



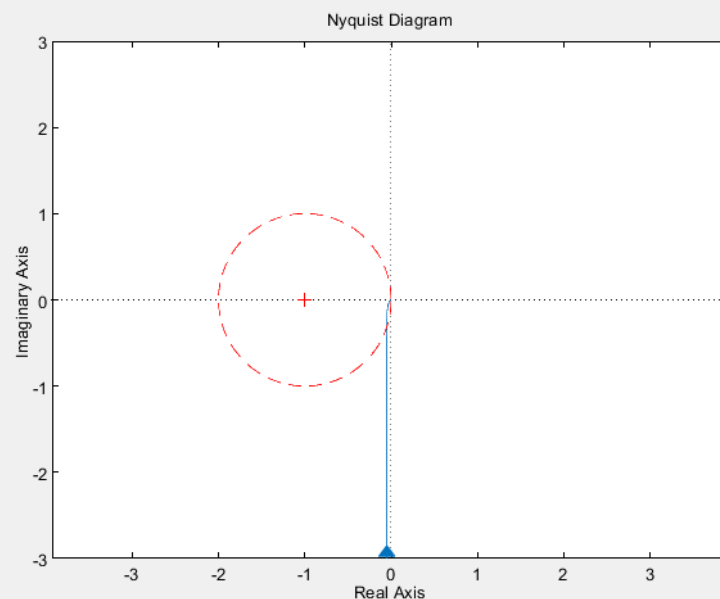
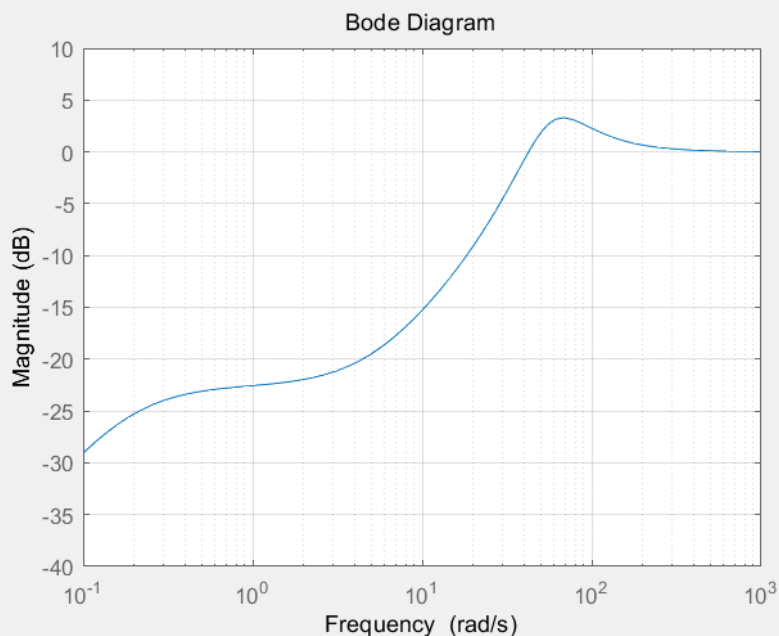
第4章 控制系统的设计约束 (2)

——2023年春季学期

授课教师： 马 杰 (控制与仿真中心)
霍 鑫 (控制与仿真中心)
马克茂 (控制与仿真中心)
陈松林 (控制与仿真中心)



作业篇



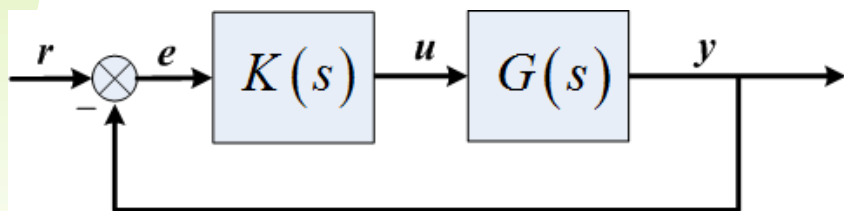
不要做一个受人控制的对象，而应该成为一个自我驱动的系统
有目标，有反馈，有执行力，
能用误差消除误差，还能主动抑制噪声和扰动



回顾篇

灵敏度概念

灵敏度是反馈控制系统的一个重要性能指标。系统灵敏度定义为：系统传递函数的**变化率**与对象传递函数的**变化率**之比。



$$T(s) = \frac{KG}{1 + KG}$$

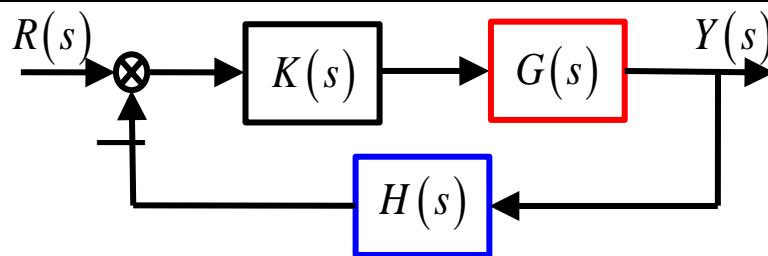
$$S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)} = \frac{dT(s)/T(s)}{dG(s)/G(s)} = \frac{d \ln T(s)}{d \ln G(s)} = \frac{1}{1 + KG}$$

系统灵敏度是当变化量为**微小的增量**时，系统传递函数的变化率与对象传递函数的**变化率之比**（**相对变化量之比**）



回顾篇

几个重要的灵敏度



四种情况	可变参数	灵敏度
开环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = 1$
单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + KG}$
非单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + KGH}$
非单位反馈闭环系统	反馈环节 $H(s)$	$S_H^T = \frac{-KGH}{1 + KGH}$



回顾篇

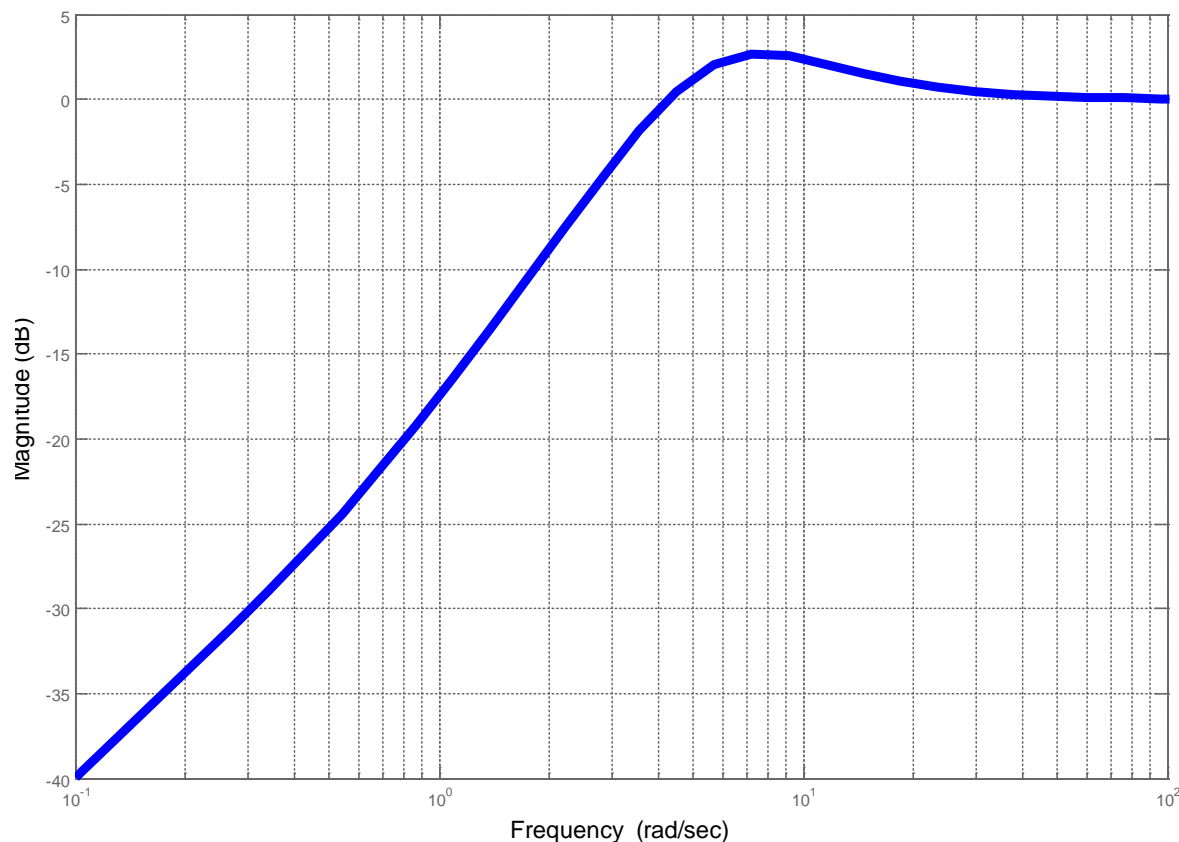
灵敏度函数的图形特点

$S(j\omega)$

- 能从Bode图中看出关键信息;
- 也能从公式看出关键信息;

$$S = \frac{1}{1 + P_0 C} = \frac{0.1s^3 + 1.1s^2 + 1.1}{0.1s^3 + 1.1s^2 + 6s + 10}$$

天线的灵敏度函数特性

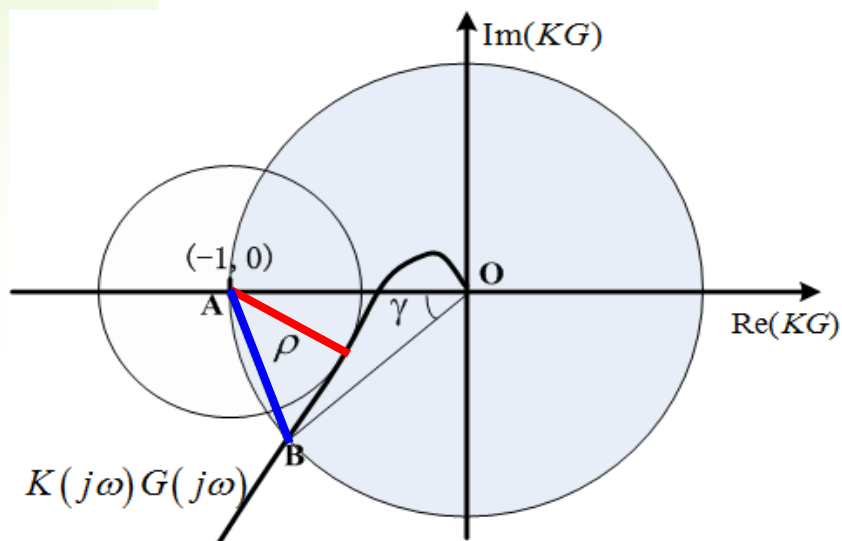




回顾篇

灵敏度函数的特征

- 灵敏度函数表征了闭环系统关于被控对象变化的鲁棒性；
- Nyquist曲线中, KG 距离 $(-1, j0)$ 点的最小距离 ρ 与灵敏度函数的最大值 S_{\max} 互为倒数；
- 灵敏度函数与相位裕度的关系 (γ 只能给出 ρ 的上界) ；



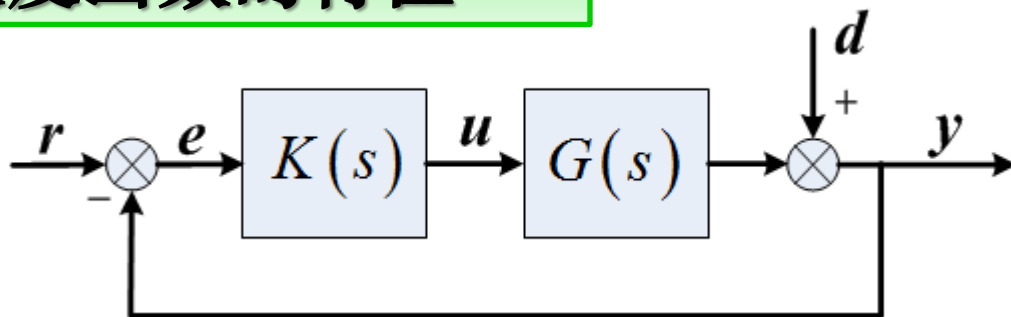
$$\frac{1}{S_{\max}} = \rho \leq 2 \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|$$



回顾篇

灵敏度函数的特征

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$



➤ 灵敏度函数与扰动传递函数的关系

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + KG}$$

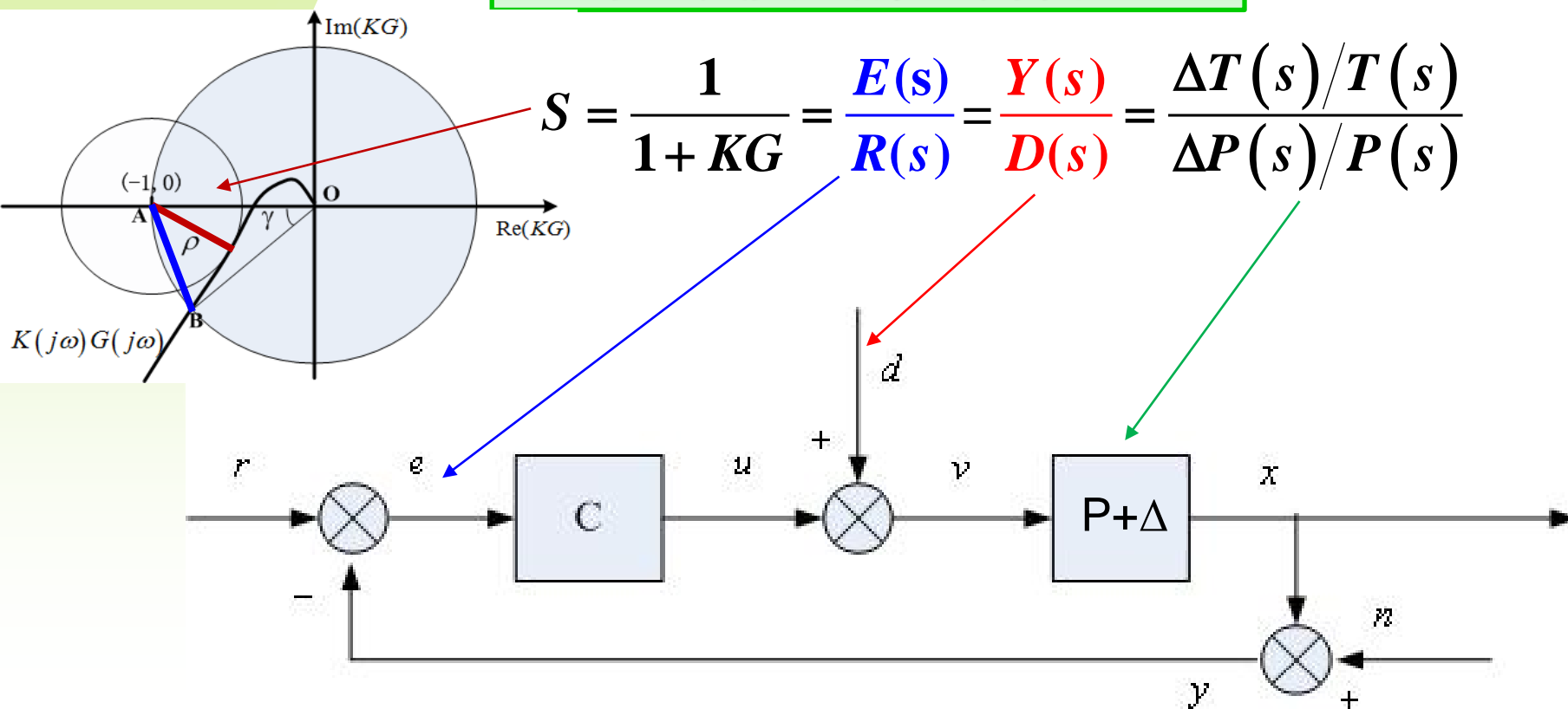
➤ 灵敏度函数与误差传递函数的关系

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + KG}$$



回顾篇

灵敏度函数的特征



灵敏度设计好，系统什么性能都好（除了噪声抑制能力）



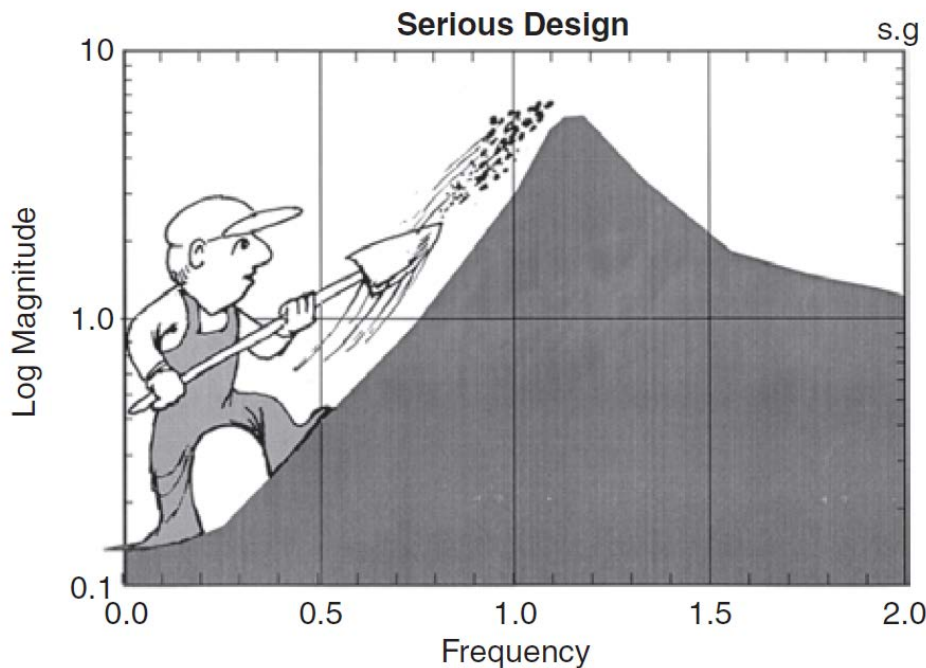
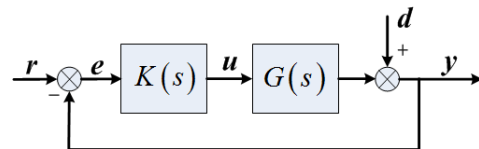
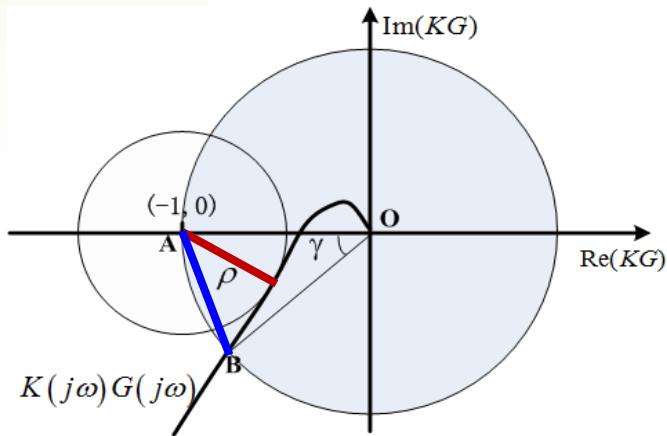
回顾篇

Bode积分定理

➤ 一个给定系统的灵敏度函数满足如下关系式

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad v > 1$$

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$



由于面积是固定的，所以线性控制系统的灵敏度函数在整个频段上是不能任意设计，处理不当，可能导致 S_{\max} 过大 (ρ 过小)，使系统不稳定。



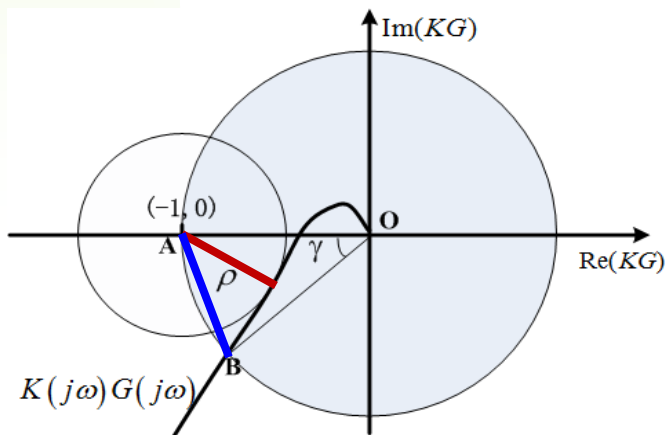
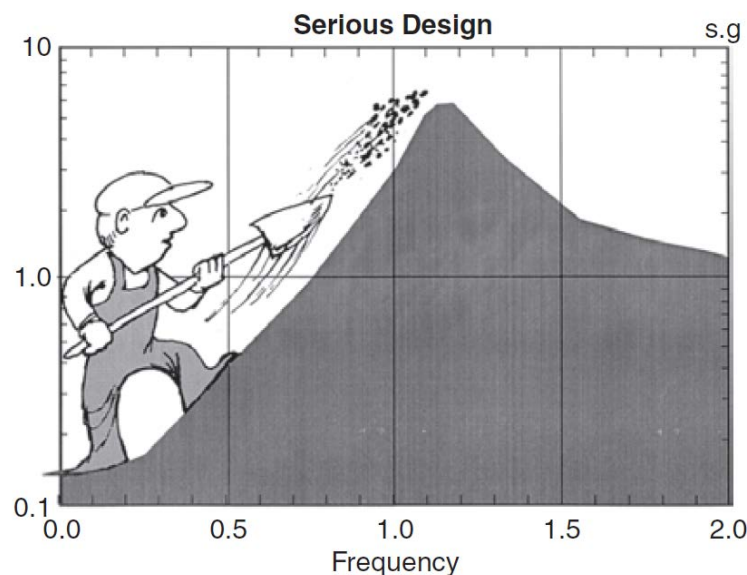
回顾篇

Bode积分定理

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$

➤ 在线性系统中，下面几条我们做不到

- 对高低频的模型摄动都不敏感
- 对任何频谱的扰动都能很好抑制
- 对任何频谱的指令都能很好跟踪
- 总能把 S_{\max} 设计的更小，保证 ρ 更大



$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = -\gamma \frac{\pi}{2} + \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad v=1$$

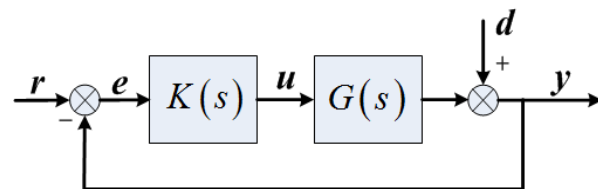


提升篇

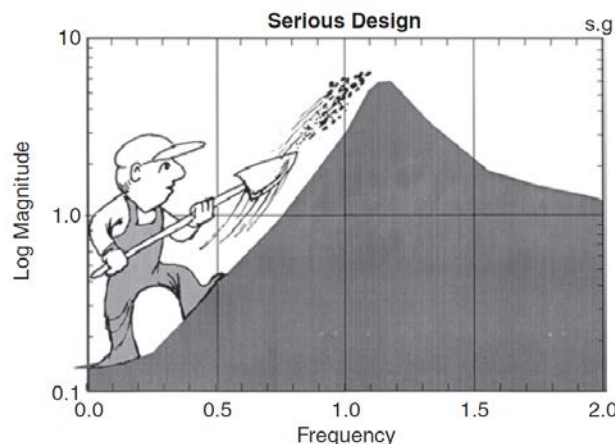
关于灵敏度的几点说明

- 灵敏度是频率的函数，取值与频率相关；
- 灵敏度并不只与频率这个变量相关，与其他变量也相关，不要孤立分析；
- 灵敏度是指在C的条件下A对B的灵敏程度，有些情况大点好，有些情况小点好；
- 可以把所有影响系统输出的因素都找到，都通过灵敏度分别进行分析，找到对系统输出影响最大的因素，先把他解决好；
- 找出影响成功的所有因素，通过灵敏度分析，找到灵敏度最大的那些因素，从这些因素入手，能提高你做事的成功率（注意边际效应）；

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$



$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad \nu > 1$$





拓展篇

如何面对约束

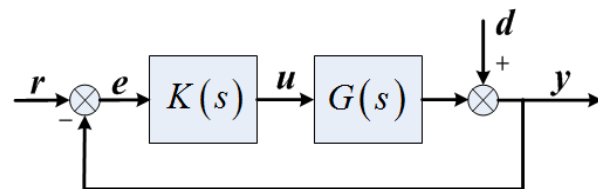
$$S = \frac{1}{1 + KG}$$

■ 不做无用功，但可以努力接近极限
不做永动机，但可以提升能量转化效率
不求S都小，关心的频段小，不关心的不大

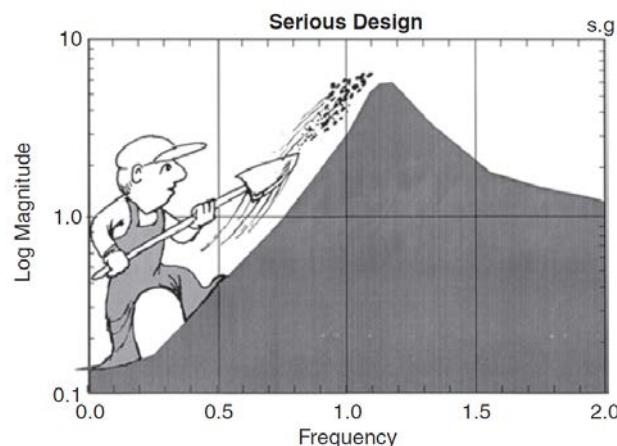
■ 约束能带来创新（能源、成本、市场）
新能源开发
新技术开发

■ 约束下的设计才能体现实力和水平

击碎框架，打破前提，就可以突破约束和限制



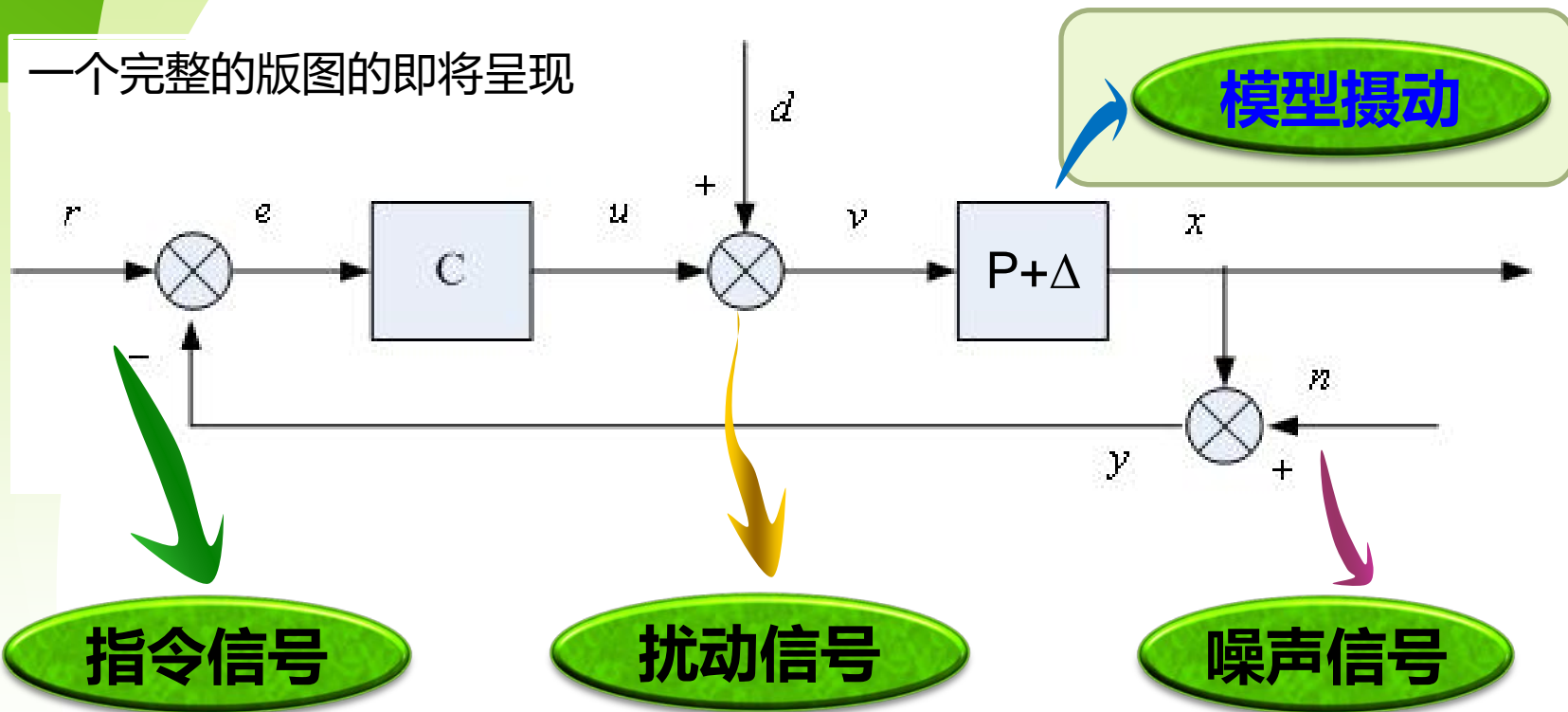
$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad \nu > 1$$





抬头看路

一个完整的版图的即将呈现



$$G_{xr} = \frac{PC}{1+PC}$$

$$G_{xd} = \frac{P}{1+PC}$$

$$G_{xn} = \frac{-PC}{1+PC}$$



学习目标

本节课需要掌握的内容

- 理解不确定性这一概念，知道不确定性的来源；
- 掌握不确定性的描述方法和转换关系；
- 了解一些不确定性界的求取方法；
- 掌握鲁棒稳定性定理及其给控制设计带来的约束。



本节课主要内容

A1

灵敏度和Bode积分约束

A2

对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

A3

设计约束



4.2 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

4.2.1 对象的不确定性

4.2.2 鲁棒稳定性约束



4.2 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

本首先考虑如下问题



不确定性产生的原因是什么？



如何描述不确定性？



如何判定含有不确定性系统的稳定性？



鲁棒稳定性给控制设计带来的约束是什么？



控制系统的不确定性是怎么产生的？

A

工况发生变化，模型有变化

B

未知随机因素的影响

C

模型建得不够精准

D

认知不足，无法描述的特性

提交



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

对象的不确定性——工况变化（模型参数变化）

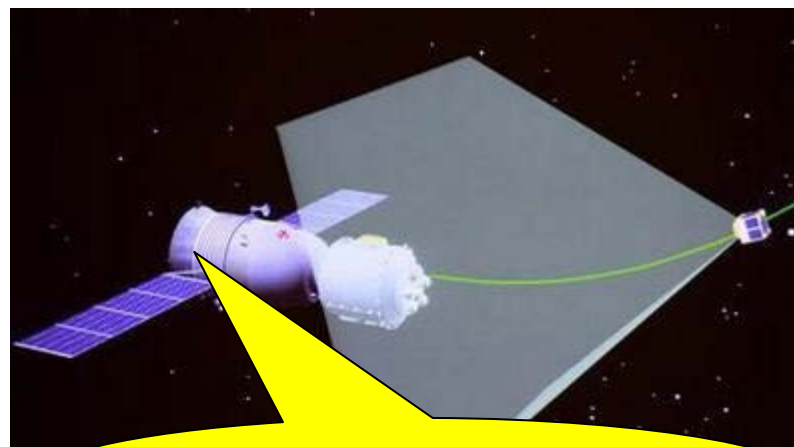
教科书

实际

被控对象：一个传递函数



被控对象：一组传递函数



载荷变化引起模型不确定性



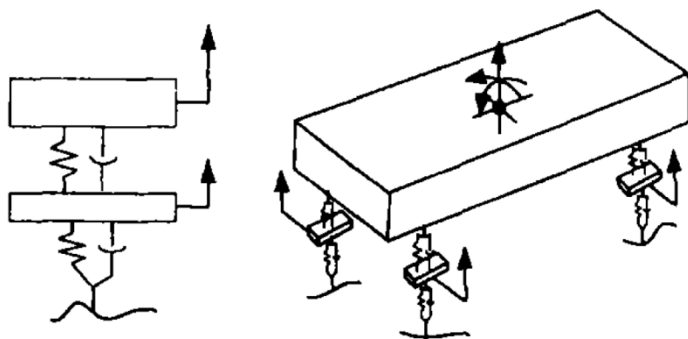
4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

对象的不确定性——模型简化

教科书

被控对象：简化的传递函数
忽略了未建模动态特性



实际

被控对象：复杂系统





4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

对象的不确定性——个体差异

教科书

被控对象：一个被控对象



实际

被控对象：大批量对象





4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

对象的不确定性——元器件老化

教科书

被控对象：理想的设计参数值



实际

被控对象：老旧部件导致模型参数变化





4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

对象的不确定产生的原因:

- 系统中参数的变化（建的准、测不准、使用中变化）；
- 高频的未建模动态（为了方便、认知度不够）；
- 模型的简化处理（为便于设计、进行了降阶、线性化）；
- 控制系统实现时引入（元件动态、延迟、采样离散化）；

因此，不可能对系统精确建模，所建立的对象模型只能是实际物理系统的近似表示。



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

对象的不确定性是指设计所用的数学模型与实际的物理系统之间的差别。

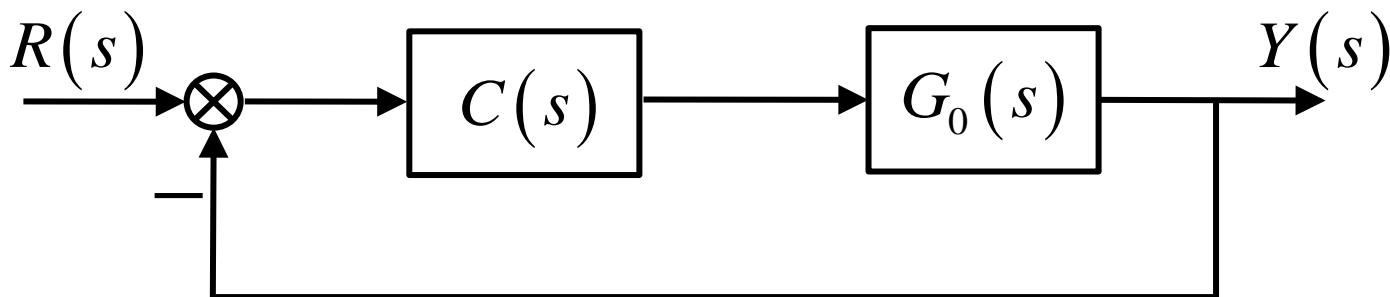
$$\Delta G(s) = G(s) - G_0(s)$$



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | **描述方法** | 几个实例

- (1) **标称模型**：对控制系统的设计一般都基于控制对象的某一数学模型，如传递函数矩阵或状态空间表达式，并要求这一模型结构形式和所有参数都是已知的，这个模型称为**被控对象的标称模型**。





4.2.1 对象的不确定性

信号与系统

产生原因 | **描述方法** | 几个实例

(2) **不确定性**——不确定性存在于任何一个控制系统中，系统中的不确定性可以分为两类：

- 系统外部的不确定性，如外扰等；
- 系统内部的不确定性，如测量误差、参数估计误差及被控对象的未建模动态以及参数摄动等。

广义的和狭义的（物理上本质不同，数学上形式一致）



如何分析不确定性？

$$\Delta G(s) = G(s) - G_0(s)$$

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | **描述方法** | 几个实例

如果不确定性可以理解成取自某一个集合，那么实际被控对象可以描述为一个系统集

$$(G_0, \Delta G)$$

G_0 ——模型的精确已知部分，称为标称系统；

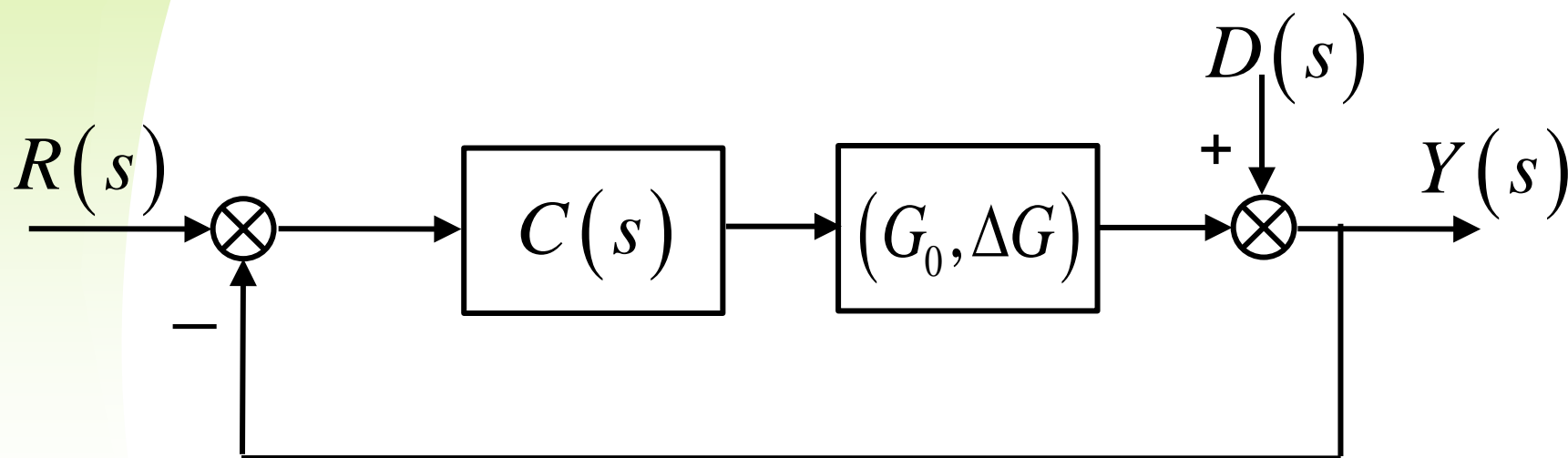
ΔG ——不确定因素所构成的某个可描述集；

G ——实际系统可以看做由标称系统 G_0 和不确定因素的集合 ΔG 的某个元素构成的。



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | **描述方法** | 几个实例



含有不确定性的单回路控制系统



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | **描述方法*** | 几个实例

为了精确描述不确定性的集合，需要了解不确定性的产生的原因，从而界定不确定性大小，为后续的分析 and 设计奠定基础

- 参数测量或者辨识的不准（根据估计误差确定参数范围）；
- 为简化设计而忽略一些动态特性（根据忽略掉的动特性来确定界函数）；
- 模型线性化带来的不确定性（根据省略的高次项确定界函数）；
- 因元器件老化而导致的性能退化（估计老化带来的参数摄动范围）
- 因工况变化带来的不确定性（分析各种工况，确定最大变化范围）



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | **描述方法** | 几个实例

- **参数不确定性**，如二阶系统：

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + as + 1}, a \in [a^-, a^+]$$

可以代表带阻尼的弹簧装置，RLC电路等。这种不确定性通常不会改变系统的结构和阶次。

- **结构（动态）不确定性**

也称未建模动态 $\Delta(s)$ ，我们通常并不知道它的结构、阶次，但可以通过频响实验测出其幅值界限：

$$|\Delta(j\omega)| \leq |W(j\omega)|, \forall \omega \in R, W(j\omega) \text{ 为确定函数}$$



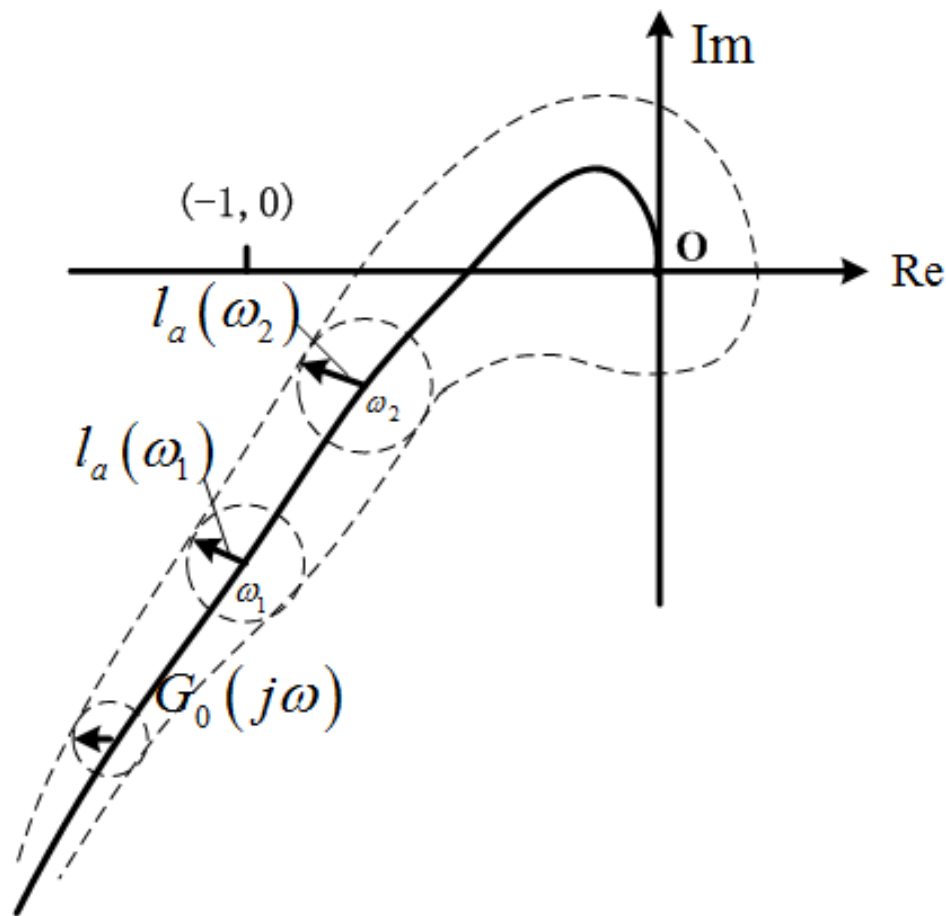
4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | **描述方法** | 几个实例

(1) 加性不确定性

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$$

$$|\Delta G(j\omega)| < l_a(\omega)$$





4.2.1 对象的不确定性

转换

产生原因 | **描述方法** | 几个实例

(2) 乘性不确定性

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)]G_0(j\omega)$$

$$|L(j\omega)| < l_m(\omega)$$

加性不确定性和乘性不确定性是可以相互转换的。

$$L(j\omega)G_0(j\omega) = \Delta G(j\omega)$$

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega) \quad \longleftrightarrow \quad G(j\omega) = [1 + L(j\omega)]G_0(j\omega)$$



4.2.1 对象的不确定性

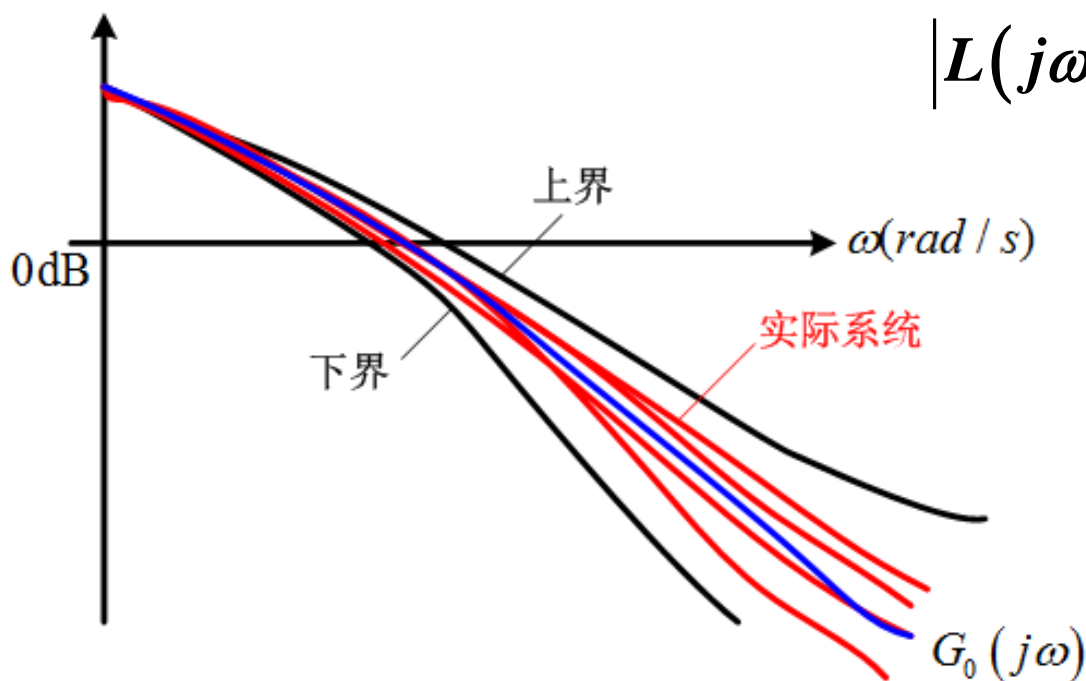
折中

产生原因 | **描述方法**** | 几个实例

(2) 乘性不确定性

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)] G_0(j\omega)$$

$$|L(j\omega)| < l_m(\omega)$$



不确定性描述方法很重要（界函数），影响设计方便性和保守性

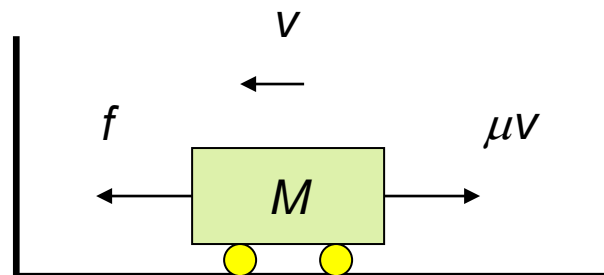


4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

例1： 设汽车质量为 M ，路面摩擦系数为 μ ，汽车的力学模型如图所示，运动方程为

$$M \frac{dv}{dt} + \mu v = f$$



如果考虑到汽车的质量 M 随车载负荷发生变化，且 μ 也随路面状况不同而变化，则方程的系数就具有一定的不确定性，即，无法得到 M 和 μ 的精确值。假设 M 和 μ 的取值范围给定如下：

$$M_0 - \delta_1 \leq M \leq M_0 + \delta_1$$

$$\mu_0 - \delta_2 \leq \mu \leq \mu_0 + \delta_2, \quad \delta_i \text{ 为给定常数}$$



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

那么实际的被控对象就可以描述为

$$(M_0 + \Delta M) \frac{dv}{dt} + (\mu_0 + \Delta \mu)v = f, |\Delta M| \leq \delta_1, |\Delta \mu| \leq \delta_2$$

如果用 f 到 v 的传递函数来描述, 则

$$G(s) = \frac{1}{(M_0 + \Delta M)s + \mu_0 + \Delta \mu} = G_0(s) + \Delta(s)$$

其中 $G_0(s) = \frac{1}{M_0 s + \mu_0},$

$$\Delta(s) = -\frac{\Delta M s + \Delta \mu}{(M_0 s + \mu_0) + [(M_0 + \Delta M)s + (\mu_0 + \Delta \mu)]}$$

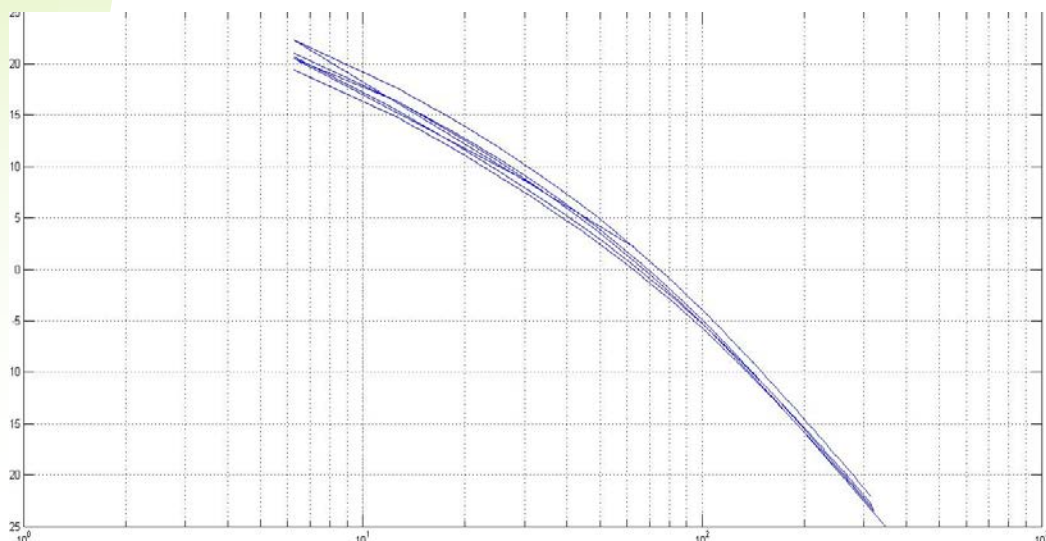
可以找到适当的界函数 $W(j\omega)$, 有 $|\Delta(j\omega)| \leq |W(j\omega)|$



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

例2：转台伺服系统存在一定的不确定性，主要由非线性因素引起，即输入和输出存在一定的非线性关系，不同幅值正弦信号作用下的扫频得到的幅频特性曲线如图所示



$$G(s) = \frac{K}{s(\tau_e s + 1)(\tau_m s + 1)}$$

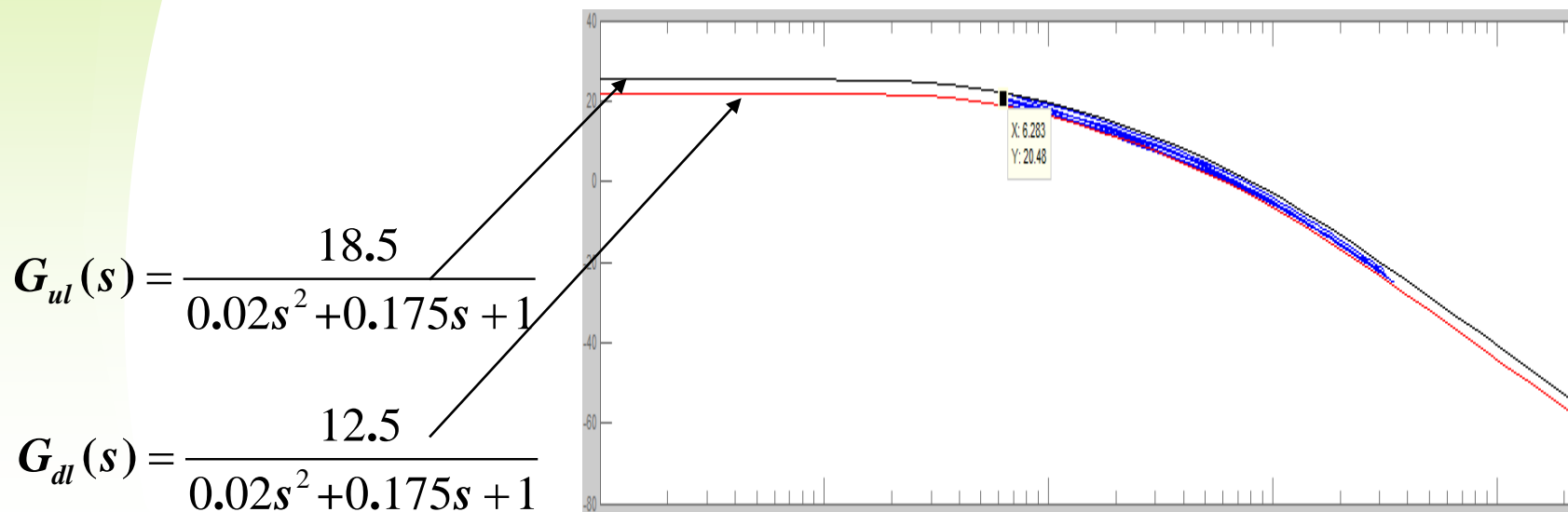




4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

例2：如何确定伺服系统的不确定性界函数。



找出能包住所有曲线的上下界，并给出相应的传递函数



4.2.1 对象的不确定性

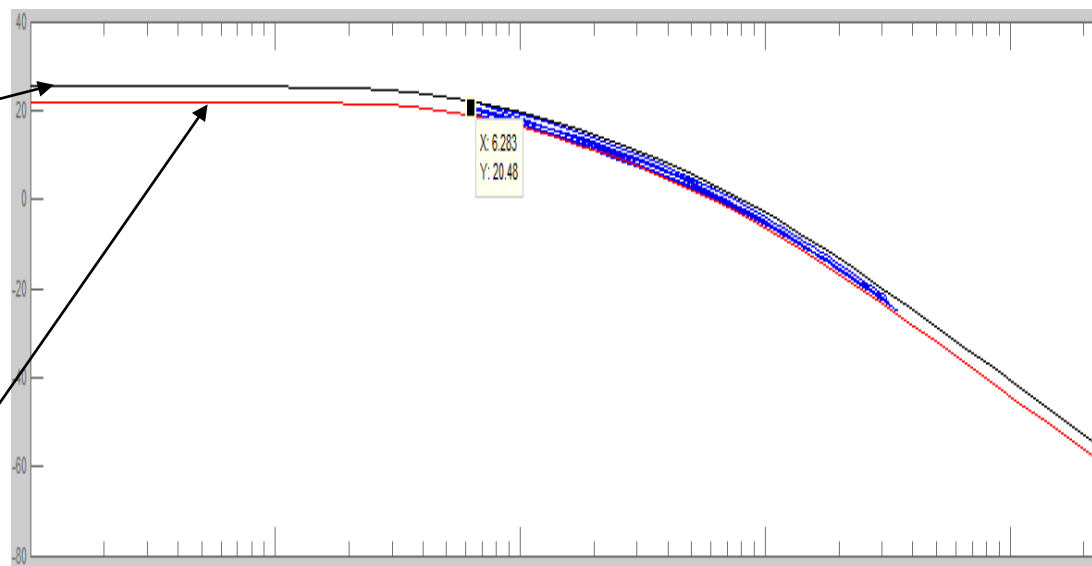
产生原因 | 描述方法 | 几个实例

例2：给定伺服系统存在一定的不确定性，主要是由非线性因素引起的。

$$G_{ul}(s) = \frac{12.5}{0.02s^2 + 0.175s + 1}$$

$$G_0(s) = \frac{15.5}{0.02s^2 + 0.175s + 1}$$

$$G_{dl}(s) = \frac{18.5}{0.02s^2 + 0.175s + 1}$$



$$G(s) = G_0(s) + \Delta(s)$$

$$\Delta(s) = \frac{a}{0.02s^2 + 0.175s + 1}, a \in [-3, 3]$$



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

例3：带有时间延迟的对象。

如何给出不确定性的界限

$$G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{s+1} \quad \tau \in [0, 0.5]$$

$$s = j\omega$$

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)] G_0(j\omega)$$

$$L(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{G_0(j\omega)} - 1$$

$$G_0(j\omega) = \frac{1}{s+1}$$

$$= e^{-\tau s} - 1$$

$$= -0.5s + 0.125s^2 - 0.02083s^3 + \dots + \frac{(-\tau)^k}{k!} s^k + \dots$$



4.2.1 对象的不确定性

产生原因 | 描述方法 | 几个实例

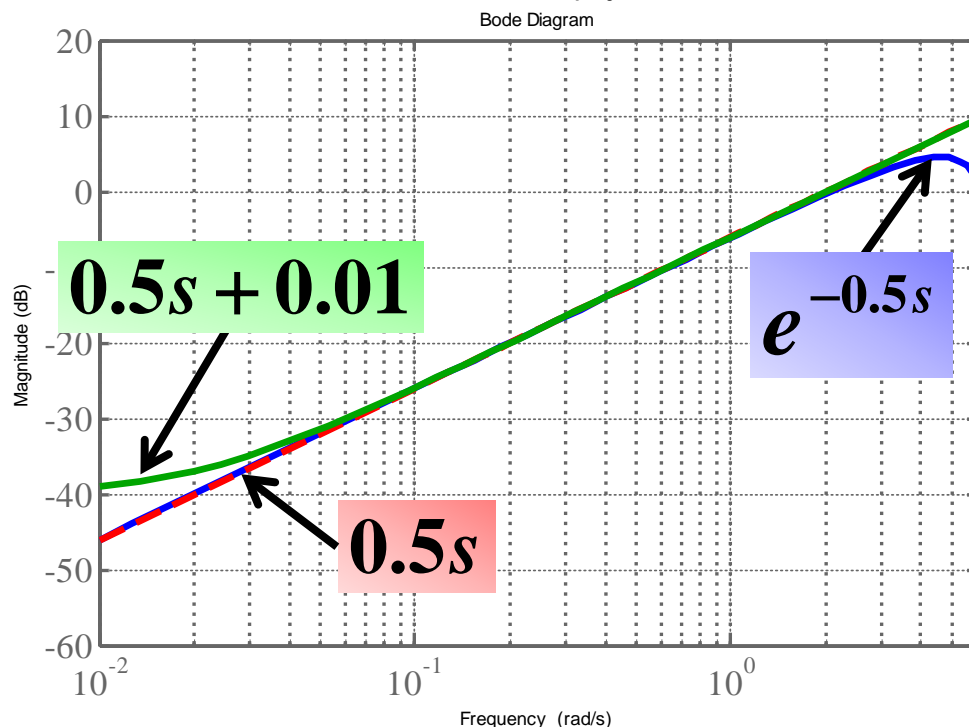
例3：带有时间延迟的对象。 $s = j\omega$

$$L(j\omega) = -0.5s + 0.125s^2 - 0.02083s^3 + \dots + \frac{(-\tau)^k}{k!} s^k + \dots$$

$$|L(j\omega)| \leq l_m(\omega)$$

$$l_m(\omega) = |0.5s|$$

不确定性的界函数随着角频率的增加，逐渐增大，并超过1。





4.2 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

4.2.1 对象的不确定性

4.2.2 鲁棒稳定性约束



4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | 鲁棒稳定性条件 | 示例

鲁棒性:

如果一个控制系统对系统中的不确定性不敏感, 则称该系统是鲁棒的。

Robustness——

控制系统的健壮性





4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | 鲁棒稳定性条件 | 示例

如果模型的不精确或模型的变化后，系统仍然保持稳定，这个性能称为**鲁棒稳定性**。

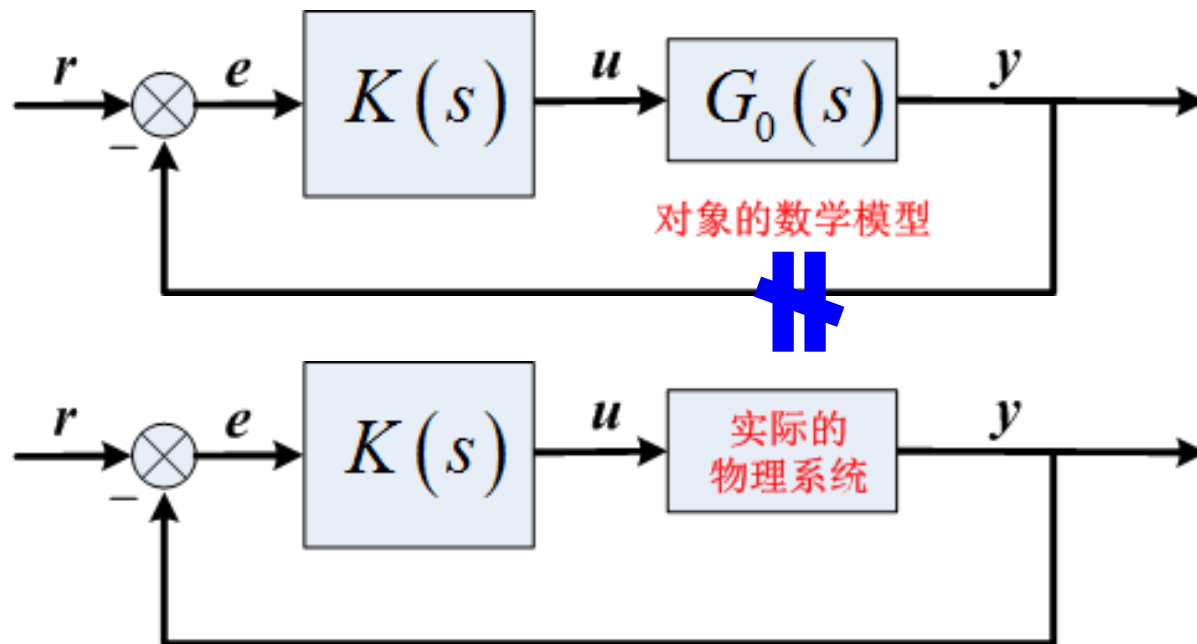
如果模型的不精确或模型的变化所造成的系统性能的改变是可以接受的，则称这样的系统为**鲁棒系统**。



4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | **鲁棒性分析** | 鲁棒稳定性条件 | 示例

已知对象摄动的
界函数 l_m ，
 K 和 G_0 满足什
么条件，系统
是鲁棒稳定的？



由于数学模型不可能将对象的各种系统的动态关系都描述出来，所以面对实际系统，控制系统设计需要考虑模型不确定性带来的鲁棒稳定性问题。



4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | **鲁棒性分析** | 鲁棒稳定性条件 | 示例

Nyquist稳定性判据（开环稳定系统）：当开环传递函数 $L(s)$ 在 s 右半平面内没有极点时 ($P=0$)，闭环反馈控制系统稳定的**充要条件**是： $L(s)$ 平面上的映射围线 Γ_L 不包围 $(-1, j0)$ 点 ($N=0$)。

Nyquist稳定性判据 ($P \neq 0$)：闭环反馈控制系统稳定的**充要条件**是：开环传递函数 $L(s)$ 平面上的映射围线 Γ_L 沿逆时针方向包围 $(-1, j0)$ 点的周数等于 $L(s)$ 在 s 右半平面内极点的个数。 ($N=P$)。



4.2.2 鲁棒性约束

前提

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | 鲁棒稳定性条件 | 示例

设名义系统是**稳定的**，即开环传递函数

$$G_0(j\omega)K(j\omega)$$

包围 $(-1, j0)$ 点的次数满足Nyquist判据条件。

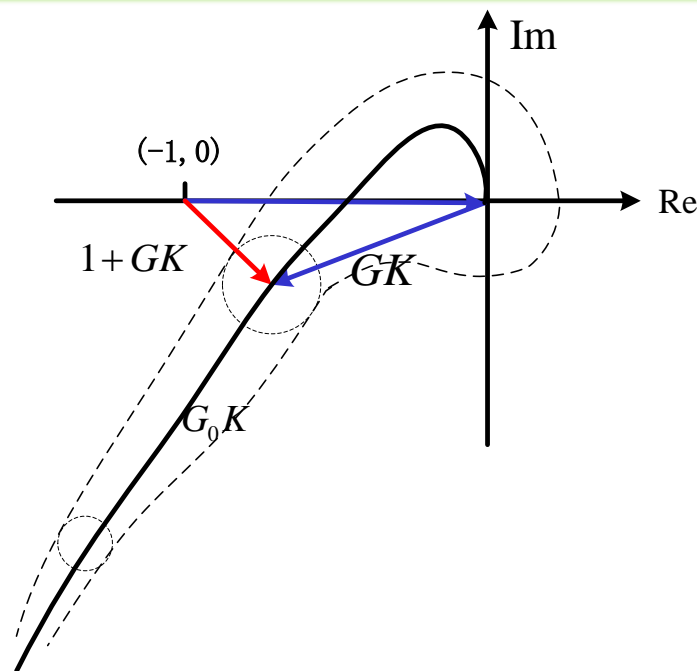
当对象有不确定性时，若实际开环传函

$$G(j\omega)K(j\omega)$$

包围 $(-1, j0)$ 点的次数不变，即 $G_0(j\omega)$ 连续过渡到 $G(j\omega)$ 时，

$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)|$$

能保持不为零，即 $|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$ ，则系统仍能保持稳定。





4.2.2 鲁棒性约束

鲁棒性定义 | **鲁棒性分析*** | 鲁棒稳定性条件 | 示例

$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$$

为方便起见, 推导过程多处省略 $j\omega$

$$|1 + (1 + \varepsilon L(j\omega))G_0K| > 0 \quad |\varepsilon| \leq 1$$

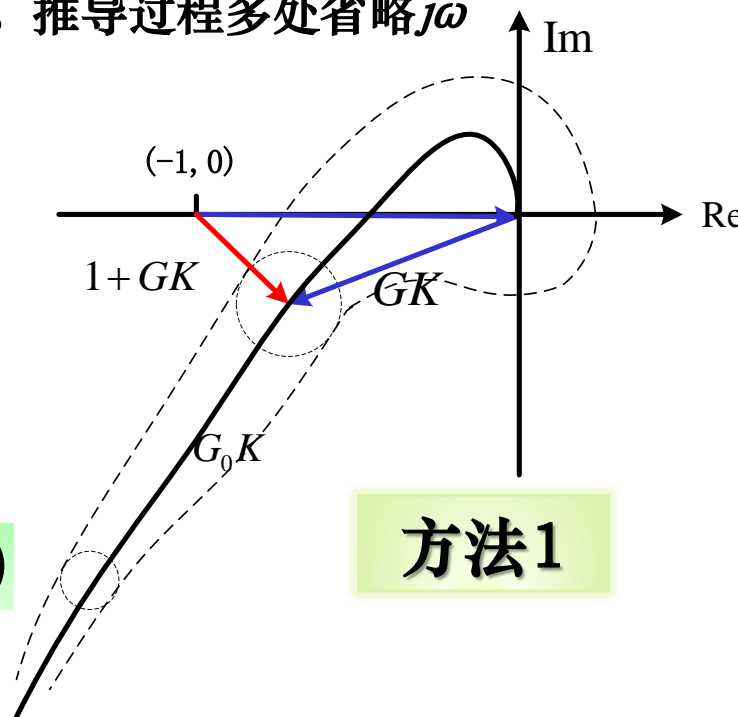
$$|1 + G_0K + \varepsilon L(j\omega)G_0K| > 0$$

$$\left| 1 + \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0$$

$$\left| 1 + \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| \geq 1 - l_m \left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0$$

$$|L(j\omega)| < l_m(\omega)$$

$$\left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_m}$$





4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | **鲁棒性分析*** | 鲁棒稳定性条件 | 示例

以乘性摄动为例（为简化表达，多处省略 $j\omega$ ）

$$\begin{aligned} G(j\omega)K(j\omega) &= (1 + \Delta_G)G_0K \\ &= G_0K + \Delta_G G_0K \end{aligned}$$

$$|\Delta_G| \leq l_m, \forall \omega$$

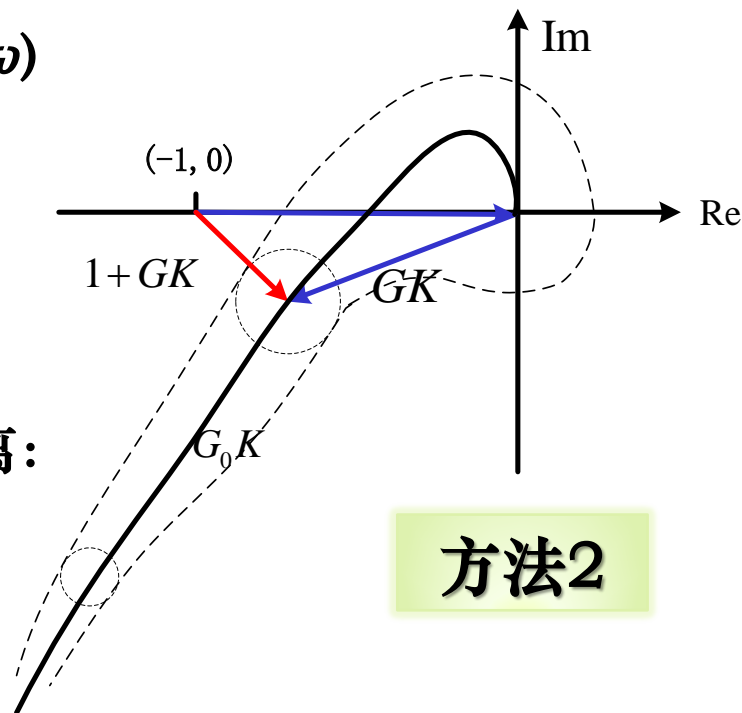
$(-1, j0)$ 到标称Nyquist曲线(圆盘圆心)的距离:

$$|1 + G_0(j\omega)K(j\omega)|$$

圆盘半径 $|l_m(j\omega)G_0(j\omega)K(j\omega)|$

只要圆盘半径小于圆心到 $(-1, j0)$ 点的距离，则系统鲁棒稳定，于是

$$|l_m(j\omega)G_0(j\omega)K(j\omega)| < |1 + G_0(j\omega)K(j\omega)|$$





4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | **鲁棒性分析*** | 鲁棒稳定性条件 | 示例

鲁棒稳定的条件为：

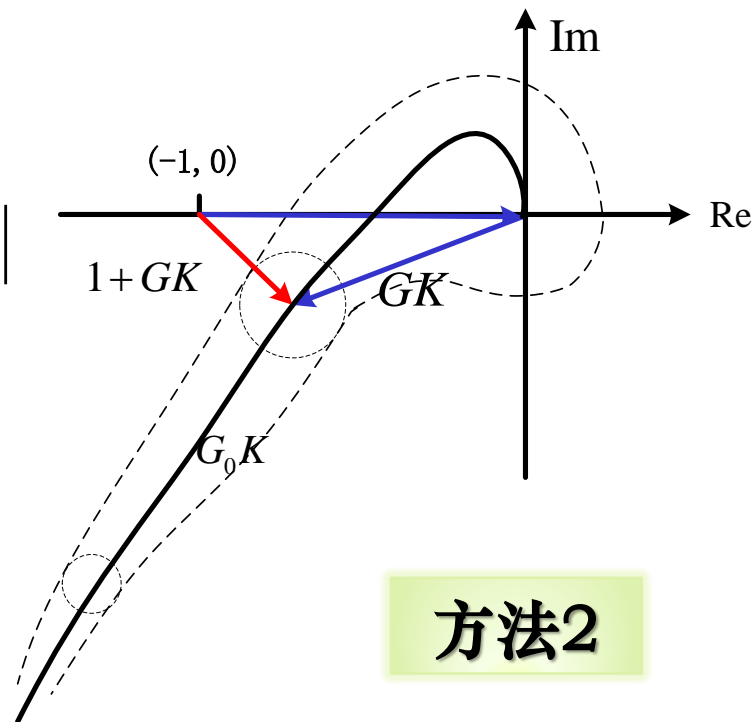
$$|l_m(j\omega)G_0(j\omega)K(j\omega)| < |1 + G_0(j\omega)K(j\omega)|$$

\Downarrow

$$\left| l_m(j\omega) \frac{G_0(j\omega)K(j\omega)}{1 + G_0(j\omega)K(j\omega)} \right| < 1$$

\Downarrow

$$\left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_m} \quad (\text{乘性摄动})$$





4.2.2 鲁棒稳定性约束

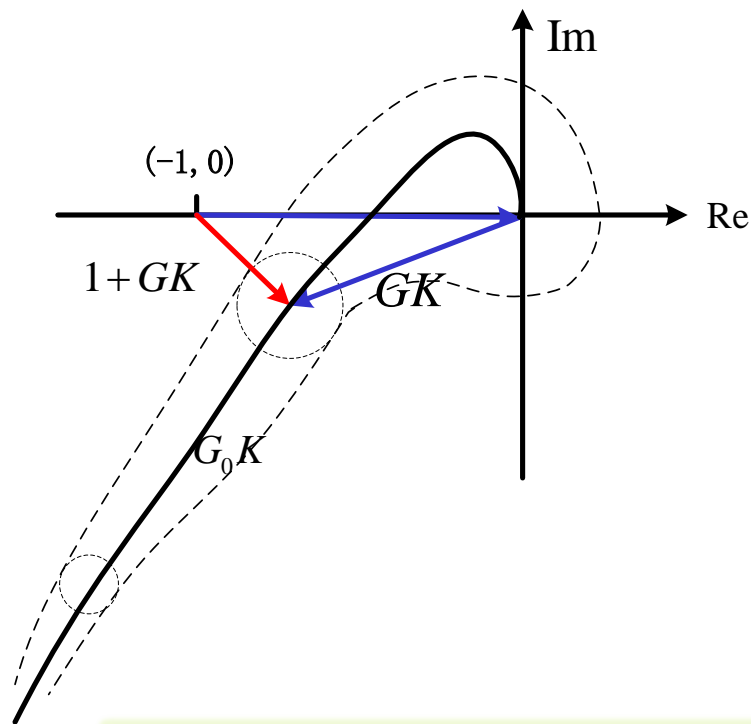
鲁棒性定义 | **鲁棒性分析*** | 鲁棒稳定性条件 | 示例

若不确定性为加性摄动

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$$

鲁棒稳定的条件为：

$$\left| \frac{K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_a} \quad (\text{加性摄动})$$



不同的描述方法会得到不同的稳定条件



不满足鲁棒性条件的系统一定不稳定吗？为什么？

$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m} \quad (\text{乘性摄动})$$

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

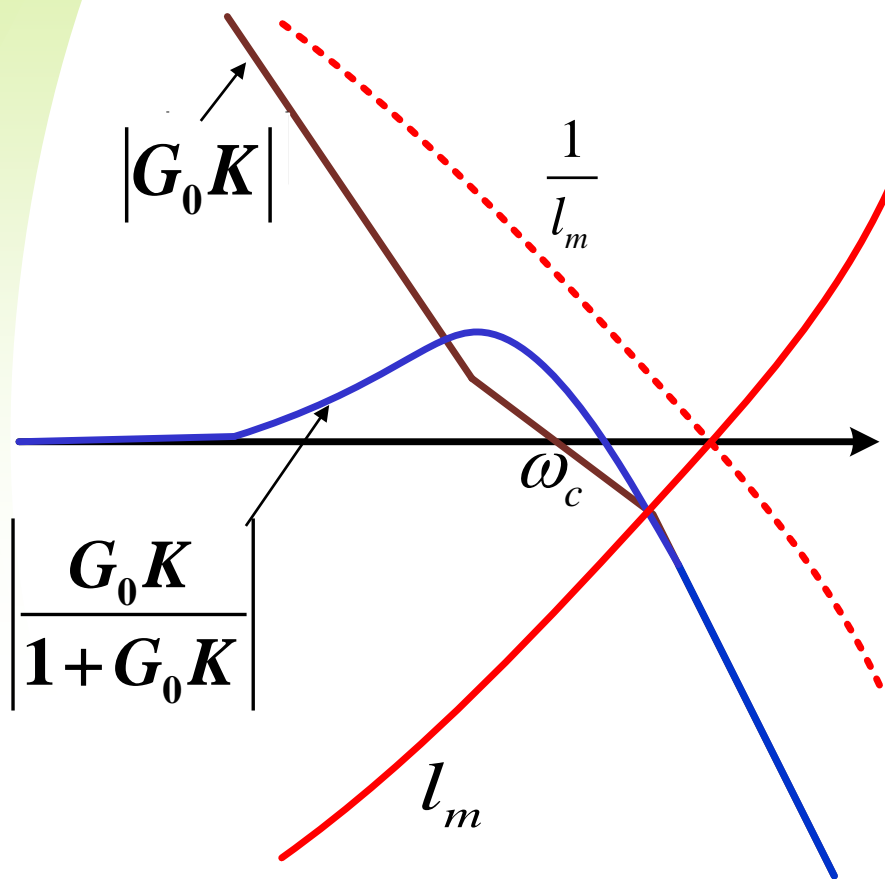
作答



4.2.2 鲁棒稳定性约束

频域

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | **鲁棒稳定性条件***** | 示例



$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m}$$

$$\frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \approx G_0 K$$

$$|G_0 K| < \frac{1}{l_m}$$

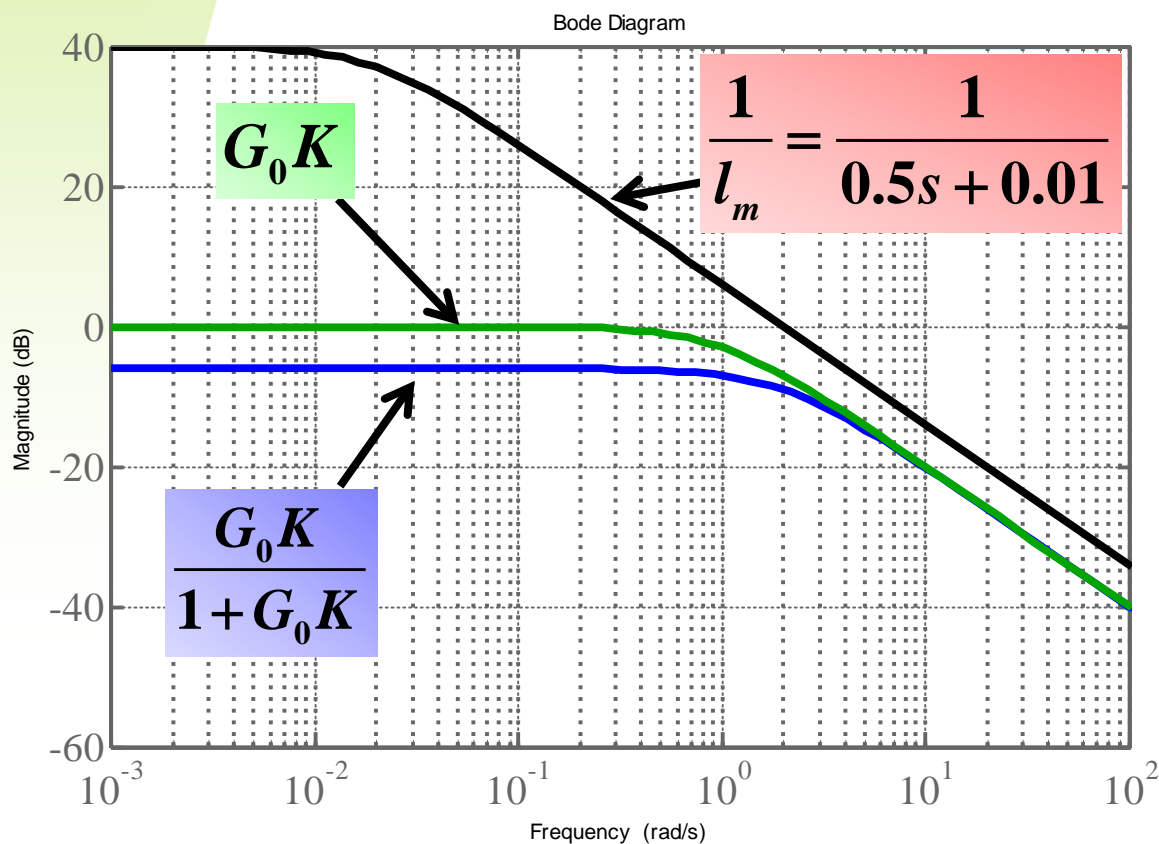


4.2.2 鲁棒稳定性约束

开环与闭环

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | 鲁棒稳定性条件 | 示例

例1：带有时间延迟的控制系统鲁棒稳定性



$$G(j\omega) = \frac{e^{-\tau s}}{s+1}$$

$$G_0(j\omega) = \frac{1}{s+1}$$

$$K = 1$$

$$\left| \frac{G_0K}{1+G_0K} \right| < \frac{1}{l_m}$$

满足鲁棒稳定性条件



4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | 鲁棒稳定性条件 | **示例**

例2：对给定系统的鲁棒稳定性进行判定

标称对象：
$$G_0(s) = \frac{3(-2s+1)}{(5s+1)(10s+1)}$$

PI 控制器：
$$K(s) = 1.13 \frac{12.7s+1}{12.7s}$$

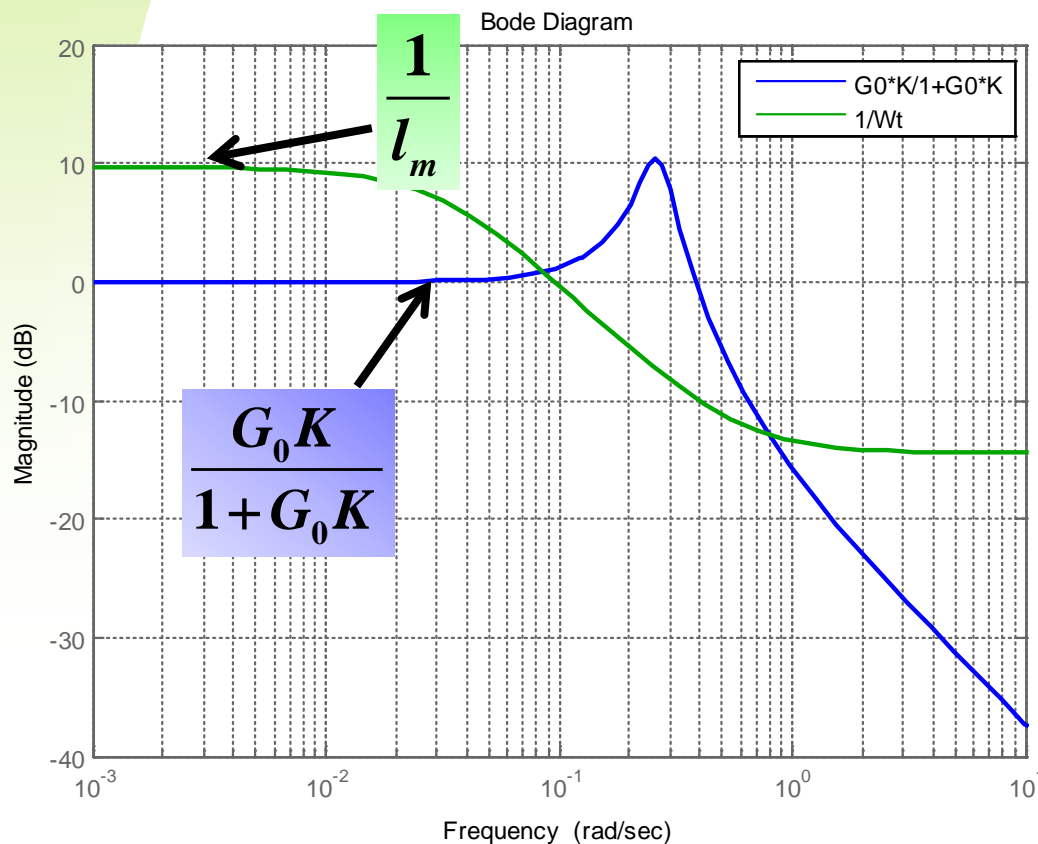
摄动界：
$$l_m(s) = \frac{10s+0.33}{(10/5.25)s+1}$$



4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | 鲁棒稳定性条件 | 示例

例2：对给定系统的鲁棒稳定性进行判定



不满足鲁棒稳性条件

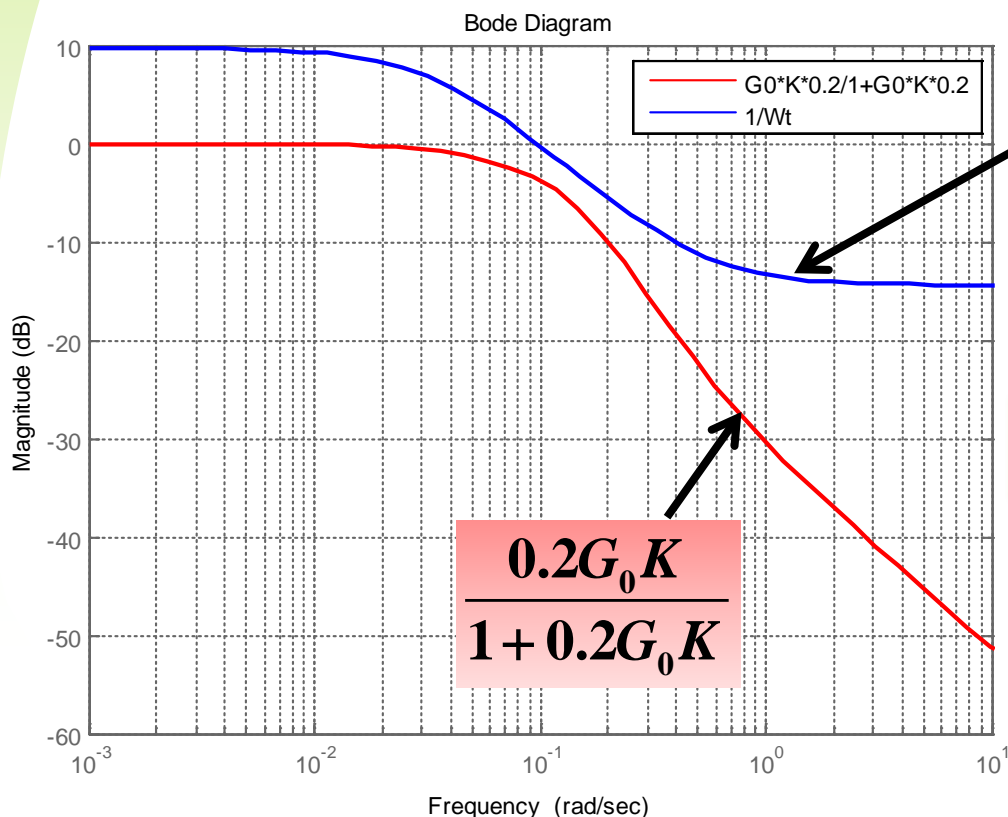
$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m}$$



4.2.2 鲁棒稳定性约束

鲁棒性定义 | 鲁棒性分析 | 鲁棒稳定性条件 | 示例

例2：对给定系统的鲁棒稳定性进行判定



满足鲁棒稳性条件

$$\left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_m}$$



Contents

A1

灵敏度和Bode积分约束

A2

对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

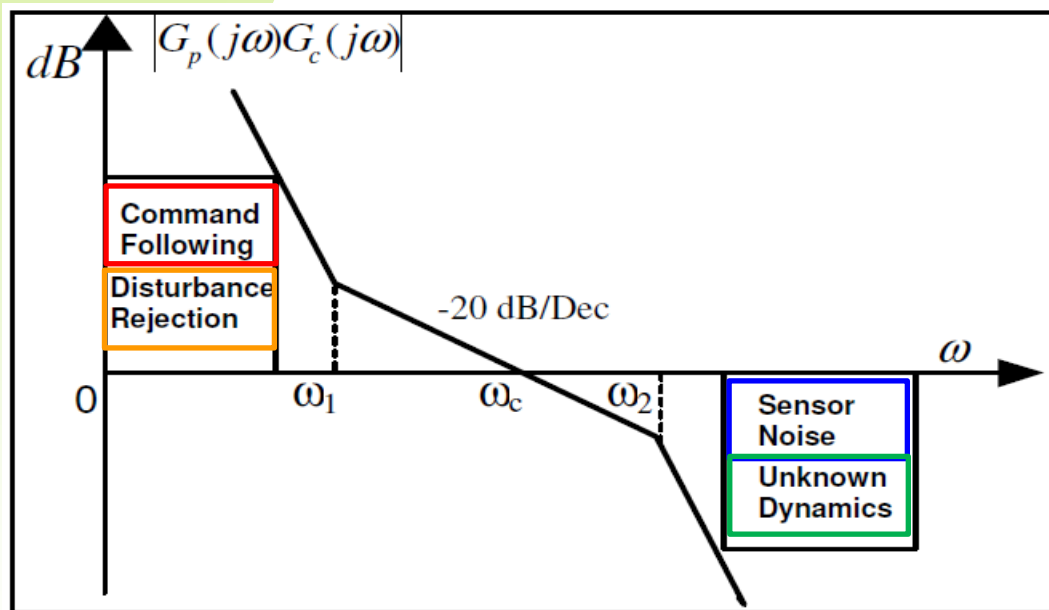
A3

设计约束



课程的主要结论***（思想原则）

指令跟踪、噪声和扰动抑制对系统提出的约束



$$e_{ssr} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_k(s)}$$

$$e_{ssd} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{u+1}D(s)}{K_1}$$

$$\overline{e_{ssn}^2} = \frac{K_N^2}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega$$

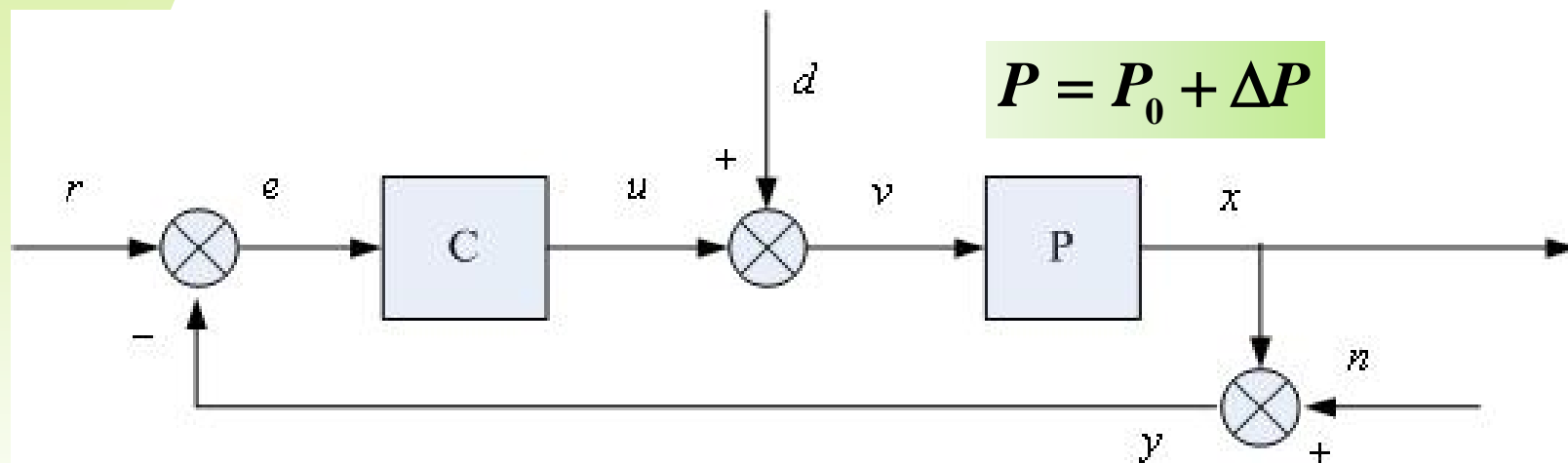
$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m}, \quad \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \approx G_0 K$$

- **指令跟踪**对系统低频的斜率和增益提出了要求；
- **扰动抑制**对干扰作用点之前的特性提出了要求；
- **噪声抑制**对系统的带宽和高频特性提出了要求；
- **不确定性**对系统的带宽和高频特性提出了要求；



4.3 设计约束

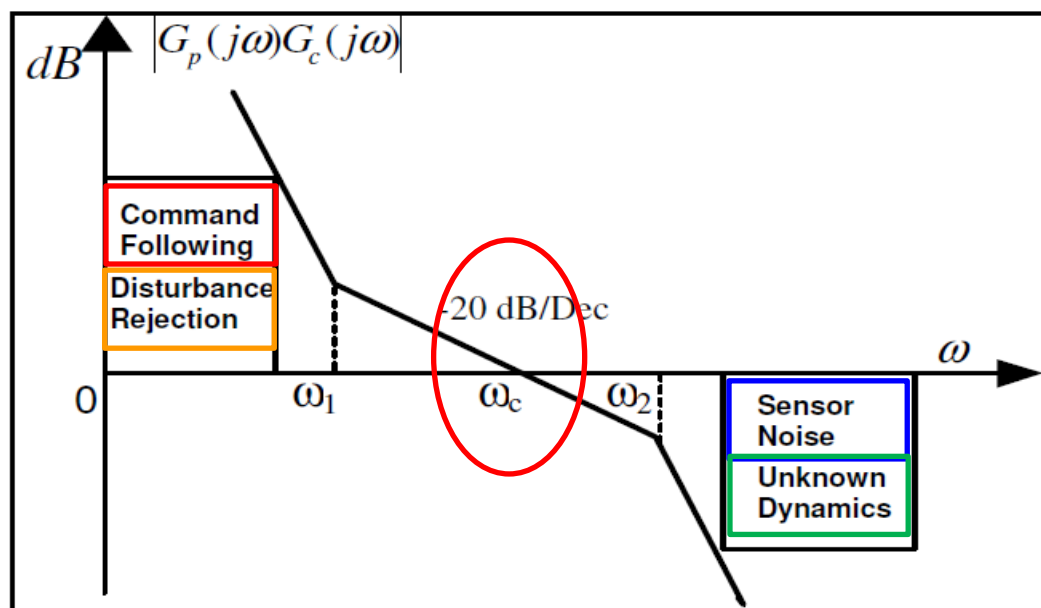
控制系统的设计约束



- 名义系统是稳定的 ← **基本要求**
- 系统的低频特性满足性能要求 ← **精度要求
抗扰要求**
- 高频特性满足噪声抑制和鲁棒稳定性要求 ← **带宽要求**



如何满足这些约束（在夹缝中求生存）？



怎么设计带宽？

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答



总结

本节课内容回顾

- 不确定性这一概念及其来源;
- 不确定性的描述方法(加性和乘性) 和转换关系;
- 通过示例说明了不确定性界的求取方法;
- 分析了鲁棒稳定性, 得到了控制系统的鲁棒约束条件。



第15次 课后作业

2 可选作业

- 15.1 思考题：鲁棒稳定性条件是充分必要条件吗？为什么？
- 15.2 思考题：总结不确定性的来源，分析如何减小不确定性；
- 15.3 思考题：为什么一般来说高频段的不确定性会增大；
- 15.4 思考题：总结不确定性界的界定方法、原则及其用途；
- 15.5 思考题：人生也存在各种不确定性，我们应该如何面对？
- 15.6 思考题：分析Nyquist图和Bode图各自的特点，适用场景；
- 15.7 思考题：人生有哪些约束与限制，如何去面对；
- 15.8 思考题：面对不确定性，如何减小设计的保守性；
- 15.9 思考题：如何理解“开环是手段，闭环是目的”这句话？



拓展思考

自己总结，无需上交

- a. 控制理论和方法的能力边界（控制不是万能的）；
- b. 每一种控制方法的利与弊（硬币总有正反两面）；
- c. 控制系统中的各种约束与限制（你不能随心所欲）；
- d. 各种方法都有自己的适用条件（看准了再用）
- e. 控制系统设计中的优化问题（处处有优化）；
- f. 哪些是针对信号的，哪些又是针对系统的，如何进行转化（信号与系统）；
- g. 控制系统中的各种性能指标（为什么这么多）；
- h. 控制系统设计中的各种概念和原理给我们的人生启发（你可以控制好人生）；
- i. 控制系统中各种概念的联系与区别（对比才能深刻理解）
- j. 控制系统中主动和被动的方​​法（上工治未病）；
- k. 分析仿真和实验，理论与实际的差别（纵然无法解决，也要给出解释）



Thank You !



哈尔滨工业大学控制与仿真中心