Formulaire - Électromagnétisme

Mathématiques

$$\text{Volume d'une sphère de rayon } R : \frac{4}{3}\pi R^3$$

Séries de MacLaurin (Taylor centrée à zéro) : $$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

$$\mathrm{d}v = \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = \rho\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}z = r^2 \sin\theta\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi$$

Mécanique

Deuxième loi de Newton : $$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

Électrostatique

Permittivité du vide : $$\varepsilon_0 = 8{,}854\,187\,82 \times 10^{-12}\ \mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{s}^4 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Note : Dans tout ce qui suit, les variables primées sont des variables par rapport auxquelles on intègre.

Loi de Coulomb (force de a sur b) : $$\vec{F}_{ab} = \frac{Q_a Q_b}{4\pi\epsilon_0 ||\vec{r}_{ab}||^2}\hat{r}_{ab} = \frac{Q_a Q_b}{4\pi\epsilon_0 ||\vec{r}_b - \vec{r}_a||^2}\frac{(\vec{r}_b - \vec{r}_a)}{||\vec{r}_b - \vec{r}_a||} = \frac{Q_a Q_b}{4\pi\epsilon_0}\frac{(\vec{r}_b - \vec{r}_a)}{||\vec{r}_b - \vec{r}_a||^3}$$

Force par le champ : $$\vec{F}_{ab} = \vec{E}_a Q_b$$

Champ dans l'espace d'une charge ponctuelle située en $\vec{r}$' : $$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 ||\vec{r} - \vec{r}'||^2}\overbrace{\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||}}^{\hat{e}_r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}$$

Champ dans l'espace d'un élément de charge situé en $\vec{r}$' : $$\mathrm{d}\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\mathrm{d}q'\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}$$

Champ d'une distribution de charge volumique : $$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\mathcal{V}} \rho_q(\vec{r}')\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}\,\mathrm{d}v'$$

Champ d'une distribution de charge surfacique : $$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\mathcal{S}} \sigma_q(\vec{r}')\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}\,\mathrm{d}a'$$

Champ d'une distribution de charge linéique : $$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\mathscr{C}} \lambda_q(\vec{r}')\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}\,\mathrm{d}l'$$

Travail externe requis pour déplacer une charge dans un champ électrique : $$W = -\int_A^B Q\vec{E}(\vec{r}') \cdot \mathrm{d}\vec{l}'$$

Potentiel entre deux points (travail par unité de charge W/Q) : $$V_P - V_{P_0} = -\int_{P_0}^{P} \vec{E}(\vec{r}') \cdot \mathrm{d}\vec{l}'$$

Champ électrique à partir du potentiel $\vec{E} = -\nabla V$, $\vec{E}$ champ conservatif

Potentiel dans l'espace d'une charge ponctuelle située en $\vec{r}$' : $$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{||\vec{r} - \vec{r}'||}$$

Potentiel d'une distribution de charge volumique : $$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_q(\vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||}\,\mathrm{d}v'$$

Théorème de Gauss : $\oint_{\mathscr{S}} \vec{E}(\vec{r}\,') \cdot \mathrm{d}\vec{a}\,' = \frac{Q_{\text{in}}}{\varepsilon_0}$

Théorème de Gauss sous forme locale (ou différentielle) : $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_q}{\varepsilon_0}$

Équation de Poisson : $\nabla^2 V = -\frac{\rho_q}{\varepsilon_0}$ (Éq. de Laplace quand $\rho_q = 0$: $\nabla^2 V = 0$)

Courant et densité de courant : $I = \int_{\mathscr{S}} \vec{J}(\vec{r}\,') \cdot \mathrm{d}\vec{a}\,'$

Loi de conservation de la charge : $\frac{\partial \rho_q}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$

Forme locale de la loi d'Ohm : $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Résistance : $R = \frac{L}{\sigma a}$ (a aire de la section transverse du conducteur)

Conduction d'électrons (charge de l'électron -e) : $\vec{J} = \sigma \vec{E} = -ne\vec{v}_d$ (n : nombre de charges par unité de volume)

Mobilité des électrons : $\mathscr{M} = \left| \frac{v_d}{e} \right|$

Champ électrique tout près de la surface d'un conducteur : $\vec{E} = \frac{\sigma_q}{\varepsilon_0} \hat{n}$

Moment dipolaire électrique : $\vec{p} = Q\vec{s}$

Élément de moment dipolaire électrique : $\mathrm{d}\vec{p} = \vec{r}\,' \,\mathrm{d}q'$

Moment dipolaire électrique d'une distribution de charge : $\vec{p} = \int_{\mathscr{V}} \vec{r}\,' \rho_q(\vec{r}\,') \,\mathrm{d}v'$

Énergie potentielle d'un ensemble de charges ponctuelles : $\mathscr{E} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} Q_i V_i$

Énergie potentielle d'une distribution volumique de charge : $\mathscr{E} = \frac{1}{2} \int_{\mathscr{V}} V(\vec{r}\,') \rho_q(\vec{r}\,') \,\mathrm{d}v'$

Énergie emmagasinée dans le champ électrique : $\mathscr{E} = \int_{\mathscr{V}} \frac{\varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}\,') \cdot \vec{E}(\vec{r}\,')}{2} \mathrm{d}v' = \int_{\mathscr{V}} \frac{\varepsilon_0 E^2(\vec{r}\,')}{2} \mathrm{d}v'$ N/m² P.120

Capacité : $C = \frac{Q}{V}$

Énergie emmagasinée dans un condensateur : $\mathscr{E} = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$

Polarisation électrique : $\vec{P} = n\vec{p}$ (n : nombre de dipôles par unité de volume) C/m² P.130

Densité surfacique de charge liée (ou de charge de polarisation) : $\sigma_p = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}a} = \vec{P} \cdot \hat{n}$

Charge liée nette sortante : $Q_{\text{ext}} = \int_{\mathscr{S}} \sigma_p(\vec{r}\,') \,\mathrm{d}a' = \int_{\mathscr{S}} \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \hat{n}' \,\mathrm{d}a' = \int_{\mathscr{S}} \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \mathrm{d}\vec{a}\,'$

Densité volumique de charge liée (ou de charge de polarisation) : $\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$

Densité de courant de polarisation : $\vec{J}_p = \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

Théorème de Gauss dans les diélectriques : $\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_l + \rho_p}{\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_{\text{tot}}}{\varepsilon_0}$

Induction électrique : $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

Divergence de l'induction électrique : $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_l$

Susceptibilité électrique χ_e (matériaux linéaires) : $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$

Permittivité relative : $\varepsilon_r = 1 + \chi_e = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$, $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$

Théorème de Gauss dans les diélectriques linéaires, homogènes et isotropes : $\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_l}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = \dfrac{\rho_l}{\varepsilon}$

Densité de courant de déplacement : $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

Magnétostatique

Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$

Force de Lorentz : $\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Loi de Biot-Savart : $\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int_{\mathscr{C}} \dfrac{\mathrm{d}\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathscr{V}} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} \mathrm{d}v'$$

Flux du champ magnétique (ou simplement flux magnétique) : $\Phi_m = \displaystyle\int_{\mathscr{S}} \vec{B}(\vec{r}') \cdot \mathrm{d}\vec{a}'$

Théorème de Gauss pour le champ magnétique : $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

Potentiel vecteur : $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\mathscr{C}} \frac{\mathrm{d}\vec{l}'}{||\vec{r} - \vec{r}'||}$$

dA dr = dv

I= $\vec{J}$ dA

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathscr{V}} \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||} \mathrm{d}v'$$

Dipôle magnétique : $\vec{m} = I\vec{a}$ ($\vec{a}$: aire)

Intégrale curviligne du potentiel vecteur : $\displaystyle\oint_{\mathscr{C}} \vec{A}(\vec{r}') \cdot \mathrm{d}\vec{l}' = \int_{\mathscr{S}} \vec{B}(\vec{r}') \cdot \mathrm{d}\vec{a}' = \Phi_{\text{m}}$

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

Théorème de la circulation d'Ampère : $\displaystyle\oint_{\mathscr{C}} \vec{B}(\vec{r}') \cdot \mathrm{d}\vec{l}' = \mu_0 I_{\text{travers}\,\mathscr{C}}$

Force magnétique sur un élément de fil parcouru par un courant : $\mathrm{d}\vec{F} = I\,\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$