Test af 1 Vinzenz Götz

1) $x(t) = U_0 \sin(2\pi f t)$

$U_0 = 325V$; $f = 50Hz$; $T = \frac{1}{f} = 0{,}02s$

Mittelwert:

$$\bar{x}_m = \frac{1}{T} U_0 \int_0^T \sin(2\pi f t)\, dt$$

$$= \frac{f U_0}{2\pi f} \left(\cos(0) - \cos(2\pi)\right) = \underline{\underline{0}} \qquad = 0V$$

Gleichrichtwert:

$$\bar{x}_g = \frac{U_0}{T} \int_0^T |\sin(2\pi f t)|\, dt$$

$\sin(x) = -\sin(x+\pi) \Rightarrow |\sin(x)| = |\sin(x+\pi)|$

$\Rightarrow |\sin(2\pi f t)| = |\sin(2\pi f t + \pi)| = |\sin(2\pi f (t + \frac{1}{2f}))|$

$= |\sin(2\pi f (t + \frac{T}{2}))|$ (I)

$\sin(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0, \pi]$

$\Rightarrow \sin(x) = |\sin(x)| \quad \forall x \in [0, \pi]$ (II)

(I) + (II) $\Rightarrow$ wir können $\bar{x}_g$ als $\frac{2U_0}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin(2\pi f t)\, dt$ schreiben

$$\Rightarrow \bar{x}_g = \frac{2U_0}{2\pi f T} \left(\cos(0) - \cos(\pi)\right) = \underline{\underline{\frac{2U_0}{\pi}}} = \frac{650V}{\pi}$$

Effektivwert:

$$\tilde{x}_e = \frac{1}{\sqrt{T}} \sqrt{\int_0^T \sin^2(2\pi f t)\,dt\, U_0^2}$$

Merziger FS S. 114

$$\int \sin^2(ax) = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

Merziger FS

$$= \frac{U_0}{\sqrt{T}} \sqrt{\frac{T}{2} - \frac{\sin(0)}{8\pi f} - \frac{0}{2} + \frac{\sin(2\pi)}{8\pi f}}$$

$$= \frac{U_0}{\sqrt{2}} \approx \frac{325}{\sqrt{2}}\ V = 229{,}81\ V$$

Bem: Die numerischen Verfahren auf dem ÜB sind teilweise falsch

2| IEEE Darstellung: 32-bit ($b_0 \dots b_{31}$)

b_{31}: Vorzeichen $s = (-1)^{b_{31}}$ $\Rightarrow b_{31} = 0$, da $\sqrt{2} > 0$

$b_{30} \dots b_{23}$: Exponent $e = \sum_{i=30}^{23} 2^{(i-23)} b_i$

$b_{22} \dots b_0$: Mantisse $m = \sum_{i=22}^{0} 2^{(i-23)} b_i$

z im Dezimalsystem:

$$z = (-1)^{b_{31}} 2^{(e-127)} \left(1 + \sum_{i=22}^{0} 2^{(i-23)} b_i\right)$$

$\Rightarrow e = 127$, da $\sqrt{2} = 1,\dots$, 1 bit vor dem Komma

$\Rightarrow$ $e = 127$

$s = 0$

$m \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \overset{\text{geom. Reihe}}{=} 1$

Algorithmus für nächste Nachkommastellen

<u>Falls</u> $m \leq \frac{1}{4} + \dots = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow b_n = 0$

$\Leftrightarrow m' = 2m \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots = 1$

↳ dann weiter mit m' für $n-1$

<u>Falls</u> $m > \frac{1}{4} + \dots = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow b_n = 1$

$\Rightarrow m'' = 2(m - \frac{1}{2}) \leq \frac{1}{2} + \dots = 1$

↳ dann weiter mit m'' für $n-1$

nach diesem Algorithmus ist $\sqrt{2}$ in binär:

$$\underset{0}{s} \quad \overbrace{01111111}^{e} \quad \overbrace{0110\ 1010\ 0000\ 1001\ 1110\ 011}^{m^*}$$

*berechnet mit Matlab

Fehler: absolut: $\sqrt{2}_{ex} - \sqrt{2}_{IEEE} = 2{,}42 \cdot 10^{-8}$

relativ: $|\sqrt{2}_{ex} - \sqrt{2}_{IEEE}| (\sqrt{2}_{ex})^{-1} = 1{,}71 \cdot 10^{-8}$

3] (a) $v(t_0) = s'(t_0) = \frac{d}{dt} \sin(t) \Big|_{t_0} = \cos(t_0)$

Rest in Matlab

(b) Matlab

(c) für kleinerwerdendes Δt wird der Fehler bis $\Delta t = 10^{-8}$ kleiner, es existiert also ein (lokales) optimum

(d) hier ist das Optimum breiter und der Fehler nimmt schneller mit Δt ab der Fehler steigt allerdings auch hier wieder

4) (d) Ein Fehler taucht erst auf wenn $\varepsilon < \varepsilon_g$, sonst macht es in der Approximation keinen Unterschied

Das Ergebnis aus $1 - \cos(\varepsilon)$ ist also für $\varepsilon < \varepsilon_g$ so klein, dass Maschinenzahlen nicht genau genug sind um einen Unterschied darzustellen