

Test 1 Aufgabe Untere Götz

1) $x(t) = U_0 \sin(2\pi f t)$

$$U_0 = 325 \text{ V} ; f = 50 \text{ Hz}, T = \frac{1}{f} = 0,02 \text{ s}$$

Mittelwert:

$$\begin{aligned}\bar{x}_m &= \frac{1}{T} U_0 \int_0^T \sin(2\pi f t) dt \\ &= \frac{f U_0}{2\pi f} [-\cos(2\pi) + \cos(0)] = 0 = 0 \text{ V}\end{aligned}$$

Gleichrichtwert:

$$\bar{x}_g = \frac{1}{T} U_0 \int_0^T |\sin(2\pi f t)| dt$$

$$\sin(x) = -\sin(x+\pi) \Rightarrow |\sin(x)| = |\sin(x+\pi)|$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow |\sin(2\pi f t)| &= |\sin(2\pi f t + \pi)| = |\sin(2\pi f (t + \frac{1}{2f}))| \\ &= |\sin(2\pi f (t + \frac{T}{2}))| \quad \textcircled{I}\end{aligned}$$

$$\sin(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0; \pi]$$

$$\Rightarrow \sin(x) = |\sin(x)| \quad \forall x \in [0; \pi] \quad \textcircled{II}$$

$$\textcircled{I} + \textcircled{II} \Rightarrow \text{wir können das Integral } \frac{U_0}{T} \int_0^T |\sin(2\pi f t)| dt = I$$

$$\text{zu } I = \frac{2U_0}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin(2\pi f t) dt \text{ umschreiben}$$

$$I = \frac{2U_0}{2\pi f T} (-\cos(\pi) + \cos(0)) = \frac{2U_0}{\pi} = \bar{x}_g = \frac{325 \text{ V}}{\pi}$$

Effektivwert:

$$\bar{x}_e = \frac{1}{\sqrt{T}} \sqrt{\int_0^T \sin^2(2\pi ft) dt \cdot u_0^2}$$
$$= \frac{u_0}{\sqrt{T}} \sqrt{\int_0^T \sin^2(2\pi ft) dt}$$

Mezige FS

$$= \frac{u_0}{\sqrt{T}} \sqrt{\frac{T}{2} - \frac{\sin(4\pi fT)}{8\pi f} - \frac{0}{2} + \frac{\sin(4\pi fT)}{8\pi f}}$$

$$= \frac{u_0}{\sqrt{T}} \sqrt{\frac{T}{2}} = \frac{u_0}{\sqrt{2}} = 229,81 \text{ V}$$

Mezige FS S. 114:

$$\int \sin^2(ax) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

L

3em. Die numerischen Formeln sind teils falsch

21 IEEE Darstellung: 32-bit ($b_0 \dots b_{31}$)

b_{31} : Vorzeichen $s = (-1)^{b_{31}} \Rightarrow b_{31} = 0$, da $\sqrt{2} > 0$

$b_{30} \dots b_{23}$: Exponent $e = \sum_{i=23}^{29} 2^{i-23} b_i$

$b_{22} \dots b_0$: Mantisse $m = \sum_{i=22}^0 2^{i-23} b_i$

Zahl z im Dezimalsystem:

$$z = (-1)^s 2^{e-127} \left(1 + \sum_{i=22}^0 2^{i-23} b_i \right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = 1.414 \dots$$

$$\Rightarrow e - 127 = 0$$

$$s = 0$$

$$m \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \stackrel{\text{geom. Reihe}}{\approx} 1$$

Falls gilt: $m \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \Rightarrow b_{22} = 0$

$\Rightarrow m = 2m \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ dann für b_{21}
sonst:

$$m - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \Rightarrow b_{22} = 1$$

$$\Rightarrow m'' = 2(m - \frac{1}{2}) \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \dots \Rightarrow \text{dann für } b_{21}$$

$$\text{Falls } m \leq \frac{1}{4} + \dots = \frac{1}{2} \Rightarrow b_{22} = 0$$

$$\Rightarrow m' = 2m \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots = 1, \text{ dann für } b_{21}$$

$$\text{Falls } m > \frac{1}{4} + \dots = \frac{1}{2} \Rightarrow b_{22} = 1$$

$$\Rightarrow m'' = 2(m - \frac{1}{2}) \leq \frac{1}{2} + \dots = 1, \text{ dann für } b_{21}$$

nach diesen algo rithmus ist

$(\sqrt{2})$ in binär abo:

5 $\overbrace{01111111}^e$ 0110 1010 0000 1001 1110 m

Fehler: absolut: $2,42 \cdot 10^{-8}$
relativ: $1,77 \cdot 10^{-8}$

3) (a)

$$V(t_0) = S'(t_0) = \frac{d}{dt} \sin(t) \Big|_{t_0} = \cos(t_0)$$

Rest der Aufgabe in Matlab

(b) Matlab

(c) β -Werte werdendes Δt wird der Fehler bis $\Delta t = 10^{-8}$ kleiner, dann wieder größer.
Es existiert also ein Optimum

(d) hier ist das Optimum erreicht und der Fehler nimmt schneller mit Δt ab
Der Fehler steigt allerdings hier auch wieder

4) (a) ein Fehler taucht erst auf wenn
 $\varepsilon < \varepsilon_g$, sonst macht es in der Approximation
keinen Unterschied.

Das Ergebnis aus $1 - \cos(\varepsilon)$ ist also für
 $\varepsilon < \varepsilon_g$ so klein, dass die Maschinen Zahlen
nicht genau genug sind um noch einen Unterschied
darzustellen