

Zur Entropieproduktion im Ranque–Hilsch–Rohr

J. Mischner, V. I. Bespalov

Zusammenfassung Im vorliegenden Beitrag wird ausgehend von der Entropieproduktion in Wirbelrohren ein neuer Ansatz zur Modellierung des Ranque–Hilsch-Effektes vorgestellt. Die entwickelte Beschreibung des Separationseffektes im Wirbelrohr (Prozessmodell auf der Basis des „Separationsansatzes“) beschreibt alle wesentlichen phänomenologischen Merkmale des Ranque–Hilsch-Effektes (typische Temperaturverläufe, Abhängigkeiten des Separationseffektes von den Eingangsparametern usw.) quantitativ und qualitativ korrekt. Die hydrodynamischen Prozessgrößen sind über die Rossby-Zahl mit den geometrischen Charakteristika des Wirbelrohres verknüpft. Nach Ansicht der Verfasser liegt hiermit der erste Vorschlag zur Berechnung von Wirbelrohren vor, der ohne fundamentale empirische Annahmen die physikalischen Befunde in sich konsistent abbildet, die gas- und thermodynamischen Prozessgrößen sowie geometrischen Grundparameter des Wirbelrohrapparates aufeinander aufbauend ableitet. Das vorgestellte Idealgasmodell kann ohne prinzipielle Schwierigkeiten auf reale Gase übertragen werden.

On the entropy generation in the Ranque–Hilsch tube

Abstract Starting from the entropy generation in vortex tubes, this paper presents a new approach for simulating the Ranque–Hilsch effect. It can be stated that the systematic description of energy separation in the vortex tube (process simulation on the basis of the „separation approach“) describes all essential phenomenological characteristics of the Ranque–Hilsch effect (typical temperature variation, dependencies of the separation effect on the input parameters and others) correctly with

respect to quantity and quality. Moreover, the hydrodynamic process variables are related to the geometrical characteristics of the vortex tube via the ROSSBY number. In the authors opinion, this is the first proposal for calculating vortex tubes to represent the physical findings in a self-consistent way without elementary empirical assumptions, deriving the gas dynamic and thermodynamic process variables as well as basic geometrical parameters of the vortex tube apparatus one by one in their interrelationship. The ideal-gas model presented can be applied to real gases.

Formelzeichen

c	spezifische Wärmekapazität, Geschwindigkeit
h	spezifische Enthalpie
\dot{m}	Massenstrom
p	Druck
Q	Wärme
R	Gaskonstante
Ro	ROSSBY-Zahl
s	spezifische Entropie
T	Temperatur
w	spezifische Arbeit
W	Arbeit
Δ	Differenz
η	Gütegrad, Ausnutzungsgrad
κ	Isentropenexponent
μ	Kaltgasanteil

Indizes

0	isenthalp, Gleichgewichts...
1	Eintritt
2	Austritt
c	Kaltgas, Kälte...
Diss.	Dissipation
Drosslg.	Drosselung
Exp.	Expansions...
h	Warmgas, isenthalp
L	Laval-Zustand
max	maximal
p	isobar, druckabhängig
s	isentrop, speziell
Sep.	Separation
t	technisch
T	temperaturabhängig
WR	Wirbelrohr

Eingegangen: 5. Juli 2001

J. Mischner (✉)
Fachhochschule Erfurt,
Fachbereich Versorgungstechnik,
Lehrgebiet Gas – und Abgastechnik PF 101363,
D 99013 Erfurt, Germany. E-mail: mischner@vers.fh-erfurt.de

V. I. Bespalov
Staatliche Bauuniversität Rostow am Don,
Lehrstuhl für Umweltingenieurwesen ul. Sozialisticeskaja 162,
Ru – 344022 Rostow/Don

1 Einführung

1.1

Der Ranque–Hilsch–Effekt

Der Ranque–Hilsch–Effekt wird bei der Strömung/Expansion eines Gases in einem sog. Wirbelrohr beobachtet (siehe Bild 1). Im Wirbelrohr strömt Gas über eine tangential angeordnete Einströmdüse durch ein konstruktiv speziell gestaltetes Rohr. Auf diese Weise wird der axialen Geschwindigkeitskomponente ein intensiver Drall überlagert. Im Inneren der verdrehten Strömung bildet sich eine Rezirkulationszone aus, in der ein Teil des Gesamtmassestromes entgegen der ursprünglichen Hauptströmung gerichtet ist. Im Falle des Wirbelrohres kann das rezirkulierte Gas aus dem Kernbereich der Strömung über eine in unmittelbarer Nähe der Einströmdüse angeordnete Blende abströmen. Das restliche Gas wird an der anderen Seite aus dem Außenbereich über einen entsprechenden Ringspalt geführt. Bemerkenswert an dieser Wirbelrohrströmung ist, dass das über die Drosselblende ausströmende Gas eine Temperatur aufweist, die niedriger als die Eintrittstemperatur des Gases ist, am langen Ende liegt die Temperatur des abströmenden Gases über der Eintrittstemperatur. Man spricht vom Kalt- und Warmgas. Im Wirbelrohr tritt also eine Trennung eines ursprünglich homogenen Gasstromes in einen Kaltgas- und einen Warmgasstrom auf. Technische Arbeit wird an keiner Stelle aus dem System ab- bzw. in das System zugeführt. Die Durchströmung des im thermodynamischen Sinne offenen Systems „Wirbelrohr“ wird idealisiert als adiabat angesehen.

Dieser Separationseffekt in einem Wirbelrohr wurde zuerst von Ranque [1] beschrieben; eine breitere ingenieurwissenschaftliche Verbreitung hat der Effekt der Temperaturtrennung in einem Zentrifugalfeld eines Wirbelrohrapparates erst mit der Arbeit von Hilsch [2] gefunden. Daher wird der oben kurz beschriebene Effekt der thermischen Separation eines Gasstromes heute häufig Ranque–Hilsch–Effekt und das hierzu verwendete Wirbelrohr Ranque–Hilsch–Rohr genannt.

Eine wichtige Prozessgröße ist das Verhältnis, in dem der eintretende Gasstrom über das Kalt- bzw. Warmgasende aufgeteilt wird. Man spricht vom Kalt- bzw.

Warmgasanteil. Der Kaltgasanteil wird praktisch über ein Regelorgan (Ventil o.ä.) eingestellt, das i. allg. am Warmgasende des Wirbelrohres angeordnet ist. Verschiedene Bauformen von Wirbelrohren werden z.B. in [3] erläutert.

Für die Berechnung von Wirbelrohren existiert derzeit kein allgemein akzeptiertes Verfahren, was sicher nicht zuletzt auch damit zusammenhängt, dass zum heutigen Zeitpunkt grundsätzliche Fragen der Funktionsweise des Ranque–Hilsch–Rohres nicht im Detail verstanden sind. In [4] ist eine Übersicht der gängigsten Ansätze sowie ein eigener Vorschlag zur thermo- und gasdynamischen Modellierung von Wirbelrohren („Separationsansatz“) zusammengestellt. Im Rahmen dieses Beitrages soll ein Modell des Separationsvorganges in Ranque–Hilsch–Rohren besprochen werden, zu dessen Verständnis insbesondere die Beschäftigung mit der Entropieproduktion im Wirbelrohr erforderlich ist.

Es ist davon auszugehen, dass es für einen Ingenieur in aller Regel einfacher ist, sich beim Studium der Prozesse im h,s -Diagramm an Enthalpieänderungen zu orientieren. Die Entropie als weniger leicht fassbare Größe wird häufig nicht beachtet. Bei der Charakterisierung der Drosselung eines Stoffstromes im Wirbelrohr kommt jedoch gerade der Entropieproduktion große Bedeutung zu. Aus Sicht der Verfasser ist es günstig, im Rahmen der Erörterungen die Gase als ideale Gase zu behandeln, da hierdurch der Blick für wesentliche Elemente der physikalischen Vorgänge erhalten bleibt und nicht durch technische Feinheiten zur Berücksichtigung des Realgasverhaltens verstellt wird.

1.2

Ausgewählte experimentelle Befunde

Der Ranque–Hilsch–Effekt ist experimentell für unterschiedliche Gase (Luft, N_2 , CH_4 , Erdgas, NH_3 , C_3H_8 u.a.) belegt. Selbst in Flüssigkeiten ist der Effekt der thermischen Separation beobachtet worden [7]. Bild 2 gibt einen typischen Temperaturverlauf in einem Wirbelrohr wieder. Es ist üblich, die Temperaturen des Kalt- und Warmgases über dem sog. Kaltgasanteil μ aufzutragen. Charakteristisch ist ein Minimum der Kaltgastemperatur im Bereich $\mu = 0,20 \dots 0,30$ – die maximale Warmgastemperatur wird bei $\mu = 0,80 \dots 0,90$ erreicht. Unabhängig vom Betrag der Extremwerte weisen faktisch alle experimentell ermittelten Kurven die oben exemplarisch dargestellte Form auf. Als thermodynamisch signifikante Größe wird nicht selten auch die Temperaturdifferenz zwischen Warm- und Kaltgas ausgewiesen. Es gelten folgende Beziehungen

$$\Delta T_h(\mu) = T_h(\mu) - T_0 \quad (1)$$

$$\Delta T_c(\mu) = T_0 - T_c(\mu) \quad (2)$$

$$\Delta T_{WR}(\mu) = \Delta T_{h-c}(\mu) = T_h(\mu) - T_c(\mu) \quad (3)$$

Mit den Daten aus Bild 2 erhält man eine typische Struktur (s.a. Bild 3). T_0 bezeichnet die Gleichgewichtstemperatur des Gases im Drosselprozess. Hierunter wird die Temperatur verstanden, die sich nach Vereinigung des Kalt- und Warmgasstromes am Austritt aus dem Wirbelrohr einstellt. Sie entspricht der isenthalpen Austrittstemperatur

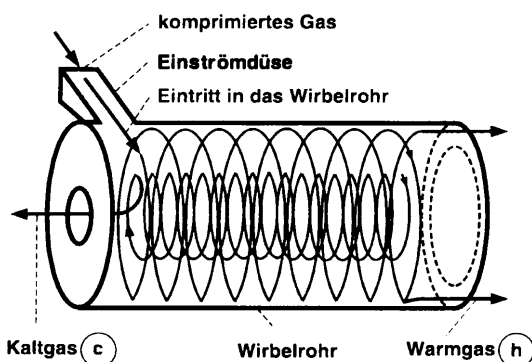


Bild 1. Schematischer Aufbau eines Wirbelrohres. Prinzipieller Strömungsverlauf

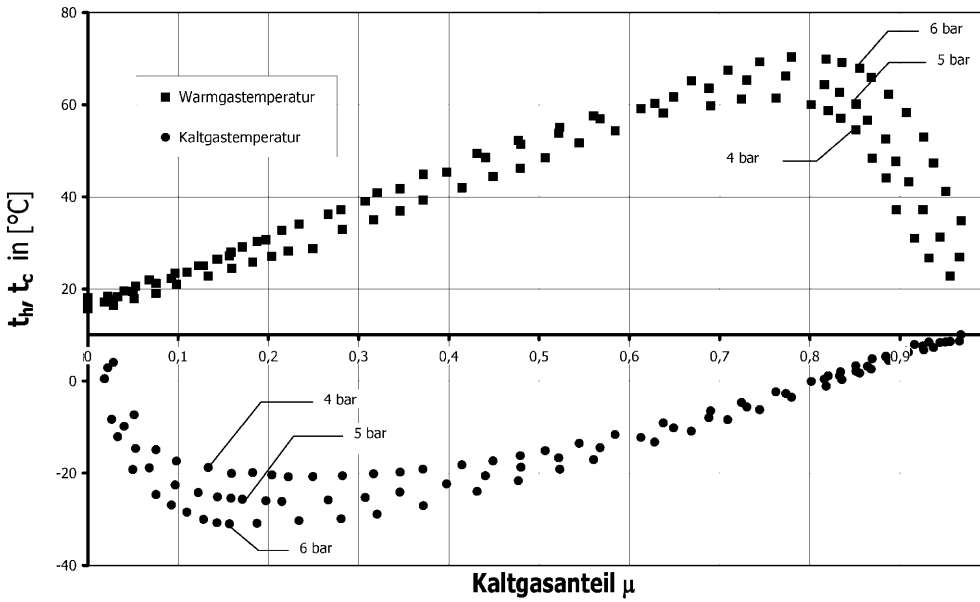


Bild 2. Warm- und Kaltgastemperatur in einem Wirbelrohr bei verschiedenen Anschlussdrücken

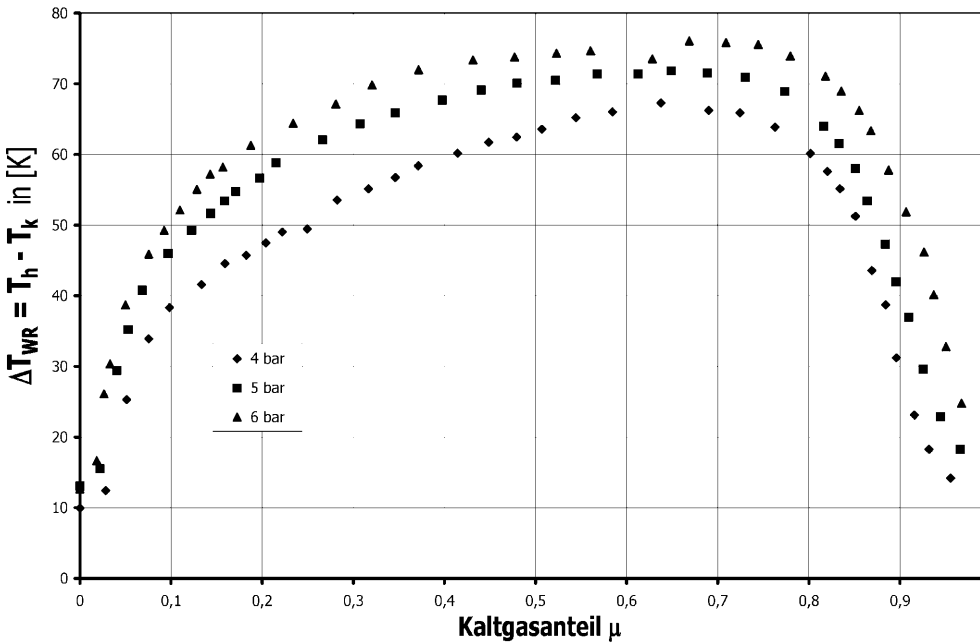


Bild 3. Temperaturdifferenz zwischen Warm- und Kaltgas bei verschiedenen Anschlussdrücken

dieses Drosselvorganges. Eine normierte Darstellung gemäß Gl.(4)

$$\Delta T_{WR}^*(\mu) = \frac{\Delta T_{WR}(\mu)}{\Delta T_{WR,max}} = \frac{T_h(\mu) - T_c(\mu)}{(T_h(\mu) - T_c(\mu))_{max}} \quad (4)$$

ist gleichermaßen sinnvoll (s. Bild 4). Die Funktion $\Delta T_{WR} = f(\mu)$ weist bei $\mu = 0,50$ ein Maximum auf und nimmt für $\mu = 0$ und $\mu = 1$ den Funktionswert 0 an. Diesem prinzipiellen Kurvenverlauf entspricht auch der Graph der normierten Temperaturdifferenz. Eine schlüssige theoretische Beschreibung des Ranque-Hilsch-Effektes muß diese Verläufe ohne „empirische Anpassungen“ voraussagen. Eine modifizierte Darstellung dieses Sachverhalts findet sich in [8]. Nach Stephan et al. [8] gilt

$$\frac{\Delta T_c}{\Delta T_{c,max}} = 0,792 + 1,540 \cdot \mu - 3,101 \cdot \mu^2 + 0,815 \cdot \mu^3 \quad (5)$$

Wichtig ist, dass der oben angegebene Zusammenhang durch eine sorgfältige dimensionsanalytische Betrachtung theoretisch abgestützt ist [8]. Die in [8] durchgeführten Untersuchungen werden in [9] auf andere Gasarten ausgeweitet. Die Gültigkeit der oben angegebenen Relation zur Approximation der relativen Kaltgastemperaturdifferenz wurde gasartunabhängig bestätigt. Auch dieses Verhalten wird durch das Separationsmodell vorhergesagt.

Abschließend sei ausdrücklich auf einige Arbeiten verwiesen, an denen jeweils Keller maßgeblichen Anteil hatte

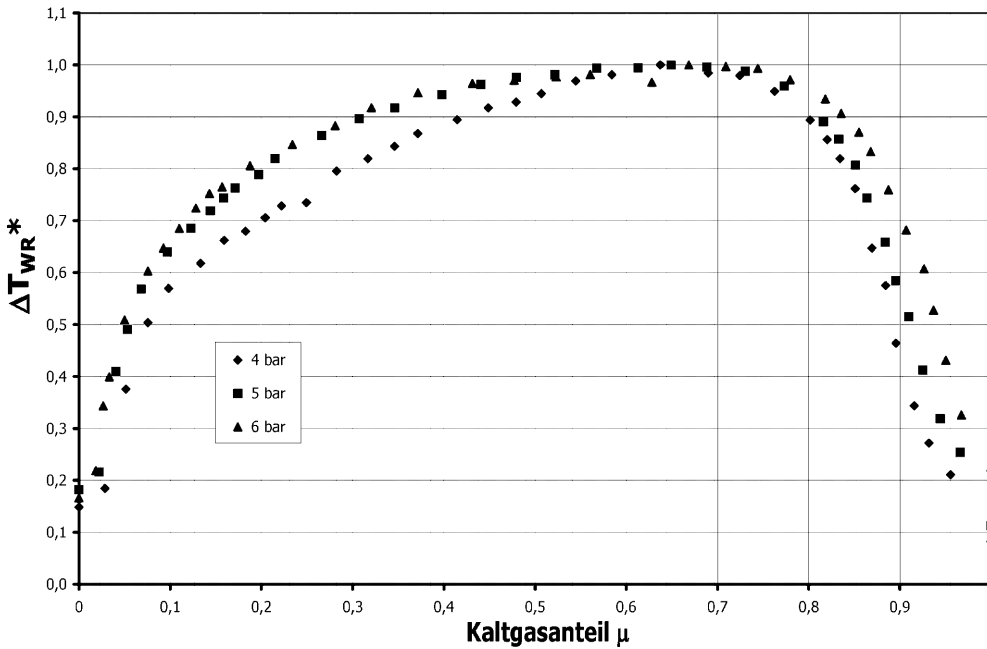


Bild 4. Normierte Temperaturdifferenz zwischen Warm- und Kaltgas bei verschiedenen Anschlussdrücken

und die ihren Niederschlag letztlich in einem „Wärmepumpen-Modell“ gefunden haben, siehe [10–15].

2 Thermodynamische Prozessmodelle

2.1 Isenthalpe Drosselung

Die isenthalpe Zustandsänderung ist als Vergleichsprozess für alle Verfahren der Gasdruckminderung heranzuziehen, bei denen keine technische Arbeit verrichtet wird. Das betrifft in erster Linie Strömungsvorgänge durch Ventile, Druckregler, Düsen (Zoelly- Düsen) und Blenden bzw. analoge Drosselstellen.

Die isenthalpe Drosselung ist für die Gastechnik ein grundlegender Vergleichsprozess. Der thermodynamische Prozess zwischen Ein- und Austrittszustand verläuft bei konstanter Enthalpie, d.h. technische Arbeit wird nicht verrichtet und ein Wärmeaustausch mit der Umgebung findet nicht statt. Da das Verständnis von Drosselvorgängen für die folgenden Überlegungen von großer Bedeutung ist, soll der Prozessverlauf beim isenthalpen Drosseln eines Gasstromes näher betrachtet werden (s. Bild 5 und 6).

In der Drosselstelle wird der Gasstrom vom Druck $p_1 \equiv p_{in}$ auf den Druck $p_2 \equiv p_{out}$ entspannt. Im Drosselquerschnitt erfolgt eine Umwandlung von Enthalpie in kinetische Energie; der Stoffstrom „expandiert“. Im sich anschließenden Rohrquerschnitt läuft der umgekehrte Vorgang ab. Die verfügbare Enthalpiedifferenz des Stoffstromes wird beim Drosselvorgang nicht als technische Arbeit genutzt und deshalb in vollem Umfang dissipiert. Der zugehörige Prozessverlauf ist in Bild 6 skizziert. Der Teilprozess „1 \rightarrow 2s“ entspricht einer isentropen Expansion von p_1 auf p_2 ; hierbei kühlt sich der Stoffstrom von der Temperatur T_1 auf T_{2s} ab. Dieser Zustandspunkt befindet sich in der Nähe des engsten Strömungsquer-

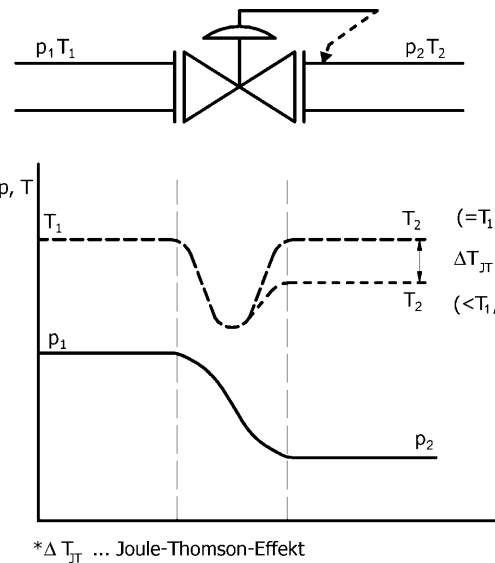


Bild 5. Prozessverlauf und Verfahrensschema isenthalpe Drosselung

schnittes. Die Zustandsänderung „2s \rightarrow 2“ verläuft isobar und entspricht einer Erwärmung des Stoffstromes von T_{2s} auf T_2 . Die Erwärmung des Stoffstromes wird nicht durch einen äußeren Wärmestrom hervorgerufen, sondern erfolgt durch Dissipation der gesamten verfügbaren Enthalpiedifferenz des Fluids. Eine sehr anschauliche modellhafte Vorstellung dieses Vorganges wird in [16] entwickelt.

Der Entropieproduktion des Drosselvorganges im Wirbelrohr kommt im Weiteren große Bedeutung zu. Daher soll auch für das einfache Drosselventil der entsprechende Sachstand kurz festgehalten werden (s.a. Bild 7).

Bei idealem Gasverhalten würde die Temperatur am Austritt aus der Drosselstelle gleich der Temperatur an

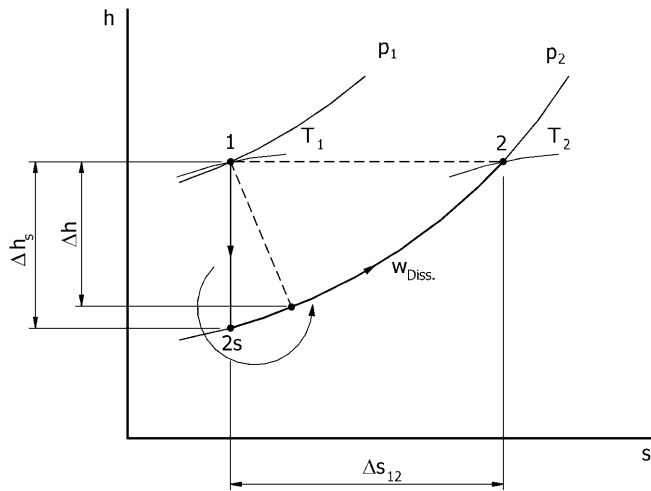


Bild 6. Zustandsänderung beim Drosselvorgang

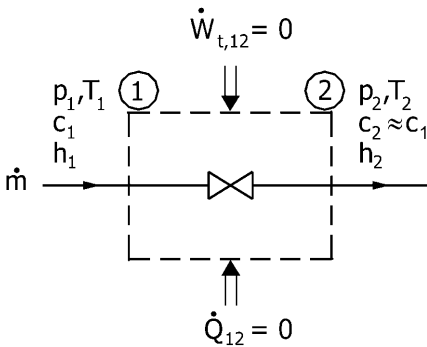


Bild 7. Bilanzraum Drosselventil

deren Eintritt sein. Für reale Gase ist eine isenthalpe Druckänderung stets mit einer Temperaturänderung, in der gastechnischen Praxis i. d. R. mit einer Temperaturabsenkung verknüpft. Bei einigen Gasen, z.B. Wasserstoff, wird die Druckabsenkung aber auch von einer Temperaturerhöhung begleitet. Dieses Phänomen ist als Joule-Thomson-Effekt bekannt. Dieser ist von seiner Natur her ein reiner Realgaseffekt.

Da bei der isenthalpen Druckreduzierung der Druck im System fällt ($p_1 > p_2$), steigt bei jeder Drosselung infolge dessen die Entropie ($\Delta s_{12} > 0$). Unterstellt man wieder ideales Gasverhalten, dann beträgt die spezifische Entropieänderung beim adiabaten Drosselvorgang

$$\Delta s_{12} = R_s \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \quad (6)$$

Die an der Drosselstelle auftretende Dissipationsenergie lässt sich aus

$$w_{\text{Diss.,12}} = T_1 \cdot \Delta s_{12} = T_1 \cdot R_s \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \quad (7)$$

berechnen. Die Dissipationsenergie ist gleich dem Betrag an technischer Arbeit $w_{t,12}$, die verrichtet werden könnte, wenn das Fluid in einer Maschine vom Zustand 1 in den Zustand 2 reversibel expandieren würde. Bei der Drosselung wird diese Arbeit aber nicht abgegeben, sondern der

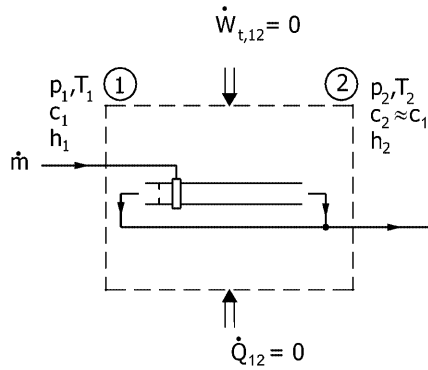


Bild 8. Schematische Darstellung eines Wirbelrohres

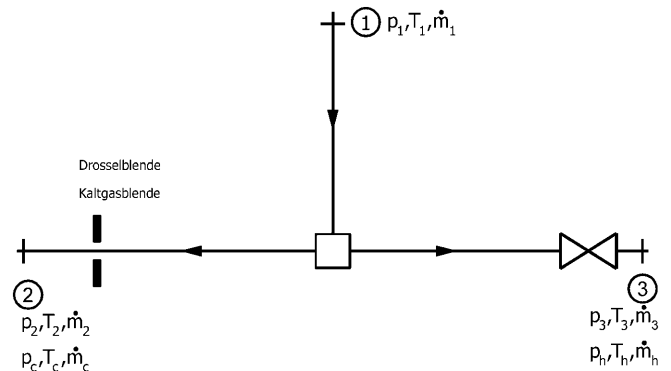


Bild 9. Bilanzraum Wirbelrohr

Energiebetrag wird dissipiert. Diese Dissipationsenergie wirkt faktisch wie eine Wärmezufuhr, so daß häufig davon gesprochen wird, dass „Energie durch Reibung in Wärme umgewandelt worden sei“ [16].

2.2

Drosselung im Ranque-Hilsch-Rohr

2.2.1

Entropiebilanz des Ranque-Hilsch-Rohres

Über die „inneren“ Mechanismen der Energietrennung im Wirbelrohr herrscht keine Klarheit, so daß für eine erste thermodynamische Analyse das Wirbelrohr als „Black Box“ behandelt wird und auf die Bilanzgleichungen für den Massenstrom, die Enthalpie und Entropie zurückgegriffen wird. Das Wirbelrohr ist schematisch in Bild 8 dargestellt.

Ein homogener Gasstrom mit den Parametern (p_1, T_1) tritt in das Wirbelrohr ein und wird in einen kalten (Kaltgas) (p_2, T_2) und in einen warmen (Warmgas) (p_3, T_3) Teilstrom aufgetrennt. Werden beide Ströme wieder zusammengeführt, muss die Enthalpie im Mischzustand ($p_{\text{Mi}}, T_{\text{Mi}}$) gleich der Enthalpie am Wirbelrohereintritt sein, da ein adiabates Systemverhalten angenommen wird und keinerlei technische Arbeit verrichtet werden soll. In Bild 9 sind die entsprechenden Bilanzgrenzen in Analogie zum einfachen Drosselventil aufgeführt.

Unter diesen Maßgaben kann der Prozessverlauf in einem Wirbelrohr gemäß Bild 10 angegeben werden. Die

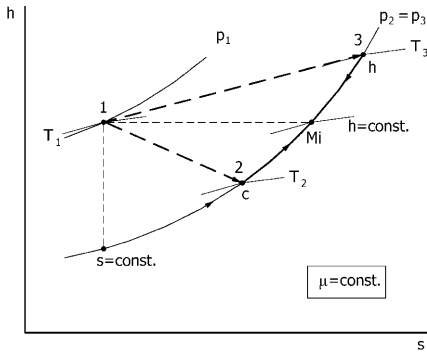


Bild 10. Prozessverlauf im Wirbelrohr

Zustandsänderung $1 \mapsto Mi$ ist letztlich die einer isenthalpen Drosselung. Insofern stimmt der integrale Prozessverlauf im Wirbelrohr grundsätzlich mit dem in einem konventionellen Gasdruckregler überein. Diese integrale Zustandsänderung bei der Drosselung im Ranque–Hilsch-Rohr einschließlich der Vereinigung der beiden Teilströme muss jedoch im Vergleich zur konventionellen Drosselstelle (Ventil o.ä.) durch signifikante Unterschiede im Prozessverlauf gekennzeichnet sein.

Für die theoretische Analyse der thermodynamischen Verhältnisse in Wirbelrohren soll grundsätzlich von Bild 8 ausgegangen werden. Es sei vermerkt, dass der kalte und der warme Teilstrom innerhalb der Bilanzgrenzen in Bild 8 im Unterschied zu Bild 9 unvermischt vorliegen.

In der Wirbelrohrtechnik ist es üblich, Prozessgrößen als Funktion des Kaltgasanteils μ anzugeben

$$\mu = \frac{\dot{m}_c}{\dot{m}} \quad (8)$$

Da es sich bei der dynamischen Drosselung eines Stoffstromes im Ranque–Hilsch-Rohr um einen ausgeprägten Nichtgleichgewichtsvorgang handelt, sollte insbesondere die Entropieproduktion weiteren Aufschluss über den Prozessverlauf geben. Für den Entropiezuwachs im Wirbelrohr gilt mit $p_c = p_h = p_{out}$

$$\Delta s_{WR} = c_p \cdot \ln \left[\underbrace{\left(\frac{T_c}{T_h} \right)^\mu \cdot \left(1 + \mu \cdot \left(\frac{T_c}{T_h} - 1 \right) \right)^{-1}}_{\Delta s_T} \right] + \underbrace{R_s \cdot \ln \left(\frac{p_{in}}{p_{out}} \right)}_{\Delta s_p} \quad (9)$$

Der Entropiezuwachs im Wirbelrohr lässt sich somit formal als Summe zweier Terme angeben, wobei im ersten Summanden nur Temperaturen und im zweiten nur Drücke enthalten sind. Es gilt für die spezifische Entropieproduktion Gl. (10)

$$\Delta s_{WR} = \Delta s_T + \Delta s_p \geq 0 \quad (10)$$

Die Bedingung (10) formuliert ein Extremalprinzip: In einem Gleichgewichtszustand eines isolierten Systems ist die Entropie maximal. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass die Standardvorstellung von der Entropie als Prozessgröße praktisch nur für Gleich-

gewichtszustände zutreffend ist. Ein solcher liegt für den Prozessverlauf im Ranque–Hilsch-Rohr streng genommen nur vor, nachdem der heiße und der kalte Teilstrom bei gleichen Drücken zusammengeführt (gemischt) worden sind. Dieser (End-)Zustand entspricht dem Zustand maximaler Entropie. Außerdem ist festzuhalten, dass

$$\Delta s_p = \Delta s_{Drosslg.} \quad (11)$$

ist. Aus Gl. (9) folgt unmittelbar, dass für $T_c = T_h$ der Term $\Delta s_T = 0$! Für diesen Grenzfall ist also $\Delta s_{WR} = \Delta s_p$! In der Entropiebilanz des Wirbelrohres macht der Term Δs_T offensichtlich den Unterschied zum isenthalpen Drosselvorgang in einem Ventil aus. Untersucht man beide Ausdrücke auf ihr Vorzeichen hin, so ergibt sich $\Delta s_p > 0$ und $\Delta s_T < 0$! Der Term Δs_T verringert also die integrale Entropieproduktion im Wirbelrohr im Vergleich zur Drosselung! Interpretiert man die Entropie als Maß für die Unordnung in einem System, müsste der Prozessverlauf im Wirbelrohr einen höheren Grad an Ordnung aufweisen. Das ist bei einer „Temperaturtrennung“ der Fall und zwar je stärker die Temperaturdifferenz zwischen Warm- und Kaltgasstrom ausgeprägt ist. Das erhaltene Ergebnis erscheint daher grundsätzlich plausibel. Für die weitere Analyse der Funktionsweise des Wirbelrohres ist folgende Feststellung wichtig: die Entmischungsentropie ist für die stoffliche Trennung des ehemals homogenen Stoffstromes in zwei Teilströme gleich dem Term Δs_T der Entropiebilanz des Wirbelrohres [4].

Für die weitere Behandlung des Ranque–Hilsch-Effektes ist besonders das *Prinzip der minimalen Entropieproduktion* maßgebend. Das o.g. Prinzip wird sehr anschaulich und ausführlich in [19] erläutert. Verallgemeinernd heißt es: Im Bereich der linearen irreversiblen Thermodynamik wird bei nicht allzu großen Temperatur- und Druckdifferenzen jeweils derjenige stationäre Zustand angenommen, bei dem die Entropieproduktion minimal ist.

Die Entropieproduktion im Wirbelrohr wird für den Zwischenzustand unvermischter Kalt- und Warmgasströme gemäß Gl. (9) immer dann minimal sein, wenn ein möglichst hoher Anteil an verfügbarer Enthalpiedifferenz in nützliche Trennarbeit umgesetzt wird. Es gilt

$$\Delta s_{WR} \Rightarrow \text{Min. bei } \Delta s_T \Rightarrow \text{Max.} \quad (12)$$

mit der Beschränkung

$$|\Delta s_{T,max.}| = \Delta s_p \quad (13)$$

Auf der Grundlage dieser Überlegung lässt sich ein Funktionsmodell für das Wirbelrohr entwickeln, das als „druckgetriebener Separator“ („Pressure-Driven Separator“) beschrieben werden kann.

Ganz offenbar kommt der im Ranque–Hilsch-Rohr beobachtete Separationseffekt nur durch das Zusammenwirken der axialen und der Umfangsgeschwindigkeitskomponente und dem damit verbundenen „Zerreißen“ des Stoffstromes, d.h. mit der Ausbildung der inneren Rezirkulationsströmung zustande und wird durch diese in ihrer Intensität bestimmt. Die diese Intensität der Ener-

gietrennung charakterisierende Kenngröße ist die Rossby-Zahl [17] – [20]. Der Prozess der stofflichen Separation (Abtrennung des Rezirkulationsstromes aus dem Hauptstrom) und die Ausbildung einer Temperaturdifferenz zwischen beiden Teilströmen (thermische Separation) bedingen einander und bestimmen die Größe des Separationseffektes. Das Konzept der gasdynamischen Berechnung von Wirbelrohren mit Hilfe der Rossby-Zahl wird in [21] ausführlich erläutert. Grundsätzlich gilt, je geringer die Ro-Zahl, desto größer ist die Trennwirkung eines Wirbelrohres und umgekehrt. In Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen existiert zudem ein Grenzwert für die Ro-Zahl, unterhalb dessen keine weitere Verstärkung des Ranque-Hilsch-Effektes zu beobachten ist. Für übliche geometrische Verhältnisse und kritisches Druckverhältnis über der Einströmdüse liegt der o.g. Grenzwert etwa bei

$$\text{Ro}_{\text{Grenz},u} \cong 3 \dots 5 \quad (14)$$

Unter Beachtung der bislang gewonnenen Erkenntnisse über die Zustandsänderungen im Wirbelrohr lässt sich ein Prozessverlauf gemäß Bild 11 entwickeln.

Bild 11 wurde für einen bestimmten Kaltgasanteil μ aufgezeichnet und setzt zunächst voraus, dass keine stoffliche Mischung des Kalt- und Warmgasstromes erfolgt ist. Werden beide Stoffströme gemischt, verschwindet Δs_T .

Im bislang für das Wirbelrohr diskutierten Prozessverlauf wurde unterstellt, dass am Ausgang der Einströmdüse auf den angestrebten Enddruck entspannt werden muss. Dieser kann minimal dem Laval-Druck entsprechen. Das Druckverhältnis ist in diesem Falle oft gleich dem sog. kritischen Druckverhältnis. Werden Wirbelrohre mit höheren Eingangsdrücken beaufschlagt, so dass im Wirbelrohr selbst ein weiterer Druckabbau stattfindet, muss in diesem Falle eine primäre (1) und eine sekundäre (2) Dissipation unterschieden werden (siehe Bild 12) [4].

2.2.2

Thermodynamisches Prozessmodell

Im vorliegenden Abschnitt wird davon ausgegangen, dass über dem Ranque-Hilsch-Rohr der Druckabbau vom gegebenen Eingangsdruck vor dem Wirbelrohr p_0 auf den geforderten Hinterdruck p_2 erfolgt. Es ist daher sinnvoll, ein zweistufiges Prozessmodell zu entwerfen. Das allgemeine thermodynamische Prozessmodell nimmt Bezug auf Bild 15. und soll zunächst für ein ideales Gas entwickelt werden, um das Verständnis der grundlegenden Gedankengänge zu erleichtern. Um die Übertragung des Prozessmodells auf reale Gase zu vereinfachen, werden alle Zustandsänderungen konsequent über Entropie- und Enthalpieänderungen angeschrieben, die sich mit Hilfe von Zustandsgleichungen für reale Gase verhältnismäßig einfach berechnen lassen [22].

Der im Wirbelrohr ablaufende thermodynamische Prozess kann in zwei aufeinander folgende, relativ unabhängige Teilschritte zerlegt werden:

1. Prozessschritt ($p_0 \rightarrow p_L$)

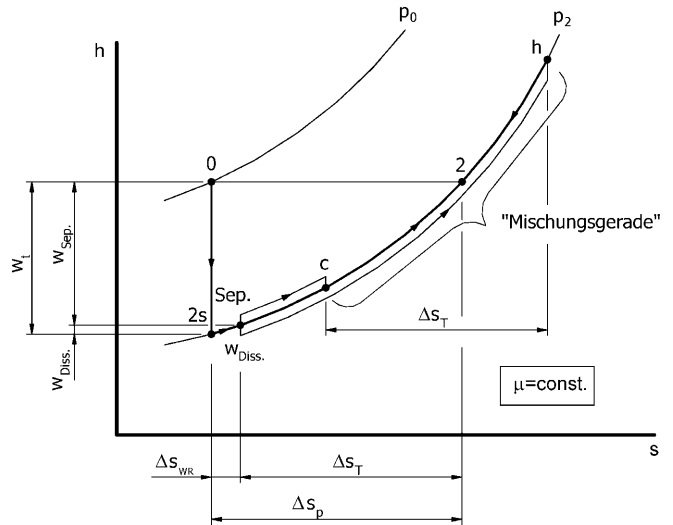


Bild 11. Prozessverlauf und Zustandsgrößen bei der Drosselung eines Gasstromes im Ranque-Hilsch-Rohr

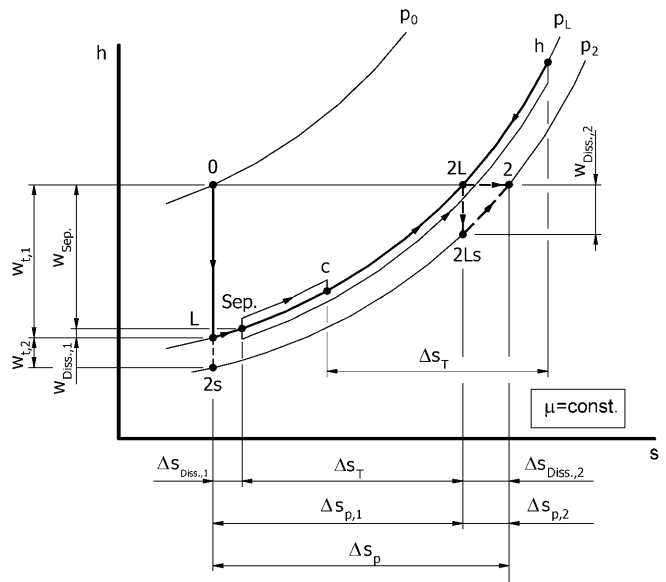


Bild 12. Prozessverlauf und Zustandsgrößen bei der Drosselung eines Gasstromes im Ranque-Hilsch-Rohr mit primärer und sekundärer Dissipation

Entspannung des Gasstromes in der Einströmdüse auf Laval-Druck → primäre Dissipation → stofflich/thermische Entmischung (Energietrennung)

2. Prozessschritt ($p_L \rightarrow p_2$)
„Nachentspannung“ des warmen und kalten Teilstromes auf Ausgangsdruck ohne (stofflich/thermische) Trennwirkung → sekundäre Dissipation

Unter Bezugnahme auf Bild 12 gelten folgende Bilanzgleichungen

$$w_{t,1} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_s \cdot T_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_L}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (15)$$

$$w_{t,2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_s \cdot T_{2L} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_L} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right], \quad (16)$$

wobei für ideale Gase gilt: $T_{2L} = T_0$. Weiterhin gelten folgende Beziehungen

$$\left(\frac{p_L}{p_0} \right)_{\text{krit.}} = \left(\frac{p_L}{p_0} \right)_L = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (17)$$

$$p_L = p_0 \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (18)$$

$$T_L = T_0 \cdot \left(\frac{p_L}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (19)$$

Mit dem kritischen Druck entsprechend Gl. (18) folgt auch

$$T_L = T_0 \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right). \quad (20)$$

Außerdem gilt die Bilanz

$$\Delta s_p = \Delta s_{p,1} + \Delta s_{p,2} \quad (21)$$

mit

$$\Delta s_{p,1} = R_s \cdot \ln \left(\frac{p_0}{p_L} \right) \quad (22)$$

$$\Delta s_{p,2} = R_s \cdot \ln \left(\frac{p_L}{p_2} \right) = \Delta s_{\text{Diss.,2}} \quad (23)$$

bzw.

$$\Delta s_p = R_s \cdot \ln \left(\frac{p_0}{p_2} \right). \quad (24)$$

In [4] wurde gezeigt, dass die stoffliche Zerlegung des Gasstromes und die thermische Separation Vorgänge mit praktisch identischer physikalischer Natur sind. Daher lässt sich für die mit der Temperaturtrennung (thermische Separation) verbundene Entropieproduktion folgender Ansatz nutzen

$$\Delta s_T = c_p \cdot \ln \left[\left(\frac{T_c}{T_h} \right)^\mu \cdot \left(1 + \mu \cdot \left(\frac{T_c}{T_h} - 1 \right) \right)^{-1} \right] \quad (25)$$

$$\Delta s_{\text{Sep.,th.}} = R_s \cdot \left[\mu \cdot \ln \left(\frac{1}{\mu} \right) + (1 - \mu) \cdot \ln \left(\frac{1}{1 - \mu} \right) \right]. \quad (26)$$

Diesem Gedankengang liegt letztlich die Hypothese zugrunde, dass stoffliche und thermische Separation im Wirbelrohr miteinander verknüpfte, sich gegenseitig bedingende, Vorgänge sind und die zur Abkühlung des Kaltgasstromes bzw. zur Erwärmung des Warmgasstromes verfügbare Wärmemenge in Summe dem Betrag der Entmischungsarbeit (Trennarbeit) entspricht.

Für die Entropiedifferenzen ist folglich zu schreiben

$$\Delta s_T = \Delta s_{\text{Sep.}} = \eta_{\text{Sep.}} \cdot \Delta s_{\text{Sep.,th.}} \quad (27)$$

In Gl. (27) bezeichnet $\eta_{\text{Sep.}}$ den „Wirkungsgrad der thermischen Separation“. Der Separationswirkungsgrad

bestimmt das Maß, in dem die theoretische Trennarbeit resp. Trennentropie tatsächlich im thermischen Separationsprozess wirksam wird. Der nicht zur Energietrennung nutzbare Anteil der Separationsarbeit wird unmittelbar dissipiert und trägt somit zur primären Dissipation bei. Der Trennwirkungsgrad wird – theoretisch – nur durch die Rossby-Zahl bestimmt. Es wird vorgeschlagen, diese funktionelle Abhängigkeit innerhalb der gasdynamischen Grenzen als Gerade zu approximieren

$$\eta_{\text{Sep.}}(\text{Ro}) = \frac{\text{Ro}_{\text{Grenz,u}}}{\text{Ro}_{\text{calc}}} \cdot \eta_{\text{Sep.,max}}. \quad (28)$$

In Gl. (28) ist der untere Grenzwert für die Ro-Zahl gemäß Gl. (14) zu verwenden. Der maximale Separationswirkungsgrad folgt Gl. (32)/(33). Wirbelrohre werden je nach Einsatzfall für recht unterschiedliche Ro-Zahlen bemessen. Die Auslegungs-Ro-Zahl (Ro_{calc}) für reine Ranque-Hilsch-Rohre wird oft im Bereich des unteren Grenzwertes gewählt. Für Wirbelrohre in Abscheideanlagen ergeben sich im Zusammenhang mit anderen hydrodynamischen Grenzkriterien oft weitaus höhere Werte.

Aus der Entropiebilanz folgt formal gemäß dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik

$$\frac{\Delta s_T}{\Delta s_{p,1}} = \frac{\Delta s_{\text{Sep.}}}{\Delta s_{p,1}} = \frac{\eta_{\text{Sep.}} \cdot \Delta s_{\text{Sep.,th.}}}{\Delta s_{p,1}} \leq 1. \quad (29)$$

Das oben stehenden Verhältnis von Entropiedifferenzen lässt sich als „isenthalper Wirkungsgrad“ verstehen, soll aber in dieser Arbeit besser als „Ausnutzungsgrad der Entropiedifferenz“ bezeichnet werden

$$\frac{\Delta s_T}{\Delta s_{p,1}} = \eta_{\Delta s}. \quad (30)$$

Der maximale Ausnutzungsgrad der Entropiedifferenz kann im Grenzfall Eins betragen

$$\eta_{\Delta s, \text{max}} = \frac{\eta_{\text{Sep.,max}} \cdot \Delta s_{\text{Sep.,th.}}}{\Delta s_{p,1}} = 1. \quad (31)$$

Den zugehörigen maximalen Separationswirkungsgrad erhält man aus

$$\eta_{\text{Sep.,max}} = \frac{\Delta s_{p,1}}{\Delta s_{\text{Sep.,max}}} \cdot \eta_{\Delta s, \text{max}}. \quad (32)$$

Im Ergebnis folgt bei $\mu = 0,50$, d.h. $\Delta s_{\text{Diss.,1}} \rightarrow \text{Min.}$, mit dem kritischen Druckverhältnis

$$\eta_{\text{Sep.,max}} = \frac{\ln \left[\left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \right]}{\left[\mu \cdot \ln \left(\frac{1}{\mu} \right) + (1 - \mu) \cdot \ln \left(\frac{1}{1 - \mu} \right) \right]_{\mu=0,5}} \quad (33)$$

und zahlenmäßig für $\kappa = 1,40$

$$\eta_{\text{Sep.,max}} = \frac{0,638}{0,693} = 0,92.$$

Abschließend ist für die Trennentropie zu schreiben

$$\Delta s_{\text{Sep.}} = \eta_{\text{Sep.}} \cdot R_s \cdot \left[\mu \cdot \ln\left(\frac{1}{\mu}\right) + (1 - \mu) \cdot \ln\left(\frac{1}{1 - \mu}\right) \right] . \quad (34)$$

Für die Entropieproduktion der primären Dissipation gilt

$$\Delta s_{\text{Diss.,1}} = \Delta s_{p,1} - \Delta s_{\text{Sep.}} .$$

Es dürfte unstrittig sein, dass $\Delta s_{\text{Diss.,1}} \geq 0$ sein muss, es also nicht sein kann, dass $\Delta s_{p,1} \leq \Delta s_{\text{Sep.}}$ wird. Die Relation lautet anders formuliert

$$\Delta s_{\text{Diss.,1}} = \Delta s_{p,1} - \eta_{\text{Sep.}} \cdot R_s \cdot \left[\mu \cdot \ln\left(\frac{1}{\mu}\right) + (1 - \mu) \cdot \ln\left(\frac{1}{1 - \mu}\right) \right] . \quad (35)$$

Da die primäre Dissipation und die thermische Separation bei einem bekannten Druck, hier Laval-Druck, abläuft, kann aus der Entropiedifferenz die noch unbekannte Temperatur, bei der der Trennvorgang selbst stattfindet, bestimmt werden [4]

$$T_{\text{Sep.}} = T_L \cdot \exp\left(\frac{\Delta s_{\text{Diss.,1}}}{c_p}\right) . \quad (36)$$

Nunmehr lässt sich die spezifische Trennarbeit nach dem üblichen Ansatz errechnen

$$w_{\text{Sep.}} = T_{\text{Sep.}} \cdot \Delta s_{\text{Sep.}} \quad (37)$$

$$w_{\text{Sep.}} = \eta_{\text{Sep.}} \cdot R_s \cdot T_{\text{Sep.}} \cdot \left[\mu \cdot \ln\left(\frac{1}{\mu}\right) + (1 - \mu) \cdot \ln\left(\frac{1}{1 - \mu}\right) \right] . \quad (38)$$

Gemäß der vorgeschlagenen Modellvorstellung steht diese Arbeit zur „Umverteilung“ zwischen dem Warmgas- und dem Kaltgasstrom an. Man folgt nachstehendem Ansatz

$$w_{\text{Sep.}} = c_p \cdot (T_h - T_c) = c_p \cdot \Delta T_{h-c} . \quad (39)$$

Aus der spezifischen Separationsarbeit kann nunmehr auf die Temperaturdifferenz zwischen Warm- und Kaltgas geschlossen werden

$$\Delta T_{h-c} = \frac{w_{\text{Sep.}}}{c_p} . \quad (40)$$

Mit

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_s \quad (41)$$

erhält man weiter

$$\Delta T_{h-c} = \eta_{\text{Sep.}} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot T_{\text{Sep.}} \cdot \left[\mu \cdot \ln\left(\frac{1}{\mu}\right) + (1 - \mu) \cdot \ln\left(\frac{1}{1 - \mu}\right) \right] . \quad (42)$$

Die zur Verfügung stehende Wärmemenge wird „über Kreuz“ zwischen dem Warm- und dem Kaltgasstrom „ausgetauscht“. Es ist

$$T_h = T_{2L} + \mu \cdot \Delta T_{h-c} \quad (43)$$

$$T_c = T_{2L} - (1 - \mu) \cdot \Delta T_{h-c} . \quad (44)$$

Für ideale Gase gilt zudem $T_{2L} = T_0$. Bei realen Gasen ist der Joule-Thomson-Effekt zu berücksichtigen. T_{2L} bezeichnet die isenthalpe Gleichgewichtstemperatur dieses Drosselvorganges.

Für ein ausgewähltes Beispiel (Methan; $p_{\text{in}} = 60$ bar (abs.), $p_{\text{out}} = 20$ bar (abs.); $T_{\text{in}} = 280$ K; $Ro_{\text{calc}} = 6$.) sind in Bild 13 die Eintrittstemperatur, Warm- und Kaltgas-temperatur sowie die Laval-Temperatur in einer Graphik gemeinsam dargestellt. Die typischen „Temperaturbänder“ sind deutlich erkennbar.

Die Graphen in Bild 13 weisen jeweils den in einer Vielzahl von Versuchen festgestellten charakteristischen Verlauf auf; die ausgewiesenen Kurvenzüge wurden jedoch ausschließlich analytisch berechnet.

2.2.3

Bewertung des Drosselvorganges im Wirbelrohr

In früheren Betrachtungen war es üblich, Wirbelrohre fast ausschließlich im Hinblick auf die Energietrennung, d.h. unter dem Aspekt des thermischen Trenneffektes mit Expansionsmaschinen (Expandern) zu vergleichen. Zu diesem Zweck wurde die im Wirbelrohr erzielte Temperaturdifferenz zwischen Warm- und Kaltgas zur isentropen Temperaturdifferenz der Arbeitsmaschine ins Verhältnis gesetzt. Mit den Bezeichnungen aus Bild 12 wäre als Prozessgütegrad zu schreiben

$$\eta_{\text{Exp.}}(\mu) = \frac{T_h(\mu) - T_c(\mu)}{T_0 - T_{2s}} . \quad (45)$$

Berücksichtigt man, dass der thermische Separationsprozess lediglich im ersten Prozessschritt möglich ist, wäre folgende Definition des Apparatgütegrades zu bevorzugen

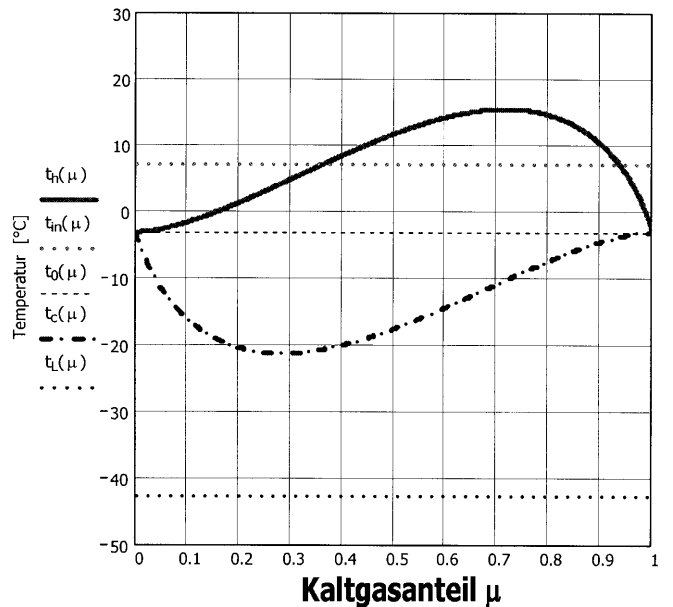


Bild 13. Charakteristische Prozesstemperaturen im Wirbelrohr (ausgewähltes Beispiel)

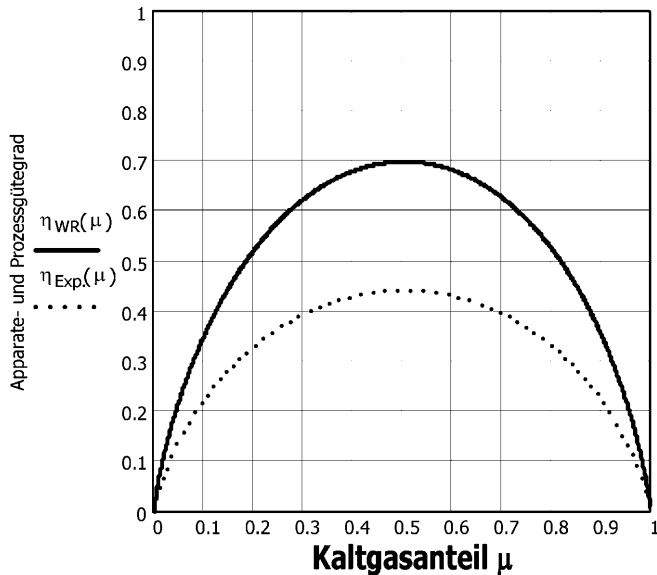


Bild 14. Gütegrad der thermischen Separation $\eta_{\text{Exp.}} = f(\mu)$ gemäß Gl. (45) und $\eta_{\text{WR}} = f(\mu)$ gemäß Gl. (46) (ausgewähltes Beispiel)

$$\eta_{\text{WR}}(\mu) = \frac{T_h(\mu) - T_c(\mu)}{T_0 - T_L} \quad (46)$$

Für das ausgewählte Beispiel sind in Bild 14 die entsprechenden Gütegrade aufgetragen.

Bei der Bewertung des Entspannungsprozesses im Wirbelrohr war es aus Sicht der Kältetechnik immer wieder von Interesse, ob im Kaltgasstrom dieselbe Temperaturabsenkung realisierbar sei wie beim isentropen Entspannungsprozess. Ein entsprechender Gütegrad ist wie folgt zu wählen

$$\eta_c(\mu) = \frac{T_0 - T_c(\mu)}{T_0 - T_{2s}} \quad (47)$$

Damit ergibt sich eine „natürliche“ Obergrenze für die im Wirbelrohr darstellbare Temperaturdifferenz, die jedoch vom Kaltgasanteil abhängig ist. Es gilt

$$\Delta T_c(\mu) = \eta_c(\mu) \cdot (T_0 - T_{2s}) = \eta_c(\mu) \cdot \Delta T_{is} \quad (48)$$

Nach dem vorgeschlagenen Separationsmodell dürfte sich für technisch wichtige Fälle folgende Größenordnung ergeben

$$\Delta T_{c,\text{max}} \cong (0,15 \dots 0,50) \cdot \Delta T_{is} \quad (49)$$

Literatur

- Ranque G (1933) Expériences sur la détente giatroire avec productions simultanées d'un échappement d'air chaud et d'un échappement d'air froid. Journal de Physique et le Radium 4, 112–115
- Hilsch R (1946) Die Expansion von Gasen im Zentrifugalfeld als Kälteprozess. Z. Naturforschg. 1, 208–214
- Martynov AV, Brodjanskij VM (1964) Vichrevaja truba s vneschnym ochlaschenijem (Wirbelrohr mit äußerer Kühlung). Cholodil'naja tehnika 41, No. 5, 46–51
- Mischner J, Bepalov VI (2000) Zur Thermo- und Gasdynamik des Ranque- Hilsch- Rohres. Zwischenbericht zum Projekt „Einsatz von Wirbelrohren zur Energieversorgung von Niedrigenergiehäusern“ im Auftrage der Erdgasversorgungsgesellschaft Thüringen-Sachsen mbH, Gasversorgung Thüringen GmbH, Stadtwerke Erfurt Gasversorgung GmbH, Erfurt (unveröffentlicht)
- Herwig H (2000) Was ist Entropie? Eine Frage – Zehn Antworten. Forschung im Ingenieurwesen 66, 74–78
- Bejan A (1996) Entropy generation minimization. The Method of Thermodynamic Optimization of Finite-Size Systems and Finite-Time Processes. CRC Press, Boca Raton, New York
- Balmer RT (1988) Pressure-Driven Ranque-Hilsch Temperature Separation in Liquids. Transactions of the ASME: Journal of Fluids Engineering 110, 161–164
- Stephan K, Lin S, Durst M, Huang F, Seher D (1983) An investigation of energy separation in a vortex tube. Int. J. Heat Mass Transfer 26, 341–348
- Stephan K, Lin S, Durst M, Huang F, Seher D (1984) A similarity relation for energy separation in a vortex tube. Int. J. Heat Mass Transfer 27, 911–920
- Keller JU (1993) Können die Leistungszahlen von Kompressionskältemaschinen und Wärmepumpen durch exotherme Entspannung des Arbeitsfluids im Kühlwirbelrohr erhöht werden? Ki Klima-Kälte-Heizung N° 78, 300–304
- Ahlborn BK, Keller JU, Staudt R, Treitz G, Rebhan E (1994) Limits of temperature separation in a vortex tube. J. Phys. D: Appl. Phys. 27, 480–488
- Ahlborn BK, Camire J, Keller JU (1996) Low-pressure vortex tubes. J. Phys. D: Appl. Phys. 29, 1469–1472
- Keller JU, Göbel MU (1997) Die Thermodrossel: Eine Anlage zur Entspannung komprimierter Flüssigkeiten unter Wärmeabgabe. Ki Luft- und Kältetechnik. N° 2, 57–60
- Keller JU (1997) Das Injektor-Wirbelrohr. Bemerkungen zu nichtadiabaten Expansionsvorgängen von Gasen und Dämpfen. In: Turbulenz in der Strömungsmechanik (Hrsg.: Kim MS.). Shaker-Verlag, Aachen
- Ahlborn BK, Keller JU, Rebhan E (1998) The heat pump in a vortex tube. J. Non-Equilib. Thermodyn. 23, No 2, 159–165
- Cerbe G, Hofmann H-J (1999) Einführung in die Thermodynamik: von den Grundlagen zur technischen Anwendung. 12., verb. Auflage. Carl Hanser Verlag, München; Wien
- Jentov VM, Kalaschnikov VN, Rajskij JuD (1967) O parametrah, opredelajuschich vichrevoi effekt (Über die Parameter, die den Wirbeleffekt bestimmen). Izvestija Akademii Nauk SSSR: Mechanika schidkosti i gaza N° 3, 33–38
- Kalaschnikov VN (1968) O nekotorych zakonostnostjach temperaturnogo razdelenija gaza v vichrevom potoke (Über einige Gesetzmäßigkeiten der Temperaturtrennung in Wirbelströmungen). Izvestija Akademii Nauk SSSR: Mechanika schidkosti i gaza N° 3, 103–106
- Haken H, Wunderlin A (1991) Die Selbststrukturierung der Materie. Synergetik in der unbelebten Welt. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig
- Cockerill T (1998) The Ranque-Hilsch Vortex Tube. Dissertation, Cambridge University, Department of Engineering
- Mischner J, Bepalov VI, Zapf M (2001) Ein Modell zur gasdynamischen Auslegung von Ranque- Hilsch- Rohren. gwf Gas/Erdgas 142, H. 8, 563–571
- Fasold H-G, Wahle H-N (1996) Ein thermodynamisches Modell zur Berechnung der Verdichtungsarbeit von Turb-overdichtern beim Transport von Erdgas. gwf Gas/Erdgas 137, S. 639–650