

数学概説

あなたの名前

February 8, 2025

はじめに

本書は、さまざまな数学のトピックについての簡単な概説を提供します。各項目は基本的な定義、定理、および例を含み、理解を深めることを目的としています。

1 線形代数

線形代数は、ベクトル空間、行列、線形変換などの概念を扱う数学の分野です。以下に主要なトピックを紹介します。

1.1 ベクトル

ベクトルは、方向と大きさを持つ量であり、通常は \mathbb{R}^n の空間で考えます。ベクトルの演算には加算、スカラー倍があり、内積や外積といった積の操作も重要です。

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

1.2 行列

行列は、数値や変数を格子状に並べたもので、線形変換の表現や連立方程式の解法に用いられます。行列の乗法や逆行列についても重要な概念です。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

1.3 行列の固有値と固有ベクトル

行列 A の固有値 λ と固有ベクトル \mathbf{v} は、次のような関係を満たすベクトルとスカラーです。

$$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$$

2 微積分

微積分は、関数の変化を扱う数学の分野で、微分と積分がその基礎です。

2.1 微分

微分は、関数の瞬間的な変化率を表す操作です。関数 $f(x)$ の微分は次のように定義されます。

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

2.2 積分

積分は、関数の下の面積を求める操作で、逆に微分の操作を行います。定積分と不定積分があり、定積分は面積の計算に用いられます。

$$\int_a^b f(x) dx$$

3 確率論

確率論は、偶然の現象を数学的に扱う分野です。確率変数や確率分布などが重要な概念です。

3.1 確率分布

確率分布は、ある確率変数を取る可能性のある値と、それぞれの値の確率を示す関数です。例えば、二項分布や正規分布があります。

$$P(X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

3.2 期待値

確率変数 X の期待値は、その確率分布の重み付き平均です。例えば、離散確率変数の場合、期待値は次のように表されます。

$$E[X] = \sum_i x_i P(X = x_i)$$