Guide de l'étudiant

APP5 – Session S4

GE

Génie électrique, génie informatique, génie robotique
Faculté de génie
Université de Sherbrooke

Hiver 2024

Note : En vue d'alléger le texte, le masculin est utilisé pour désigner les femmes et les hommes.

Document : GE-S4-APP5-Guide_etudiants-H24 (Guide de l'étudiant)

Document et gabarit rédigés par Réjean Fontaine; Daniel Dalle; Gérard Lachiver; Philippe-Aubert Gauthier; Éric Plourde; Paul G. Charrette, 2020

Révisé par Paul G. Charrette, Philippe-Aubert Gauthier, Éric Plourde, 2020; Max Hofheinz, François Grondin, 2022

Dernière sauvegarde : 2024-02-16

Table des matières

1. Activités pédagogiques et compétences

GEL412 - Traitement numérique des signaux

1. Analyser des signaux à temps discret dans les domaines temporel et fréquentiel.
2. Déterminer la réponse d'un filtre numérique linéaire à une excitation périodique et apériodique.
3. Concevoir un filtre numérique selon des spécifications de tolérance, en vue d'une application donnée.

2. Synthèse de l’évaluation

La note attribuée aux activités pédagogiques de l’APP est une note individuelle, sauf pour le rapport d’APP qui est une note par équipe de deux. L’évaluation porte sur les compétences figurant dans la description des activités pédagogiques de l’APP à la section 1.

Pondération des points par compétence lors de l’évaluation du rapport de l’APP, de l’évaluation sommative et de l’évaluation finale :

Activité pédagogique :	**GEL412**		
Compétences :	**C1**	**C2**	**C3**
Rapport d’APP	16	24	20
Validation	14	6	10
Évaluation sommative	80	80	80
Évaluation finale GEL 412	*135*	*135*	*135*
Total	**245**	**245**	**245**

3. Qualités de l’ingénieur

Les qualités de l’ingénieur visées par cette unité d’APP sont les suivantes. D’autres qualités peuvent être présentes sans être visées ou évaluées dans cette unité d’APP.

	Q01	Q02	Q03	Q04	Q05	Q06	Q07	Q08	Q09	Q10	Q11	Q12
Touchée	X	X	X	X	X							
Évaluée	X		X		X							

Les qualités de l'ingénieur sont les suivantes. Pour une description détaillée des qualités et leur provenance, consultez le lien suivant : http://www.usherbrooke.ca/genie/etudiants-actuels/au-baccalaureat/bcapg/.

Qualité	**Libellé**
Q01	Connaissances en génie
Q02	Analyse de problèmes
Q03	Investigation
Q04	Conception
Q05	Utilisation d'outils d'ingénierie
Q06	Travail individuel et en équipe
Q07	Communication
Q08	Professionnalisme
Q09	Impact du génie sur la société et l'environnement
Q10	Déontologie et équité
Q11	Économie et gestion de projets
Q12	Apprentissage continu

4. Énoncé de la problématique

Titre : analyse et synthèse audio

Contexte et motivation : la synthèse pour l'interactions

Vous êtes chez *AnthRoBotik*, une start-up branchée en expansion grâce à des percées récentes en robotique. On confie à votre équipe un projet de dispositif d'interaction homme-machine : il faut concevoir la partie de rétroaction avec l'utilisateur, c'est-à-dire les signaux sonores qui sont transmis à l'utilisateur pour lui communiquer des informations quant à son interaction avec le robot. Ce dispositif sera intégré à un robot d'assistance pour les personnes en perte d'autonomie ou nécessitant une aide régulière. Le cahier des charges mentionne la nécessité d'avoir des sons agréables et non dérangeants, vous allez donc vous inspirer des sonorités d'instruments de musique. De plus, afin de fournir une rétroaction sonore qui offre plus d'expressivité, de subtilité et qui est facilement modifiable, vous devrez synthétiser ces sons plutôt que seulement en utiliser des enregistrements.

Description de la problématique

La solution que vous préconisez consiste à analyser les signaux audio qui seront utilisés par le dispositif, et d'en extraire certains paramètres pour synthétiser un signal proche de celui qui a été analysé. Pour chaque son, les paramètres extraits sont : les sinusoïdes principales (fréquence, amplitude et phase) ainsi que l'enveloppe temporelle du signal sonore. Les sinusoïdes principales seront extraites en calculant la transformée de Fourier Discrète (TFD) (DFT pour *Discrete Fourier Transform*) du signal, à l'aide de l'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT pour *Fast Fourier Transform*) (voir Note 1). Pour minimiser l'effet de fuite, vous appliquerez un fenêtrage approprié avant de faire le calcul de la transformée de Fourier. Vous faites l'hypothèse que le signal analysé est stationnaire, c.-à-d. qu'on peut lui appliquer une seule analyse de Fourier sur sa durée complète.

L'enveloppe temporelle sera obtenue en redressant le signal temporel (valeur absolue) et en filtrant le signal redressé par un filtre passe-bas de type RIF (réponse impulsionnelle finie ou FIR pour *Finite Impulse Response*). Un filtre RIF à coefficients égaux est suffisant (choisir un filtre de gain DC égal à 0 dB). Son ordre N sera choisi tel que le gain de la réponse en fréquence du filtre RIF sera de – 3 dB à la fréquence normalisée $\pi/1000$ (Note 2). Notez que vous devez démontrer mathématiquement comment vous arrivez à l'ordre N de votre filtre. On

Bulle info et justification : Pourquoi faire!? Design sonore et interaction
Chez AnthRoBotik, on vise des conceptions guidées par la qualité de l'expérience de l'utilisateur, on valorise la conscience des impacts potentiels de la robotique sur la société et dans la vie des gens.
Mais, pourquoi synthétiser des sons plutôt qu'utiliser des enregistrements? Avec des sons synthétisés (c.-à-d. générés par simple calculs, souvent en temps réel), on peut imiter des sons réels, comme ceux des instruments de musique. Cette approche offre ainsi à la fois un son reconnaissable et malléable. Malléable puisqu'il pourra être modifié aisément pour, par exemple, transmettre une notion d'intensité ou de quantité. Prenons un exemple. On cherche à communiquer la météo extérieure, le son pourrait varier de hauteur (de note : de grave à aiguë) en fonction de la température en Celsius, etc. Avec des enregistrements sonores, ceci serait plus difficile, et il faudrait en enregistrer et en stocker beaucoup. Dans le cas d'application qui nous concerne ici, la qualité reconnaissable du son peut aussi mettre en confiance l'usager, le rassurer en restant dans une zone connue.

conservera ainsi uniquement la partie très basses fréquences du signal redressé, ce qui constitue son enveloppe temporelle.

Un signal de synthèse d'assez bonne qualité pourra être produit en additionnant les sinusoïdes principales (avec les bonnes fréquences, phases et amplitudes), et en multipliant cette somme de sinusoïdes par l'enveloppe temporelle. Pour accentuer la flexibilité et l'interaction potentielle, vous proposez de produire des notes différentes à partir uniquement des paramètres d'une seule note de musique, en modifiant ceux-ci pour produire une note donnée (Note 3).

Pour commencer le travail sur la partie analyse/synthèse sonore, vous utilisez deux exemples de signaux audio typiques de ceux qui seront utilisés dans le dispositif en développement. Le premier son est dans le fichier « Note_guitare_LAd.wav ». Il s'agit de la note LA#, à environ 466 Hz. Vous en faites l'analyse, en considérant au maximum 32 sinusoïdes (les harmoniques les plus importantes, telles que vues à la Note 1). Vous produisez ensuite, uniquement à l'aide des paramètres de votre analyse, un signal de synthèse qui devra être perçu comme étant proche de la note de guitare originale. Vous étendez ensuite votre algorithme de synthèse pour jouer, à la guitare, les 8 premières notes de la 5e symphonie de Beethoven (Note 3). Notez que ces 8 premières notes sont SOL SOL SOL MI bémol (silence) FA FA FA RE.

L'autre son a malheureusement été corrompu et vous devez le restaurer avant d'en extraire les paramètres pour faire la synthèse. Il s'agit du signal « note_basson_plus_sinus_1000_Hz.wav », auquel une sinusoïde de contrôle de 1000 Hz, très audible, a été ajoutée. Il faut donc éliminer cette sinusoïde. Votre suggestion est d'opter pour un filtre RIF coupe-bande, dont le gain DC est de 0 dB, avec un effet coupe-bande de 980 à 1020 Hz et d'ordre $N = 4096$ (Note 4). Après avoir éliminé cette sinusoïde de contrôle, vous faites l'analyse de ce signal et vous le synthétisez aussi à partir des paramètres de votre analyse. Vous êtes vigilent, car, la composante fréquentielle fondamentale n'est pas nécessairement celle dont l'amplitude est la plus grande dans le spectre de Fourier !

Puisqu'il s'agit d'une démonstration, vous choisissez de réaliser vos fonctions en code MatLab/Python (Note 5, GRO = Matlab, GEGI = Python), que vous commenterez de façon appropriée. Vous utiliserez aussi autant que possible une approche modulaire, c.-à-d. par fonctions spécifiques à chaque module de traitement à effectuer. Votre rapport devra comprendre les éléments décrits dans son évaluation (voir section 10.1).

Lors de la démonstration (validation) de votre prototype (en MatLab/Python), vous devrez produire le signal audio de synthèse uniquement à partir d'un fichier qui contient les paramètres extraits (c.-à-d. les fréquences, amplitudes et phases des sinusoïdes, de même que l'enveloppe temporelle).

Vous devrez soumettre un rapport décrivant votre démarche, présentant les concepts clefs, et illustrant vos résultats pour les différentes étapes impliquées : analyse, enveloppe, synthèse, filtrage (voir Sections 10.1 et 10.2 pour le détail).

5. Connaissances nouvelles

5.1. Connaissances déclaratives : *quoi*

- Théorème d’échantillonnage
- Système linéaire et invariant dans le temps (système « LTI – Linear-Time-Invariant »)
- Principe général du convertisseur analogique vers numérique
- Sinusoïdes à temps discret, exponentielles complexes discrètes, phaseurs, plan complexe
- Phénomène de repliement et fréquence de Nyquist
- Représentation d’un signal par une somme de fonctions orthogonales, orthogonalité des sinusoïdes
- Transformée de Fourier discrète et transformée de Fourier inverse
- Transformée de Fourier rapide
- Analyse de signaux à temps discret, notions de contenu fréquentiel et largeur de bande
- Équation aux différences d’un filtre numérique linéaire, convolution de signaux numériques, réponse à l’impulsion
- Réponse en fréquence
- Fenêtrage et types de fenêtres
- Analyse dans le domaine temporel
- Analyse dans le domaine fréquentiel
- Réciprocité temps/fréquence des propriétés de périodicité et de discrétisation

5.2. Connaissances procédurales : *comment*

- Effectuer les passages entre les domaines du temps discret et des fréquences
- Utiliser la transformée de Fourier rapide
- Effectuer et interpréter une analyse de signal discret dans le domaine des fréquences
- Appliquer une fenêtre temporelle dans l’analyse de signal
- Concevoir et appliquer un filtre de type RIF (Réponse impulsionnelle finie, ou réponse finie à l’impulsion) selon des spécifications
- Évaluer et analyser la réponse d’un filtre RIF ou d’un système linéaire et invariant dans le temps (système « LTI – Linear-Time-Invariant »)
- Appliquer un filtre de type RIF à un signal avec : l’équation aux différences, le filtrage rapide par transformée de Fourier rapide
- Identifier et choisir une fréquence d’échantillonnage pour éviter le repliement en fréquence

5.3. Connaissances conditionnelles : *quand*

- Savoir quand utiliser l'analyse des signaux discrets dans le domaine des fréquences
- Savoir quand utiliser une fenêtre temporelle et pourquoi
- Savoir quand utiliser un filtre de type RIF (Réponse finie à l'impulsion) et pourquoi
- Savoir quand utiliser le filtrage par convolution versus le filtrage rapide selon la situation
- Savoir quand un système est linéaire et invariant dans le temps et donc savoir quand il est possible d'utiliser l'ensemble des outils abordés

6. Guide de lecture

6.1. Références essentielles à consulter

Volume obligatoire : « Understanding Digital Signal Processing » (UDSP) de Richard G. Lyons (3e édition).

Autres références :

- Vidéo en ligne sur la convolution, disponible sur la page web de l'APP.
- Voir documentations optionnelles et autres références optionnelles sur la page web de l'APP.

6.2. Séquence d'étude suggérée

Préparation au 1er procédural et au laboratoire de la première semaine :

Étudier, dans l'ordre, les éléments et sections suivants du livre "Understanding Digital Signal Processing" (UDSP) de Richard G. Lyons (3e édition).

Pour la lecture, vous pouvez placer la priorité sur <u>les éléments surlignés</u> pour votre préparation, mais tout devrait être lu pour couvrir l'ensemble des sujets de la problématique et de l'APP.

Afin de bien maîtriser les nouvelles connaissances, on recommande fortement de résoudre les exercices proposés (quelques-uns par section, ou plus). **La pratique est la clé du succès !**

1. Sujet : signaux discrets, principes généraux (**Chapitre 1**)
   a. Chapitre 1 : paragraphe d'introduction
   b. Sections <u>1.1</u>, 1.2, 1.3, <u>1.4</u>, <u>1.5</u> et 1.5.1 (ne pas lire 1.5.2).
   c. Sections <u>1.6</u> et <u>1.6.1</u>.
   d. Sections <u>1.7</u> et <u>1.8</u>.
   e. Section : A.1, pour les phaseurs et le plan complexe
   f. Sections : E, E.1 et E.2, rappel (ou introduction) pour les décibels
   g. *Option : Annexe A pour rappel des nombres complexes et des opérations sur les nombres complexes*
   h. Exercices proposés : 1.1, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.10, 1.11, 1.13, 1.15, 1.17 à 1.23
2. Sujet : échantillonnage et signaux discrets (**Chapitre 2**)
   a. Chapitre 2 : paragraphe d'introduction
   b. Sections <u>2.1</u> et <u>2.2</u>
   c. Exercices proposés : 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.15
3. Sujet : Transformée de Fourier discrète (DFT) (**Chapitre 3)**
   a. <u>Chapitre 3 : paragraphe d'introduction</u>
   b. Sections <u>3.1, 3.2</u>, 3.3, 3.4, <u>3.5</u>, 3.6 : DFT et propriétés de la DFT
   c. Sections <u>3.7, 3.8, 3.9, 3.11</u>, 3.13, 3.13.1, 3.13.2, <u>3.13.4, 3.14</u> : plus de DFT
   d. Exercices proposés : 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 3.9, 3.10, 3.12, 3.14, 3.15, 3.18, 3.19, 3.21, 3.24
4. Sujet : Transformée de Fourier Rapide (**Chapitre 4**)
   a. <u>Chapitre 4 : paragraphes d'introduction</u>
   b. Section <u>4.1</u> : FFT et SFT
   c. Section <u>4.2</u> : utilisation pratique de la FFT

i. Sections 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4

d. *Lecture en option : pour comprendre pourquoi la FFT est rapide et pour comprendre les rouages algorithmiques de la FFT : Sections 4.3 à 4.6*

e. Exercices proposés : 4.1 à 4.7

5. Sujet : Filtres à réponse impulsionnelle finie (**Chapitre 5**)
   a. Chapitre 5 : paragraphe d'introduction
   b. Sections 5.1, 5.2, 5.3 (et sous-sections), 5.4, 5.5, et 5.8.
   c. Sections 5.9 (introduction), 5.9.1, 5.9.2
   d. Sections 5.10 (introduction), 5.10.1, 5.10.2, 5.10.3, 5.10.4, 5.10.5
   e. Exercices proposés : 5.1, 5.2, 5.4, 5.5, 5.6, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.15, 5.17, 5.23, 5.25, 5.27, 5.28

Préparation au 2e procédural :

Poursuivre, et réviser, l'étude des éléments et sections suivants du livre "Understanding Digital Signal Processing" (UDSP) de Richard G. Lyons (3e édition).

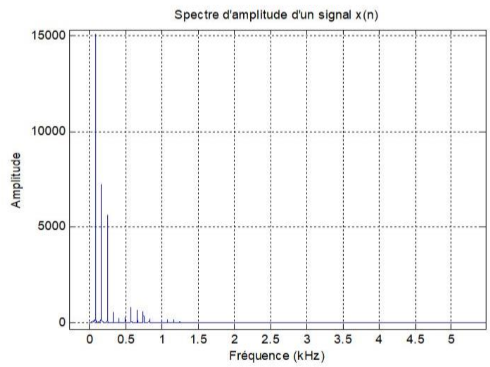
Pour la lecture, vous pouvez placer la priorité sur les éléments surlignés pour votre préparation, mais tout devrait être lu pour couvrir l'ensemble des sujets de la problématique et de l'APP.

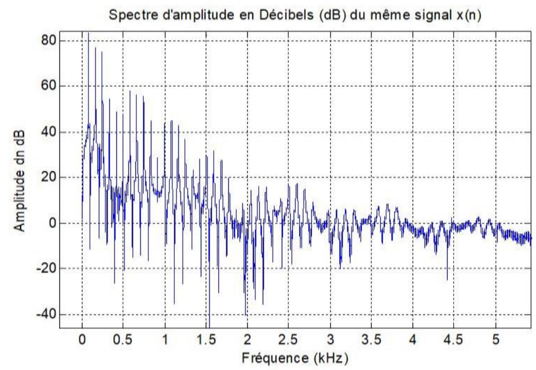
On recommande fortement de résoudre les exercices proposés (quelques-uns par section, ou plus) en vue des examens et évaluations. La pratique est la clé du succès !

6. Sujet : trucs et astuces en traitement numérique du signal (**Chapitre 13**)
   a. Section 13.6 : transformée de Fourier inverse par transformée de Fourier
   b. Section 13.7 : structure RIF (FIR) simplifiée
   c. Section 13.10 : filtrage RIF (FIR) rapide avec la FFT
   d. Section 13.23 : retirer le DC
      i. Paragraphe d'introduction
      ii. Section 13.23.1 : retrait du DC par bloc
      iii. Ne pas lire les sections suivantes

6.3. Notes de lecture (partie technique de l'APP)

Note 1. L'algorithme FFT (*Fast Fourier Transform*, transformée de Fourier rapide) est une façon particulière de calculer plus efficacement et plus rapidement la TFD. Pour les besoins de la présente unité, nous allons utiliser la routine MatLab/Python correspondante « *fft* » pour calculer la TFD. Les sinusoïdes principales correspondent aux raies spectrales de la TFD dont l'amplitude dépasse un certain seuil (une fraction, par exemple 10%, de l'amplitude spectrale maximale de tout le spectre) et qui constituent en même temps un maximum local. Une raie spectrale est un maximum local si son amplitude est plus élevée que les raies spectrales adjacentes (celle qui la précède et celle qui la suit, dans le cas le plus simple). Notez qu'il sera beaucoup plus facile de « voir » les harmoniques si le spectre d'amplitude est en dB (20 * log10 de quelque chose…). L'exemple de la figure suivante est assez éloquent. A gauche, le spectre d'amplitude (premiers 5 kHz) et à droite le même spectre d'amplitude mais en dB. On voit beaucoup mieux les sinusoïdes de faible amplitude (notre oreille étant un récepteur à sensibilité logarithmique, ces sinusoïdes sont d'une grande importance car elles seront perçues).





Autre point, maintenant. Supposons que nous évaluons la position de la sinusoïde sous-jacente à la position m du spectre discret (la TFD, voir UDSP Eq. (3-2)). Comment interpréter cette valeur m en termes de fréquence, et surtout de fréquence *analogique* en Hz? Il faut revenir aux notions de base entre fréquence analogique et fréquence normalisée. Notamment, le lien entre la fréquence analogique f (en Hz) et la fréquence normalisée ω (en radians par échantillon) (parfois notée par θ au lieu de ω, selon les ouvrages) (voir exemple UDSP Sec. 3.13.4) est donnée par :

$$\omega = 2\pi f/F_e$$

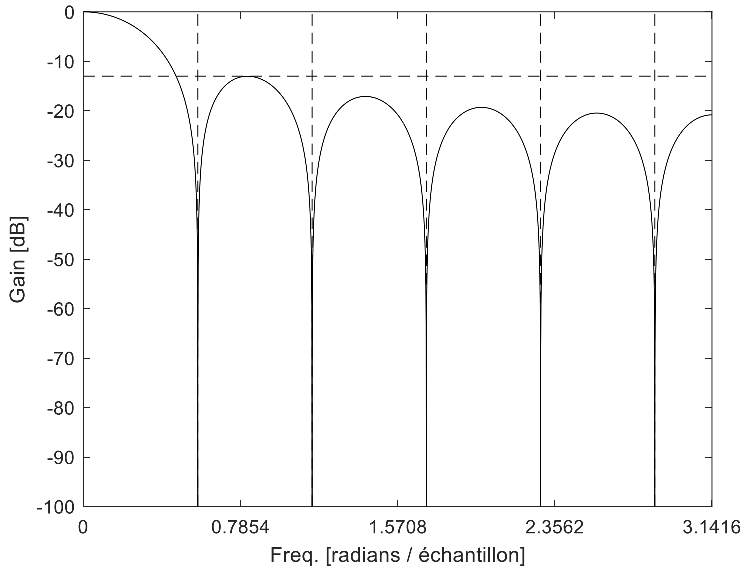
où F_e est la fréquence d'échantillonnage (en Hz, ou échantillons par seconde). Il nous faut donc connaître F_e pour revenir à la fréquence f en Hz. On a donc

$$f = (\omega / 2\pi) F_e$$

et ω est donnée par $2\pi m/N$ où m est le numéro de la raie spectrale (dans la FFT) correspondant à un « pic » et N est la taille de la FFT. On a donc finalement :

$$f = (m/N) F_e$$

Note 2. Un filtre RIF d'ordre N à coefficients constants tous égaux n'est rien d'autre qu'une opération de moyenne centrée à un échantillon donné du signal d'entrée. De plus, avec une bonne connaissance des fonctions de réponse en fréquences des filtres numériques, on peut montrer assez facilement qu'un filtre RIF à coefficients égaux d'ordre N (c.-à-d. ayant N+1 coefficients) présente un zéro spectral à tous les $2\pi/(N+1)$ radians par échantillon, et que tous ses lobes secondaires ont une amplitude au moins 13 dB sous l'amplitude du lobe principal. On montre ci-dessous le gain de la réponse en fréquence d'un FIR à coefficients constants d'ordre N=10 pour fins d'illustration (l'axe horizontal est la fréquence, en radians / échantillon, et l'axe vertical est le gain, en dB) :



On observe que cette réponse en fréquence a un zéro spectral (c.-à-d. un gain de zéro, donc $-\infty$ décibels) à tous les multiples de $2\pi/(N+1)$ radians par échantillon (traits pointillés verticaux). On observe aussi que le gain du lobe secondaire est à –13 dB, c.-à-d. 13 dB sous le gain du lobe principal (0 dB, centré à la DC ($f=0$)) (trait pointillé horizontal). On peut donc assumer que ce filtre est un filtre passe-bas (de mauvaise qualité certes, mais il s'agit d'un filtre passe-bas quand-même), dont la fréquence de coupure (gain à -3 dB) est entre 0 et $2\pi/(N+1)$ radians par échantillon.

Concernant votre filtre passe-bas devant lisser l'enveloppe temporelle du signal, il suffit de s'assurer que le point de la réponse en fréquence du filtre ayant un gain à $-3\ dB$ soit situé à la fréquence $\pi/1000$ radians par échantillon. Vous devrez donc calculer la valeur de N, pour satisfaire cette contrainte.

Note 3 Entre deux notes de musique séparées par une octave, par exemple entre deux DO consécutifs sur le clavier d'un piano, la fréquence fondamentale varie exactement par un facteur de 2. Par exemple, le LA international a une fréquence fondamentale de 440 Hz. C'est à cette fréquence que vibre un diapason en LA (si vous avez déjà accordé une guitare au son). Ainsi, le LA de l'octave supérieure a une fréquence fondamentale de 880 Hz, et le LA de l'octave inférieure a une fréquence fondamentale de 220 Hz.

De plus, on compte 12 notes distinctes dans une octave complète, incluant les « dièses », indiqués par le symbole #. Ces 12 notes sont séparées par un écart de fréquences uniforme sur l'échelle logarithmique. Plus précisément, si on connait la fréquence d'une note donnée, f_0, et que l'on veut calculer la fréquence, f_1, d'une note séparée de k intervalles de la note f_0, alors on a la relation :

$$f_1 = \left(2^{\frac{k}{12}}\right) f_0$$

L'entier k peut être positif ou négatif. Le tableau suivant donne la correspondance entre la note, l'indice k, ainsi que la fréquence fondamentale, des 12 notes de l'octave comprenant le LA international (440 Hz). On a pris par défaut la valeur k = 0 pour le LA international, mais le 0 peut se situer n'importe où sur l'échelle. Si on avait associé la valeur k = 0 à toute autre note, on aurait obtenu les mêmes valeurs de fréquences. Seulement, ici, on connaissait déjà la valeur (en Hz) du LA, et donc naturellement c'est notre point de référence.

NOTE	**Indice *k***	**Facteur**	**Fréquence fondamentale (Hz)**
DO	-9	$2^{(-9/12)}$ = 0.595	261.6
DO #	-8	$2^{(-8/12)}$ = 0.630	277.2
RÉ	-7	$2^{(-7/12)}$ = 0.667	293.7
RÉ #	-6	$2^{(-6/12)}$ = 0.707	311.1
MI	-5	$2^{(-5/12)}$ = 0.749	329.6
FA	-4	$2^{(-4/12)}$ = 0.794	349.2
FA #	-3	$2^{(-3/12)}$ = 0.841	370.0
SOL	-2	$2^{(-2/12)}$ = 0.891	392.0
SOL #	-1	$2^{(-1/12)}$ = 0.944	415.3
LA	0	$2^{(0/12)}$ = 1.000	440.0
LA #	1	$2^{(1/12)}$ = 1.060	466.2
SI	2	$2^{(2/12)}$ = 1.123	493.9

Note 4 Il est possible de concevoir un filtre RIF coupe-bande d'ordre N à partir d'un filtre passe-bas RIF d'ordre N et avec les équations de transformation (voir la dernière section de ce document ou la section 5.4 de UDSP. Attention : les équations à la fin du présent document sont plus puissantes et utiles que celles proposées dans UDSP).

Pour ce cas précis, il est nécessaire d'utiliser l'équation de transformation suivante qui est appliquée à un filtre passe-bas de réponse impulsionnelle $h_{lp}[n]$ et de fréquence de coupure normalisée ω_1 (voir Note 1). Ainsi, en partant de $h_{lp}[n]$, on trouve $h_{bs}[n]$ (pour *band-stop*), la réponse impulsionnelle du nouveau filtre coupe-bande de $(\omega_0-\omega_1)$ à $(\omega_0+\omega_1)$ est donc :

$$h_{bs}[n] = \delta(0) - 2\, h_{lp}[n] \cos(\omega_0\, n)$$

Avec la fonction impulsion $\delta(0) = 1$ pour $n = 0$ uniquement et $\delta(0) = 0$ pour tout autre n. Ce nouveau filtre coupe-bande de $(\omega_0-\omega_1)$ à $(\omega_0+\omega_1)$ est donc centré à ω_0 et avec une largeur de bande de $2\omega_1$.

Pour cette étape, vous décidez de partir avec un filtre passe-bas $h_{lp}[n]$ dans le domaine du temps obtenu avec la méthode la plus simple : soit un filtre de type moyenne mobile avec des coefficients $h_{lp}[n]$ tous égaux (Note 2) et avec un ordre déterminé dans la problématique. Vous devrez donc trouver ω_0 pour trouver le coupe-bande puis appliquer cette équation de transformation.

Astuce : si vous trouvez que le filtre RIF n'atténue pas suffisamment la sinusoïde de contrôle de 1000 Hz, il est possible d'appliquer plusieurs fois de suite le filtre sur le signal.

Note 5 Pour GRO, MatLab est utilisé. Pour GEGI, Python est utilisé. Dans ce guide, lorsque MatLab/Python est indiqué, veuillez l'interpréter en fonction de votre programme d'étude.

7. Logiciels et matériel

Pour GRO, MatLab est utilisé. Pour GEGI, Python est utilisé.

Dans ce guide, lorsque MatLab/Python est indiqué, veuillez l'interpréter en fonction de votre programme d'étude.

8. Sommaire des activités liées à l'unité

1ère Semaine de l'unité :

- 1ière rencontre de tutorat
- Étude personnelle et exercices
- Formation à la pratique procédurale 1
- Formation à la pratique en laboratoire (en groupes collaboratifs de 2)
- Formation à la pratique procédurale 2
- Étude personnelle et exercices
- Début de l'inscription dans votre *logbook* de la démarche détaillée suivie pour résoudre la problématique
- Rencontre de collaboration à la solution de la problématique

2ème Semaine de l'unité :

- Étude personnelle et exercices
- Poursuite de l'inscription dans votre *logbook* de la démarche détaillée suivie pour résoudre la problématique
- Validation pratique de la solution (en groupes collaboratifs de 2)
- 2ième rencontre de tutorat et réalisation en groupe des schémas de concepts demandés
- Évaluation formative
- Étude personnelle et exercices
- Remise du rapport technique pour l'APP
- Évaluation sommative

9. Productions à remettre

9.1. Validation et rapport

- Démonstration de vos solutions à la problématique lors de la validation
  - Validation sur place que vos codes sont fonctionnels, exécutables et qu'ils donnent des résultats.
  - Écoute des sons de synthèse, des notes et de la mélodie (avec fonction « sound », ou par sauvegarde de fichiers « wav », ou autre) obtenus avec votre code.
  - Votre explication de la démarche d'analyse des sons et affichage de vos spectres des sons analysés et synthétisés, avec identification des 32 harmoniques retenus.
  - Écoute de votre son de basson avant et après filtrage pour retirer le 1000 Hz.
  - Votre explication de la démarche de filtrage et affichage de votre réponse en fréquence du filtre pour retirer le 1000 Hz.
- Rapport technique d'APP (voir les sections suivantes (9.2, 9.3, 10.1) pour les consignes détaillées). Le rapport doit être réalisé en équipe de 2 personnes. Ce rapport doit contenir les éléments décrits au tableau de la section 10.1, présentant les éléments du rapport et le barème de correction.

À faire avant l'activité de validation de la solution :

- Avoir bien développé dans son *logbook* les éléments de solution de la problématique.
- Avoir une version modulaire (une fonction par module) et bien documentée du code MatLab/Python (voir Note 5) pour les différents modules de la problématique.
- S'assurer de pouvoir répondre aux éléments de validation mentionnés plus haut dans cette section.

9.2. Consignes générales pour le rapport

- Vous devrez reprendre vos rapports si la qualité de la communication et de la langue est insuffisante. Le correcteur a été formellement averti de vous retourner les rapports truffés de fautes et d'une écriture illisible.
- Respectez le nombre maximum de pages spécifiés pour chaque partie du rapport d'APP. Le correcteur est avisé d'imposer une pénalité en cas de dépassement excessif (un dépassement de 25% en nombre de pages sera jugé excessif).
- Respectez le guide du programme pour la mise en page du rapport.
- Consultez la grille d'évaluation du rapport d'APP à la section 10.1, elle donne des détails supplémentaires sur les contenus du rapport qui seront évalués.

9.3. Remise du rapport technique

Le rapport technique (**8 pages maximum**) est à remettre **par équipe de laboratoire de 2 étudiants**.

Pour le format, le rapport et sa mise en forme doivent respecter les consignes de votre programme. Vous y référer. Le rapport doit comprendre les éléments nécessaires à son évaluation, voir Section 10.1. Voir aussi la « liste de contrôle » avant de soumettre votre rapport (Section 10.2).

Votre **rapport et votre code source MatLab/Python (selon votre programme, GEGI = Python, GRO = MatLab, voir Note 5)** doivent être **remis par dépôt électronique pour le mardi de la 2e semaine d'APP (la veille du tutorat 2 [tutorat de fermeture] plus précisément) avant 23h00** sur la page Web du département dans la rubrique « Enseignement » dans les liens complémentaires à droite cliquer sur « Dépôt des travaux ».

Utiliser les répertoires e22 > s4ei > APP5e-rapport and e22 > s4ei > APP5e-code.

L'adresse web intranet : https://www.gel.usherbrooke.ca/depot/

1. Vous déposez dans le répertoire « **APP5e-rapport** » votre rapport en format PDF (**seul le format PDF sera accepté**). Le nom de fichier de votre rapport doit être selon le format <CIP 1>-<CIP 2>.pdf (ex : curm1234-curp5678.pdf)
2. Vous déposez dans le répertoire « **APP5e-code** » votre code source MaLlab/Python (voir Note 5) exécutable au complet pour votre solution à la problématique. **Un seul fichier .zip** débutant par le CIP d'un des membres de l'équipe suivi du (des) CIP de votre (vos) collègue(s) doit être déposé (ex : curm1234-curp5678.zip). Le code maitre à exécuter doit clairement être identifié par, par exemple, *main.m*, *mainMelodie.m*, etc.

Il y aura une **pénalité de 20%** si vous êtes en **retard.** Comme le dépôt se fait de façon électronique, veillez à respecter cette heure limite, car outre celle-ci il n'est pas garanti que votre rapport soit reçu et donc qu'il puisse être corrigé.

10. Évaluations

10.1. Rapport et validation de la problématique de l'APP

Éléments du rapport (remis en équipe de deux personnes)	**GEL412 C1**	**GEL412 C2**	**GEL412 C3**	**Total**
Validation – Voir évaluation par critère plus bas pour les détails (ligne « Niveaux – Pondération) de la validation				
1 – Filtrage de la note de basson Qualité (écoute) du signal obtenu après le coupe-bande, c.-à-d. démonstration que votre coupe-bande est efficace, et écoute du basson après la synthèse du signal avec les composantes principales.	4	6	5	**15**
2 – Synthèse et synthèse des notes de Beethoven Qualité de la synthèse des signaux obtenus avec vos paramètres.	10		5	**15**
Rapport				
Schéma-bloc de la méthode d'extraction des paramètres (sinusoïdes et enveloppe temporelle) : (i) soyez précis, (ii) ajoutez une explication concise dans le texte, (iii)	6	4	2	**12**

assurez vous que chaque item est bien défini et explicite				
Schéma bloc de la fonction de synthèse à partir des paramètres (sinusoïdes et enveloppe temporelle) : (i) soyez précis, (ii) ajoutez une explication concise dans le texte, (iii) assurez vous que chaque item est bien défini et explicite	6	6		**12**
Analyse et synthèse des sons : (i) Affichage des spectres de Fourier des signaux du LA# et du basson (originaux et synthèse) en dB (décibel) avec l'axe des fréquences en Hz, (ii) donnez aussi, dans un tableau : les fréquences, amplitudes et phases des harmoniques retenues, (iii) montrez sur un graphique les enveloppes temporelles obtenues. Assurez vous que tous les axes sont identifiés clairement avec variables et unités.	4	4	4	**12**
Filtre FIR pour extraire l'enveloppe du signal redressé : (i) donnez vos calculs et explications de la longueur *N* du filtre, (ii) donnez le graphique de la fonction de réponse en fréquence (amplitude seule, en dB). Assurez vous que tous les axes sont identifiés clairement avec variables et unités.		4	8	**12**
Filtre coupe-bande FIR avec équations de transformation : (i) fournir l'équation aux différences et le calcul des valeurs des coefficients, (ii) tracer réponse à l'impulsion h(n), (iii) tracer la réponse à une sinusoïde de 1000 Hz, (iv) tracer graphiques amplitude et phase de la réponse en fréquence, (v) tracer spectres d'amplitude des signaux basson avant et après filtrage. Assurez vous que tous les axes sont identifiés clairement avec variables et unités.		6	6	**12**
Total	**30**	**30**	**30**	**90**

10.2. Liste de contrôle des composantes du rapport avant de soumettre

Cette liste peut vous aidez à vérifier votre rapport avant de le soumettre, ce n'est pas une grille d'évaluation mais un outil pour vous aider à bien vérifier votre rapport avant sa soumission.

1. Format du rapport
   a. Lire le guide de format de rapport de votre programme ☐
   b. Avoir une page titre selon les consignes (nom, cip, etc.) ☐
   c. Avoir des pieds-de-page ou en-tête avec :
      i. Numéro de page ☐
      ii. Noms + cip + etc. ☐
   d. Texte lisible sur chaque page ☐
   e. Le rapport comporte une courte introduction et une courte conclusion ☐
   f. Le rapport comporte des sections clairement identifiées et numérotées ☐
   g. Pour chaque figure, on trouve une légende avec un no de figure ☐
   h. Pour chaque figure, on trouve du texte qui y fait références (ex. : voir Fig. 1) ☐
   i. Pour chaque figure, tous les axes sont clairement nommés avec leurs unités ☐
   j. Pour chaque figure, le texte et les axes est lisibles si affiché à 100% ☐
   k. Refaire lire par un pair pour avoir son avis sur lisibilité et sur le format ☐
2. Contenu du rapport en relation avec la problématique (basé sur tableau précédent)
   a. Très brève introduction (4 lignes) ☐
   b. Schéma bloc extraction des paramètres ☐
   c. Schéma bloc synthèse ☐
   d. Analyse et synthèse :
      i. Affichage des spectres de Fourier des signaux du LA# et du basson (originaux et synthèse) en dB (décibel) avec l'axe des fréquences en Hz ☐
      ii. Tableau : fréquences, amplitudes et phases des harmoniques retenues ☐
      iii. Graphique les enveloppes temporelles obtenues ☐
   e. Filtre FIR pour extraire l'enveloppe du signal redressé :
      i. Calculs et explications de la longueur N du filtre ☐
      ii. Graphique de la fonction de réponse en fréquence (amplitude seule, en dB) ☐
   f. Filtre coupe-bande FIR avec équations de transformation :
      i. Équation aux différences et le calcul des valeurs des coefficients ☐
      ii. Graphique de la réponse à l'impulsion h(n) ☐
      iii. Graphique de la réponse à une sinusoïde de 1000 Hz ☐
      iv. Graphiques amplitude et phase de la réponse en fréquence ☐
      v. Graphiques des spectres d'amplitude des signaux basson avant et après filtrage ☐
   g. Très brève conclusion, bilan des performance, auto-évaluation (4 ou 5 lignes) ☐
3. Présentation du rapport et des résultats
   a. Est-ce que toutes les figures sont claires ? ☐
   b. Est-ce que toutes les figures ont des axes nommés ? ☐
   c. Est-ce que chaque figure est mentionnée dans le texte ? ☐
   d. Suggestion : refaire lire par un pair ou un ami pour avoir un feedback, pensez rédaction et professionnalisme dans les communications 😊 ☐

10.3. Validation

AP :		**GEL412**				
Compétences :		**C1 (analyse signaux temps/fréquence)**		**C2 (réponse filtre)**	**C3 (conception application filtre)**	
Qualité :		**Q01**	**Q03**	**Q01**	**Q03**	**Q05**
	Critères :	Démontrer, à un niveau universitaire, l'acquisition de connaissances (pour l'analyse des signaux à temps discret dans les domaines temporel et fréquentiel)	Appliquer la procédure de résolution (pour l'analyse des signaux à temps discret dans les domaines temporel et fréquentiel)	Démontrer, à un niveau universitaire, l'acquisition de connaissances (pour déterminer la réponse d'un filtre numérique linéaire à une excitation périodique et apériodique)	Élaborer une procédure de résolution (pour la conception d'un filtre numérique selon des spécifications de tolérance)	Utiliser les techniques, ressources et outils sélectionnés selon les protocoles établis
Niveaux ↓	Pondération :	4	10	6	5	5
Excellent (4)	100,00%	Connait adéquatement la démarche d'analyse en fréquence et l'applique avec cohérence.	Applique efficacement et rigoureusement la procédure d'analyse en fréquence.	Connait adéquatement la démarche de filtrage et l'applique avec cohérence. - Le 1000 Hz est bien retiré du signal du basson. - L'enveloppe temporelle est bien filtrée de type passe-bas.	La démarche et la procédure de conception et d'application de filtres sont parfaites.	- Toutes les fonctions de filtrage sont parfaitement implémentées (avec approche modulaire). - La qualité audio lors de la synthèse est parfaite (retrait du 1000 Hz, qualité de l'enveloppe temporelle). - Code de filtre fonctionnel lors de la validation.
Cible (3)	85,00%	Connait adéquatement la démarche d'analyse en fréquence et la complète avec quelques problèmes mineurs.	Applique correctement la procédure d'analyse en fréquence.	Connait adéquatement la démarche de filtrage et la complète avec quelques problèmes mineurs. - Le 1000 Hz est bien retiré du signal du basson mais reste légèrement audible ou visible. - L'enveloppe temporelle est bien filtrée de type passe-bas mais légèrement imparfaite.	La démarche et la procédure de conception et d'application de filtres sont appropriées.	- La majorité des fonctions de filtrage sont correctement implémentées (avec approche modulaire). - La qualité audio lors de la synthèse est correcte (retrait du 1000 Hz, qualité de l'enveloppe temporelle). - Code de filtre fonctionnel lors de la validation.
Seuil (2)	60,00%	Connait les parties essentielles de la démarche d'analyse en fréquence sans appliquer la démarche complète avec cohérence.	Commet peu d'erreurs mineures dans l'application de la procédure de d'analyse en fréquence.	Connait les parties essentielles de la démarche de filtrage sans appliquer la démarche complète avec cohérence. - Le 1000 Hz est bien retiré du signal du basson mais reste audible ou visible. - L'enveloppe temporelle est bien filtrée de type passe-bas mais imparfaite.	La démarche et la procédure de conception et d'application de filtre sont appropriées, sans être parmi les meilleures.	- Les fonctions de filtrage essentielles sont correctement implémentées. - La qualité audio lors de la synthèse est reconnaissable mais imparfaite (retrait du 1000 Hz, qualité de l'enveloppe temporelle). - Code de filtre partiellement fonctionnel lors de la validation.

Non satisfaisant (1)	25,00%	Connait superficiellement la démarche d'analyse en fréquence.	Commet des erreurs dans l'application de la procédure de d'analyse en fréquence.	Connait superficiellement la démarche de filtrage. - Le 1000 Hz n'est pas retiré du signal du basson. - L'enveloppe temporelle n'est bien filtrée.	La démarche et la procédure de conception et d'application de filtre sont minimalement inappropriées.	- Les fonctions de filtrage essentielles ne sont pas fonctionnelles ou mal implémentées, il n'y a pas d'approche modulaire. - La qualité audio lors de la synthèse est imparfaite mais vaguement reconnaissable (retrait du 1000 Hz, qualité de l'enveloppe temporelle). - Code de filtre non, ou très partiellement, fonctionnel lors de la validation.
Non initié (0)	0,00%	Ne connait pas la démarche d'analyse en fréquence.	Est incapable de mettre en œuvre la procédure de d'analyse en fréquence.	Ne connait pas la démarche de filtrage. - Le code pour filtrer le 1000 Hz n'est pas fait. - Le code pour filtrer l'enveloppe temporelle n'est pas fait.	La démarche et la procédure de conception et d'application de filtre sont incomplètes ou inappropriées.	- Les fonctions de filtrage essentielles ne sont pas fonctionnelles ou ne sont pas réalisées, il n'y a pas d'approche modulaire. - Impossible d'écouter les sons de synthèse ou la qualité audio lors de la synthèse n'est pas relié à la cible (retrait du 1000 Hz, qualité de l'enveloppe temporelle). - Code de filtre non fonctionnel lors de la validation.

10.4. Évaluation sommative

L'évaluation sommative porte sur tous les objectifs d'apprentissage de l'unité. C'est un examen théorique qui se fait sans documentation (c.-à-d. sans livre, sans document) à l'exception des formules mathématiques incluses à la fin du présent guide.

10.5. Évaluation finale

L'évaluation finale se fera par activité pédagogique (donc pour l'ensemble de GEL412, ce qui regroupe deux APP) et portera sur tous les objectifs d'apprentissage de cette activité pédagogique (ceux vus dans cet APP, mais également dans l'autre APP). C'est un examen théorique et pratique qui se fait sans documentation (c.-à-d. sans livre, sans document) à l'exception des formules mathématiques incluses à la fin du présent guide.

11. Seuils et côtes

Pour les côtes, les seuils usuels suivant seront utilisés.

Seuil A+ à 85%													
Cote au bulletin	**W ou E**		**D**	**D+**	**C-**	**C**	**C+**	**B-**	**B**	**B+**	**A-**	**A**	**A+**
Note	<50%		50,0%	53,5%	57,0%	60,5%	64,0%	67,5%	71,0%	74,5%	78,0%	81,5%	85,0%
Correspondance de la cote	0		1	1.3	1.7	2	2.3	2.7	3	3.3	3.7	4	4.3
Note (6 niveaux)	0	Insatisfaisant (25%)	Passable (57%)			Bien (67.5%)			Cible (78%)			Excellent (100%)	
Qualités: niveaux	0	1	2			3			4			5	

12. Semaine 1 : Formation à la pratique procédurale #1

12.1. Buts de l'activité

- Comprendre le théorème d'échantillonnage, ainsi que le phénomène d'*aliasing* (repliement).
- Appliquer la Transformée de Fourier Discrète (TFD, DFT) à un signal $x[n]$.
- Pouvoir décrire un filtre numérique (de type réponse impulsionnelle finie (RFI, FIR)).
- Concevoir un filtre numérique (de type réponse impulsionnelle finie (RFI, FIR)).

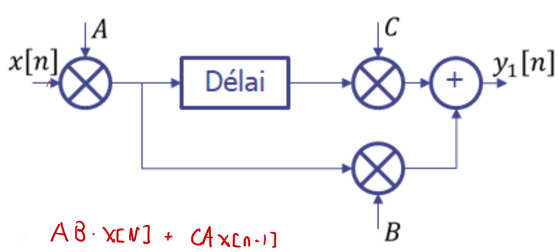
12.2. Problème 1 (Échantillonnage et systèmes LTI)

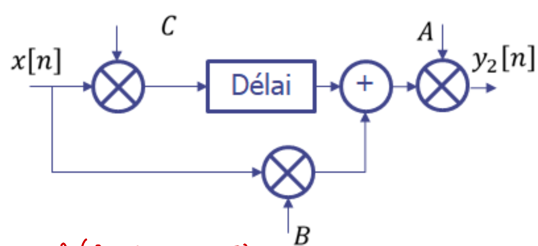
Références :

- Échantillonnage et *aliasing*
  - Understanding Digital Signal Processing, Secs. 2.1
- Sinusoïdes discrètes
  - Understanding Digital Signal Processing, Secs. 1.1 et 1.2
- Définition LTI
  - Secs. 1.5, 1.6, 1.7

(a) Considérons le signal continu $x(t) = \sin(2\pi f t)$ avec $f = 10\ Hz$. Supposons que ce signal est échantillonné avec une fréquence d'échantillonnage de $F_s = 5\ Hz$. Trouver la TFD pour une séquence discrète résultante de $N = 4$ points. Quel est le problème? Quel est le phénomène impliqué?

(b) Soient deux systèmes LTI (*Linear Time-Invariant*) (voir plus bas). Montrez que ces deux systèmes disposent de la propriété de commutativité des opérations : en montrant que $y_1[n] = y_2[n]$. Indice : allez-y par étape et de façon structurée. Le bloc « délai » signifie un délai d'un échantillon.





$AB \cdot x[n] + CA\,x[n-1]$

$A\,(B\,x[n] + C\,x[n-1])$

(c) Selon la définition d'un système LTI, quels sont les avantages pour l'analyse des systèmes LTI et des signaux traités.

12.3. Problème 2 (TFD et domaine fréquentiel)

Références :

- *Aliasing*, repliement spectral
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 2.1
- Transformée de Fourier discrète (TFD (DFT)), spectres d'amplitude et de phase

    - Understanding Digital Signal Processing, Secs. 3.1, 3.4
- Transformée de Fourier discrète inverse (TFD^{-1}, IDFT)
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 3.7
- Effet de fuite et fenêtrage
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 3.9
- Zero-padding et interpolation
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 3.11
- Natures discrètes et périodiques du signal temporel et du spectre
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 3.14

(a) Soit les fonctions périodiques $x_1[n]$ et $x_2[n]$ ayant une période $N=4$ et étant définies par :

$$x_1[n] = \begin{cases} 0 \text{ } pour \quad n = 4l \\ 1 \text{ } pour \quad n = 4l+1 \text{ et } n = 4l+3 \\ 2 \text{ } pour \quad n = 4l+2 \end{cases}$$

$$x_2[n] = \begin{cases} 1 \text{ } pour \quad n = 4l \text{ et } n = 4l+3 \\ 2 \text{ } pour \quad n = 4l+1 \text{ et } n = 4l+2 \end{cases}$$

$$avec \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Calculez la TFD (DFT) pour les deux fonctions $x_1[n]$ et $x_2[n]$ pour $N=4$, soit pour une période entière.

(b) Pour les deux signaux x_1 et x_2 et leurs DFT, trouvez et tracez leurs spectres de magnitude et de phase.

(c) Il existe plusieurs façons de représenter l'axe des fréquences lors de la présentation graphique d'une TFD (DFT). Reprenons les résultats de (b), mais en affichant |X[m]| en fonction de : i) m, ii) la fréquence en Hz, iii) la fréquence normalisée par la fréquence d'échantillonnage et iv) en fréquence normalisée en radians par échantillon. Avec la fréquence d'échantillonnage de 100 Hz.

(d) Reprenons la dernière séquence $x_1[n]$ de la partie (a) (c.-à-d. 0,1,2,1), supposons que nous voulons accroître la résolution en fréquence. Quoi faire ? Illustrez avec quelques points.

(e) À partir des TFD de la première séquence x_1 de (a), montrez que la TFD inverse redonne bien la séquence x_1.

12.4. Problème 3 (Analyse de filtre RIF (FIR))

<u>Références</u> :

- Équation à différence d'un filtre RIF (FIR), filtre de type moyenne-mobile, filtrage dans le domaine temporel par l'équation à différences, transitoires
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.2
- Réponse en fréquence d'un filtre par TFD
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.10.2

(a) Qu'est-ce qu'un filtre (RIF/FIR pour l'instant)? Nous devons construire une définition conceptuelle collective. En répondant à ces questions : (i) quelle serait l'équation générique pour le représenter? (ii) quel est son effet (et pourquoi)? (iii) comment le caractériser et le décrire? (iv) à quoi ça sert? (v) quels sont les types de réponse de filtre? (vi) jouer avec des filtres audio en ligne pour entendre et voir leurs effets : https://hsu-ant.github.io/jsdafx/eq.html (notez que vous pouvez charger des entrées différentes, génerez ce bruit blanc avec Matlab : xn=0.2*randn(4*44100,1); audiowrite('noise.wav',xn,44100);)

(b) Supposons un signal qui représente la température extérieure numérisée à un taux de 10 Hz, soit donc un flot de données discrètes. On nous demande d'effectuer une moyenne mobile («running average») pour présentation « adoucie » de cette quantité sur un affichage. Posez d'abord *l'équation à différence d'un filtre RIF général de N coefficients* avec des coefficients h[0], h[1], …, h[N-1].

(c) Déterminez la structure de la moyenne mobile pour un tel RIF, et quels doivent être les coefficients ?

(d) Pour $N = 4$, trouvez la réponse en fréquence de ce filtre à partir de l'équation à différence.

(e) La fonction de réponse en fréquence $H(\omega)$ d'un filtre FIR donne un gain complexe en fonction de la fréquence. On peut écrire que ce filtre à une réponse de forme $H(\omega) = G(\omega)e^{j\theta(\omega)}$. Supposons un signal d'entrée donnée par $x[n] = Ae^{j(\omega n+\phi)}$. Donnez l'amplitude et la phase du signal en sortie. Expliquer l'effet de G et θ. À quoi ils correspondent?

(f) Il y aura bientôt du verglas et la température oscille autour de 0 degré ($x[n] = 1, -1, 1, -1, \ldots$). Appliquez le filtre à un tel signal temporel discret simple, fait de $I = 8$ points. Interprétez, que remarquez-vous pour $n = 0, 1, \ldots$, soit au tout début de la séquence de sortie?

12.5. Problème 4 (Conception de filtre RIF (FIR)) (problème potentiellement déplacé au procédural #2 si manque de temps)

Références :

- Conception d'un FIR passe-bas par la méthode de la fenêtre, phénomène de Gibbs
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.3.1
- Types de fenêtres
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.3.2
- Conception de FIR par les équations de transformation
  - Understanding Digital Signal Processing, Secs. 5.4, 5.5

(a) Supposons un signal bruité en hautes fréquences et échantillonné à $F_e = 48\ kHz$, créez un filtre RIF passe-bas d'ordre $N = 8$ pour ne garder que les signaux sous 12 kHz par la méthode de la fenêtre (avec une fenêtre rectangulaire). Calculer et visualiser sa réponse à l'impulsion et sa fonction de réponse en fréquence.

(b) (optionnel : si le temps le permet) À partir du filtre trouvé en (a), comparer son effet avec un filtre passe-bas en utilisant cette fois une fenêtre de Blackman.

(c) Le direction de l'ingénierie nous apprend que ce qui était le bruit en (a) est en fait le signal à extraire et qui nous intéresse … transformez le filtre passe-bas de (a) en filtre passe-haut avec les équations de transformation correspondantes. Visualisez. Quelle est la nouvelle fréquence de coupure de ce passe-haut ?

13. Semaine 1 : Formation à la pratique en laboratoire #1

13.1. Buts de l'activité

- Faire l'analyse fréquentielle d'un signal par la TFD à l'aide de MatLab/Python (voir Note 5) et savoir interpréter le résultat
- Analyser un filtre numérique de type RFI (FIR) avec MatLab/Python (voir Note 5)
- Convoluer des signaux à temps discret avec MatLab/Python (voir Note 5)
- Réaliser un filtrage rapide dans le domaine des fréquences avec MatLab/Python (voir Note 5)

13.2. Problème 1 (Transformée de Fourier discrète)

Références :

- Transformée de Fourier discrète
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 3.1
- Sinusoïdes discrètes et effet de fuite
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 3.8 et 3.9
- Zero-padding et interpolation, effet du nombre de points N
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 3.11
- Transformée inverse par transformée directe
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 13.6

(a) Avec la fonction *fft* (et *fftshift*) de MatLab/Python, obtenez et affichez la TFD (DFT) des signaux suivants (module et fonction de phase). Déterminez vous-même le nombre de points N à utiliser pour chaque signal. Mettre l'axe des fréquences en fréquence normalisée par la fréquence d'échantillonnage (F_e) (voir livre UDSP Section 3.13.4). Ensuite, présentez les mêmes résultats mais en utilisant différentes visualisations possibles de l'axe des fréquences : (i) avec indices m et (ii) en fréquence normalisée en radian par échantillon.

$$x_1[n] = \sin\left(0.1\pi n + \frac{\pi}{4}\right), n = 0,1,\ldots$$

$$x_2[n] = [1, -1, 1, -1, 1, -1, \ldots], n = 0,1,\ldots$$

$$x_3[n] = \delta(n - 10), n = 0,1,\ldots$$

(b) Refaire l'exercice (a) avec x_1 et utiliser une fenêtre de Hanning pour atténuer l'effet de fuite observé.

(c) Répéter (b), avec fenêtre, pour trois valeurs de N : 64, 128, 256.

(d) (optionnel : si le temps le permet) Extra ! Vous êtes maintenant des pros de la TFD (DFT) … Une énigme à résoudre : à partir de la définition de la TFD ? Existe-il une autre façon de faire la TFD inverse ? Imaginer la situation, on vous donne une librairie qui ne comporte que la FFT … sans IFFT ! Vérifiez et illustrez avec le dernier signal utilisé x_1, $N = 256$, sans fenêtre.

13.3. Problème 2 (filtre RFI (FIR))

Références :

- Filtrage dans le domaine temporel par l'équation aux différences
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.2
- Conception de filtre RFI par la méthode des fenêtres
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.3.1
- Convolution dans le domaine fréquentiel (zero padding à $L + M + 1$)
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.9 et sous-sections
- Comparaison des résultats de filtrage dans les domaines temps et fréquences
  - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.10

(a) Donnez/illustrez les réponses à l'impulsion d'un filtre passe-bas de type RFI (FIR) pour des ordres N = 16, 32, 64 avec la méthode des fenêtres (fenêtre rectangulaire) avec :

• Une fréquence de coupure $f_c = 2000\ Hz$.

• Pour un système échantillonné à $F_s = 16000 Hz$.

(b) Affichez l'amplitude et la phase de la réponse en fréquence de chacun des filtres RFI obtenus en (a) en fonction de la fréquence normalisée ω (UDSP, Tab 3-1). Utilisez une taille de TFD suffisamment grande. (Vérifiez votre résultat avec la fonction *freqz.*)

(c) Pour la fréquence normalisée ω (radian par échantillon) entre 0 et π, pour les réponses obtenues en (b), que remarquez-vous ?

(d) Donnez/illustrez les réponses impulsionnelle d'un filtre passe-bas de type RFI (FIR) pour des ordres $N = 16, 32, 64$ avec la méthode des fenêtres, <u>mais cette fois avec une fenêtre de Hamming</u>, avec :

• Une fréquence de coupure $f_c = 2000\ Hz$.

• Pour un système échantillonné à $F_s = 16000\ Hz$.

(e) Affichez l'amplitude et la phase de la réponse en fréquence de chacun des filtres RFI obtenus en (d) en fonction de la fréquence normalisée ω (UDSP, Tab 3-1). Utilisez une taille de TFD suffisamment grande. (Vérifiez votre résultat avec la fonction *freqz.*)

(f) Pour la fréquence normalisée ω (radian par échantillon) entre 0 et π, pour les réponses obtenues en (e) et en comparaison avec (c), que remarquez-vous ?

(g) Appliquez dans le domaine du temps ces filtres FIR (pour $N = 64$, pour les deux fenêtres) sur le signal temporel suivant :

$$x[n] = A_1 \sin\left(\frac{2\pi f_1 n}{F_s}\right) + A_2 \sin\left(\frac{2\pi f_s n}{F_s}\right)$$

$$A_1 = 1, A_2 = 0.25$$

$$f_1 = 200, f_2 = 3000$$

$$n = 0 \dots 128$$

(h) Appliquer ces deux mêmes filtres sur le même signal, mais avec une réalisation du filtrage dans le domaine des fréquences. Comment s’assurer que le résultat final dans le domaine temporel sera identique à celui obtenu par convolution en (g) ?

(i) Comparer et discuter des résultats par filtrage dans les deux domaines.

14. Semaine 1 : Formation à la pratique procédurale #2

14.1. Buts de l'activité

- Voir les liens entre la TFD et la TFSD
- Appliquer et comprendre la convolution discrète
- Application du filtrage dans le domaine des fréquences versus dans le domaine temporel

14.2. Problème 1 (TFSD vs TFD (DTFT vs DFT))

Références :

- Lien entre la TFSD et la TFD (version échantillonnée de la TFSD), lien avec le « zero padding »
    - Understanding Digital Signal Processing, Secs. 3.1, 3.14
- Calcul de la TFSD d'une fenêtre rectangulaire
    - Understanding Digital Signal Processing, Secs. 3.11, 3.13

(a) Donnez/illustrez l'expression de la transformée de Fourier de signaux discrets (TFSD en français, ou DTFT en anglais) d'une fenêtre rectangulaire $x[n]$ centrée à $n = 0$, de taille K (impair), et dont les coefficients sont tous 1. À partir du livre UDSP.

(b) Donnez la transformée de Fourier discrète (TFD ou DFT) d'une telle fenêtre en fonction de la fréquence en radians par échantillon (ω rad/échantillon). Selon le livre.

(c) Comparez (a) et (b), et interprétez.

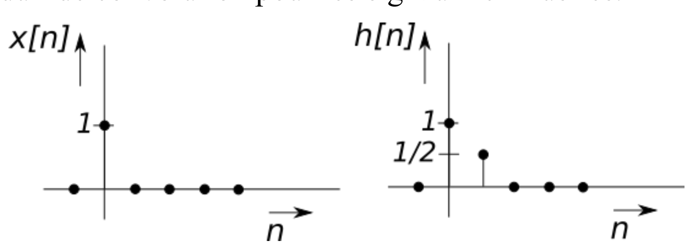
(d) Si on désire que la DFT plus pratique de la partie (b) ressemble à l'idéal théorique de la DTFT de la partie (a), que devons-nous faire ? Comment ? Illustrer le principe toujours pour la fenêtre rectangulaire centrée à $n = 0$ avec K impair. S'inspirer de (c).

14.3. Problème 2 (convolution discrète)

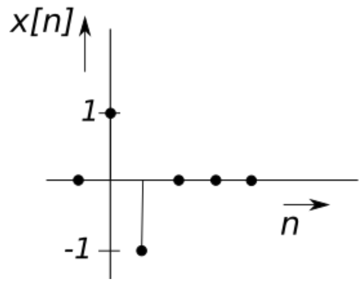
Références :

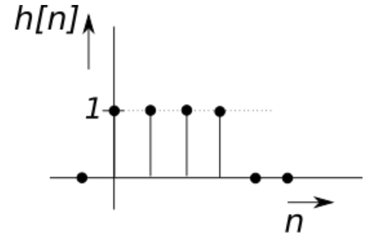
- Équation de la convolution discrète
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.2
    - Extra : Vidéo en ligne
- Filtrage d'un signal en faisant la sommation des réponses impulsionnelles
    - Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.2
- Lien avec l'équation à différences d'un filtre et la réponse impulsionnelle
    - Sec. 5.2

(a) Déterminez le produit de convolution pour les signaux ici illustrés.



(b) Déterminez le produit de convolution pour les signaux suivants :





14.4. Problème 3 (filtrage rapide)

<u>Références</u> :

- Théorème de convolution
  - o Understanding Digital Signal Processing, Sec. 5.2
- Filtrage rapide et zero-padding
  - o Understanding Digital Signal Processing, Sec. 13.10

Soient deux séquences $h[n]$ et $x[n]$, la première est la réponse impulsionnelle d'un filtre RIF d'ordre $M = 2048$ et la deuxième séquence est une séquence discrète infinie qui provient d'un flot de données de captation audio (smart TV, Siri, etc.). Notre patron nous demande de faire une implémentation de la convolution classique pour filtrer ce signal par un filtre pour obtenir une sortie $y[n]$ en pré-traitement.

(a) Écrire les équations requises de la convolution pour ces séquences discrètes (y compris l'équation aux différences).

(b) Évaluer le nombre d'opérations requises pour le calcul de chaque y[n] pour M donné et pour $M = 2048$.

(c) Nous savons que ce ne sera pas très efficace dans le domaine temporel puisque cela nécessitera plus de calculs. Il serait plus efficace d'utiliser un filtrage rapide grâce à la FFT, surtout pour les filtres d'ordre important. Mais notre patron ne croit pas que cela donnera la même chose (il se trompe !) … pour s'éviter de la programmation, il faut le prouver au patron et nous le ferons à la main pour un cas simple. Avec un filtre d'ordre $M = 2$ et une séquence de données de $L = 2$. Il faut démontrer que la convolution et la multiplication dans le domaine des fréquences donnent le même résultat. Pour ces séquences : $h[n] = [1,0.5]$ et $x[n] = [0.5,1.8]$. À faire en deux étapes : (i) Quelle doit être la taille *N* des FFT pour s'assurer d'avoir strictement le même résultat par convolution temporelle et par approche FFT (de type « overlap-add », pour un seul « block ») (indice : piste de solution dans le livre !) ? (ii) Prouver et illustrer le principe. En comparant avec un cas de taille de FFT *N* qui fonctionne et un cas de taille de FFT *N* qui ne fonctionne pas, pour les séquences $h[n] = [1,0.5]$ et $x[n] = [0.5,1.8]$.

15. Semaine 2 : Validation pratique de la solution à la problématique

Buts de l’activité :

- De façon générale : valider en laboratoire la solution de la problématique.
- De façon plus spécifique :
  - Démontrer la justesse du filtre coupe-bande obtenu par l’observation de sa réponse en fréquence et par l’écoute du fichier obtenu après suppression de la sinusoïde de 1000 Hz.
  - Démontrer la justesse du processus d’analyse/synthèse audio en faisant l’écoute de fichiers synthétisés à partir de leurs harmoniques principales et de l’enveloppe temporelle.
  - Produire les 8 premières notes demandées pour la 5e symphonie de Beethoven (avec le signal de guitare).
  - Il y aura écoute des sons produits par votre code sur place, lors de la validation.
  - Vous devrez faire fonctionner vos codes lors de la validation par l’évaluateur.
  - Voir la Section 9.1 pour d’autres considérations au sujet de la validation.

Déroulement :

- Au laboratoire, par équipe de 2 (les mêmes équipes qui remettront la partie conjointe du rapport d’APP).
- Inscrire au tableau vos noms de binômes lorsque vous êtes prêts.

16. Semaine 2 : Rencontre de tutorat 2

- Première étape : ***Validation des connaissances acquises et des solutions possibles*** pendant laquelle vous aurez à démontrer que vous avez acquis de nouvelles connaissances au moyen de questions auxquelles vous devrez répondre et d'un schéma de concept élaboré en groupe
- Seconde étape : ***Bilan de groupe*** où vous pourrez discuter de vos stratégies d'apprentissage, identifier les contenus qu'il vous reste à travailler et faire un bilan sur cet APP.

Mots-clefs et concepts à retrouver dans le schéma de concepts :

- Théorème d'échantillonnage et signaux discrets
- Repliement (*aliasing*)
- Systèmes discrets et linéaire (*LTI*)
- Équations aux différences
- Réponse en fréquence
- Gain et phase
- Réponse impulsionnelle
- Convolution, définition et lien avec les équations à différence
- Filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF, *FIR*)
- Transformée de Fourier discrète
- Fenêtrage et effet de fuite
- Transformée de Fourier rapide (*FFT*)

17. Formules mathématiques

17.1. Nombres complexes

Règles de base

$$j=\sqrt{-1}, j=\frac{1}{-j}, \pm j^2=\mp 1, (-j)(j)=1, e^{\pm j\pi}=-1, e^{\pm j\frac{\pi}{2}}=\pm j, \sqrt{j}=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)$$

Relation d'Euler

$$e^{\pm j\theta}=\cos(\theta)\pm j\sin(\theta)$$

$$\boldsymbol{\cos(\theta)=\frac{e^{j\theta}+e^{-j\theta}}{2}},\quad \boldsymbol{\sin(\theta)=\frac{e^{j\theta}-e^{-j\theta}}{j2}},\quad \boldsymbol{\tan(\theta)=-j\left(\frac{e^{j\theta}-e^{-j\theta}}{e^{j\theta}+e^{-j\theta}}\right)}$$

17.2. Transformations de Fourier

Transformée de Fourier pour les signaux discrets

$$X(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]e^{-jn\omega} \qquad \Leftrightarrow \qquad x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\omega)e^{j\omega n}d\omega \quad \text{où } \omega=2\pi f/f_s$$

TFSD : Propriétés

$$\begin{aligned}
x[n] &\leftrightarrow X(\omega)\\
\alpha x_1[n]+\gamma x_2[n] &\leftrightarrow \alpha X_1(\omega)+\gamma X_2(\omega)\\
x[n-i] &\leftrightarrow e^{-ji\omega}X(\omega)\\
x[n]e^{jn\omega_0} &\leftrightarrow X(\omega-\omega_0)\\
x_1[n]*x_2[n] &\leftrightarrow X_1(\omega)X_2(\omega) \qquad * \text{ :convolution}\\
x_1[n]x_2[n] &\leftrightarrow \frac{1}{2\pi}X_1(\omega)*X_2(\omega)
\end{aligned}$$

TFSD : Transformées fréquentes

$$\begin{aligned}
\delta[n-k] &\leftrightarrow e^{-jk\omega}, \quad \delta[n] \leftrightarrow 1\\
\cos(n\,\omega_0) &\leftrightarrow \pi\delta(\omega+\omega_0)+\pi\delta(\omega-\omega_0)\\
\sin(n\,\omega_0) &\leftrightarrow j\pi\delta(\omega+\omega_0)-j\pi\delta(\omega-\omega_0)\\
e^{jn\omega_0} &\leftrightarrow 2\pi\delta(\omega-\omega_0), \quad 1 \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)\\
\alpha^n u[n] &\leftrightarrow \frac{1}{1-\alpha e^{-j\omega}} \quad \text{où } |\alpha|<1\\
\begin{cases}1 & \text{pour } |n|\le N\\ 0 & \text{pour } |n|>N\end{cases} &\leftrightarrow \frac{\sin((2N+1)\,\omega/2)}{\sin(\omega/2)}\\
\begin{cases}\dfrac{\sin(n\omega_0)}{n\,\pi} & \text{pour } n\neq 0\\ \omega_0/\pi & \text{pour } n=0\end{cases} &\leftrightarrow \begin{cases}1 & \text{pour } |\omega|<\omega_0\\ 0 & \text{pour } |\omega|>\omega_0\end{cases}
\end{aligned}$$

Transformée de Fourier discrète (directe et inverse) pour les signaux périodiques

$$X_{\mathrm{p}}[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x_{\mathrm{p}}[n] e^{-j(2\pi/N)mn} \qquad \Leftrightarrow \qquad x_{\mathrm{p}}[n] = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} X_{\mathrm{p}}[m] e^{j(2\pi/N)mn}$$

TFD : Propriétés

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{p}}[n] &\quad\leftrightarrow\quad F_{\mathrm{p}}[m] \\ \alpha f_{\mathrm{p}}[n] + \gamma g_{\mathrm{p}}[n] &\quad\leftrightarrow\quad \alpha F_{\mathrm{p}}[m] + \gamma G_{\mathrm{p}}[m] \\ f_{\mathrm{p}}[n-i] &\quad\leftrightarrow\quad e^{-j(2\pi/N)mi} F_{\mathrm{p}}[m] \\ e^{j(2\pi/N)ni} f_{\mathrm{p}}[n] &\quad\leftrightarrow\quad F_{\mathrm{p}}[m-i] \\ f_{\mathrm{p}}[n] \otimes g_{\mathrm{p}}[n] &\quad\leftrightarrow\quad F_{\mathrm{p}}[m] G_{\mathrm{p}}[m] \qquad \otimes \text{ :convolution circulaire} \\ f_{\mathrm{p}}[n] g_{\mathrm{p}}[n] &\quad\leftrightarrow\quad \frac{1}{N} F_{\mathrm{p}}[m] \otimes G_{\mathrm{p}}[m] \end{aligned}$$

17.3. Convolution discrète

$$\boldsymbol{y[n] = x[n] * h[n] = h[n] * x[n]}$$
$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[n-k]$$

17.4. Fenêtres

Type	**Définition de la fenêtre**	**Lobe principal**	**Attén. (dB)**
Rectangle	$w_{\mathrm{R}}[n] = \begin{cases} 1 & 0 \le n < L \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$	$4\pi/L$	21
Triangle	$w_{\mathrm{T}}[n] = \begin{cases} \dfrac{2(n+1)}{L+1} & 0 \le n \le \dfrac{L-1}{2} \\ \dfrac{2(L-n)}{L+1} & \dfrac{L-1}{2} < n < L \end{cases}$ ($w_{\mathrm{T}}[n]$ pour un L impair uniquement)	$8\pi/L$	25
Hann	$w_{\mathrm{han}}[n] = \frac{1}{2}\left\{1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{L-1}\right)\right\} w_{\mathrm{R}}[n]$	$8\pi/L$	44
Hamming	$w_{\mathrm{ham}}[n] = \left\{0.54 - 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{L-1}\right)\right\} w_{\mathrm{R}}[n]$	$8\pi/L$	53
Blackman	$w_{\mathrm{B}}[n] = \left\{0.42 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{L-1}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{L-1}\right)\right\} w_{\mathrm{R}}[n]$	$12\pi/L$	74
Kaiser	(à calculer avec Matlab ou Python)	variable	var.

17.5. Filtres RIF (FIR)

Filtre avec M coefficients

$$\boldsymbol{y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]x[n-k]}$$

Réponse impulsionnelle d'un filtre FIR passe-bas

$$\boldsymbol{h[k] = \begin{cases} \dfrac{1}{N}\dfrac{\sin(\pi k K/N)}{\sin(\pi k/N)} & pour\ k \neq 0 \\ \dfrac{K}{N} & pour\ k = 0 \end{cases}}$$

Équations de transformation pour les RIF (FIR)

Type de filtre (fréquence normalisée ω de –π à π)	**Réponse à l'impulsion**
Filtre passe-bas de 0 à ω_1	$h[n]$
Filtre passe-haut de (π - ω_1) à π	$(-1)^n h[n]$
Filtre passe-bande de (ω_0 - ω_1) à (ω_0 + ω_1)	$2h[n]\cos(\omega_0 n)$
Filtre coupe-bande de (ω_0 - ω_1) à (ω_0 + ω_1)	$\delta[n] - 2h[n]\cos(\omega_0 n)$