Pratique de

procédural

Procédural 1

Problème 1 :

a) 1) $X(w) = \frac{1}{T} \int_{T=0}^{T=T} x(t)\, e^{-Jw_0 t}\, dt$ Fourier

$$X(w) = \int_{T=-\infty}^{T=\infty} x(t)\, e^{-Jw_0 t}\, dT$$

2) $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{T=-\infty}^{T=\infty} X(w)\, e^{Jw_0 t}\, dw$

3) $X(s) = \int_{T=-\infty}^{t=\infty} x(t)\, e^{-st}\, dt$

4) $X(s) = \frac{1}{2\pi J} \int_{T=C-J\infty}^{T=C+J\infty} X(s)\, e^{st}\, ds$

c) Fourier est un cas particulier de Laplace

e) Zeros sont au numerateur
Pôles son au dénominateur

Problème 2 :

a)

$$X(w) = \int_0^1 4e^{-Jw_0 t}\, dt + \int_1^2 2e^{-Jw_0 t}\, dt$$

$$X(w) = -\frac{4}{Jw} e^{-Jw_0 t}\Big|_0^1 - \frac{2}{Jw} e^{-Jw_0 t}\Big|_1^2$$

$$X(w) = \frac{-4}{Jw}\left(e^{-Jw} - 1\right) - \frac{2}{Jw}\left(e^{-2Jw} - e^{-Jw}\right)$$

$$X(w) = -\frac{4e^{-1/2Jw}}{-Jw}\left(e^{-1/2Jw} - e^{1/2Jw}\right) + \frac{2e^{-3Jw/2}}{Jw}\left(e^{-1/2Jw} - e^{1/2Jw}\right)$$

$$X(w) = \frac{8e^{-1/2Jw}}{w}\sin\left(\tfrac{1}{2}w\right) + \frac{4e^{-3Jw/2}}{w}\sin\left(\tfrac{1}{2}w\right)$$

$$X(w) = \frac{4\sin\left(\frac{1}{2}w\right)}{w}\left(2e^{-1/2Jw} - e^{-3Jw/2}\right)$$

b) $x(\omega) = \frac{1}{2\pi}\left(\int_{-2}^{2} 1 e^{j\omega t} d\omega + \int_{-1}^{1} 1 e^{j\omega t} d\omega\right)$

$x(\omega) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{j\omega} e^{j\omega t}\Big|_{-2}^{2} + \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t}\Big|_{-1}^{1}\right)$

$x(\omega) = \frac{1}{2\pi j\omega}\left((e^{2jt} - e^{-2jt}) + (e^{jt} - e^{-jt})\right)$

$x(\omega) = \frac{1}{\pi\omega}\left(\sin(2t) + \sin(t)\right)$

d) $X(s) = \frac{2s+5}{s^2+5s+6} \Rightarrow (s+3)(s+2)$

$e^{\lambda t}u(t) = \frac{1}{s-\lambda}$

$\frac{2s+5}{(s+3)(s+2)} = \frac{A}{(s+3)} + \frac{B}{(s+2)}$

$-6 \quad -1$

$2s+5 = A(s+2) + B(s+3)$

à $s = -2$

$B = A$

à $s = -3$

$A = 1$

$X(s) = \frac{1}{s+3} + \frac{1}{s+2} \Rightarrow X(s) = e^{-3t}u(t) + e^{-2t}u(t)$

e) $s^2 y(s) + 3s\, y(s) + 2y(s) = s\, f(s)$

$y(s) = \frac{s\, f(s)}{s^2+3s+2}$

$f(t) = u(t) = 1/s$

$y(s) = \frac{s}{s(s^2+3s+2)} = \frac{1}{s^2+3s+2} = \frac{A}{(s+1)} + \frac{B}{(s+2)}$

$1 = A(s+2) + B(s+1)$

à $s = -2$

$B = -1$

à $s = -1$

$A = 1$

$y(s) = -e^{-2t}u(t) + e^{-t}u(t)$

f) $s^2 y(s) + 11s\, y(s) + 24\, y(s) = 5s\, f(s) + 3\, f(s)$

$(s^2 + 11s + 24)\, y(s) = (5s + 3)\, f(s)$

$$\frac{y(s)}{f(s)} = \frac{5s + 3}{s^2 + 11s + 24}$$

7.1 - 1 4 5 6
7.3 - 4
7.4 - 4 7

7.1 - 4: $X(\omega) = \int_0^T 1e^{-at}\,dt = \frac{1}{-a-j\omega} e^{-at}\Big|_0^T$

$$= \frac{1}{-a-j\omega}\left(e^{-(a-j\omega)T} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{a+j\omega}\left(1 - e^{-(a+j\omega)t}\right)$$

$$\int_0^T 1e^{at}\,dt = \frac{1}{a-j\omega} e^{(a-j\omega)}\Big|_0^T$$

$$= \frac{1}{a-j\omega}\left(e^{(a-j\omega)T} - 1\right)$$

$$\int_0^1 4e^{-j\omega t}\,dt + \int_1^2 2e^{-j\omega t}$$

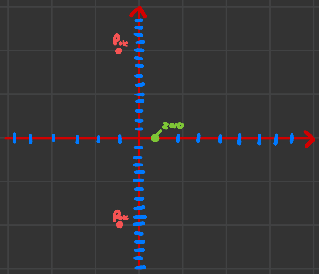
$$\frac{4}{-j\omega} e^{-j\omega t}\Big|_0^1 + \frac{2}{-j\omega} e^{-j\omega t}\Big|_1^2$$

$$\frac{4}{-j\omega}(e^{-j\omega} - 1) + \frac{2}{-j\omega}(e^{-2j\omega} - e^{-j\omega})$$

Formatif

Question 3:

$$H(s) = \frac{10s - 10}{s^2 + 2s + 101}$$



a) zeros = 1

Poles = $\frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 101}}{2} = -1 \pm 10j$

Oui: C'est un filtre de froble puisque c'est pôles se retrouve à gauche de iaxe des imaginaires

b) $H(j\omega) = \frac{10j\omega - 10}{(j\omega)^2 + 2j\omega + 101}$

c) $x(t) = 10 \cdot \cos(10t)$

$X(t) = \frac{s}{s^2 + 10^2}$

Question 7:

$$\frac{V_e - V_s}{R} = (V_s)sC$$

Question 1 :

a) Faux, ce sont les pôles qui doivent être à gauche

b) $\frac{1}{j\omega C} + j\omega L$ donc c'est impossible

c) $-1 \pm 10j$ Pôles donc oui car ils sont à gauche de l'axe sur le plan complexe

d) differents des (car c'est des + et non des multiplication)

e) gain de 1

Question 2 :

a) $H(s) = \frac{s}{s+1000}$

$x(t) = u(t)$

$X(s) = 1/s$

$$H(s) = \frac{s}{s+1000} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s+1000}$$

$$y(t) = e^{-1000t} \cdot u(t)$$

b) $x(t) = 500\, e^{-500t} \cdot u(t)$

$X(s) = 500 \cdot \frac{1}{s+500}$

$$Y(s) = 500 \cdot \frac{s}{(s+1000)(s+500)} = \frac{500s}{s^2 + 1500s + 500\,000}$$

$$b = \sqrt{500\,000 - \left(\frac{1500}{2}\right)^2} = 250j$$

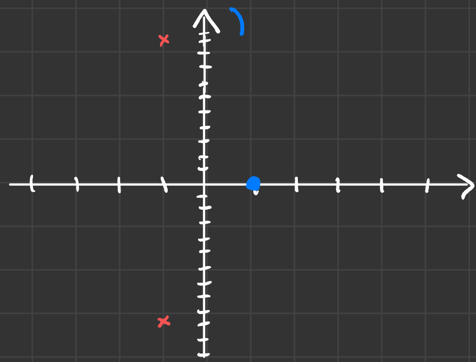
$$y(t) = e^{-750t}\left[500\cos(250j\,t) - \frac{375\,000}{250j}\sin(250j\,t)\right] \cdot u(t)$$

Question 3 :

a) Zero = 1 et infini

Pôle = $-1 \pm 10j$

Oui il est stable car les pôles sont à gauche de l'axe des imaginaires



b) $H(j\omega) = \dfrac{10 j\omega - 10}{(j\omega)^2 + 2j\omega + 101}$

c) $x(t) = 10 \cdot \cos(10t)$

$X(s) = 10 \cdot \dfrac{s}{s^2 + 10^2}$

$Y(s) = H(s) \cdot X(s) = \dfrac{10(10s - 10)s}{(s^2+100)(s^2+2s+101)}$

Pas possible je crois soit pas de u(t) ou juste pas possible

Question 4 :

Passe bas = $\dfrac{1}{s^2} \cdot \dfrac{1}{RCs+1}$

Pas trop sur comment faire

Question 5 :

Fonction transfert → faire égalé numérateur à zero → Zeros

Fonction transfert → faire égalé dénominateur à zero → Pôles

Question 6 :

$H_{bas}(s) = \frac{a}{s+a}$

Valeur maximum de $Q = \infty$

$H_{haut}(s) = \frac{s}{s+b}$

Joine = multiplication

$$\frac{as}{(s+a)(s+b)} = \frac{as}{s^2 + sa + sb + ab}$$

$$=$$

Question 7:

$V_e(t) = u(t)$

$V_e(s) = \frac{1}{s}$

$$\frac{V_e - V_s}{R} = V_s\, sC$$

$$V_e - V_s = V_s\, sRC$$

$$V_e = V_s(RCs + 1)$$

$$\frac{1}{RCs+1} = \frac{V_s}{V_e} = H(s)$$

$$\frac{RC}{s+\frac{1}{RC}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+\frac{1}{RC}}$$

$$RC = A\left(s + \frac{1}{RC}\right) + B(s)$$

$s = -1000$

$B = -1 \cdot 10^{-6}$

$s = 0$

$A = 1 \cdot 10^{6}$

$$y(s) = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{s} - \frac{1 \cdot 10^{-6}}{s + 1000}$$

$$y(t) = 1 \cdot 10^{-6}\, u(t) - 1 \cdot 10^{-6}\, e^{-1000t}\, u(t)$$

Question 8:

$$I_R = I_R + I_c$$

$$\frac{V_e}{R} - \frac{V_a}{R} = \frac{V_a}{R} + V_a cs - V_s sc$$

$$\frac{V_e}{R} = V_a\left(\frac{2}{R} + sc\right) - V_s sc$$

$$\frac{V_e}{R} = 2V_s \frac{R_f}{KR_f} cs + \frac{V_s}{R}\frac{R_f}{KR_f}$$

$$+ \frac{V_s R_f \cdot R \cdot C^2 \cdot s^2}{KR_f} + V_s \frac{R_f}{KR_f} cs$$

$$\frac{V_e}{R} = V_s\left(\frac{2R_f CS}{KR_f} + \frac{1 R_f}{RKR_f} + \frac{R_f RC^2 s^2}{KR_f} + \frac{R_f Cs}{KR_f}\right)$$

$$\frac{V_e}{R} = V_s\left(\frac{2Cs}{K} + \frac{1}{RK} + \frac{RC^2 s^2}{K} + \frac{Cs}{K}\right)$$

$$\frac{V_e}{R} = \left(\frac{RC^2 s^2}{K} + \frac{3Cs}{K} + \frac{1}{RK}\right) V_s$$

$$\frac{1}{\frac{R^2C^2}{K}s^2 + \frac{3RC}{K}s + \frac{1}{K}} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{K \cdot 1/R^2C^2}{s^2 + \frac{3}{RC}s + \frac{1}{R^2C^2}}$$

$$H(s) = \frac{K \cdot 1/R^2C^2}{s^2 + 3/RC\, s + 1/R^2C^2}$$

$$I_R = I_c$$

$$\frac{V_a - V_b}{R} = V_b sC$$

$$V_a = V_b RCs + V_b$$

$$V_b = V_s \cdot \frac{R_f}{R_f + (K-1)R_f}$$

$$V_b = V_s \cdot \frac{R_f}{KR_f}$$

$$V_a = V_s \frac{R_f}{KR_f} RCs + V_s \frac{R_f}{KR_f}$$

Question 1:

b) $\frac{1}{JWC} + JWL$

$\frac{1 + jwC\,jwL}{wC} = \frac{1 + w^2CL}{jwC} = Z$

$0 = 1 + w^2CL$

$-1 = w^2 \cdot \frac{10}{1000} \cdot 1.10^{-6}$

$w = 10\,000$

a) Faux, ce sont les pôles qui doivent être à gauche

c) Vrai car ses pôles sont $-1 \pm 10j$ donc ils sont à gauche de l'axe imaginaire

d) différent de

e) gain de 1

Question 2:

a) $x(t) = u(t)$

$X(s) = 1/s$

$Y(s) = H(s) \cdot X(s)$

$Y(s) = \frac{s}{s+1000} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s+1000}$

$$\boxed{y(t) = 1 \cdot e^{-1000t}\,u(t)}$$

b) $x(t) = 500\,e^{-500t} \cdot u(t)$

$X(s) = 500 \cdot \frac{1}{s+500}$

$Y(s) = \frac{500 \cdot s}{(s+1000)(s+500)} = \frac{A}{s+1000} + \frac{B}{s+500}$

$500s = A(s+500) + B(s+1000)$

$s = -500$

$B = -500$

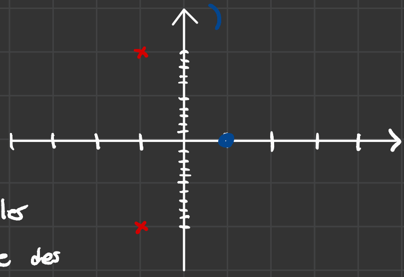
$s = -1000$

$A = 1000$

$Y(s) = \frac{1000}{s+1000} - \frac{500}{s+500}$

$$\boxed{y(t) = 100\,e^{-1000t}\,u(t) - 500\,e^{-500t}\,u(t)}$$

Question 3: $H(s) = \dfrac{10s - 10}{s^2 + 2s + 101}$



a) Zeros = 1 et infini
Pôles = $-1 \pm 10j$

Oui le filtre est stable puisque les pôles se retrouve à gauche de l'axe des imaginaire

b) $\boxed{H(j\omega) = \dfrac{10(j\omega) - 10}{-(\omega)^2 + 2j\omega + 101}}$

C) $x(t) = 10 \cdot \cos(10t)$ donc $\omega = 10$

Gain $=$ $\dfrac{\text{Distance } z_1 \cdot \text{Distance } z_2}{\text{Distance } P_1 \cdot \text{Distance } P_2} = \dfrac{\sqrt{(10\omega)^2 + 10^2}}{\sqrt{(101-\omega^2)^2 + (2\omega)^2}} = \dfrac{100.498}{20.02} = 5{,}02$

$\omega = 10$

$|H(j10)| = 5{,}02$

Phase à 10 $= \pi - \tan^{-1}\left(\dfrac{10\omega}{10}\right) - \tan^{-1}\left(\dfrac{2\omega}{101 - \omega^2}\right) = 0{,}1496$ rad

$y(t) =$ gain $\cdot 10 \cdot \cos(10t +$ phase$)$

$\boxed{y(t) = 50{,}2 \cdot \cos(10t + 0{,}1496)}$

Question 6:

$$\frac{a}{s+a} \cdot \frac{s}{s+b} = \frac{as}{s^2+(a+b)s+ab}$$

$$W_o = \sqrt{ab} \qquad \frac{w_0}{Q} = \frac{\sqrt{ab}}{a+b}$$

Posons $a = Kb$

$$Q = \frac{\sqrt{Kb^2}}{Kb+b} = \frac{b\sqrt{K}}{b(K+1)} = \frac{\sqrt{K}}{K+1}$$

$$\frac{dQ}{dK} = \frac{\frac{K+1}{\sqrt{K}\cdot 2} - \sqrt{K}}{(K+1)^2}$$

On prend $K=0$, car c'est à son maximum

Procedural 1:

2) a) $f(\omega) = \int_0^1 4e^{-j\omega t}\,dt + \int_1^2 2e^{-j\omega t}\,dt$

$= \frac{4}{-j\omega} \cdot e^{-j\omega t}\Big|_0^1 + \frac{2}{-j\omega} \cdot e^{-j\omega t}\Big|_1^2$

$= \frac{4}{-j\omega}\left(e^{-j\omega} - 1\right) + \frac{2}{-j\omega}\left(e^{-2j\omega} - e^{-j\omega}\right)$ $\quad -1 \cdot 1.5$

$= \frac{4e^{-1/2 j\omega}}{-j\omega}\left(e^{-1/2 j\omega} - e^{1/2 j\omega}\right) + \frac{2e^{-3/2 j\omega}}{-j\omega}\left(e^{-1/2 j\omega} - e^{1/2 j\omega}\right)$

$= \frac{8e^{-1/2 j\omega}}{\omega}\sin\left(\frac{1}{2}\omega\right) + \frac{4e^{-3/2 j\omega}}{\omega}\sin\left(\frac{1}{2}\omega\right)$

$= \frac{4\sin\left(\frac{1}{2}\omega\right)}{\omega}\left(2e^{-1/2 j\omega} + e^{-3/2 j\omega}\right)$

b) $f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-2}^{2} 1e^{j\omega t}\,d\omega + \int_{-1}^{1} 1e^{j\omega t}\,d\omega$ $\qquad x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t}\,d\omega$

$= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{-jt} e^{j\omega t}\Big|_{-2}^{2} + \frac{1}{jt} e^{j\omega t}\Big|_{-1}^{1}$

$= \frac{1}{2\pi jt}\left(e^{2jt} - e^{-2jt}\right) + \frac{1}{2\pi jt}\left(e^{jt} - e^{-jt}\right)$

$= \frac{1}{\pi jt}\sin(2t) + \frac{1}{\pi jt}\sin(t)$

$= \frac{1}{\pi jt}\left(\sin(2t) + \sin(t)\right)$