Évaluation <u>FORMATIVE</u> Théorique

Session S2 - Unité 6

Mathématiques des signaux et Électronique

Département de génie électrique et de génie informatique

Faculté de génie

Université de Sherbrooke

Hiver 2023

Formulaire

Formes standards des fonctions de transfert d'ordre 2

Filtre passe-bas	$H_{LP}(s)=\dfrac{K\omega_c^2}{s^2+\dfrac{\omega_c}{Q}s+\omega_c^2}$
Filtre passe-haut	$H_{HP}(s)=\dfrac{Ks^2}{s^2+\dfrac{\omega_c}{Q}s+\omega_c^2}$
Filtre passe-bande	$H_{BP}(s)=\dfrac{K\dfrac{\omega_0}{Q}s}{s^2+\dfrac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$

Transformée de Laplace	$X(s)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-st}dt$ $x(t)=\dfrac{1}{2\pi j}\int_{s=c-j\infty}^{c+j\infty}X(s)e^{st}ds$
Transformée de Fourier	$X(j\omega)=X(s)\big\vert_{s=j\omega}$

INFORMATIONS DIVERSES DONNÉES DANS L'ÉNONCÉ DU SOMMATIF :

- Chiffres significatifs des valeurs des résistances standard 5% disponibles :

10, 11, 12, 13, 15, 16, 18, 20, 22, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 43, 47, 51, 56, 62, 68, 75, 82, 91

QUESTION 1 (GEN211-1)

Répondez brièvement par un mot ou une valeur, selon ce qui est demandé, à chacune des sous-questions suivantes.

(a) VRAI ou FAUX : pour être stable, un filtre analogique doit avoir tous ses zéros à gauche de l'axe imaginaire dans le plan complexe.

(b) Une inductance L de 10 mH et un condensateur C de 1 μF sont branchés en série. A quelle fréquence ω (en rad/sec) leur impédance combinée sera-t-elle nulle ?

(c) VRAI ou FAUX : Le système, dont la fonction de transfert est $H(s) = \frac{s^2-1}{s^2+2s+101}$ est stable.

(d) Complétez la phrase suivante : « Les zéros de deux filtres montés en parallèle seront ____________ (identiques aux, différents des) zéros des filtres individuels. »

(e) Un filtre analogique a deux zéros à s = 0, et deux pôles à s = -10 ± 100j. Dans sa fonction de transfert, le coefficient de tous les s^2 est 1. Quel est le gain de ce filtre pour les fréquences ω >> 100 rad/sec ?

QUESTION 2 (GEL211-1)

Un filtre analogique passe-haut d'ordre 1 est décrit par sa fonction de transfert $H(s)$, donnée ci-dessous.

$$H(s) = \frac{s}{s+1000}$$

En utilisant la méthode de la transformée de Laplace, et en supposant que le filtre est initialement au repos, donnez la réponse temporelle $y(t)$ de ce circuit aux signaux d'entrée $x(t)$ suivants :

(a) $x(t) = u(t)$

(b) $x(t) = 500\, e^{-500\cdot t} \cdot u(t)$

QUESTION 3 (GEN211-1)

Un filtre analogique d'ordre 2 est décrit par la fonction de transfert *H*(*s*) suivante :

$$H(s) = \frac{10s - 10}{s^2 + 2s + 101}$$

(a) Calculez les pôles et les zéros de ce filtre et représentez-les dans le plan complexe. Indiquez, en justifiant votre réponse, si le filtre est stable.

(b) Donnez la fonction de transfert harmonique $H(j\omega)$ de ce filtre.

(c) Donnez sa sortie *y*(*t*), en régime permanent, si son entrée est définie par :

$$x(t) \;=\; 10\cos(10\,t)$$

QUESTION 4 (GEN211-1)

De façon générale, la fonction de transfert *H*(*s*) d'un système physique d'ordre N élevé peut toujours s'exprimer comme étant formée d'un produit de (N/2) fonctions de transfert de 2ième ordre, si N est pair, ou, lorsque N est impair, de [(N-1) / 2] fonctions de transfert de 2ième ordre auxquelles s'ajoute une fonction de transfert du 1er ordre.

Écrire les expressions mathématiques générales des fonctions de transfert (en *S*) du 1er ordre de type passe-bas et passe-haut de même que celles du 2ième ordre de type passe-bas, passe-haut, passe-bande et rejet de bande. Identifiez clairement chacune de ces fonctions de transfert.

Ébaucher la réponse à l'échelon $(x(t) = u(t))$ de ces différents filtres.

QUESTION 5 (GEN211-1)

Illustrez ci-dessous, sous la forme d'un schéma de concepts, comment, à partir de la fonction de transfert *H*(*s*) d'un système, on obtient la carte de ses pôles et de ses zéros dans le plan des fréquences complexes *s*.

QUESTION 6 (GEN211-1)

Soit, un filtre passe-bas d'ordre 1 dont la fonction de transfert est :

$$H_{bas}(s) = \frac{a}{s+a}$$

Soit, un filtre passe-haut d'ordre 1 dont la fonction de transfert est :

$$H_{haut}(s) = \frac{s}{s+b}$$

En disposant ces deux filtres en cascade, on obtient un filtre passe-bande d'ordre 2 dont la fonction de transfert peut s'exprimer sous la forme générale :

$$H_{bande}(s) = \frac{G\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s}{s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s + \omega_0^2}$$

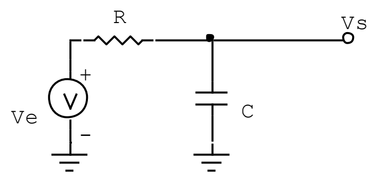
où :

- $\omega_0 = 2\pi f_0$ est la fréquence centrale du passe-bande en rad/sec
- G est le gain du filtre passe-bande à ω_0
- Q est le facteur de qualité du filtre passe-bande, soit le rapport entre sa fréquence centrale f_0 et sa bande passante $BW = f_{ch} - f_{cb}$, donc $Q = \frac{f_0}{BW}$

Questions : Quelle sera la valeur maximum du facteur de qualité *Q* que l'on peut obtenir en procédant de cette manière ? Interprétez ce résultat en terme de largeur de bande passante possible par rapport à la valeur de la fréquence centrale f_0.

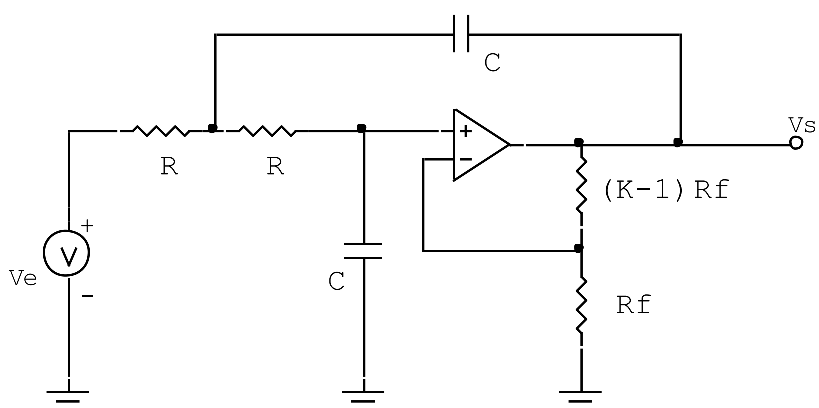
QUESTION 7 (GEN211-1)

Considérez le circuit passif ci-dessous dans lequel le produit $RC = 10^{-3}$ et la tension de sortie Vs vaut initialement 3 V (à $t = 0$ sec). En utilisant l'approche de la transformée de Laplace, déterminez la réponse temporelle complète $Vs(t)$ en incluant la valeur initiale non-nulle de la tension de sortie si le signal d'entrée $Ve(t)$ est un échelon $u(t)$.



QUESTION 8 (GEN230-2)

Soit le circuit suivant dans lequel l'ampli-op peut être considéré comme idéal :



Déterminer sa fonction de transfert $H(s) = V_s(s)/V_e(s)$ en présentant son dénominateur sous la forme standard $s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s + \omega_0^2$

1) $\frac{V_e - V_x}{R} = \frac{V_x - V_s}{1/sC} + \frac{V_x - V_+}{R}$

$V_+ = V_s \frac{R_f}{(K-1)R_f + R_f} \Rightarrow \frac{V_s}{K-1+1} \Rightarrow \frac{V_s}{K}$

$V_+ = V_x \frac{1/sC}{1/sC + R} \Rightarrow \frac{V_x}{1+RsC}$

$V_+(1+sRC) = V_x \Rightarrow \frac{V_s}{K}(1+sRC)$

2) $\frac{V_e - V_x}{R} = \frac{V_x - V_s}{1/sC} + \frac{V_x - V_+}{R}$

$V_e - V_x = V_x RSC - V_s SCR + V_x - V_+$

$V_e = V_x(1 + SRC + 1) + V_s(-SRC) + V_+(-1)$

$V_e = \frac{V_s}{K}(2 + sRC)(1 + sRC) + V_s(-sRC) + \frac{V_s}{K}(-1)$

$V_e K = V_s(2+sRC)(1+sRC) + V_s(-sKRC) \quad V_s$

$V_e K = V_s(2 + 3sRC + s^2R^2C^2 - sKRC - 1)$

$V_e K = V_s(s^2R^2C^2 + s(3-K)RC + 1)$

$V_e K = V_s(s^2R^2C^2 + s(3-K)RC + 1)$

$\frac{V_s}{V_e} = \frac{K}{s^2R^2C^2 + s(3-K)RC + 1}$

$\frac{V_s}{V_e} = \frac{K/R^2C^2}{s^2 + s\frac{(3-K)}{RC} + 1/R^2C^2}$