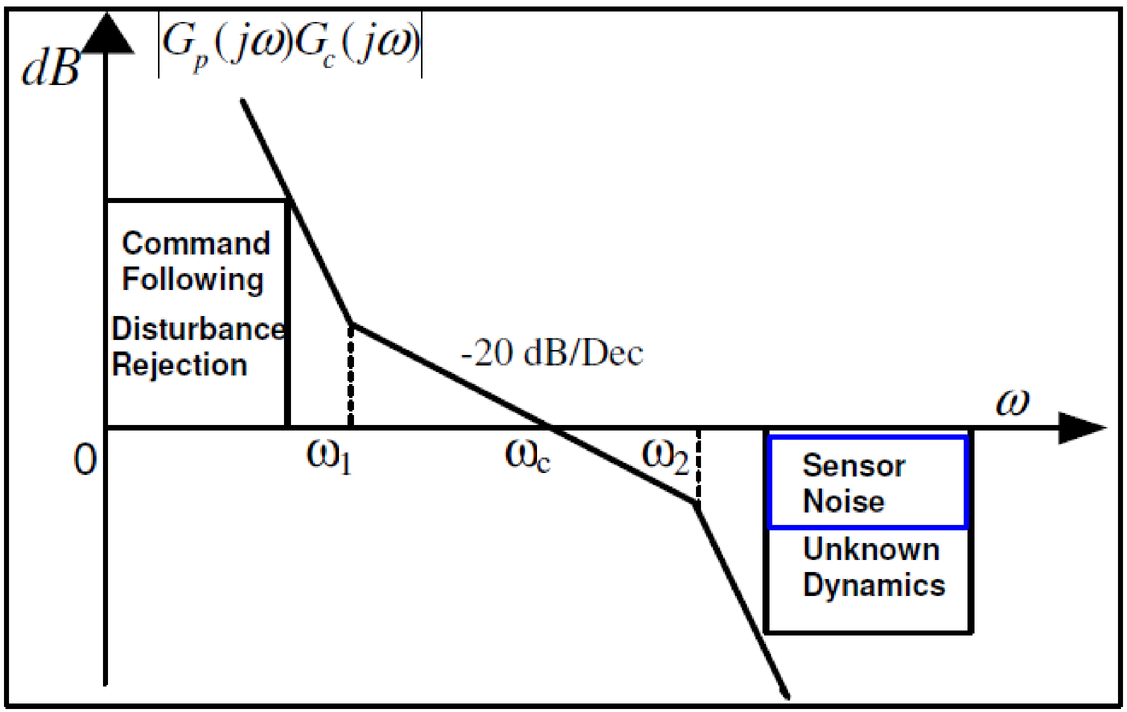
这些方法都与提升系统指令跟踪能力是矛盾的，我们能做的是保证指令跟踪性能的前提下，尽量采用上述方法降低噪声对系统的影响。



[噪声抑制方法总结]

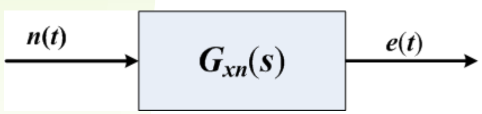
抑制量测噪声的设计原则

为了抑制噪声的影响，在不影响低频性能的前提下，要求尽可能压低高频增益；

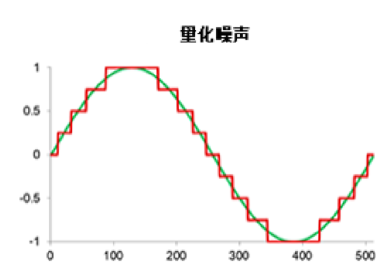


减小噪声影响的方法（其他方面）

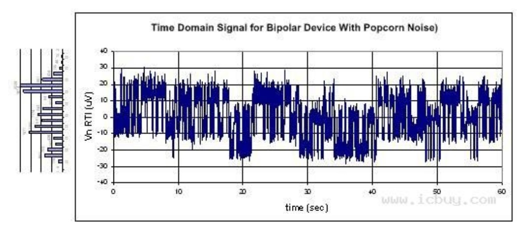
控制理论不是万能的，如果要降低噪声对系统的影响，最好的办法还是根据噪声的来源，从根上解决问题。



$$\Phi_e(\omega)=\left|G_{en}(j\omega)\right|^2\Phi_n(\omega)$$



- 信号采集过程中引入噪声
- 信号传输过程引入的噪声
- 信号处理过程引入的噪声



Logo

如何减小信号**采集环节**引入的噪声?

A 用数字传感器代替模拟传感器

B 用信噪比更高的传感器

C 用高品质的传感器

D 用低分辨率的传感器

提交

减小噪声影响的方法（信号采集）

1 信号采集过程中引入噪声

- 用信噪比高的传感器;
- 用高品质的传感器;
- 尽量用数字式的传感器;
- 用分辨率高的传感器;
- 用测其他物理量的传感器实现间接测量;
- 用多传感器进行数据融合;

Logo

如何减小信号**传输环节**引入的噪声?

A 采用无线代替有线进行传输

B 采用差动方式传输

C 采用相位代替幅值传输

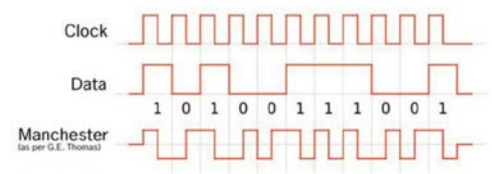
D 采用电压信号代替电流信号传输

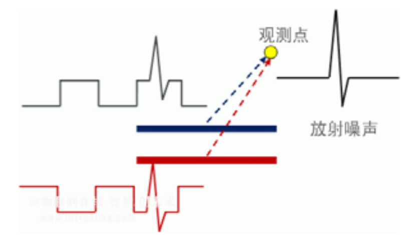
提交

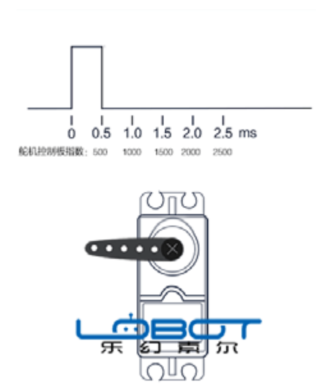
减小噪声影响的方法（信号传输）

2 信号传输过程引入的噪声

- 电流比电压好；
- 差动比单端好；
- 串行比并行好；
- 数字比模拟好；
- 相位比幅值好；
- 有线比无线好；
- 用高品质的电缆；
- 采用双绞、屏蔽和接地措施；
- 用可靠性高的通信协议。







Logo

如何减小信号**处理理环节**引入的噪声?

A 采用具有浮点数运算能力的处理器

B 采用双精度浮点数进行运算

C 算法合理设计

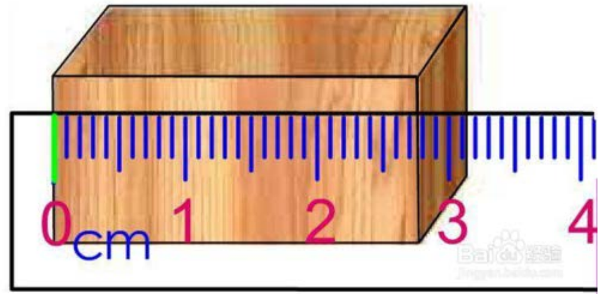
D 采用滤波等方法

提交

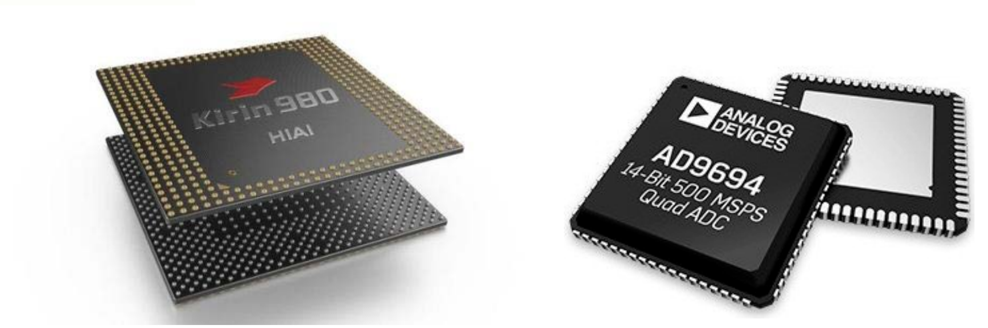
减小噪声影响的方法（信号处理）

3 信号处理过程引入的噪声

- 用**高位数**AD，DA转换器；
- 采用**高精度**浮点数进行信号的存储、分析和运算操作，减小截断误差和计算舍入误差带来的噪声；
- **合理编程**减小计算时的舍入误差；



基本类型	大小	取值范围
boolean	1字节8位	true,false
byte	1字节8位有符号整数	-128 ~ + 127
short	2字节16位有符号整数	-32768（-2^{15}）~ + 32767（$+2^{15}-1$）
int	4字节32位有符号整数	-2147483648（-2^{31}）~ + 2147483647（$2^{31}-1$）
long	8字节64位有符号整数	-2^{63} ~ + $2^{63}-1$
char	2字节16位Unicode字符	0 ~ 65535（$2^{16}-1$）
float	4字节32位浮点数	1.4E-45 ~ 3.4E+38 , -1.4E-45 ~ -3.4E+38
double	8字节64位浮点数	4.9E-324 ~ 1.7E+308, -4.9E-324 ~ -1.7E+308

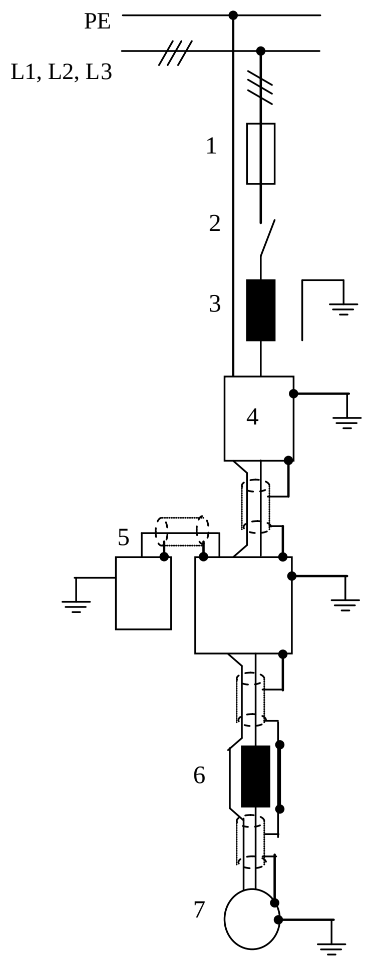



```c
fuzz_buffer = malloc(FUZZ_BUFFER_SIZE);
if(!fuzz_buffer) {
  printf("Failed to allocate fuzz buffer\n");
  return 1;
}

__AFL_INIT();
while (__AFL_LOOP(1000)) {

  memset(fuzz_buffer, 0, FUZZ_BUFFER_SIZE);
  fuzz_length = read_file(fuzz_filename, fuzz_buffer, FUZZ_BUFFER_SIZE);
  if(fuzz_length < 0)
    continue;

  cert = x509_cert_parse(fuzz_buffer, fuzz_length);
  x509_free_certificate(cert);
}
```

减小噪声影响的方法（电磁兼容）

4 从干扰源出发（电磁兼容）

- 采用隔离变压器；
- 采用输入滤波器；
- 增加扼流圈；
- 输出滤波器；
- 功率信号加屏蔽；
- 有效接地；
- 降低开关频率
- 用高品质电源

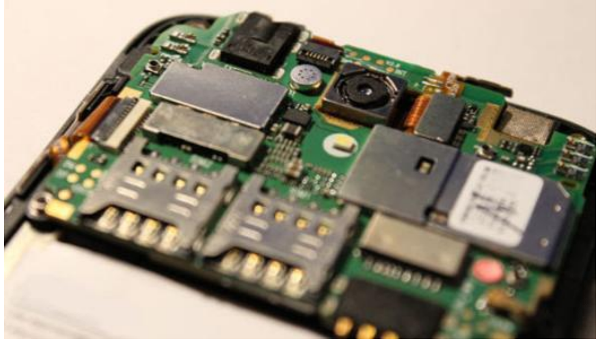


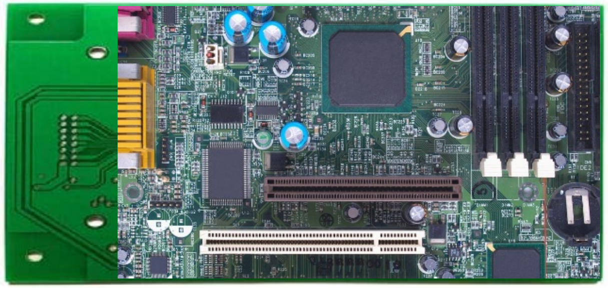
1 隔离变压器
2 主回路保护
3 交流接触器
4 输入滤波器
5 变频器用制动电阻
6 轭流圈和输出滤波器
7 电　机

减小噪声影响的方法（硬件设计）

5 从硬件（电路设计）角度出发

- 走线方式要合理；
- 数字模拟电路分离；
- 强弱电分离；
- 多用电容进行滤波；
- 铺地和电源有讲究；
- 应用光电隔离器件；
- 局部屏蔽和隔离；
- 使用高质量的电源和电源芯片。

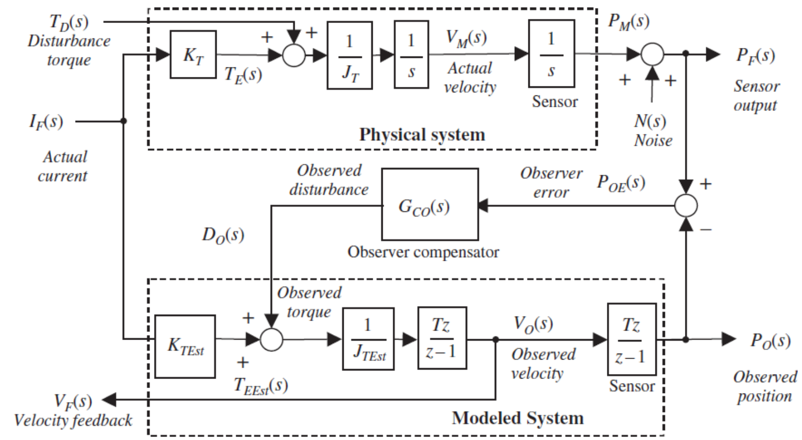




减小噪声影响的方法（用算法代替硬件）

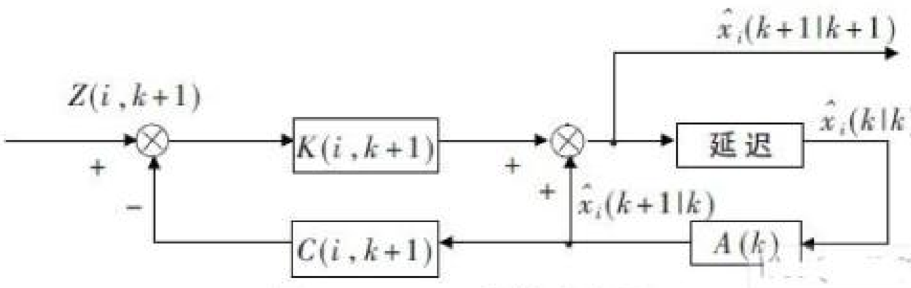
- **7 观测器**

利用模型信息及系统的输入输出来观测系统的状态



- **8 卡尔曼滤波**

利用模型信息及系统的输入和输出来估计系统的状态

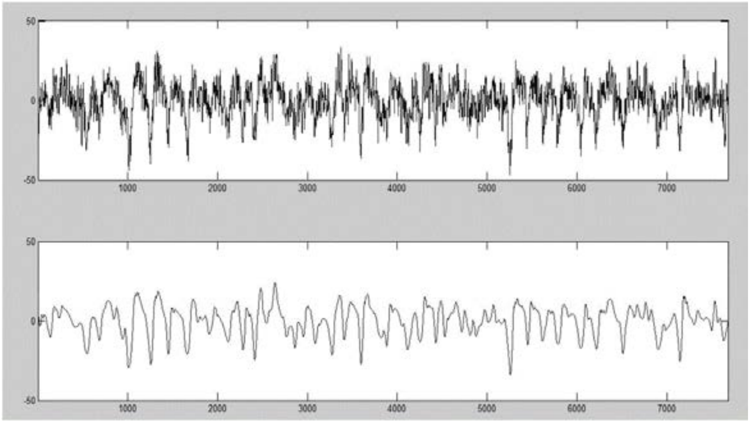


[噪声抑制方法总结]

减小噪声影响的方法（具体问题具体分析）

9 数字信号处理（软硬件滤波，特定噪声的处理方法）

对野值和丢包的处理（外推），对固定频率噪声的处理用带阻滤波（如工频和特定频段信号处理）



主观题 10分

设置

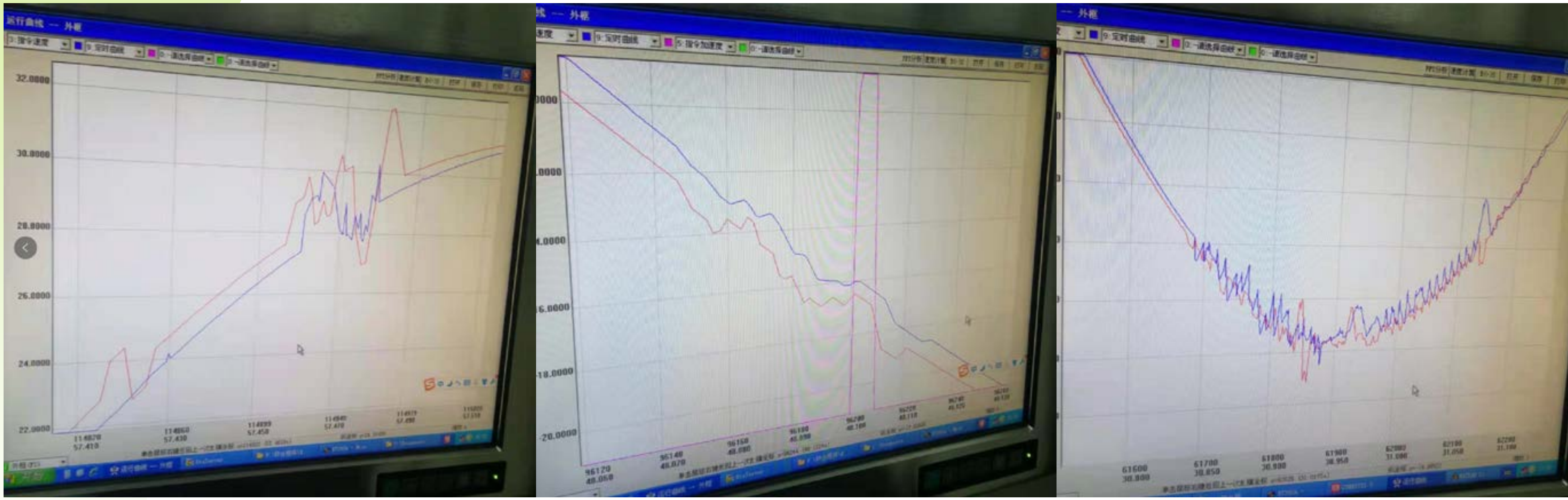
Logo

还有减小噪声的其他方法吗?

作答

一个实际系统中遇到的噪声问题

减小噪声影响的方法（具体问题具体分析）



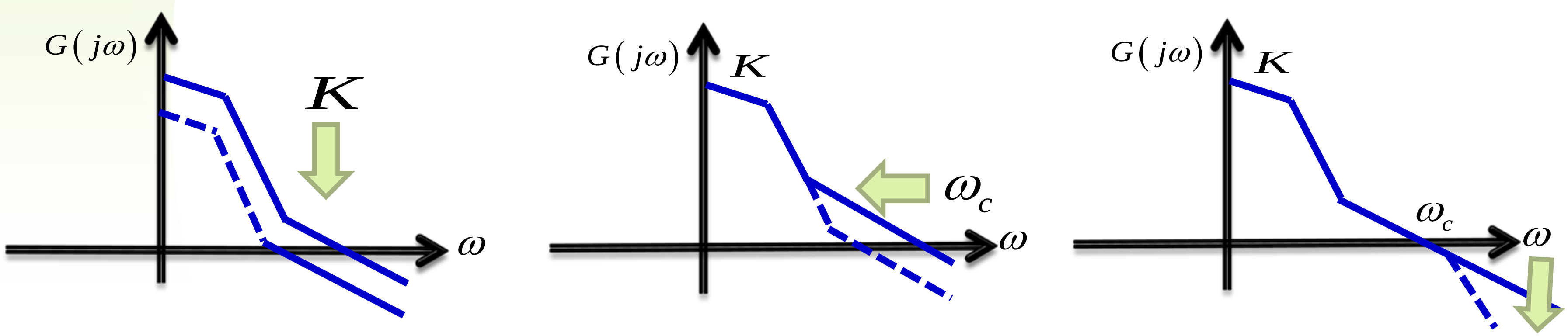
两台计算机采用并口线（24bit，1ms采样周期）传输数据时，收到的指令信号会产生如图所示的噪声，大家只看红色即可，其中有明显的小幅值随机跳跃，你能想到解决噪声的方法有哪些?

第10次 课后作业

2 必选作业

1 仿真题：在已搭好的稳定的闭环系统中加入量测噪声，然后分别通过下述方法（前2种）来减小噪声对系统的影响，并验证噪声抑制与跟踪性能之间的矛盾。

要求：绘制校正前后系统的开环Bode图，还有偏差e的时域图。（最好能在相同条件下计算偏差e的均方误差，用数值比较校正前后的误差变化）



注：第3种压低高频增益的方法（用惯性滤波环节）可能会导致闭环系统的均方误差变大，大家分析一下可能的原因。

第10次 课后作业

2 可选作业

10.1 编程题：随机生成一个白噪声信号，采用xcorr 和psd函数计算该信号的相关函数和功率谱密度，并绘制曲线。

10.2 总结题：总结目前课程用到的各种数学工具，如终值定理、级数、积分、泰勒展开等。

10.3 总结题：总结目前已学到的控制系统设计中的约束与限制；

10.4 思考题：如何理解随机性，如何面对随机性?

10.5 思考题：频域（频谱），"值域"（概率）给了我们分析随机信号的新视角，可见变换角度看问题的重要性，说一说你因此受到的启发?

10.6 思考题：尝试给噪声下个定义，分析一下噪声对系统影响的机理；

10.7 总结题：总结所有噪声抑制的方法。

10.8 思考题：针对两台计算机通过并行方式进行数据传输产生噪声的问题，分析原因，给出有效的解决方法

Thank You！

授课教师： 马　杰（控制与仿真中心）

霍　鑫（控制与仿真中心）

马克茂（控制与仿真中心）

陈松林（控制与仿真中心）