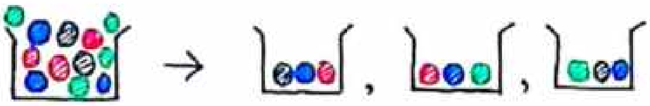
বিন্যাস-সমাবেশ (5.1)

বিন্যাস = সাজানো (order related)

সমাবেশ = বাছাই করা (No order)

* আগে বিন্যাস নাকি আগে সমাবেশ??


, etc...

আগে বাছাই করা, তারপর সাজানো।

∴ আগে সমাবেশ, তারপর বিন্যাস।

(i) $^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ শর্তঃ • $n \geq r$ • n, r ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা

n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিসের জন্য।

* n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে r সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস নিয়ে সাজানোর উপায় সংখ্যা = ^nP_r

* $\underline{|n} = n!$ ⇒ n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলকে বুঝায়।

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \cdots \cdots 3\times2\times1$$

$$\therefore 5! = 5\times4\times3\times2\times1 = 120.$$

$$\Rightarrow 5! = 5\times\underbrace{4!}_{4\times3\times2\times1}$$

$$\therefore 6! = 6\times5! = 6\times120 = 720.$$

$$\therefore n! = n(n-1)!$$

* $n=1$ হলে,

$$1! = 1(1-1)!$$

$$\Rightarrow 1! = 1\times0!$$

$$\Rightarrow \frac{1!}{1} = 0!$$

$$\Rightarrow 0! = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow \boxed{0! = 1}$$

* a, b, c বর্ণ তিনটি হতে দুইটি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে?

⇒

ab	cb
ba	ac
bc	ca

→ 6 ভাবে।

$$^3P_2 = 6.$$

$$= \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3\times2\times1}{1!} = \frac{6}{1!} = 6. \text{ (Ans.)}$$

* a, b, c, d, e, f, g, h আটটি বর্ণ হতে ৩টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে?

$\Rightarrow {}^8P_3 = \dfrac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{(8-3)!} = \dfrac{8\times7\times6\times\cancel{5\times4\times3\times2\times1}}{\cancel{5\times4\times3\times2\times1}} = 336$ ভাবে।

* 0! থেকে 8! মান মুখস্থ করবে।

Example:

a) MARKET শব্দটি থেকে ৩টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে?

সমা. MARKET এর মোট অক্ষর = 6টি $\therefore n = 6$.

$\therefore {}^6P_3 = \dfrac{6!}{3!} = \dfrac{720}{6} \Big/ \dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}$

$= 120$.

$\therefore$ ~~n=~~ (Ans.)

b) FATHER শব্দটি থেকে ৩টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে?

সমা. FATHER এর মোট অক্ষর = 6টি।

.... $\therefore {}^6P_3 = 120$.

c) MOTHER এর শব্দগুলো অক্ষরকে নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে?

সমা. $6! = 720$.

* n সংখ্যক সবগুলো অভিন্ন এরূপ বস্তুর বিন্যাস:

→ n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের p সংখ্যক একজাতীয়, q সংখ্যক অন্য এক জাতীয়, r সংখ্যক অন্য আরেক জাতীয় এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে সবগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা।

$= \dfrac{n!}{p!\,q!\,r!} = \dfrac{\text{মোট ফ্যাক্টরিয়াল}}{\text{কারা কারা একজাতীয় তাদের ফ্যাক্টরিয়াল গুণ}}$

$\boxed{a, b, c}$ বর্ণগুলির সবগুলো বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে?

$\left.\begin{matrix} abc & bac & cab \\ acb & bca & cba \end{matrix}\right\} \rightarrow$ 6 উপায়ে। $= 3! = {}^3P_3$

$\boxed{abb}$

bab

abb ← $\boxed{\begin{matrix} abb \\ abb \end{matrix}}$ $\boxed{\begin{matrix} bab & bab \\ bba & bba \end{matrix}}$ → 3 উপায়ে $= \dfrac{3!}{2!} = \dfrac{6}{2} = 3$.

bba

শব্দগঠনঃ

DIRECTOR

স্বরবর্ণ = ৩টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 5টি (R → ২টি)
মোট = ৪টি

(i) সবগুলো অক্ষরকে নিয়ে কতভাবে সাজানো যাবে?

⇒ সবগুলো অক্ষরকে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!}$ = 20160. (Ans.)

(ii) … … যেন স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকে?

⇒ (IEO) DRCTR

$\underbrace{\text{IEO}}_{1\text{টি}}$ $\underbrace{\text{DRCTR}}_{5\text{টি}}$

একত্রে রাখলাম, তাই এরা 1টি অক্ষরের ন্যায় আচরণ করবে।

∴ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রাখায় টোটাল বর্ণসংখ্যা = 1+5 = 6টি।

∴ 6টি বর্ণকে নিয়ে সাজানোর উপায় সংখ্যা = $\frac{6!}{2!}$ = 360.

আবার, I.E.O নিজেদের মধ্যে 3! উপায়ে বিন্যাস ঘটায়।

∴ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রাখায় বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{6!}{2!} \times 3!$ = 2160. (Ans.)

(iii) … … যেন স্বরবর্ণগুলো একত্রে না থাকে?

⇒ স্বরবর্ণগুলো একত্রে না রেখে বিন্যাস সংখ্যা = 20160 − 2160
= 18000. (Ans.)

বইয়ের কিছু অঙ্কঃ

(i) PARALLEL
(ii) MATHEMATICS
(iii) THESIS
(iv) DIGITAL

শব্দটির বর্ণগুলি সবগুলি একত্রে নিয়ে যতো প্রকারে সাজানো যায় তা বের কর এবং স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে কত প্রকারে সাজানো যায়, তা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

(i) PARALLEL

স্বরবর্ণ = 3টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 5টি
টোটাল = ৪টি

A = 2টি
L = 3টি

∴ সবগুলি একত্রে নিয়ে সাজানোর উপায় = $\frac{8!}{2!\,3!}$ = 3360. (Ans)

(A, A, E), P, R, L, L, L

স্বরবর্ণগুলো একত্রে রাখায় মোট বর্ণসংখ্যা = 1+5 = 6টি।

$\therefore$ 6টি বর্ণকে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{6!}{3!}$ = 120.

স্বরবর্ণগুলো নিজেদের মধ্যে বিন্যাস ঘটায় = $\frac{3!}{2!}$ = 3 উপায়ে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = 120×3 = 360।
(Ans)

(ii) MATHEMATICS

স্বরবর্ণ = 4টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 7টি
মোট = 11টি

M = 2টি
A = 2টি
T = 2টি

$\therefore$ সবগুলোকে একত্রে নিয়ে সাজানোর উপায় = $\frac{11!}{2!2!2!}$

= 4989600. (Ans)

(A, E, A, I), M, T, H, M, T, C, S

স্বরবর্ণগুলো একত্রে রাখায় মোট বর্ণসংখ্যা = 1+7 = 8টি।

$\therefore$ 8টি বর্ণকে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!2!}$ = 10080.

স্বরবর্ণগুলো নিজেদের মধ্যে বিন্যাস ঘটায় = $\frac{4!}{2!}$ = 12 উপায়ে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = 10080×12 = 120960।
(Ans)

(iii) THESIS

স্বরবর্ণ = 2টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 4টি
মোট বর্ণসংখ্যা = 6টি

S = 2টি

$\therefore$ সবগুলোকে একত্রে নিয়ে সাজানোর উপায় = $\frac{6!}{2!}$ = 360. (Ans)

(E, I), T, H, S, S

স্বরবর্ণগুলো একত্রে রাখায় মোট বর্ণসংখ্যা = 1+4 = 5টি।

$\therefore$ 5টি বর্ণকে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{5!}{2!}$ = 60.

স্বরবর্ণগুলো নিজেদের মধ্যে বিন্যাস ঘটায় = 2! = 2 উপায়ে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = 60×2 = 120. (Ans)

(iv) DIGITAL

স্বরবর্ণ = 3টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 4টি
মোট বর্ণসংখ্যা = 7টি

I = 2টি

$\therefore$ সবগুলোকে একত্রে নিয়ে সাজানোর উপায় = $\frac{7!}{2!}$ = 2520. (Ans)

(I, I, A), D, G, T, L

স্বরবর্ণগুলো একত্রে রাখায় মোট বর্ণসংখ্যা = 1+4টি = 5টি।

∴ ৫টি বর্ণকে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $5! = 120$.

স্বরবর্ণগুলো নিজেদের মধ্যে বিন্যাস ঘটায় = $\frac{3!}{2!}$ = ৩ উপায়ে।

∴ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা = $120 \times 3 = 360$. (Ans)

DIRECTOR

স্বরবর্ণ = ৩টি

ব্যঞ্জনবর্ণ = ৫টি (R → ২টি)

মোট = ৮টি।

শব্দটির সবগুলো অক্ষরকে নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়,

(iv) যেন স্বরবর্ণগুলো অবস্থান/জায়গা/স্থান পরিবর্তন না করে?

⇒ DIRECTOR

এরা fixed থাকবে

∴ স্বরবর্ণগুলো অবস্থান পরিবর্তন না করলে মোট বর্ণসংখ্যা = $8 - 3 = 5$টি।

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{5!}{2!} = 60$. (Ans)

(v) যেন স্বরবর্ণগুলো প্রথম স্থানে থাকে?

⇒ ৩টি স্বরবর্ণ প্রথম স্থানে বসতে পারে

$^3P_1$ = ৩ উপায়ে।

$^3P_1$ | | | | | | | — 7!

বাকি বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{7!}{2!} = 2520$

2! → ২টি R আছে।

∴ স্বরবর্ণগুলো প্রথম স্থানে রেখে সাজানো বিন্যাস সংখ্যা = 7560. (Ans)

(vi) যেন স্বরবর্ণগুলো জোড় স্থানে থাকে?

⇒ ৩টি স্বরবর্ণ ৭টি জোড় স্থান দখল করতে পারে = $^4P_3$ = 24 উপায়ে।

একটি ঘর অবশিষ্ট থাকবে।

বাকি ৫টি ঘরে ৫টি বর্ণ জায়গা দখল করবে = $\frac{5!}{2!}$ = 60 উপায়ে।

∴ স্বরবর্ণগুলো জোড় স্থানে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = $60 \times 24 = 1440$. (Ans)

(vii) যেন স্বরবর্ণগুলো বিজোড় স্থানে থাকে?

⇒ ৩টি স্বরবর্ণ ৭টি বিজোড় স্থান দখল করতে পারে = $^4P_3$ = 24 উপায়ে।

একটি বিজোড় স্থান অবশিষ্ট থাকবে।

বাকি ৫টি ঘরে ৫টি বর্ণ জায়গা দখল করবে = $\frac{5!}{2!}$ = 60 উপায়ে।

∴ স্বরবর্ণগুলো বিজোড় স্থানে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = $60 \times 24 = 1440$. (Ans)

(viii) যেন স্বরবর্ণগুলো ক্রম পরিবর্তন না করে?

⇒ স্বরবর্ণ = 3টি এবং R = 2টি। [যারা ক্রম পরিবর্তন করে না, তাদেরকে একই জাতীয় ধরে নিতে হবে]
মোট বর্ণসংখ্যা = 8টি।

∴ স্বরবর্ণগুলো ক্রম পরিবর্তন না করে এরকম বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!\,3!} = 3360$ (Ans.)

(ix) যেন স্বরবর্ণ এবং ব্যঞ্জনবর্ণগুলো আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে?

⇒ DIRECTOR [শুধু স্বরবর্ণের বিন্যাস × শুধু ব্যঞ্জনবর্ণের বিন্যাস]

স্বরবর্ণ এবং ব্যঞ্জনবর্ণগুলো আপেক্ষিক অবস্থান ~~স্থান~~ পরিবর্তন না করে এরকম বিন্যাস সংখ্যা = $3! \times \frac{5!}{2!} = 360$. (Ans.)

(x) যেন D সর্বদা প্রথমে থাকে?

⇒ D সর্বদা প্রথমে থাকলে অবশিষ্ট 7টি বর্ণ 7টি ঘর দখল করবে = $1 \times \frac{7!}{2!} = 2520$ উপায়ে। (Ans.)

D | 7টি ঘর
(fixed)
$^1P_1 = 1 \times \frac{7!}{2!}$

(xi) যেন R সর্বদা শেষে থাকে?

⇒ R কে সর্বদা শেষে রাখলে বাকী থাকে 7টি ঘর। ∴ অবশিষ্ট 7টি ঘরে 7টি বর্ণ দখল করবে = $7! \times 1 = 5040$ উপায়ে। (Ans.)

7টি ঘর | R
$7! \times {}^1P_1$

(xii) যেন D প্রথমে এবং R শেষে থাকে?

⇒ ... ...
$6! = 720$. (Ans.)

D | 6টি ঘর | R
$6!$

বোর্ড ও ভার্সিটি এক্সামের কিছু প্রশ্নঃ-

(i) PERMUTATION শব্দটির বর্ণগুলির কোনো স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে কত রকমে পুনর্বিন্যাস করা যেতে পারে?

সমাধানঃ P E R M U T A T I O N

স্বরবর্ণ = 5টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 6টি
মোট বর্ণসংখ্যা = 11টি
T = 2টি

স্বরবর্ণের স্থান পরিবর্তন না করে সাজানো বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{6!}{2!} = 360$.

∴ পুনর্বিন্যাস করা যেতে পারে = $360 - 1 = 359$ রকমের। (Ans.)

* পুনর্বিন্যাস না করা যেতে পারে = 360 রকমের।

(ii) MILLENNIUM শব্দটির বর্ণগুলি কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। এদের মধ্যে কতগুলিতে প্রথমে ও শেষে M থাকবে?

<u>সমাধানঃ</u> MILLENNIUM

স্বরবর্ণ = 4টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 6টি
মোট বর্ণসংখ্যা = 10টি

M = 2টি
I = 2টি
N = 2টি
L = 2টি

মোট বিন্যাস = $\frac{10!}{2!2!2!2!} = 226800.$ (Ans.)

M কে প্রথমে ও শেষে রেখে সাজানো বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!2!2!} = 5040.$ (Ans.)

| m | 8টিবর্ণ | m |

(iii) POSTAGE শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে যাতে স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করবে?

<u>সমাধানঃ</u> POSTAGE

স্বরবর্ণ = 3টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 4টি
মোট বর্ণ = 7টি।

3টি স্বরবর্ণ 3টি জোড় স্থান দখল করতে পারে $^3P_3$ উপায়ে বা, 6 উপায়ে।
অবশিষ্ট 4টি বর্ণ 4টি স্থান দখল করতে পারে $^4P_4$ উপায়ে বা, 24 উপায়ে।
∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $6 \times 24 = 144.$ (Ans.)

(iv) ব্যঞ্জনবর্ণগুলিকে বিজোড় স্থানে রেখে 'EQUATION' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।

<u>সমাধানঃ</u> EQUATION

স্বরবর্ণ = ~~4টি~~ 5টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = ~~4টি~~ 3টি
মোট বর্ণ = 8টি।

3টি ব্যঞ্জনবর্ণ 4টি বিজোড় স্থান দখল করতে পারে $^4P_3$ উপায়ে বা, 24 উপায়ে।
অবশিষ্ট 1টি ঘরসহ বাকী 5টি ঘরে 5টি বর্ণ স্থান দখল করে 5! বা, 120 উপায়ে।
∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 2880. (Ans.)

(v) SECOND শব্দটির বর্ণগুলি থেকে 1টি স্বরবর্ণ ও 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যেতে পারে যাতে স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যম স্থান দখল করবে?

<u>সমাধানঃ</u> SECOND

স্বরবর্ণ = 2টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 4টি
মোট বর্ণ = 6টি।

$^4P_2$

2টি স্বরবর্ণ মধ্যস্থান অর্থাৎ 1টি ঘর দখল করতে পারে $^2P_1$ বা, 2 উপায়ে।
4টি বর্ণ 2টি ঘর দখল করতে পারে $^4P_2$ বা, 12 উপায়ে।
∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $2 \times 12 = 24.$ (Ans.)

পুনর্বিন্যাসঃ

স্বরবর্ণ = 5টি
ব্যঞ্জনবর্ণ = 3টি

$\underline{E}\,Q\,\underline{U}\,\underline{A}\,T\,\underline{I}\,\underline{O}\,N$

শব্দটির সবগুলো বর্ণকে নিয়ে কতভাবে পুর্নবিন্যাস করা যাবে? যেন,

(i) যেন স্বরবর্ণগুলো অবস্থান পরিবর্তন না করে?

⇒ স্বরবর্ণগুলো তাদের অবস্থান পরিবর্তন না করে বাকি 3টি ব্যঞ্জনবর্ণকে সাজানো যায় = $3! = 6$ ভাগে।

$\therefore$ নির্ণেয় পুনর্বিন্যাস সংখ্যা = $6 - 1 = 5$. (Ans.)

(ii) যেন স্বরবর্ণগুলো ১ম স্থানে থাকে?

$\boxed{^5P_1}\ \underbrace{\square\square\square\square\square\square\square}_{7!}$

⇒ 5টি স্বরবর্ণ 1টি স্থান দখল করবে $^5P_1$ উপায়ে।
= 5 উপায়ে।

আবার, অবশিষ্ট 7টি বর্ণ 7টি স্থান দখল করবে $7!$ উপায়ে।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $5 \times 7! = 25200$ উপায়ে (Ans.)

$\therefore$ পুনর্বিন্যাস সংখ্যা = $25200 - 1 = 25199$.

এটিতে (-1) হবে কারণ EQUATION শব্দটি শুরু হয়েছে স্বরবর্ণ দিয়ে।

(iii) যেন ব্যঞ্জনবর্ণগুলো ১ম স্থানে থাকে?

$\boxed{^3P_1}\ \underbrace{\square\square\square\square\square\square\square}_{7!}$

⇒ 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ 1টি স্থান দখল করবে $^3P_1$ উপায়ে।
= 3 উপায়ে।

আবার, অবশিষ্ট 7টি বর্ণ 7টি স্থান দখল করবে $7!$ উপায়ে।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $3 \times 7! = 15120$. (Ans.)

$\therefore$ পুনর্বিন্যাস সংখ্যা = 15120.

এটিতে (-1) হবেনা কারণ কোনো ব্যঞ্জনবর্ণ সামনে বসলেও পুনরায় EQUATION শব্দটি পাওয়া যাবেনা।

(iv) যেন A প্রথম স্থানে থাকে?

⇒ $7! = 5040$.

(v) যেন E প্রথম স্থানে থাকে?

⇒ $7! - 1 = 5039$. (পরীক্ষায় ভাষায় লিখতে হবে).

সংখ্যাসংক্রান্তঃ

CASE: 1

জোড় – 2টি
বিজোড় – 3টি

1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলির প্রতিটিকে প্রতি সংখ্যায় একবারমাত্র নিয়ে –

(i) 4 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?

⇒ 5টি অঙ্ক থেকে 4 অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়, $^5P_4$ উপায়ে।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $^5P_4 = 120$. (Ans.)

(ii) 4 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলি জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

⇒ জোড় অঙ্কগুলো হলো 2 এবং 4। শেষ ঘরটি পূরণ করা যাবে $^2P_1$ উপায়ে।
অবশিষ্ট থাকলো 5-1=4টি অঙ্ক।

জোড় বা বিজোড়ের শর্তঃ
i) শেষের ঘর আগে পূরণ
ii) এরপর বাকি ঘরগুলো পূরণ

এই 4টি অঙ্ক অবশিষ্ট 3টি ঘরে বসানোর উপায় $^4P_3$।
∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $^4P_3 \times {}^2P_1 = 48$. (Ans.)

(iii) 4 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

⇒ (Same ভাষা লিখবো) $^3P_1 \times {}^4P_3 = 72$. (Ans.)

(iv) 30000 – 50000 এর মধ্যে কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?

⇒ 3/4 □□□□
$^2P_1$ 4!

রেঞ্জ থাকলে ১ম ঘর পূরণ করবো

30000 থেকে 50000 এর মধ্যবর্তী সংখ্যাগুলো 5 অঙ্ক দ্বারা গঠিত হবে। ১ম স্থানে 3 অথবা 4 হবে দ্বারা শুরু হবে ∴ অর্থাৎ $^2P_1$ উপায়ে।
অবশিষ্ট 4টি ঘরে 4টি সংখ্যা জায়গা দখল করবে ∴ অর্থাৎ 4! উপায়ে।
∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $^2P_1 \times 4! = 48$. (Ans.)

(v) 30 – 40000 এর মধ্যে কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?

⇒ $^3P_1 \times {}^4P_1 + {}^5P_3 + {}^5P_4 + {}^3P_1 \times 4!$
$= 12 + 60 + 120 + 72 = 264$. (Ans.)

(পরীক্ষায় ভাষা ব্যবহার করতে হবে)

CASE-2 (0 এর ব্যবহার) $\boxed{\text{0 থাকলে প্রথম ঘরে শর্ত বসাবে}}$

জোড়- 3টি
বিজোড়- 2টি

6, 5, 2, 3, 0 অঙ্কগুলির প্রতিটিকে প্রতি সংখ্যায় একবারমাত্র নিয়ে-

(i) 4 অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?

সমাধানঃ □□□□
0 বসবে না $^4P_1$ $^4P_3$

... ... $^4P_1 \times {}^4P_3 = 96$. (Ans.)

(ii) 4 অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ কতগুলি জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

জোড়সংখ্যা বললে দুই ধাপে সম্পন্ন করবো

সমাধানঃ ১ম ধাপঃ শেষ ঘরে 0 বসবে
□□□ 0 — 0 শেষে বসে যাওয়ায় ১ম ঘরে শর্ত লাগবেনা
$^4P_3 \times 1! = 24$.

২য় ধাপঃ শেষ ঘরে 2/6 বসবে
□□□ 2/6 — আগে শেষ ঘর পূরণ করবো। প্রথম ঘরে 0 বসবে না।
$^3P_1 \times {}^3P_2 \times {}^2P_1 = 36$.

(শেষ ঘর → প্রথম ঘর → মাঝ ঘর)

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 24+36 = 60. (Ans.)

(iii) 4 অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ কতগুলি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

$\Rightarrow$ Step $\Rightarrow$ শেষ ঘর $\rightarrow$ প্রথম ঘর $\rightarrow$ মাঝের ঘর

0 নয়			3/5

$^3P_1 \times {^3P_2} \times {^2P_1}$

মোট সংখ্যা 5টি। যথা: 6, 5, 2, 3, 0

যেহেতু বিজোড় সংখ্যা গঠন করতে হবে, সেহেতু শেষ ঘরে 3 অথবা 5 বসবে।

$\therefore$ 1টি ঘরে 2টি সংখ্যা বসানোর উপায় $^2P_1$।

আবার, যেহেতু ১ম ঘরে 0 বসবে না এবং শেষ ঘরে 1টি সংখ্যা বসেছে।

$\therefore$ সংখ্যা অবশিষ্ট রয়েছে $5-2=3$টি।

$\therefore$ 1টি ঘরে 3টি সংখ্যা বসানোর উপায় $^3P_1$।

এখন, 0 সহ বাকী সংখ্যা রয়েছে $5-2=3$টি।

$\therefore$ 2টি ঘরে 3টি সংখ্যা বসানোর উপায় $= {^3P_2}$।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {^3P_1} \times {^3P_2} \times {^2P_1} = 36$. (Ans.)

(iv) 4 অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায় যা 5 দ্বারা বিভাজ্য?

$\Rightarrow$

0 নয়			0/5

$^3P_1 \times {^3P_2} \times {^2P_1} = 36$. (Ans.)

(পরীক্ষায় ভাষা ব্যবহার করবো)

পুনরাবৃত্তি সংক্রান্তঃ $\boxed{n^r}$ = (একাধিক গ্রহণ করতে পারে) একাধিক বস্তু যেতে পারে

For MCQ

(i) একটি প্রফেসরের পদের জন্য 3 জন প্রার্থী এবং 5 জন লোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবে। কত প্রকারে ভোট দেওয়া যেতে পারে?

$\Rightarrow$ প্রথম ভোটার 3 জন প্রার্থীকে ভোট দিতে পারে 3 উপায়ে।

3	3	3	3	3
১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম

ভোটার $= 3^5$

তদ্রূপ ২য় ভোটার 3 জন প্রার্থীকে ভোট দিতে পারে 3 উপায়ে।

এভাবে ৩য় জন, ৪র্থ জন ও ৫ম জন প্রত্যেকে 3 উপায়ে ভোট দিতে পারে।

$\therefore$ 5 জন লোকের ভোট দেওয়ার মোট উপায় সংখ্যা

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$. (Ans.)

(ii) 3টি পুরস্কার 10 জন বালকের মধ্যে কতভাবে বিতরণ করা যাবে?

বালকেরাই তো গ্রহণ করবে

$\Rightarrow$

10^3. (Ans.)

(iii) একটি তালার 4টি রিং-এর প্রত্যেকটিতে 5টি করে অক্ষর আছে; 4টি অক্ষরের একটিমাত্র বিন্যাসের জন্য তালাটি খোলা গেলো। কতগুলো বিন্যাসের জন্য তালাটি খোলা যাবে না?

$\Rightarrow$ বিন্যাস সংখ্যা = $\boxed{5}\boxed{5}\boxed{5}\boxed{5} = 625$.

$\therefore$ তালাটি খোলা যাবেনা $= 625 - 1 = 624$ উপায়ে। -1 এর ব্যাখ্যা: 1টি দিয়ে তো খোলা যেতো, তাকে বাদ দেওয়া হয়েছে।

খেচকামারা অঙ্কঃ

(i) টেলিফোন ডায়ালে 0 হতে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি ঠাকুরগাঁও শহরের টেলিফোনগুলি 5 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহরে কত টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে?

$\Rightarrow$ 0−9, মোট সংখ্যা 10টি।

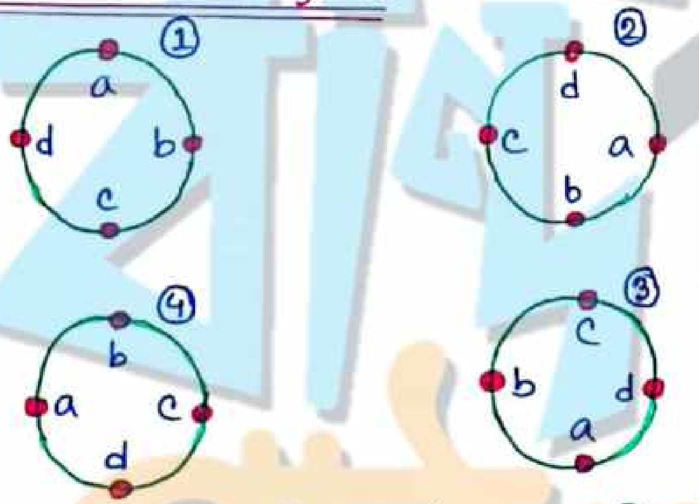
10 10 10 10 10 $= 10^5$
টি সংখ্যা

যদি টেলিফোন নম্বরগুলি 5 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে নির্ণেয় টেলিফোন সংযোগ সংখ্যা = 10^5 = 1,00,000টি। (Ans)

অনেক সমাধানে সামনে 0 ব্যবহার করেনি। সেক্ষেত্রে →

9 10 10 10 10 $= 9\times10^4$
টি সংখ্যা

চক্রক্রমিক বিন্যাসঃ



4টি মালা মিলে হবে 1টি মালা

$\therefore$ 1টি মালা মিলে হবে $\frac{1}{4}$ টি মালা

$\therefore$ 4! টি মালা মিলে হবে $\frac{4!}{4}$ টি মালা

$= \frac{4\times3!}{4}$ টি মালা

$= \frac{(4-1)!}{2}$ টি মালা

$\therefore$ n! টি মালা মিলে হবে $\frac{(n-1)!}{2}$ টি মালা

মালা, ব্যান্ড (যেগুলো হাত দিয়ে ইজিলি তুলতে পারবো) $= \frac{(n-1)!}{2}$

গোল টেবিল (যেগুলো হাত দিয়ে তুলা কষ্টকর) $= (n-1)!$

(i) 8টি মুক্তা কত রকমে একটি ব্যান্ডে লাগিয়ে একটি হার তৈরি করা যাবে?

$\Rightarrow \frac{(n-1)!}{2} = \frac{7!}{2} = 2520.$ (Ans)

(ii) 8 সদস্যের একটি পরিবারের সবাই 8 আসন বিশিষ্ট গোলাকার ডায়নিং টেবিলে কতভাবে আসন নিতে পারে?

$\Rightarrow (n-1)! = (8-1)! = 7! = 5040.$ (Ans)

(iii) দুজন কলাবিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলাবিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি গোল টেবিলের পাশে আসন নিতে পারে?

● → বিজ্ঞানের স্টুডেন্ট
● → কলাবিভাগের স্টুডেন্ট

$\Rightarrow$ বিজ্ঞানের স্টুডেন্ট $= (5-1)! = 4!$

কলা বিভাগের স্টুডেন্ট $= 5!$

$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= 4!\times5! = 2880.$ (Ans)

সংকেত সংক্রান্তঃ

(i) একজন লোকের 1টি সাদা, 4টি লাল ও 3টি সবুজ পতাকা আছে। একটির উপর আরেকটি রেখে 4টি পতাকা নিয়ে তিনি কতগুলি বিভিন্ন সংকেত তৈরি করতে পারবে?

সমাধানঃ 4টি পতাকা নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা:

সাদা (1)	লাল (2)	সবুজ (3)	বিন্যাস সংখ্যা
0	1	3	$\frac{4!}{3!} = 4$
0	2	2	$\frac{4!}{2!2!} = 6$
1	1	2	$\frac{4!}{2!} = 12$
1	2	1	$\frac{4!}{2!} = 12$
1	0	3	$\frac{4!}{3!} = 4$

$\therefore 4+6+12+12+4 = 38.$ (Ans.)

মান নির্ণয়ঃ

Shortcut: $^5P_3 = 5\times4\times3 = 60.$

নিচে 3 আছে, তাই উপর থেকে 3টি সংখ্যা নামাবো

$^6P_2 = 6\times5 = 30.$

সাধারণভাবে,

$^5P_3 = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1} = 60.$

(i) $^nP_4 = 6\times{}^nP_3$ হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ $^nP_4 = 6\times{}^nP_3$

বা, $n(n-1)(n-2)(n-3) = 6\times n(n-1)(n-2)$

বা, $n-3 = 6$

বা, $n = 6+3 = 9.$ (Ans)

(ii) $^nP_4 = 14\cdot{}^{n-2}P_3$ হলে n এর মান কত?

সমাধানঃ $^nP_4 = 14\cdot{}^{n-2}P_3$

বা, $n(n-1)(n-2)(n-3) = 14\cdot(n-2)(n-3)(n-4)$

বা, $n^2-n = 14n-56$

বা, $n^2-15n+56=0$

বা, $n^2-7n-8n+56=0$

বা, $n=7$ অথবা, $n=8.$ (Ans)

বিন্যাস-সমাবেশ (5.2)

KABBO BHAIA
Founder of BONDI PATHSHALA
Note made by: SATIL AHMED

সমাবেশ = বাছাই করা (No order)
বিন্যাস = সাজানো (Order Related)

abc

6টি বিন্যাস:
abc
acb
bac
bca
cab
cba
→ 1টি সমাবেশ

3! বিন্যাস নিয়ে 1টি সমাবেশ
$r!$ বিন্যাস নিয়ে 1টি সমাবেশ

$\therefore {}^nP_r$ বিন্যাস নিয়ে $\frac{{}^nP_r}{r!}$ টি সমাবেশ

$$= \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{r!}$$

$$\therefore \boxed{{}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}}$$

$$\boxed{{}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

- উপাদান একই থাকলে তার সমাবেশও একটি।
- যদি নতুন অন্য উপাদান আসে তাহলে আলাদা সমাবেশ হবে।

সম্পূরক সমাবেশ: $\boxed{{}^nC_r = {}^nC_{n-r}}$

$$\left.\begin{array}{l} {}^5C_2 = 10 \\ {}^5C_3 = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} n=5 \\ r=2 \end{array} \qquad \left.\begin{array}{l} {}^6C_2 = 15 \\ {}^6C_4 = 15 \end{array}\right\} {}^6C_2 = {}^6C_4$$

এরা সম্পূরক সমাবেশ।

$$R.H.S. = {}^nC_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!(n-n+r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r = L.H.S.$$

প্যাসকেল অভেদ: $\boxed{{}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r}$

বই দেখে প্রমাণটি করে নিবে।

5টি অক্ষর থেকে 3টি অক্ষরকে কতভাবে বাছাই করা যায়? (a, b, c, d, e)

$${}^5C_3 = 10$$

কিছু সমাবেশে b আছে | কিছু সমাবেশে b নেই
তেমনি " " a/c/d/e " | " " a/c/d/e "

$${}^5C_3 = (a \text{ আছে}) + (a \text{ নাই})$$
$$= {}^4C_2 + {}^4C_3$$

$n=4$
$r=3$
$(r-1)=2$
$(n+1)=5$

$$\therefore {}^4C_3 + {}^4C_2 = {}^5C_3$$

$$\Rightarrow {}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r.$$

ক) মান নির্ণয়ঃ

(i) ${}^{n}C_2 = {}^{3}P_1$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

$\Rightarrow {}^{n}C_2 = {}^{3}P_1$

বা, $\frac{n(n-1)}{2\times 1} = 3$

বা, $n^2 - n = 6$

বা, $n^2 - n - 6 = 0$

বা, $n^2 - 3n + 2n - 6 = 0$

বা, $n(n-3) + 2(n-3) = 0$

বা, $(n-3)(n+2) = 0$ বা, $n = 3$ অথবা $n = -2$.

(Ans.) (গ্রহণযোগ্য নয়)

(ii) যদি ${}^{n}P_2 = 3\,{}^{n}C_3$ হয়, তবে n এর মান নির্ণয় কর।

$\Rightarrow n(n-1) = 3\,\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times 2\times 1}$

বা, $1 = \frac{n-2}{2}$

বা, $n - 2 = 2$

$\therefore n = 4$. (Ans.)

(iii) ${}^{n}P_r = 240$, ${}^{n}C_r = 12$ হলে n ও r = ?

$\Rightarrow {}^{n}P_r = 240$ ${}^{n}C_r = 120$

বা, $\frac{n!}{(n-r)!} = 240$ —(i) বা, $\frac{n!}{r!(n-r)!} = 120$ —(ii)

(i)÷(ii)$\Rightarrow$ $\frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{r!(n-r)!}{n!} = \frac{240}{120}$

বা, $r! = 2 = 2!$

$\therefore r = 2$ এর মান (i) এ বসাই,

${}^{n}P_2 = 240$

বা, $n(n-1) = 240$

বা, $n^2 - n - 240 = 0$

বা, $n^2 - 16n + 15n - 240 = 0$

বা, $n(n-16) + 15(n-16) = 0$

বা, $(n-16)(n+15) = 0$

হয়, $n - 16 = 0$ অথবা, $n + 15 = 0$

বা, $n = 16$ বা, $n = -15$.

(যা গ্রহণযোগ্য নয়)

$\therefore n = 16$ এবং $r = 2$. (Ans.)

P এর ক্ষেত্রে no divide
C এর ক্ষেত্রে divide

Shortcut:

${}^{6}C_3 = \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}$

${}^{8}C_2 = \frac{8\times 7}{2\times 1}$

নিচে 2 আছে, উপর থেকে 2 নামাবো। নিচে গুণ দিবো

দল/কমিটি/টিম গঠনঃ

(i) 4 জন ভদ্রমহিলাসহ 10 ব্যক্তির মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত রকমে গঠন করা যেতে পারে, যাতে অন্ততপক্ষে একজন ভদ্রমহিলা থাকবে।

⇒

ভদ্রমহিলা (4 জন)	ভদ্রপুরুষ (6 জন)	কমিটি গঠন
1	4	${}^4C_1 \times {}^6C_4 = 60$
2	3	${}^4C_2 \times {}^6C_3 = 120$
3	2	${}^4C_3 \times {}^6C_2 = 60$
4	1	${}^4C_4 \times {}^6C_1 = 6$

মোট টিম গঠন করা যাবে $(60+120+60+6) = 246$. (Ans.)

(ii) 6জন বিজ্ঞান ও 4 জন কলা বিভাগের ছাত্র থেকে 6জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। বিজ্ঞানের ছাত্রদেরকে সংখ্যাগরিষ্ঠতা দিয়ে কত প্রকারে কমিটি গঠন করা যাবে?

⇒

বিজ্ঞান (6)	কলা (4)	কমিটি গঠন
6	0	${}^6C_6 \times {}^4C_0 = 1$
5	1	${}^6C_5 \times {}^4C_1 = 24$
4	2	${}^6C_4 \times {}^4C_2 = 90$

মোট কমিটি গঠন করা যাবে $(1+24+90) = 115$. (Ans.)

(iii) 9 ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে সাতজনের বেশি এবং অন্যটিতে চারজনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

⇒ [Note: গাড়ির অঙ্কগুলোর ক্ষেত্রে যেকোনো একটি গাড়ি বাছাই করবে]

১ম গাড়ি	২য় গাড়ি	ভ্রমণের উপায়
7	2	${}^9C_7 \times 1 = 36$
6	3	${}^9C_6 \times 1 = 84$
5	4	${}^9C_5 \times 1 = 126$

মোট ভ্রমণ করা যাবে $(36+84+126) = 246$. (Ans.)

* 12 টি বাহুবিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ রেখা দিয়ে কতগুলি–

(i) সরলরেখা তৈরি করা যাবে? ⇒ $^nc_2 = {}^{12}c_2 = 66.$

(ii) কর্ণ তৈরি করা যাবে? ⇒ $^nc_2 - n = {}^{12}c_2 - 12 = 54.$ $\} = {}^5c_2 - 5$

এখানে (−5) হলো 5টি বাহুকে বাদ দিয়ে শুধু কর্ণগুলোর হিসাব রাখা।

(iii) ত্রিভুজ তৈরি করা যাবে? ⇒ $^nc_3 = {}^{12}c_3 = 220.$

(iv) চতুর্ভুজ তৈরি করা যাবে? ⇒ $^nc_4 = {}^{12}c_4 = 495.$

এক বা একাধিক সংক্রান্তঃ

(Note: এক বা একাধিক বললে 1 মাইনাস করে দিবে)

(i) এক ব্যক্তির 6জন বন্ধু আছে। সে কত প্রকারে এক বা একাধিক বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারে?

সমাধানঃ উপায় সংখ্যা $= 2^6 - 1 = 63.$ (Ans)

2	2	2	2	2	2

$({}^6c_1 + {}^6c_2 + {}^6c_3 + {}^6c_4 + {}^6c_5 + {}^6c_6) = 63.$

(ii) প্রতিটি বিকল্পসহ 8টি প্রশ্ন থেকে একজন শিক্ষার্থী কত উপায়ে এক বা একাধিক প্রশ্ন বাছাই করতে পারে?

সমাধানঃ

3	3	3	3	3	3	3	3

1) a or b 2) a or b . . . .

একটি সাদা খাতা বাদ যাবে।

$\therefore$ উপায় সংখ্যা $= 3^8 - 1 = 6560.$ (Ans)

(পরীক্ষায় ভাষা ব্যবহারের চেষ্টা করবো)

হ্যান্ডসেক সংক্রান্তঃ

(i) একটি দাওয়াত বাড়িতে 10জন লোক আছে। তারা কত প্রকারে একে অপরের সাথে হ্যান্ডসেক করতে পারবে?

সমাধানঃ $\boxed{^nc_2}$ → হ্যান্ডসেক করার জন্য 2টি করে হাত নিয়েছি।

$^{10}c_2 = 45.$ (Ans)

ক) বিন্যাস ও সমাবেশ মিশ্রিতঃ

(i) FATHER শব্দটি থেকে ৩টি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে শব্দ গঠন করা যাবে?

সমাধানঃ $n = 6, r = 3$ $\therefore {}^nP_r = {}^6P_3 = 120$. (Ans.)

(ii) SISTER শব্দটির সব অক্ষর নিয়ে, কতভাবে শব্দ গঠন করা যাবে?

সমাধানঃ $n=6$, $S=2$টি $\therefore \frac{6!}{2!} = 360$. (Ans)

(iii) BROTHER শব্দটি থেকে ৩টি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে শব্দ গঠন করা যাবে?

সমাধানঃ $n=7$, $r=3$, $R=2$টি $\therefore \boxed{\cancel{\frac{{}^7P_3}{2!}} = ?}$ এরকম কোথাও দেখা যায়নি।

এই অঙ্কগুলোই বিন্যাস সমাবেশ মিশ্রিত।
নিচে এরকম কতগুলো অঙ্ক করা হলো:

আগে বিন্যাস তারপর সমাবেশ
নাকি
আগে সমাবেশ তারপর বিন্যাস?
উত্তরঃ
আগে সমাবেশ, তারপর বিন্যাস।
এদের সম্পর্ক:-

$$^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$
$$= \frac{1}{r!} \times \frac{n!}{(n-r)!}$$
$$= \frac{1}{r!} \times {}^nP_r \quad \therefore \boxed{{}^nC_r \times r! = {}^nP_r}$$

(i) THESIS শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে কত উপায়ে $\boxed{\text{বাছাই করা}}$ যায়?

এইখানে শব্দ গঠন বললে বিন্যাস করতে হবে।

সমাধানঃ THESIS মোট বর্ণ 6টি। S = 2টি।

(SS), T, H, E, I

CASE	বাছাই সংখ্যা	শব্দগঠন বা, বিন্যাস সংখ্যা
1) 4টি ভিন্ন ভিন্ন	${}^5C_4 = 5$	${}^5C_4 \times \frac{4!}{1} = 120$
2) 2টি একই, 2টি ভিন্ন	$1 \times {}^4C_2 = 6$	$1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 72$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা $= 5 + 6 = 11$.

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 120 + 72 = 192$. (Ans.)

(ii) DEGREE শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে কত উপায়ে বাছাই করা/শব্দ গঠন করা যায়?
সমাবেশ বিন্যাস

সমাধানঃ DEGREE মোট বর্ণ 6টি। 3E = 3টি। (EEE), D, G, R

CASE	বাছাই করা/সমাবেশ	শব্দ গঠন/বিন্যাস
(i) 4টি ভিন্ন ভিন্ন	$^4c_4 = 1$	$^4c_4 \times 4! = 24$
(ii) 2টি একই, 2টি ভিন্ন	$1 \times {}^3c_2 = 3$	$1 \times {}^3c_2 \times \frac{4!}{2!} = 36$
(iii) 3টি একই, 1টি ভিন্ন	$1 \times {}^3c_1 = 3$	$1 \times {}^3c_2 \times \frac{4!}{3!} = 12$.

একই মানে 1

∴ নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা = 1+3+3 = 7.
∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 24+36+12 = 72. (Ans)

(iii) PROFESSOR শব্দটির বর্ণগুলি হতে প্রতিবার 4টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়?

সমাধানঃ PROFESSOR (SS)(OO)(RR) PFE

CASE	সমাবেশ	বিন্যাস
(i) 4টি ভিন্ন ভিন্ন	$^6c_4 = 15$	$^6c_4 \times 4! = 360$
(ii) 2টি একই, 2টি ভিন্ন	$^3c_1 \times {}^5c_2 = 30$	$^3c_1 \times {}^5c_2 \times \frac{4!}{2!} = 360$
(iii) 2টি একই, 2টি একই	$^3c_2 = 3$	$^3c_2 \times \frac{4!}{2!2!} = \cancel{36}\ 18$

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 15+30+3 = 48.
∴ নির্ণেয় সাজানোর মোট সংখ্যা = 360+360+18 = 738. (Ans)

(iv) ENGINEERING শব্দটির বর্ণগুলি হতে প্রতিবার 4টি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়?

সমাধানঃ (EEE), (NNN), (GG), (II), R

CASE	সমাবেশ	বিন্যাস
(i) 4টি ভিন্ন ভিন্ন	$^5c_4 = 5$	$^5c_4 \times 4! = 120$.
(ii) 2টি একই, 2টি ভিন্ন	$^4c_1 \times {}^4c_2 = 24$	$^4c_1 \times {}^4c_2 \times \frac{4!}{2!} = 288$.
(iii) 2টি একই, 2টি একই	$^4c_2 = 6$	$^4c_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 36$.
(iv) 3টি একই, 1টি ভিন্ন	$^2c_1 \times {}^4c_1 = 8$	$^2c_1 \times {}^4c_1 \times \frac{4!}{3!} = 32$

∴ নির্ণেয় সাজানোর মোট সংখ্যা = (120+288+36+32) = 476. (Ans)

(v) 17টি বিভিন্ন ব্যঞ্জনবর্ণ ও 5টি স্বরবর্ণ থেকে যথাক্রমে 3টি ~~স্বরবর্ণ~~ ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2টি স্বরবর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যায়? $\Rightarrow {}^{17}c_3 \times {}^5c_2 \times 5! = 816000$. (Ans)