Examen formatif

Note : L'examen formatif est plus long que le sommatif, la raison est de permettre que le formatif soit une préparation complète pour le sommatif.

Exercice 1. Quatre charges fixées (donc qui ne peuvent se déplacer) sont disposées dans le plan. Une charge positive Q est en $(x, y) = (-a, a)$, une autre charge positive Q est en $(x, y) = (-a, -a)$, une charge négative $-Q$ est en $(x, y) = (a, a)$ et finalement une charge négative $-Q$ est en $(x, y) = (a, -a)$, où a est une constante positive.

a) Quelle est la force exercée sur une charge positive Q située à l'origine ?
b) Quel est le potentiel électrique à l'origine ?

Exercice 2. On a une sphère de rayon a et de densité volumique de charge $\rho_q = \frac{3Q}{4\pi a^3}$.

a) Déterminer la charge totale dans la sphère.
b) Donner la direction du vecteur de champ électrique à l'intérieur de la sphère. $\hat{e}_r$
c) Donner une expression pour le vecteur champ électrique à l'intérieur de la sphère. Gauss

Exercice 3. On considère un cylindre infini de rayon b et de densité volumique de charge uniforme.

a) À l'aide de l'équation de Poisson, déterminer le potentiel électrique à l'extérieur du cylindre.
b) À l'aide de l'équation de Poisson, déterminer le potentiel électrique à l'intérieur du cylindre. Noter que le potentiel doit rester fini en $\rho = 0$, ce qui permettra de fixer une constante d'intégration à zéro. Raccorder la dérivée de cette solution à la dérivée de celle obtenue à l'extérieur, c.à.d. les champs électriques doivent être égaux à la surface du cylindre en $\rho = b$. Raccorder aussi les valeurs des potentiels en $\rho = b$. Ceci permettra de fixer une autre constante d'intégration, mais il en restera une libre. C'est normal, car le potentiel est défini à une constante près. On pourra fixer cette dernière constante à zéro.

Exercice 4. On considère une barre conductrice droite positionnée le long de l'axe z. La barre a une conductivité σ et une section transverse rectangulaire située entre $x = -a/2$ et $x = a/2$ et $y = -b/2$ et $y = b/2$. La densité de courant dans cette barre est donnée par $\vec{J} = \frac{J_0}{a^2 b^2}(2xy^2 z\hat{e}_x + 2x^2 yz\hat{e}_y + x^2 y^2 \hat{e}_z)$.

a) Déterminer le courant dans la direction de la barre.
b) Déterminer le champ électrique dans la barre.
c) Déterminer un potentiel électrique dans la barre.
d) Montrer qu'il y a une incohérence en vertu de l'équation de continuité $\partial\rho/\partial t + \nabla\cdot\vec{J} = 0$ et de l'équation de l'électrostatique $\nabla\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$. Note : Ceci est une question subtile et serait une question boni dans un examen réel.

Exercice 5. Un cylindre de rayon b dont l'axe est selon l'axe z est situé entre $z = -L/2$ et $z = L/2$. La densité volumique de charge dans le cylindre est $\rho_q = Kz/L$.

a) Selon cette densité de charge, s'attend-on à ce que le cylindre ait un moment dipolaire électrique ? Expliquer.
b) Calculer le moment dipolaire électrique du cylindre.

Exercice 6. Une particule de charge négative q en valeur absolue et de masse m se déplace à vitesse constante v à l'horizontale. Elle se dirige dans le vide entre deux plaques parallèles de longueur L. Cette

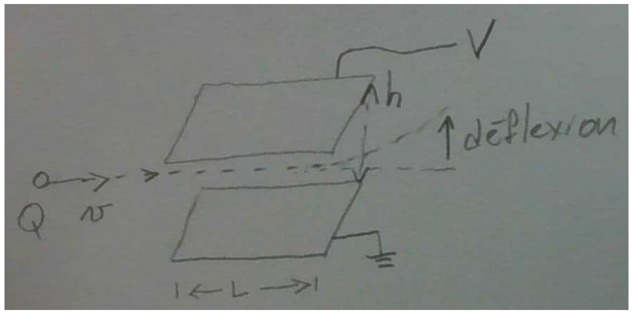

FIGURE 1

longueur est dans la direction de propagation de la particule, voir figure 1. Les plaques, entre lesquelles il y a le vide, sont séparées par une distance h. On négligera les effets de bord des plaques. Une expérience de caractérisation a permis de déterminer que la capacité des plaques est C et celles-ci portent une charge Q_p.

a) Quelle est la tension entre les plaques ?
b) Calculer la déflexion verticale de la particule à sa sortie des plaques. Donner la réponse en termes de la tension entre les plaques. La déflexion est-elle vers le haut ou vers le bas ?

Note : De telles plaques déflectrices étaient utilisées dans certains anciens téléviseurs à écran cathodique qui étaient des appareils assez sophistiqués. Les particules étaient des électrons et un faisceau d'électrons était balayé sur un écran avec des pigments de phosphore qui émet de la lumière lorsque frappé par un électron. On formait ainsi une image en balayant très rapidement le faisceau d'électrons de gauche à droite et de haut en bas. Normalement, on ne spécifie pas la tension entre les plaques via la charge et la capacité des plaques, car il est facile de mesurer directement la tension.

Exercice 7. Un câble coaxial contient un diélectrique linéaire homogène et isotrope de permittivité relative ϵ_r entre son conducteur interne et son conducteur extérieur. Montrer que lorsque le câble porte une densité de charge linéique λ constante, alors $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ dans le diélectrique.

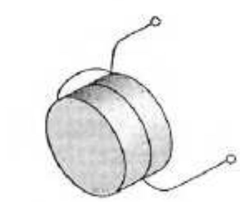

FIGURE 2

Exercice 8. Un condensateur céramique cylindrique est fait de trois plaques circulaires de rayon a superposées entre lesquelles il y a un matériau diélectrique de permittivité relative ϵ_r et d'épaisseur d, voir figure 2. La plaque supérieure est reliée à l'inférieure et les broches de connexion sont telles qu'illustré. Donner une expression pour la capacité de ce condensateur.

Exercice 9. Une coquille sphérique de rayon a portant une charge totale Q, repartie uniformement sur sa surface, est devant une grande plaque conductrice. Le centre de cette sphère est à une distance D de la plaque. Une charge ponctuelle de charge $-Q$ est de l'autre côté de la plaque conductrice à une distance D de celle-ci.

a) Faire un dessin de la situation.
b) Quel est le potentiel électrique sur la plaque ? Expliquer.

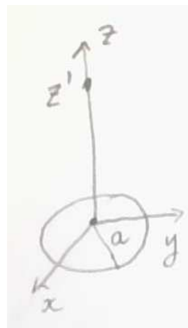

FIGURE 3

Exercice 10. L'expression pour le potentiel vecteur généré par un courant circulant dans une courbe $\mathscr{C}$ est donnée par

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\mathscr{C}} \frac{\mathrm{d}\vec{l}'}{||\vec{r} - \vec{r}'||}. \tag{1}$$

Sans évaluer l'intégrale, déterminer la valeur du potentiel vecteur $\vec{A}$ sur l'axe d'une spire circulaire de rayon a parcourue par un courant I, voir figure 3.

Exercice 11. Quel courant faut-il faire circuler dans un long fil mince droit pour que le champ magnétique à 1 cm du centre du fil soit de l'ordre de celui du champ magnétique de la terre qui est d'environ 50 μT (5×10^{-5} T) ? Selon vous, est-il aisé de produire des champs magnétiques de la force de celui de la terre en laboratoire ?