



第4章 控制系统的设计约束 (1)

——2023年春季学期

授课教师：马 杰 (控制与仿真中心)

霍 鑫 (控制与仿真中心)

马克茂 (控制与仿真中心)

陈松林 (控制与仿真中心)

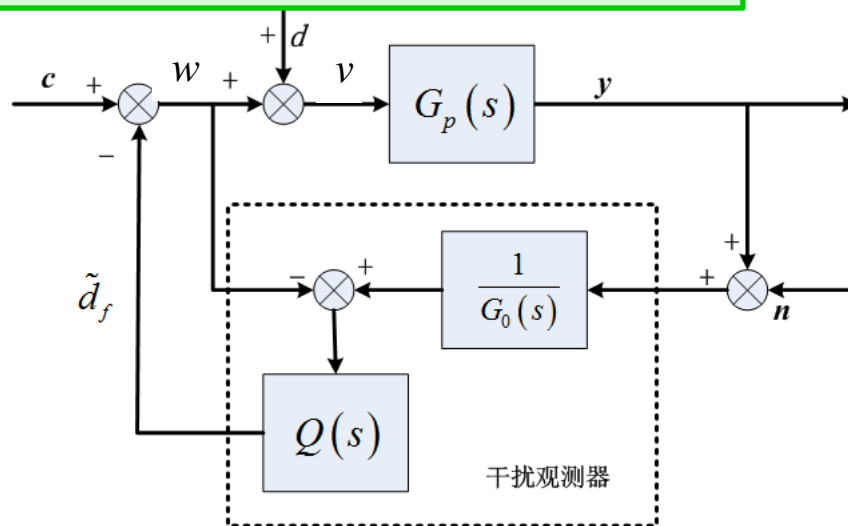


回顾篇

干扰观测器的原理与设计

➤ 干扰观测器的原理

$$Q(s) = \frac{\sum_{k=0}^{N-r} \alpha_{Nk} (\tau s)^k}{(\tau s + 1)^N}$$



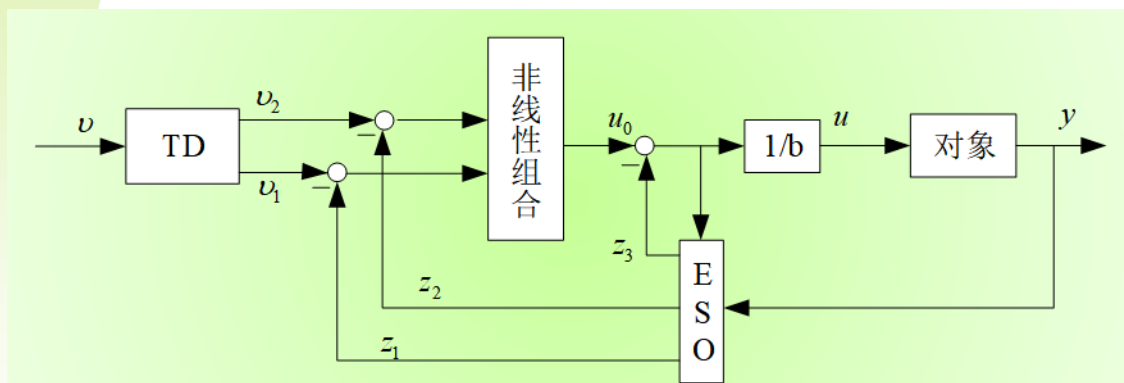
➤ Q的设计原则（找到一个准确的 G_0 ，设计一个合理的Q）

- **相对度**： $Q(s)$ 的相对阶应当大于等于 $G_0(s)$ 的相对阶；
- **低频幅值限制**： 为使 $G_{yc}(s)$ 尽可能地逼近被控对象标称模型 $G_0(s)$ ，在工作频段（指令和干扰的频谱范围）的幅值应当为1；
- **高频幅值限制**： 为使噪声对输出的影响尽可能小，在高频段 $Q(s)$ 应当为0；
- **鲁棒稳定性**： $\|\Delta(s)Q(s)\|_{\infty} \leq 1$

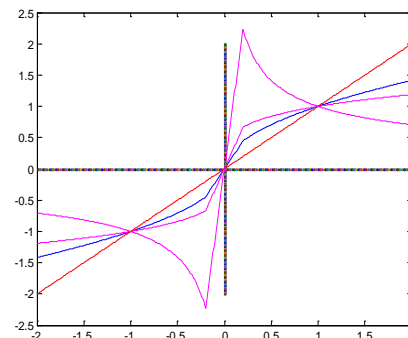


ADRC

➤ 自抗扰控制原理



$$\text{fal}(e, a, \delta) = \begin{cases} |e|^a \text{sign}(e), & |e| > \delta \\ e / \delta^{1-a}, & |e| < \delta \end{cases}$$



➤ 从“控制论”角度出发来进行控制器设计

➤ 继承PID的优点，利用误差消除误差的原理

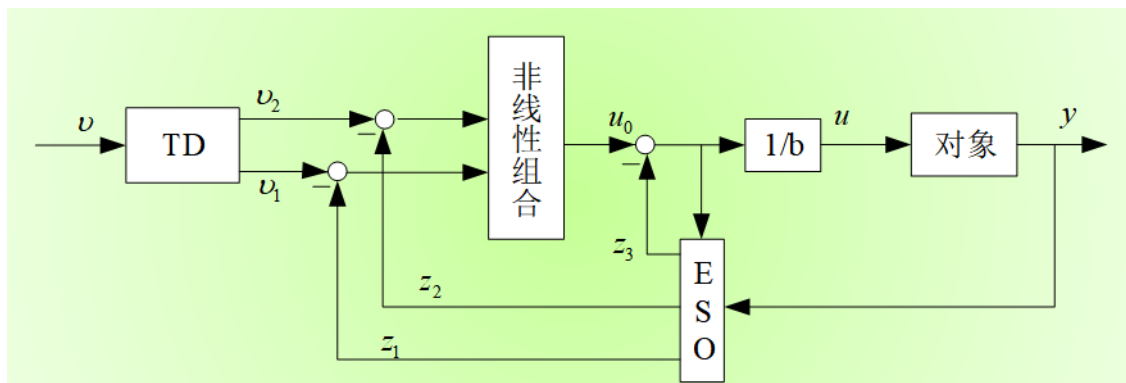
➤ 通过安排过渡过程、设计微分跟踪器、利用误差的非线性组合、提出扩张状态观测器来解决PID控制中存在的不足和缺点



ADRC—质疑经典，开拓创新

➤ 自抗扰控制的

$$G_0(s) = \frac{b_0}{s^2}$$



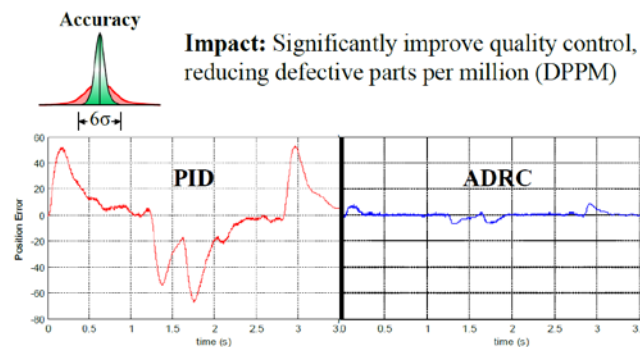
- 提出了总扰动的**概念**，不区分内扰和外扰；
- 设计了多个经过优化的**非线性**函数；
- 提出反馈标准型—**积分串联型**，不需要标称模型，还可以去除积分项；
- 可统一处理**非线性、时变、扰动、摄动、时延、高阶、耦合**等问题；
- ESO可以与其他方法进行**组合应用**



回顾篇

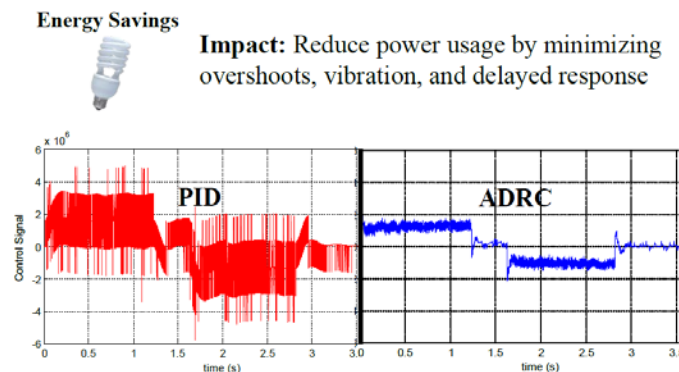
ADRC—性能提升的好处

Motion Control Test: Accuracy



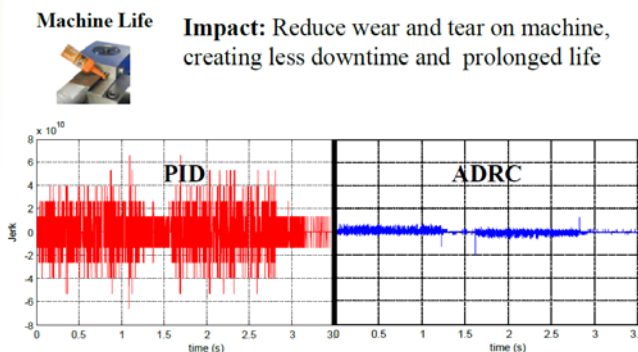
81% Reduction in Position Error

Motion Control Test: Energy Savings



41% Reduction in Energy (RMS Torque)

Motion Control Test: Machine Life



RESULT: 71% Reduction in Jerk

- 精度提高, 品质提升
- 节能降耗
- 延长寿命



ADRC

➤ 自抗扰控制的缺点

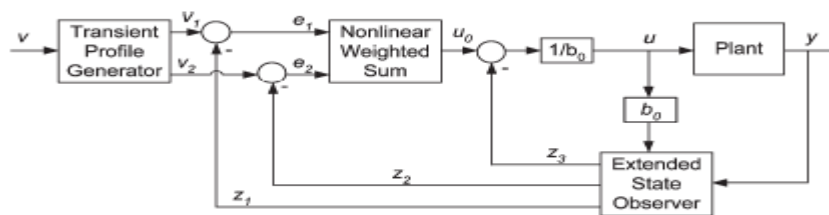
$$G_0(s) = \frac{b_0}{s^2}$$

➤ 理论分析困难

➤ 非线性函数参数太多，调参困难

➤ 未使用模型信息

➤ 具体实现复杂



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -r \operatorname{sign}\left(x_1 - v(t) + \frac{x_2|x_2|}{2r}\right) \end{cases}$$

$$d = h_0 r_0^2, \quad a_0 = h_0 v_2, \quad y = v_1 + a_0$$

$$a_1 = \sqrt{d(d + 8|y|)}$$

$$a_2 = a_0 + \operatorname{sign}(y)(a_1 - d)/2$$

$$s_y = (\operatorname{sign}(y + d) - \operatorname{sign}(y - d))/2$$

$$a = (a_0 + y - a_2)s_y + a_2$$

$$s_a = (\operatorname{sign}(a + d) - \operatorname{sign}(a - d))/2$$

$$f_{han} = -r_0 \left(\frac{a}{d} - \operatorname{sign}(a) \right) s_a - r_0 \operatorname{sign}(a).$$

$$fal(e, \alpha, \delta) = \begin{cases} \frac{e}{\delta^{1-\alpha}}, & |x| \leq \delta \\ |e|^\alpha \operatorname{sign}(e), & |x| \geq \delta \end{cases}$$

$$f_{han}(x_1, x_2, r, h_0)$$

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ fe = fal(e, 0.5, \delta), & fe_1 = fal(e, 0.25, \delta) \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e \\ \dot{z}_2 = z_3 + bu - \beta_{02}fe \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}fe_1 \end{cases}$$



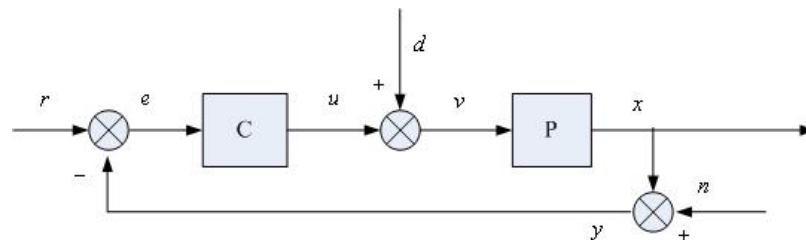
提升篇

关于扰动抑制的几点说明

- 扰动抑制的要求通常不会明确写在任务书中，而是隐含的要求；
- 给定系统的扰动都是多种多样的，我们要尽量考虑到所有的扰动因素，分析他们作用的方式、机理和影响大小；
- 考虑全面，抓住重点，但并不需要面面俱到，只要满足指标就好；
- 反馈校正控制本身就有扰动抑制能力，很多情况下无需额外的设计；
- 如果要展示自己的水平，就设计个干扰观测器，效果立竿见影；



如何克服人生中的各种扰动



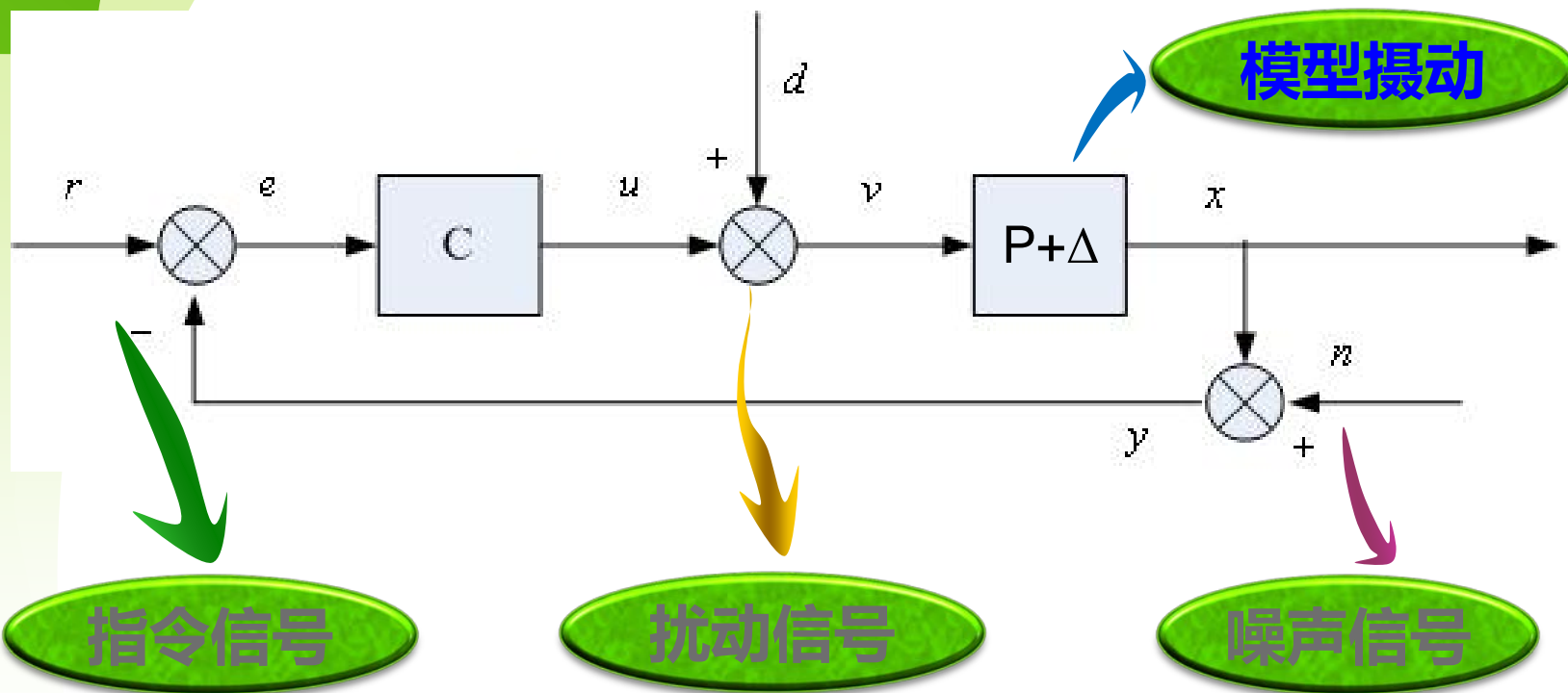
- 利用【误差-误差】原理，提高采样频率，及时发现误差并校正；
- ① 得先有个明确的目标（有点挑战），不忘初心，不能轻易改变；
- ② 设立反馈机制（内外，自省和复盘），测量被控量，得到误差；
- ③ 根据误差及时调整行动，要有很强的执行力；
- 变被动为主动，及时发现干扰，不给干扰产生误差的机会；



上工治未病，防患于未然



开新篇



$$G_{xr} = \frac{PC}{1+PC}$$

$$G_{xd} = \frac{P}{1+PC}$$

$$G_{xn} = \frac{-PC}{1+PC}$$



学习目标

本节课需要掌握的内容

- 理解灵敏度的概念；
- 掌握灵敏度与系统性能之间的关系；
- 理解Bode积分约束（控制理论中的能量守恒定律）；



本节课主要内容

A1

灵敏度和Bode积分约束

A2

对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

A3

设计约束



4.1 灵敏度和Bode积分约束

4.1.1

控制系统灵敏度

4.1.2

Bode积分约束

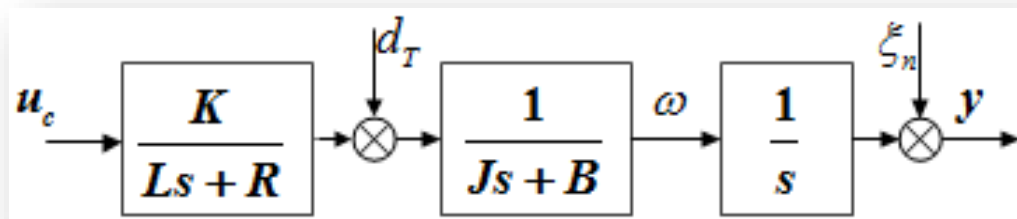


4.1.1 控制系统的灵敏度

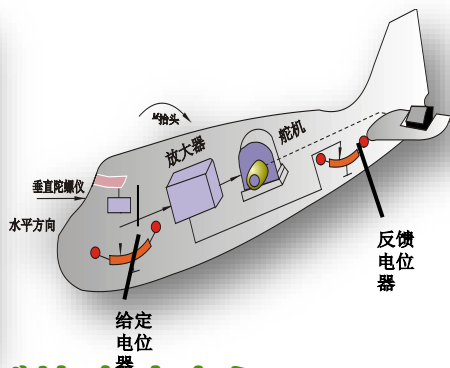
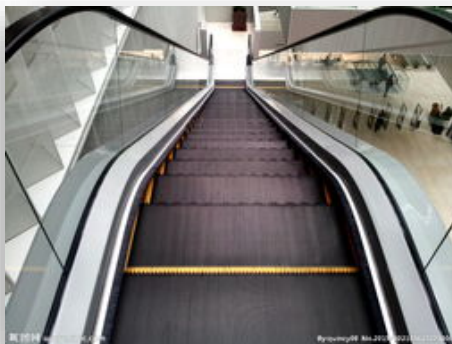
灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

无论传递函数 $G(s)$ 表示的具体对象是什么，它都要受到一些因素的影响，如：

- 建模的不精确性等；
- 工况的变化（如负载）；
- 环境的变化（飞行高度的变化、磨损、变形、老化）；



2023-04-06



哈尔滨工业大学控制与仿真中心

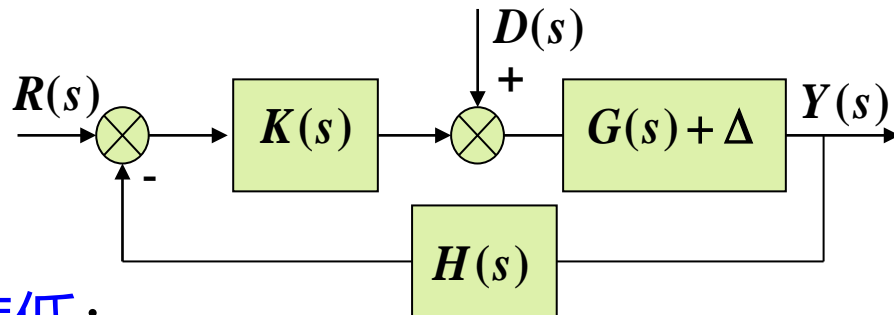


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

控制系统应具有如下特点:

- 对系统中参数变化的敏感程度低;
- 在参数的允许变动范围内能保持稳定;
- 参数发生较剧烈变化时, 能够恢复和保持预期性能。



当参数只在小范围摄动时, 可以采用灵敏度来度量系统的稳定性。

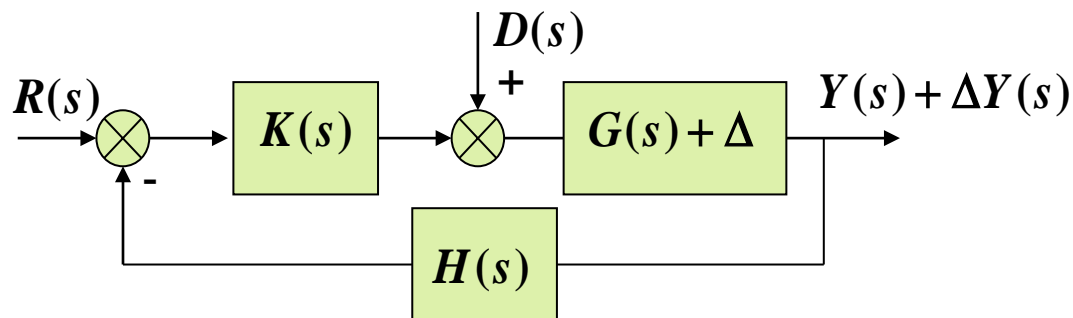


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

问题：

因被控对象的变化而引起的控制系统输出的变化有多大？





4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

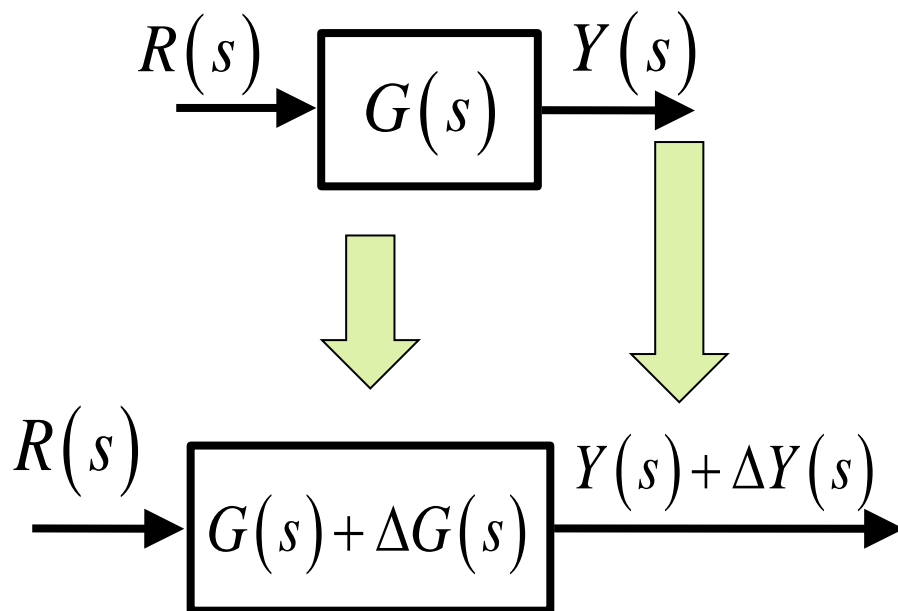
➤ 开环系统在对象摄动时的输出变化

为说明对象摄动对性能的影响，考虑由于参数或结构变化所形成的新被控对象

$$G(s) + \Delta G(s)$$

此时，输出的变化量为

$$\Delta Y(s) = \Delta G(s) \cdot R(s)$$

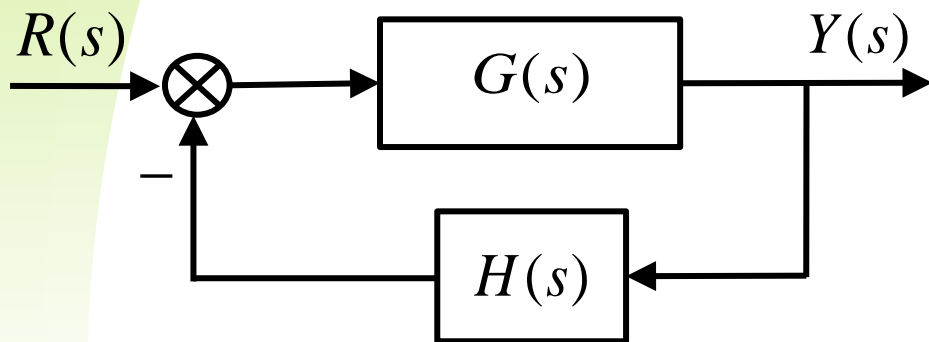




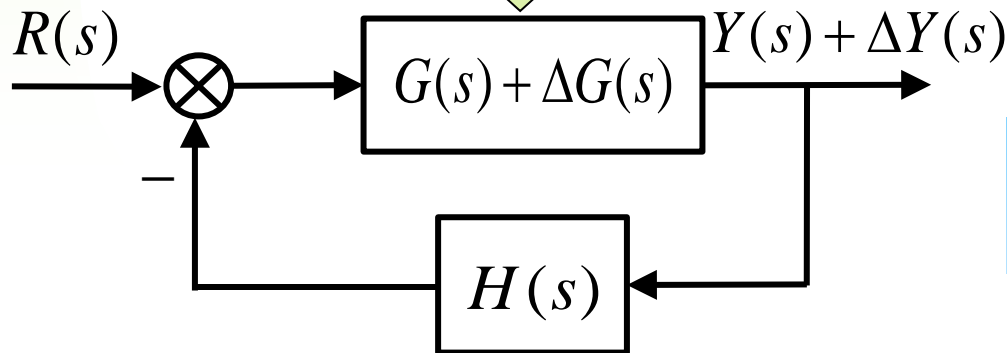
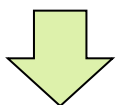
4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

➤ 闭环系统在对象摄动时的输出变化



$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



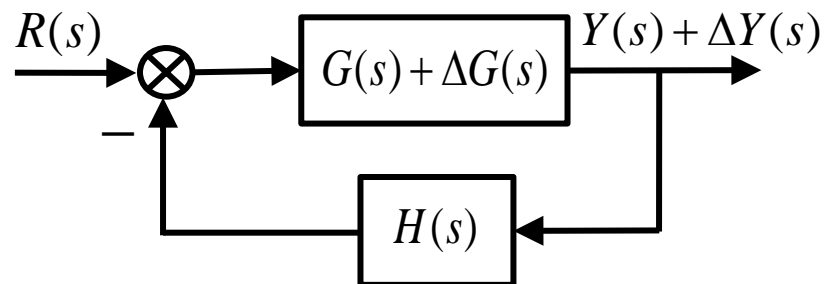
$$T'(s) = \frac{[G(s) + \Delta(s)]}{1 + [G(s) + \Delta(s)]H(s)}$$



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

➤ 闭环系统在对象摄动时的输出



而对于闭环系统，有

$$Y(s) + \Delta Y(s) = \frac{[G(s) + \Delta G(s)]}{1 + [G(s) + \Delta G(s)]H(s)} \cdot R(s) \quad Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \cdot R(s)$$

输出的变化为：

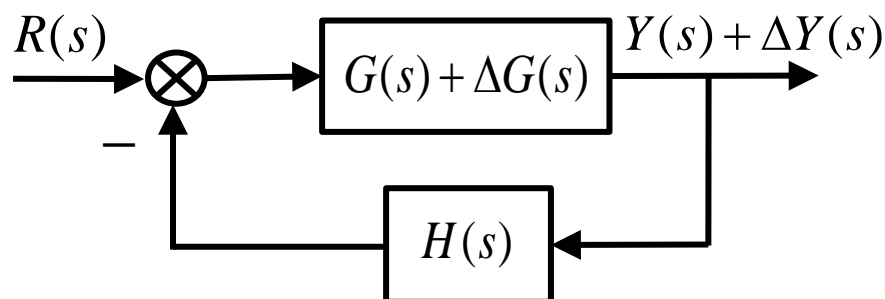
$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + (G(s) + \Delta G(s))H(s)] \cdot [1 + G(s)H(s)]} \cdot R(s)$$



4.1.1 控制系统的灵敏度

频域, 简化

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征



$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + (G(s) + \Delta G(s))H(s)] \cdot [1 + G(s)H(s)]} \cdot R(s)$$

通常在低频段, 有 $G(s)H(s) \gg \Delta G(s)H(s)$

于是,

$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + G(s)H(s)]^2} \cdot R(s)$$

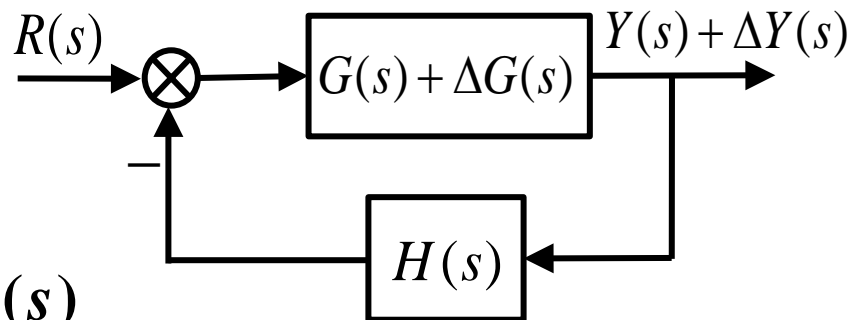


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

开环 $\Delta Y(s) = \Delta G(s) \cdot R(s)$

闭环 $\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + G(s)H(s)]^2} \cdot R(s)$



可见，由于 $[1 + G(s)H(s)]$ 在所关心的复频率范围内常常是远大于1的，因此闭环系统输出的变化减小了。因子 $[1 + G(s)H(s)]$ 在反馈控制系统的特性中具有十分重要的作用。



$$\Delta Y(s) = \Delta G(s) \cdot R(s)$$

$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + G(s)H(s)]^2} \cdot R(s)$$

根据上面的分析结果，你能得到什么结论？

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

对于开环系统而言，对象的变化将直接导致输出发生变化，使精度降低；而闭环系统则会减小对象变化对输出产生影响。

可见，控制系统对参数变化的灵敏度是很重要的系统特征。

闭环反馈控制系统最根本的优点就是能够减小系统的灵敏度。

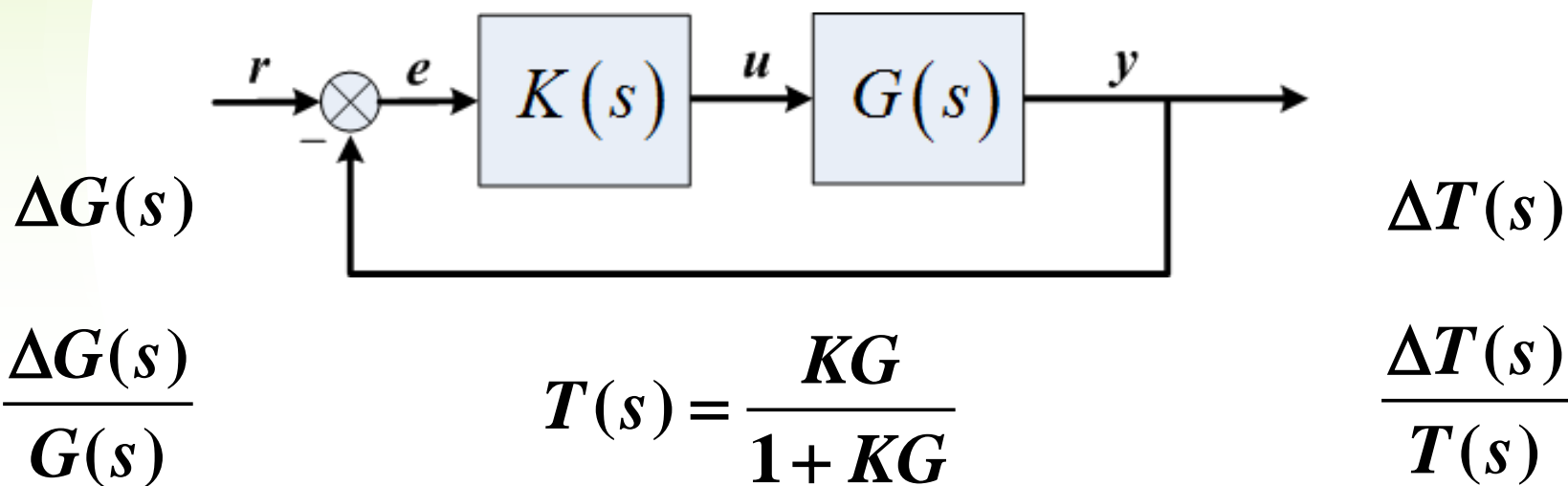
$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + G(s)H(s)]^2} \cdot R(s)$$



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

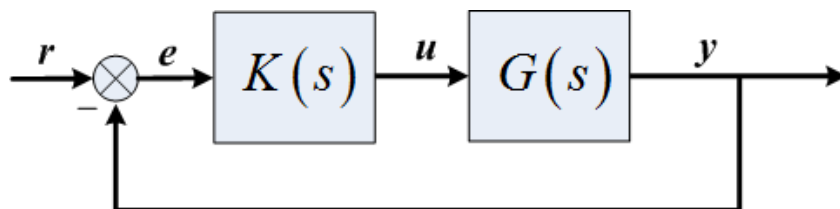
灵敏度 (Sensitivity) 是反馈控制系统的一个重要性能指标。系统灵敏度定义为：系统传递函数的**变化率**与对象传递函数的**变化率**之比。





4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征



系统**灵敏度定义**为：系统传递函数的变化率 $\frac{\Delta T(s)}{T(s)}$ 与对象传递函数的变化率 $\frac{\Delta G(s)}{G(s)}$ 之比。

若系统传递函数为 $T = \frac{Y(s)}{R(s)}$

则灵敏度定义为 $S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)}$



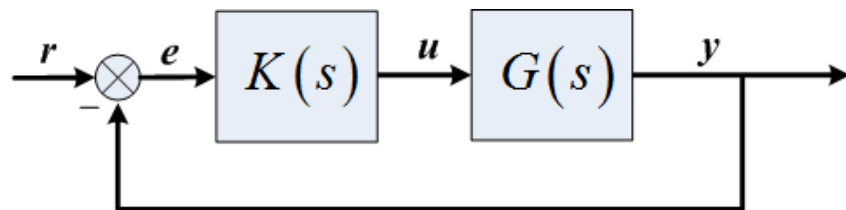
4.1.1 控制系统的灵敏度

前提

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

◆ 灵敏度定义

$$S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)}$$



取微小增量的极限形式，则：

$$d \ln x = \frac{1}{x} dx$$

$$S = \frac{dT(s)/T(s)}{dG(s)/G(s)} = \frac{d \ln T(s)}{d \ln G(s)}$$

系统灵敏度是当变化量为微小的增量时，系统传递函数的变化率与对象传递函数的变化率之比。

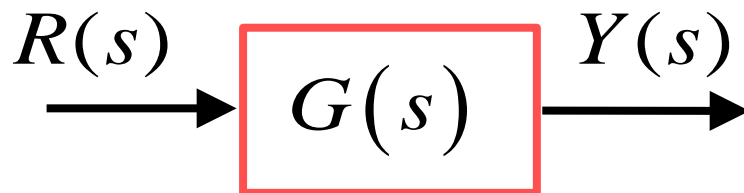


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | **灵敏度分析** | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

① 开环系统对**被控对象** $G(s)$ **变化**的灵敏度表示为

$$S_G^T = \frac{d \ln T}{d \ln G} = \frac{dT}{dG} \cdot \frac{G}{T} = 1$$



$$\Delta Y(s) = \Delta G(s) \cdot R(s)$$

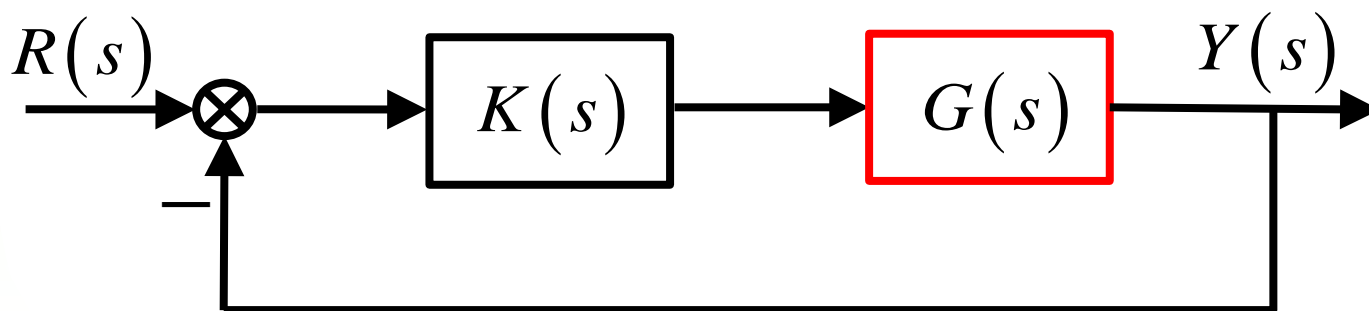


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | **灵敏度分析** | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

② 单位反馈闭环系统对**被控对象** $G(s)$ 变化的灵敏度表示为

$$S_G^T = \frac{d \ln T}{d \ln G} = \frac{dT}{dG} \cdot \frac{G}{T} = \frac{1}{1 + KG}$$



$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + K(s)G(s)]^2} \cdot R(s)$$



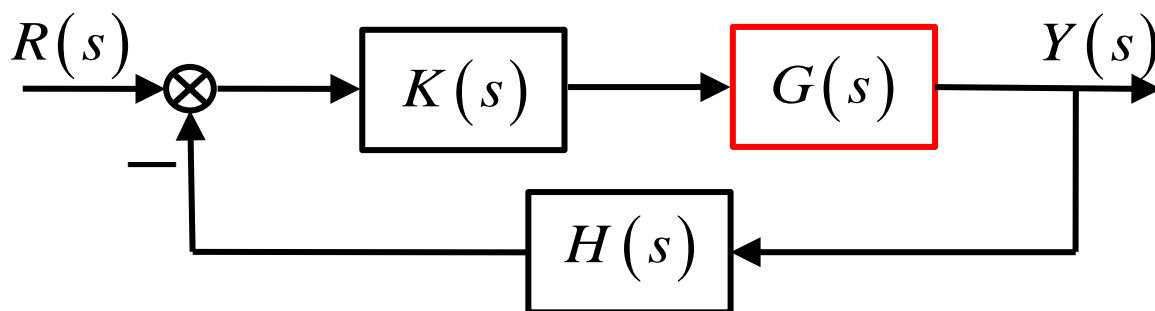
4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | **灵敏度分析** | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

③ 非单位反馈闭环系统对**被控对象** $G(s)$ 变化的灵敏度为

$$S_G^T = \frac{d \ln T}{d \ln G} = \frac{dT}{dG} \cdot \frac{G}{T} = \frac{1}{1 + KGH}$$

$$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)H(s)}$$



$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)}{[1 + K(s)G(s)H(s)]^2} \cdot R(s)$$

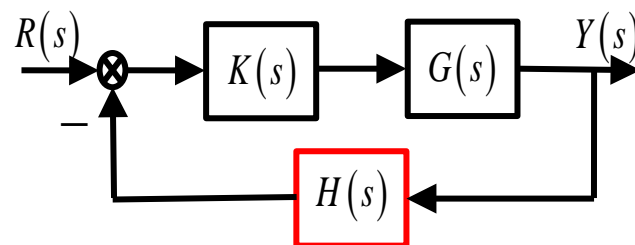


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | **灵敏度分析** | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

④ 非单位反馈闭环系统对反馈传函 $H(s)$ 变化的灵敏度为

$$S_H^T = \frac{d \ln T}{d \ln H} = \frac{dT}{dH} \cdot \frac{H}{T} = \frac{-KGH}{1 + KGH}$$



当 KGH 很大时，灵敏度约为-1，则 $H(s)$ 的变化将直接影响输出响应。因此，保持反馈部分不因环境的改变而改变，或者说**保持反馈通道特性不变，是非常重要的。**



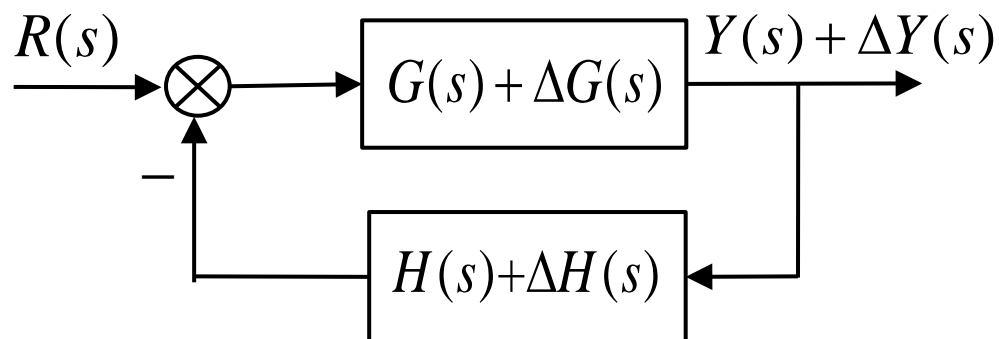
4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | **灵敏度分析** | 灵敏度计算 | 灵敏度特征

四种情况	可变参数	灵敏度
开环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = 1$
单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + KG}$
非单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + KGH}$
非单位反馈闭环系统	反馈环节 $H(s)$	$S_H^T = \frac{-KGH}{1 + KGH}$



灵敏度分析对我们有什么启发？



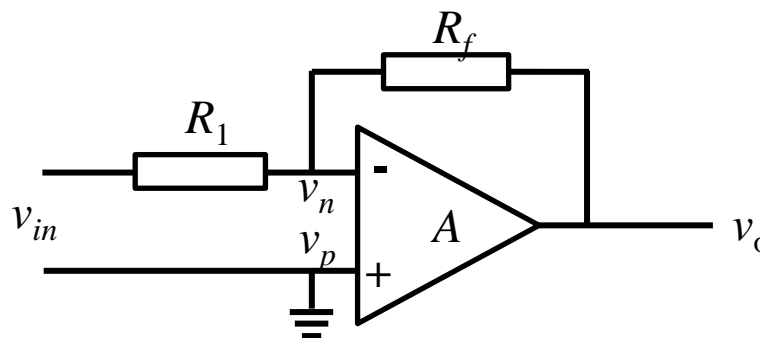
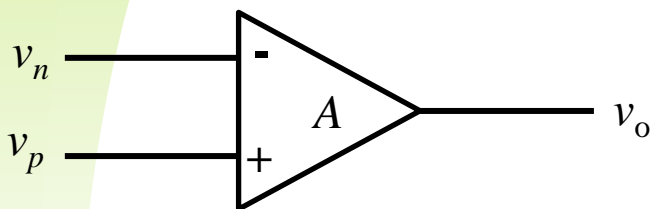
正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | **灵敏度计算** | 灵敏度特征

例1：反馈放大器



节点 n 的电流方程为
$$\frac{v_{in} - v_n}{R_1} + \frac{v_o - v_n}{R_f} = 0$$

再由 $\frac{v_n}{v_o} = -\frac{1}{A}$ 可得
$$\frac{v_{in}}{R_1} + \frac{v_o}{AR_1} + \frac{v_o}{R_f} + \frac{v_o}{AR_f} = 0$$

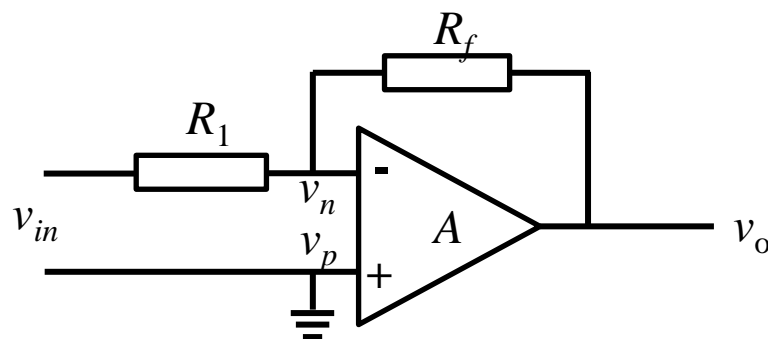
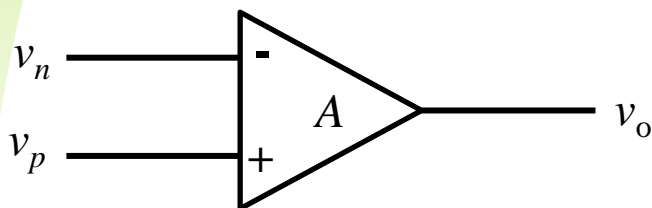
进一步可得输出电压为
$$v_o = \frac{-A(R_f/R_1)}{1 + (R_f/R_1) + A} v_{in}$$



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | **灵敏度计算** | 灵敏度特征

例1：反馈放大器



令 $k = R_1 / R_f$ 当 $A \gg 1$ 时可得输入输出电压关系为

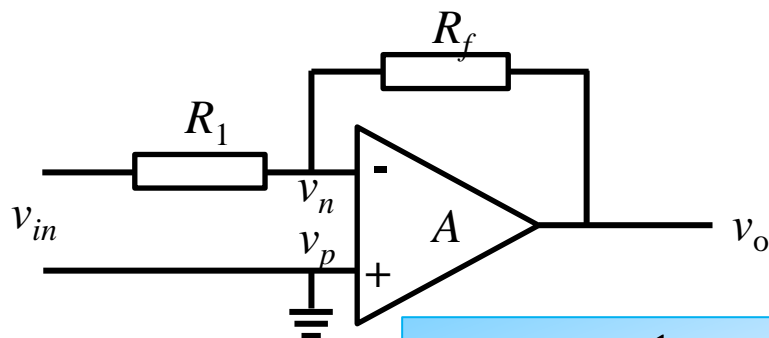
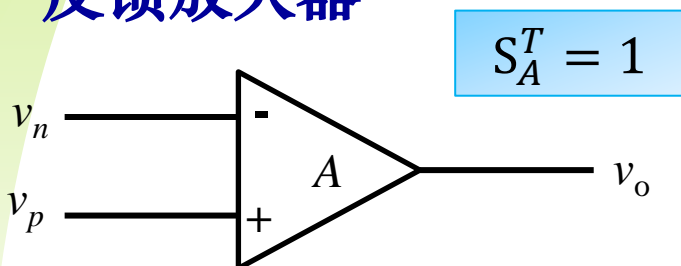
$$v_o = \frac{-A(R_f/R_1)}{1 + (R_f/R_1) + A} v_{in} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_o}{v_{in}} \approx \frac{-A}{1 + A(R_1/R_f)} = \frac{-A}{1 + Ak}$$



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | **灵敏度计算** | 灵敏度特征

例1：反馈放大器



$$S_A^T = \frac{1}{1 + Ak}$$

➤ 运算放大器输出电压受放大倍数 A 的影响；

➤ 开环灵敏度是 $S_A^G = 1$

➤ 闭环灵敏度为 $S_A^T = \frac{\partial T/T}{\partial A/A} = \frac{1}{1 - GH} = \frac{1}{1 + Ak}$

如果 $A=10^4$, $k=0.1$, 则 $S_A^T = \frac{1}{1 + 10^3}$ 是开环灵敏度 $1/1000$

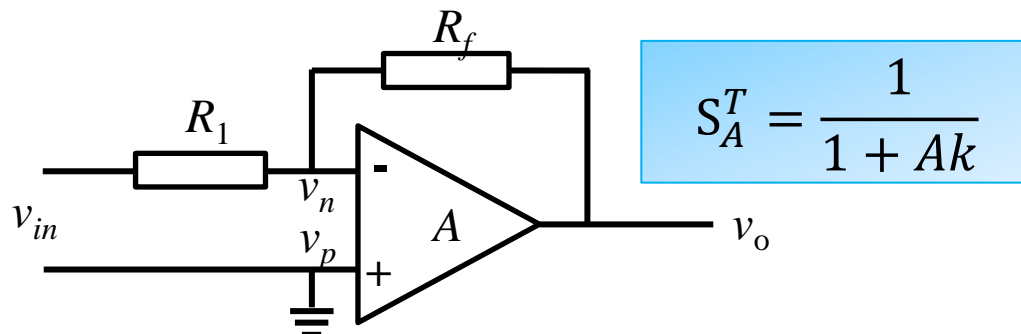
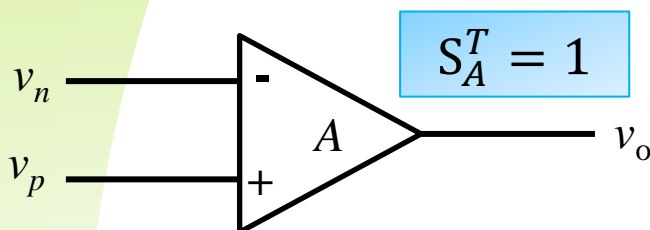
电路对**增益因子** k 的灵敏度为 $S_k^T = \frac{GH}{1 - GH} = \frac{-Ak}{1 + Ak}$ 近似为1



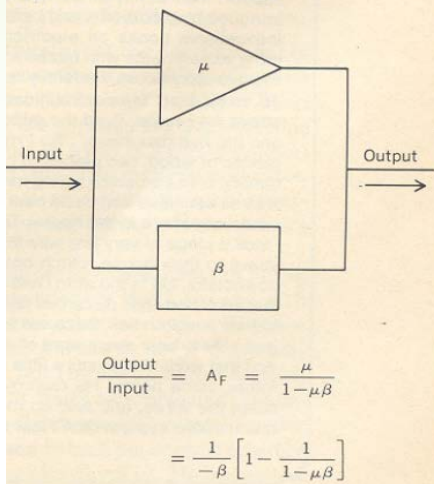
4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | **灵敏度计算** | 灵敏度特征

例1：反馈放大器



[2] The concept of the negative feedback amplifier came to Black "in a flash" on August 2, 1927, while he was traveling to work on the ferry. He sketched these equations and block diagram on a page of *The New York Times*.



The Bell System Technical Journal

January, 1934

Stabilized Feedback Amplifiers*

By H. S. BLACK

This paper describes and explains the theory of the feedback principle and then demonstrates how stability of amplification and reduction of modulation products, as well as certain other advantages, follow when stabilized feedback is applied to an amplifier. The underlying principle of design by means of which singing is avoided is next set forth. The paper concludes with some examples of results obtained on amplifiers which have been built employing this new principle.

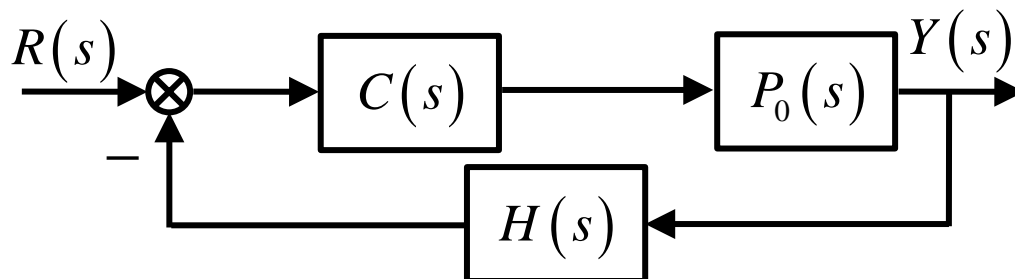
灵敏度完美地解释了为什么反馈能解决器件缺陷问题



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | **灵敏度计算** | 灵敏度特征

例2：天线的灵敏度函数



$$P_0(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

$$C(s) = \frac{10(0.5s+1)}{0.1s+1}$$

$$H(s) = 1$$

天线系统的灵敏度函数为

$$S = \frac{1}{1 + P_0 C} = \frac{0.1s^3 + 1.1s^2 + 1.1s}{0.1s^3 + 1.1s^2 + 6s + 10}$$



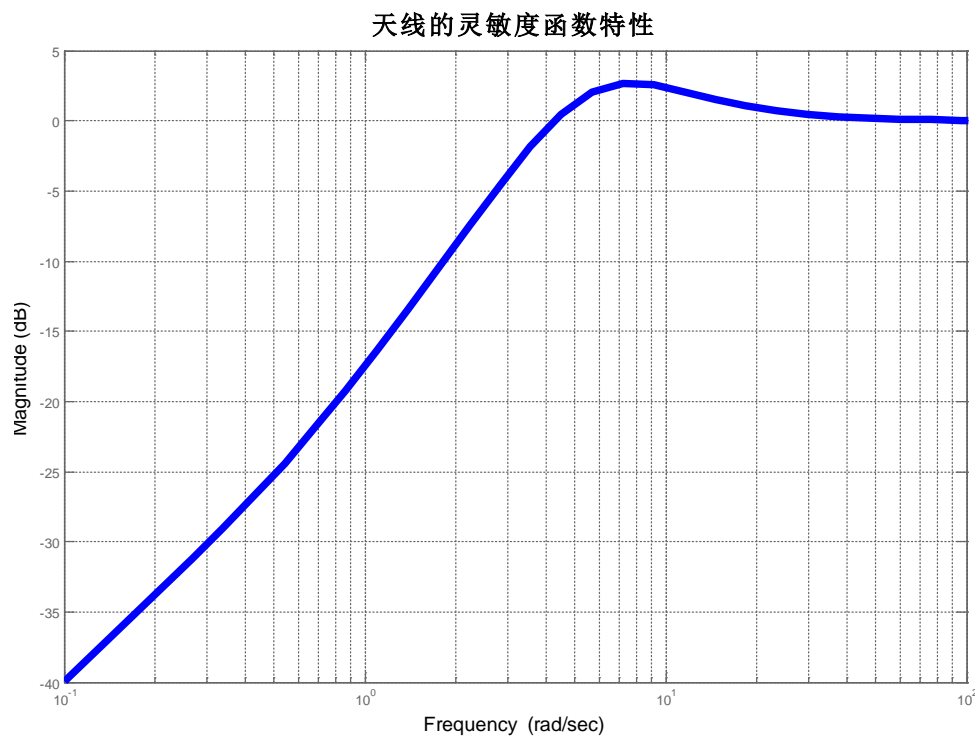
4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | **灵敏度计算** | 灵敏度特征

例2：天线的灵敏度函数

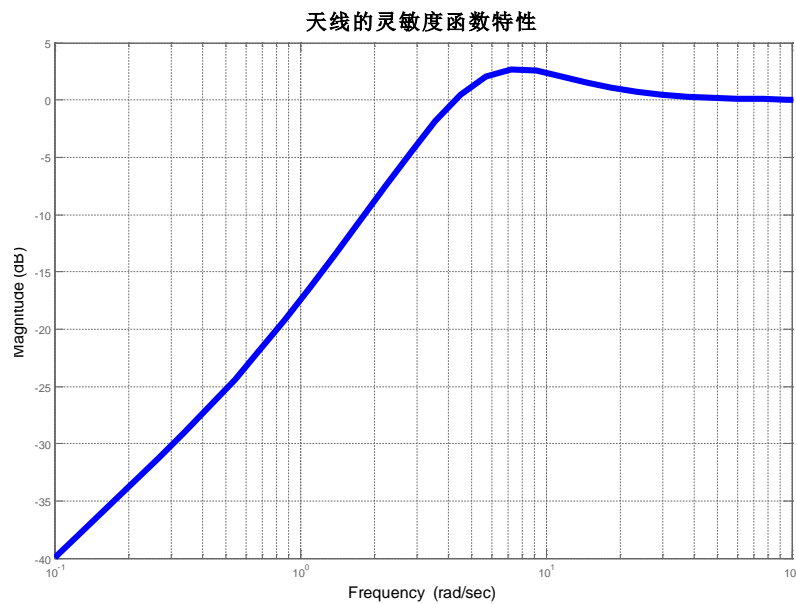
$$S = \frac{1}{1 + P_0 C} = \frac{0.1s^3 + 1.1s^2 + 1.1s}{0.1s^3 + 1.1s^2 + 6s + 10}$$

$S(j\omega)$





你能从图中看出什么规律？
$$S = \frac{1}{1 + P_0 C} = \frac{0.1s^3 + 1.1s^2 + 1.1s}{0.1s^3 + 1.1s^2 + 6s + 10}$$





对于线性系统，下面哪些是正确的

A

灵敏度是频率的函数

B

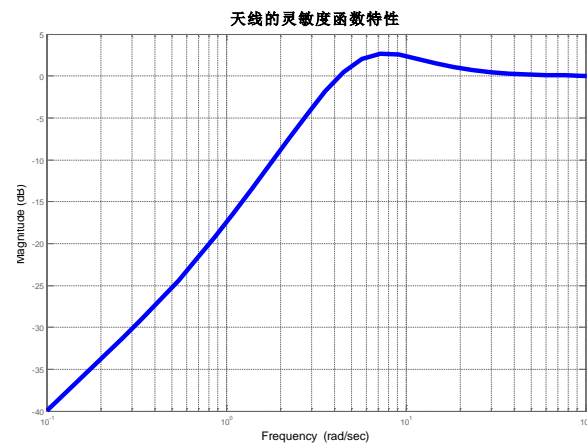
灵敏度函数的最小值一定为0

C

理论上，闭环系统灵敏度一定存在峰值

D

实际系统的闭环灵敏度函数在高频段与开环灵敏度一致



$$S = \frac{1}{1 + P_0 C} = \frac{0.1s^3 + 1.1s^2 + 1.1s}{0.1s^3 + 1.1s^2 + 6s + 10}$$



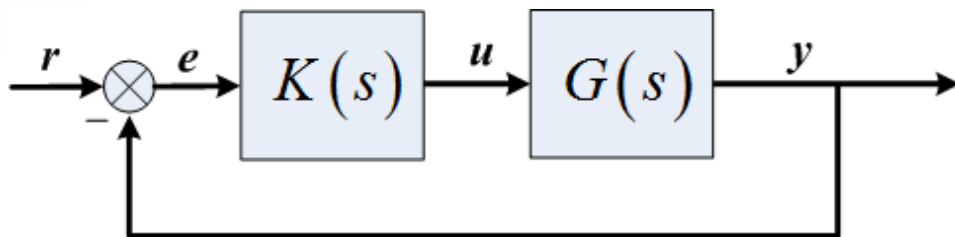
4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | **灵敏度特征*****

对于典型反馈控制系统，闭环系统关于被控对象的灵敏度为：

$$S = \frac{d \ln T}{d \ln G} = \frac{dT}{dG} \cdot \frac{G}{T} = \frac{1}{1 + KG} \quad d \ln x = \frac{1}{x} dx$$

(1) 灵敏度函数表征了闭环系统关于被控对象变化的**鲁棒性**。



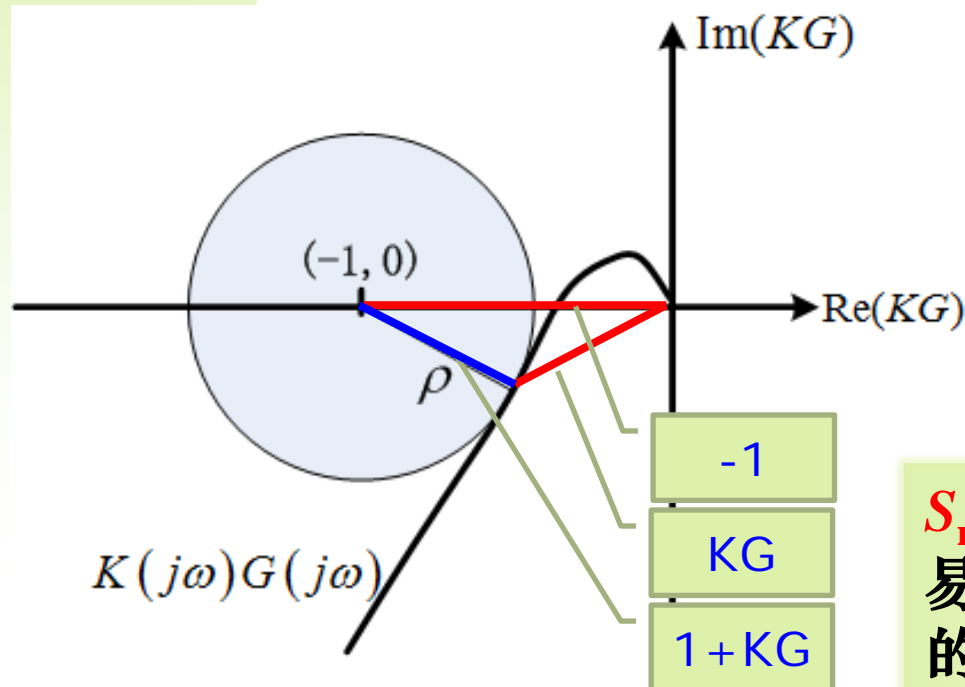
$$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}$$



4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | **灵敏度特征*****

(2) Nyquist曲线中, KG 距离 $(-1, j0)$ 点的**最小距离**与灵敏度函数的最大值互为倒数。



$$\rho = \min |1 + KG|$$

$$S_{\max} = \max \left| \frac{1}{1 + KG} \right| = \frac{1}{\rho}$$

S_{\max} 越大, ρ 越小, G 的变化很容易导致系统不稳定, 常以灵敏度的最大值作为闭环系统**鲁棒稳定性**的一个指标。

KG 是 $j\omega$ 的函数

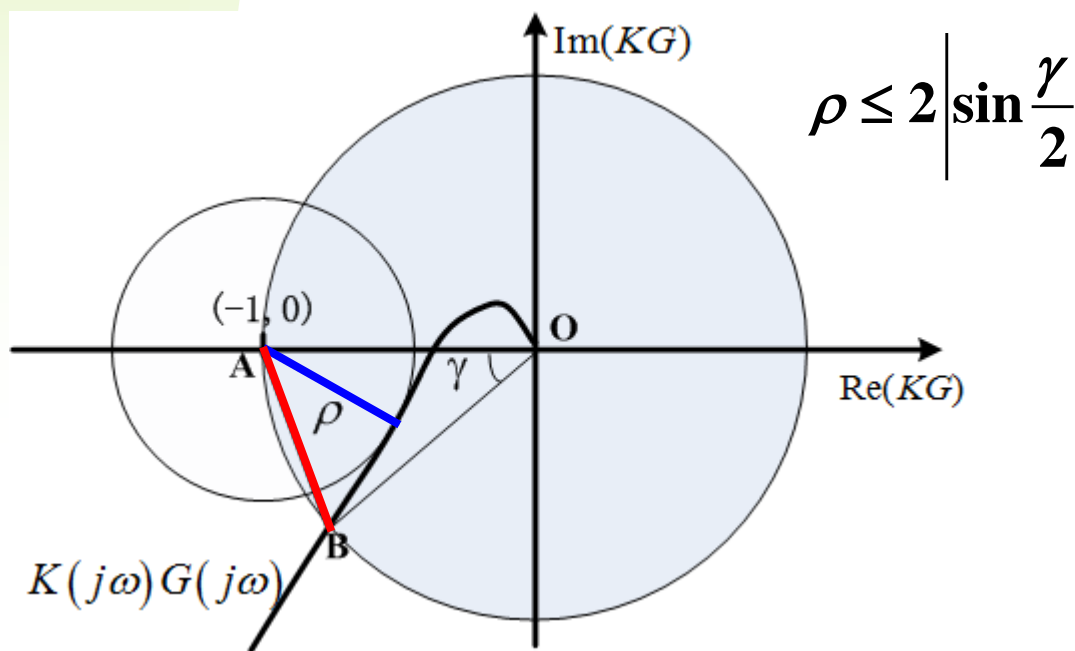


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | **灵敏度特征*****

(3) 灵敏度函数与相位裕度的关系

$$\left| \frac{1}{S(j\omega_c)} \right| = |1 + K(j\omega_c)G(j\omega_c)| = 2 \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|$$



$$\rho \leq 2 \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|$$

$$S_{\max} = \frac{1}{\rho} \quad S_{\max} \geq \frac{1}{2 \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|}$$

相位裕度只能给出 ρ 的上限，并不能给出代表鲁棒性的 S_{\max} 的真实值。事实上，相位裕度和幅值裕度都很好的系统， S_{\max} 可能会很大而没有鲁棒性。因此，灵敏度的**最大值 S_{\max}** 才真正反映了系统的稳定程度，才是**真正意义上的稳定裕度**。

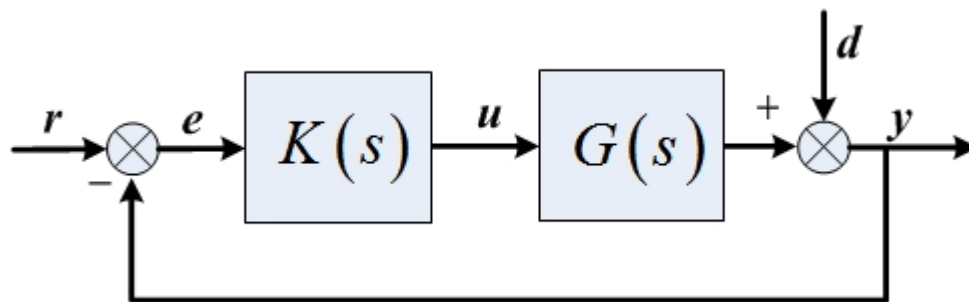


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | **灵敏度特征*****

(4) 灵敏度函数与扰动传递函数的关系

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$
$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + KG}$$



从输出端扰动 d 到输出 y 的传递函数

——反映系统对输出端扰动 d 的抑制特性



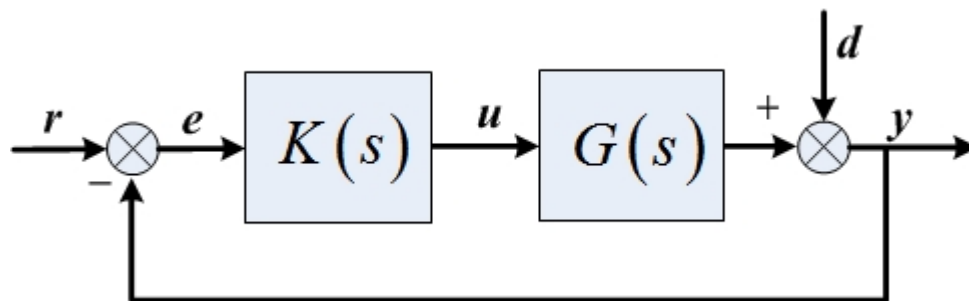
4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | **灵敏度特征*****

(5) 灵敏度函数与误差传递函数的关系

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + KG}$$



从输入 r 到误差信号 e 的传递函数——**系统跟踪输入信号的性能**

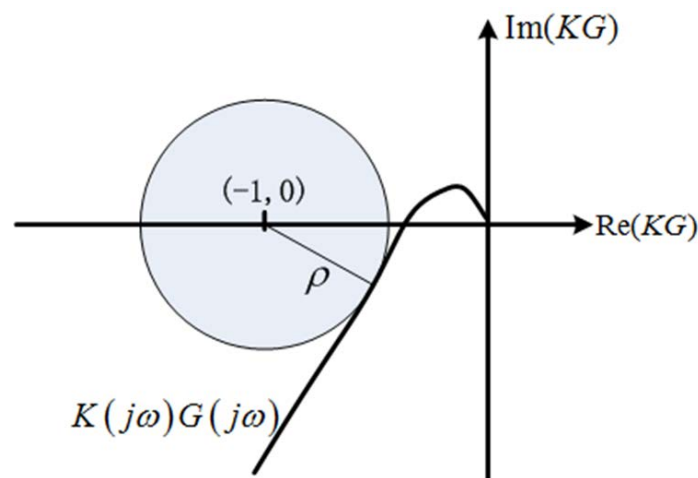


4.1.1 控制系统的灵敏度

灵敏度定义 | 灵敏度分析 | 灵敏度计算 | **灵敏度特征*****

灵敏度函数表征了系统在 r 和 d 作用下的性能，其峰值还表示了参数变化对系统稳定性的影响。故一般均以**灵敏度函数来表示反馈系统的性能**，设计时要尽量压低其灵敏度。

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$



是不是可以仅从灵敏度的角度对系统进行设计？

灵敏度能够任意设计吗？



4.1 灵敏度和Bode积分约束

4.1.1

控制系统的灵敏度

4.1.2

Bode积分约束



4.1.2 Bode积分约束

规律

Bode积分定理

定理:

设开环传递函数 $L(s)$ 有不稳定极点 p_1, p_2, \dots, p_N , 开环传递函数的相对阶为 $v=n-m$, 并设闭环系统是稳定的, 则系统的灵敏度函数满足下列关系式:

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad v > 1$$

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = -\gamma \frac{\pi}{2} + \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad v = 1$$

n 为传递函数 $L(s)$ 分母的阶次, m 为分子的阶次, $\gamma = \lim_{s \rightarrow \infty} sL(s)$



4.1.2 Bode积分约束

Bode积分定理

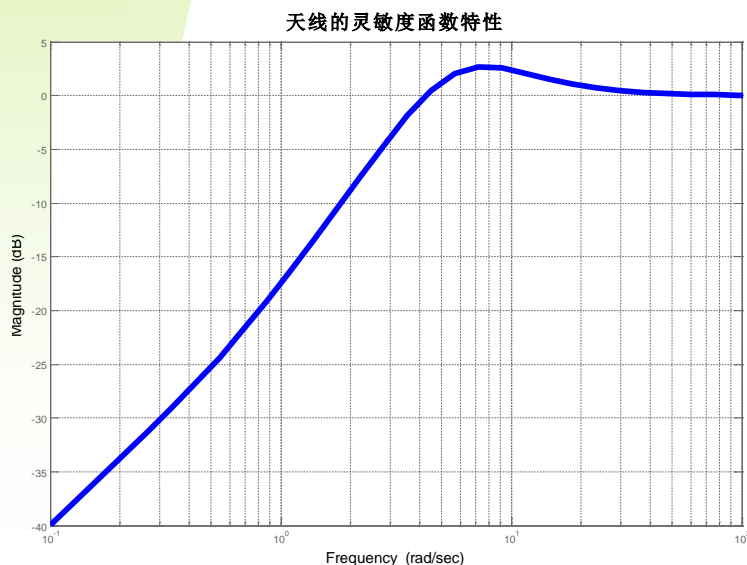
Bode积分定理说明，灵敏度模的对数积分是一个常数

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad \nu > 1$$

如果传函是稳定的，那么这个积分等于零（ $\nu > 1$ ），即

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad \nu > 1$$

Bode积分定理揭示的规律说明了什么？



$$S = \frac{1}{1 + KG}$$

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad \nu > 1$$

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

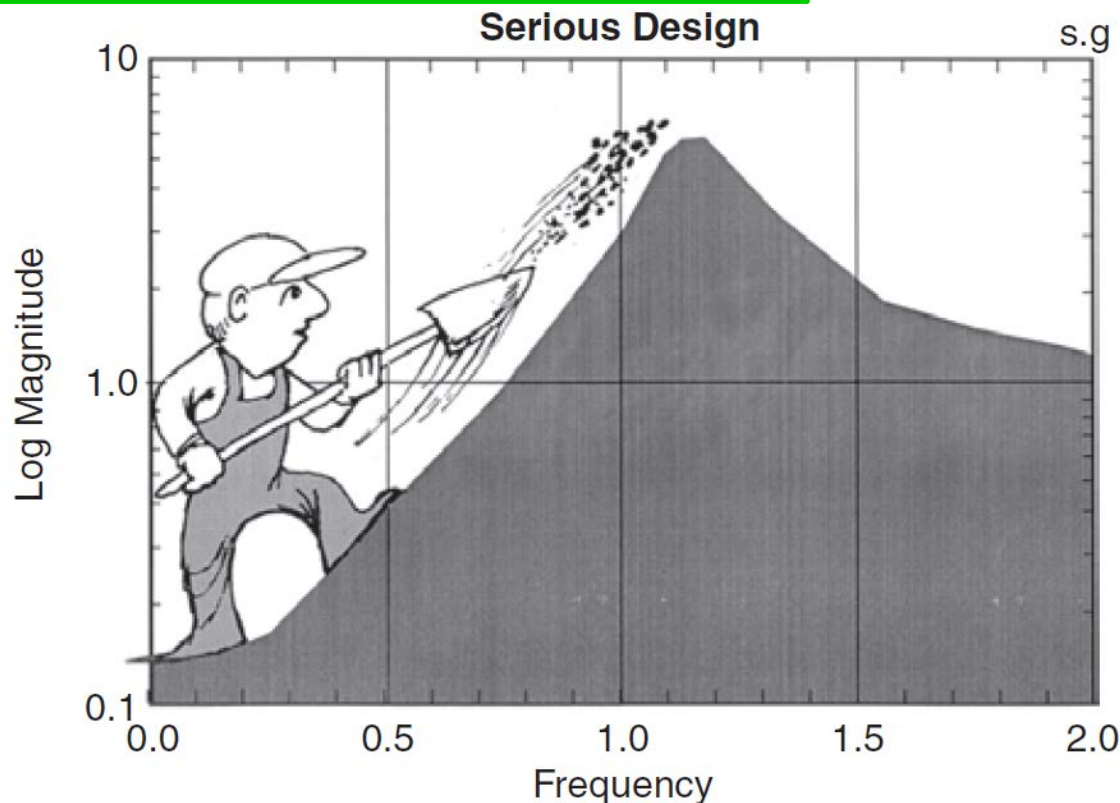
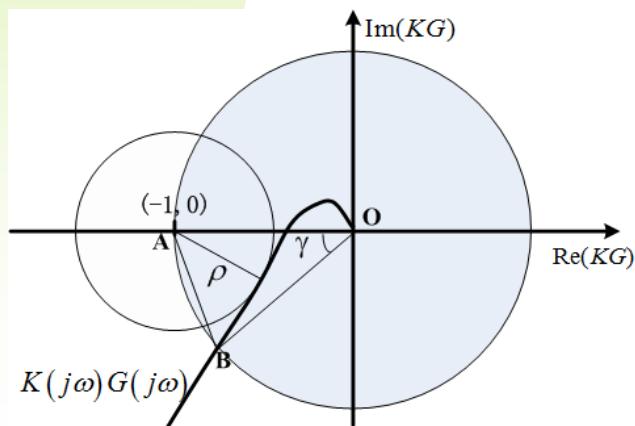


4.1.2 Bode 积分约束

规律

Bode 积分定理

$$S = \frac{1}{1 + KG}$$



$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad \nu > 1$$

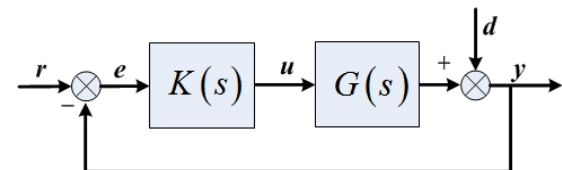
由于面积是固定的，所以灵敏度函数在整个频段上不能任意设计，处理不当，可能导致 S_{\max} 过大



4.1.2 Bode积分约束

前提

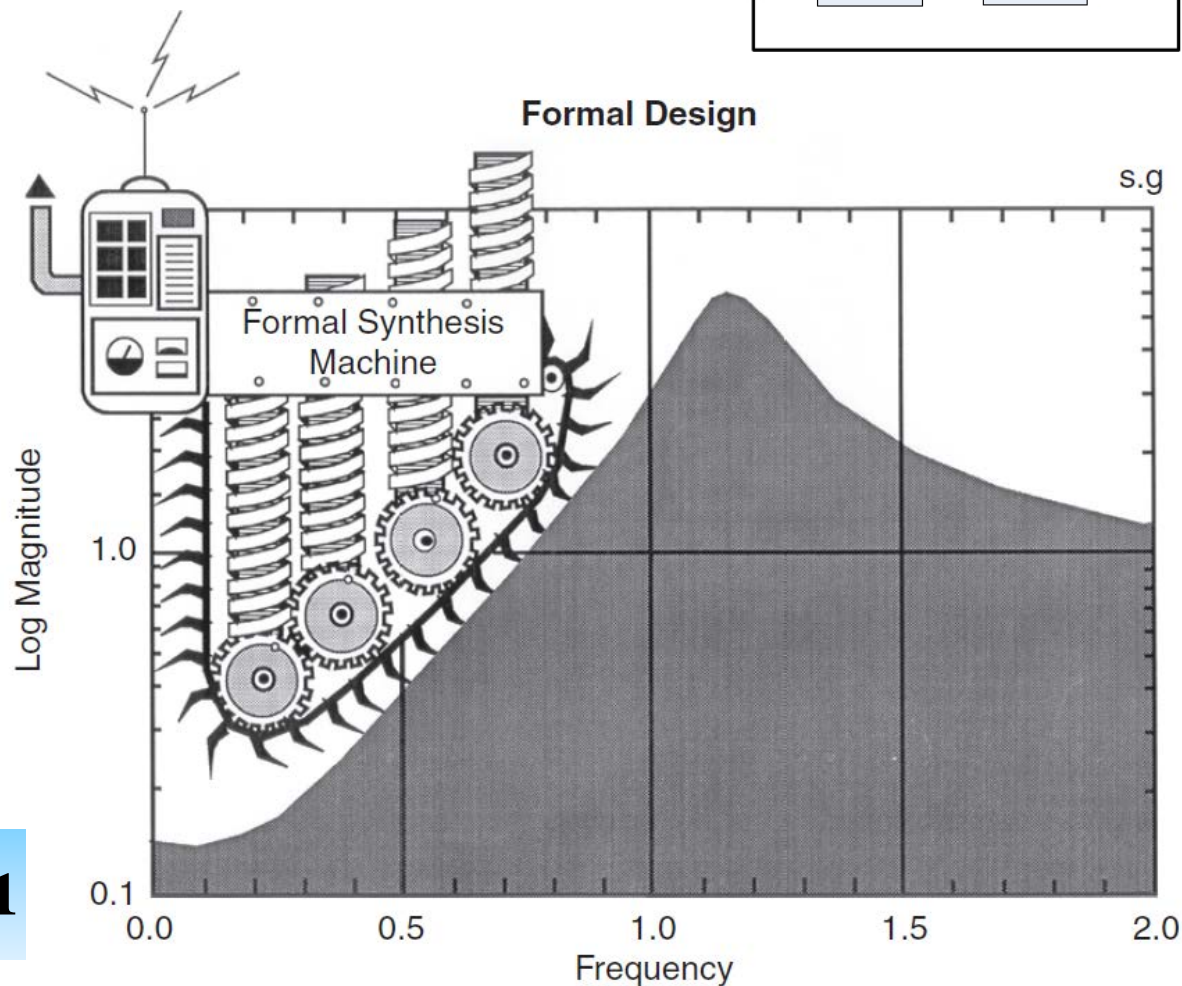
Bode积分定理



$$S = \frac{1}{1 + KG}$$

Bode积分约束只适用于线性控制方法和线性系统。

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad v > 1$$





总结

本节课讲过的主要内容

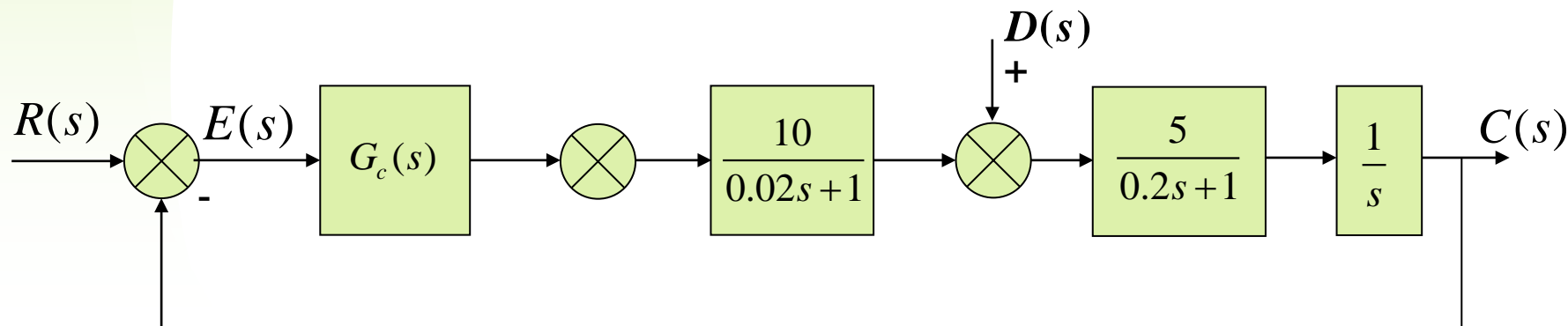
- 灵敏度的概念由来和定义;
- 灵敏度的几个关键特征;
- Bode积分约束揭示了线性控制系统设计的瓶颈;



第14次 课后作业

1 必选作业

14-1 仿真题：对于下面已搭建好的闭环系统，试着绘制系统的灵敏度函数曲线，分析一下灵敏函数的特点，尝试改变控制的结构或参数，观察灵敏度函数的变化规律。也可以绘制开环系统Nyquist图，观察相位裕度与灵敏度最大值导数之间的关系。





第八周 课后作业

2 可选作业

14.1 思考题：试用框图说明外部扰动和模型摄动的等价关系，输入端扰动和输出端扰动的等价关系；

14.2 思考题：本节课说明相角裕度并不能准确反映系统的稳定裕度，为什么还被广泛使用，我们是否可以设计灵敏度的最大值来保证系统的稳定裕度？

14.3 思考题：从灵敏度函数的特性出发，我们该如何进行控制系统设计？

14.4 思考题：Bode积分约束到底约束了什么，说一说你的理解；

14.4 思考题：Bode定理成立的前提是什么（包括隐含的），如何才能打破这个约束？



拓展思考

自己总结，无需上交

- a. 控制理论和方法的能力边界（控制不是万能的）；
- b. 每一种控制方法的利与弊（硬币总有正反两面）；
- c. 控制系统中的各种约束与限制（你不能随心所欲）；
- d. 各种方法都有自己的适用条件（看准了再用）
- e. 控制系统设计中的优化问题（处处有优化）；
- f. 哪些是针对信号的，哪些又是针对系统的，如何进行转化（信号与系统）；
- g. 控制系统中的各种性能指标（为什么这么多）；
- h. 控制系统设计中的各种概念和原理给我们的人生启发（你可以控制好人生）；
- i. 控制系统中各种概念的联系与区别（对比才能深刻理解）
- j. 控制系统中主动和被动的办法（上工治未病）



Thank You !