

令和7年度 京都大学大学院理学研究科 数学・数理解析専攻 数学系・数理解析系 入学試験問題

2025

専門科目 Advanced Mathematics

試験情報

- 問題は13題あり、数学系志望者は1～11のうちの2題を選択して解答する。ただし、9と10の2題を同時に選択してはならない。
- 数理解析系志望者は1～13のうちの2題を選択して解答する。
- 解答時間は2時間30分。
- 参考書・ノート類・電卓・携帯電話・情報機器・時計等の持ち込みは禁止。

問題

- 1 次の条件を満たす群 G をすべて求めよ。
- (条件1) G は有限アーベル群である。
 - (条件2) G は $SL_2(\mathbb{Z})$ の部分群と同型である。
- 2 \mathbb{R} 上の2変数多項式環 $\mathbb{R}[X, Y]$ の極大イデアルは、次のいずれかの形で表されることを示せ。
- $(X + a, Y + b)$ ($a, b \in \mathbb{R}$)
 - $(X^2 + aX + b, Y + cX + d)$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)
 - $(X + aY + b, Y^2 + cY + d)$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)
- 3 正整数 n に対し整数を係数とする多項式 $f_n(X)$ を次のように定める。

$$f_1(X) = X^2 - 2,$$
$$f_n(X) = f_{n-1}(X^2 - 2), \quad (n \geq 2)$$

K_n を $f_n(X)$ の \mathbb{Q} 上の最小分解体とする。このとき、ガロア群 $\text{Gal}(K_n/\mathbb{Q})$ を求めよ。