



Modélisation d'une antenne et identification

GUIDE DE L'ÉTUDIANT S5 – APP 3

Automne 2024 – Semaines 5 et 6

Département de génie électrique et de génie informatique
Faculté de génie
Université de Sherbrooke

Auteurs: Mise à jour par Karina Lebel – A2024, H2023, H2022, H2021, A2020, H2020
 Intégration partielle linéarisation JBM Automne 2019
 Modifié le 10 septembre 2019, Wael Suleiman
 Document préparé par Yves Bérubé-Lauzière et Wael Suleiman et adapté d'un document
 initialement rédigé par Gérard Lachiver et révisé par Jean de Lafontaine.
Version: 8 (20-sept-2024)

Ce document est réalisé avec l'aide de Microsoft Word.

©2024 Tous droits réservés. Département de génie électrique et de génie informatique,
Université de Sherbrooke.

TABLE DES MATIÈRES

1	ÉNONCÉ DE LA PROBLÉMATIQUE	1
2	GUIDE DE LECTURE	5
2.1	Références essentielles	5
2.2	Séquence des lectures	6
3	LOGICIELS ET MATÉRIEL	7
4	PRODUCTIONS À REMETTRE	7
5	ÉVALUATIONS	8
5.1	Intégrité et plagiat	8
5.2	Productions à remettre	8
5.3	Évaluation sommative de l'unité	9
6	PRATIQUE PROCÉDURALE 1	10
6.1	Exercices	10
7	PRATIQUE LABORATOIRE 1	12
7.1	Exercices	12
8	PRATIQUE PROCÉDURAL 2	15
8.1	Exercices	15
9	VALIDATION	18
	LISTE DES RÉFÉRENCES	18

LISTE DES FIGURES

Figure 1. Schéma du système à antenne	1
---	---

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Séquence des lectures.....	6
Tableau 5.1 Sommaire de l'évaluation du rapport	8

1 ÉNONCÉ DE LA PROBLÉMATIQUE

La communication de Mars à la Terre... et si on pouvait *participer* ?

Vous avez suivi avec beaucoup d'intérêt la mission des robots Spirit et Opportunity de la NASA sur Mars. Pour rester en contact avec ses engins spatiaux, la NASA exploite trois stations terrestres équipées de grandes antennes (10 à 70 m de diamètre) sur trois continents. En navigant sur le site Internet de la NASA, vous découvrez que l'agence américaine a lancé un programme de recherche visant à remplacer ses grandes antennes par un réseau de plusieurs milliers de petites antennes de 4 à 5 m de diamètre réparties sur de grands espaces dans le but de réduire ses coûts d'opération. Un premier prototype pour la structure de ces petites antennes a été développé par le Jet Propulsion Lab et consiste en un réflecteur d'aluminium parabolique fabriqué par estampage. À la lecture de cela, vous pensez à une opportunité d'affaire dans la fabrication en série de ces antennes pour votre cousin propriétaire de EstampBeauce inc., une entreprise spécialisée dans la fabrication de cuves métalliques.

EstampBeauce possède le savoir-faire et les installations pour effectuer ce type de contrat, mais n'a pas l'expertise pour développer tout le système de positionnement qui fait aussi partie de l'appel d'offre de la NASA (ni les certifications d'assurance qualité appropriées d'ailleurs... mais c'est un autre débat!). Votre cousin vous demande de vous associer à son entreprise pour essayer de gagner ce lucratif contrat. Avant d'accepter, vous décidez d'approfondir la problématique de la commande en position d'une antenne, en particulier la modélisation du positionnement d'une antenne et l'identification des paramètres d'un moteur électrique pour mouvoir une telle antenne. Le système de commande a pour objectif d'asservir la position angulaire de l'antenne (azimut seulement) à une consigne. Le schéma suivant donne une représentation du système.

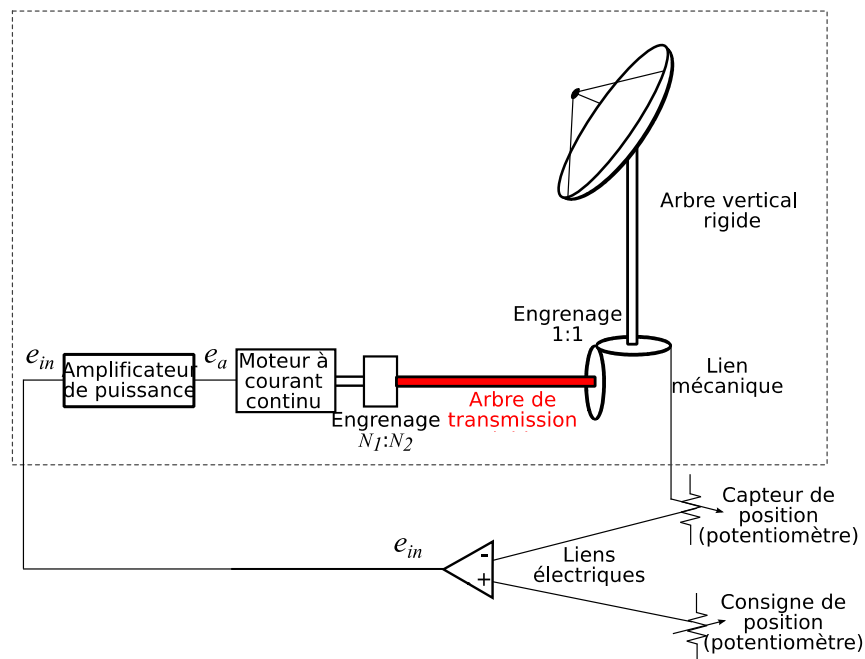


Figure 1. Schéma du système à antenne

L'antenne est montée sur un socle. Elle est commandée par un actionneur composé d'un moteur à courant continu couplé à un réducteur à engrenages suivi d'un arbre de transmission flexible. L'arbre de transmission se termine par un engrenage 1:1 à angle droit permettant de faire tourner un arbre vertical sur lequel est attaché le réflecteur parabolique. Le réducteur est composé de deux roues dentées, celle du côté moteur ayant N_1 dents et celle du côté arbre ayant N_2 dents (on supposera qu'il n'y a pas de friction entre les dents de cet engrenage). L'engrènement du plateau produit un effet démultiplicateur du mouvement. La consigne de position est donnée par un potentiomètre. La position réelle de l'antenne est mesurée elle aussi par un potentiomètre. Les potentiomètres traduisent une position en une tension proportionnelle au déplacement angulaire.

Le moteur est à excitation séparée, piloté par l'armature par un amplificateur de puissance dont l'entrée est un signal représentant l'erreur entre l'angle désiré et l'angle réel de l'antenne. L'amplificateur a une réponse dynamique modélisée par un système d'ordre 1.

Vous devez, dans un premier temps, modéliser le système pour obtenir les informations suivantes qui seront utiles lors des discussions avec votre cousin et lors de l'asservissement ultérieur de l'antenne (on ne modélise que ce qui est dans l'encadré en pointillé sur la figure) :

- (a) Établir les équations statiques et dynamiques (équations physiques) *entrée-sortie* de chacun des éléments du système : élément électrique, électromécanique et mécanique. Prendre en compte les paramètres suivants, préciser les unités et donner les hypothèses :
 - pour l'ampli: gain DC, K et constante de temps τ ;
 - pour le moteur : résistance R_a et inductance L_a de l'armature, constante de couple du moteur K_t , constante de force contre électromotrice du moteur K_b , inertie J_m et frottement B_m de l'arbre du moteur ;
 - pour le réducteur : le rapport $N = N_1/N_2$;
 - pour la charge (antenne) : l'inertie J_L , le frottement B_L et la flexibilité K_L de l'arbre de transmission entre la sortie du réducteur et la charge.
- (b) Établir les différentes équations d'état de chaque sous-système en prenant pour variables d'état : $x_1 = \theta_L$, l'angle de la charge ; $x_2 = \omega_L$, la vitesse angulaire de la charge ; $x_3 = \theta_m$, l'angle de l'arbre de sortie du moteur ; $x_4 = \omega_m$, la vitesse angulaire de l'arbre de sortie du moteur, $x_5 = i_a$, le courant d'armature du moteur et x_6 la tension de sortie de l'amplificateur.
- (c) Donner une représentation complète du système sous la forme d'un schéma bloc et d'un diagramme de fluence. Identifier les trois sous-systèmes présents : sous-système électrique du moteur, sous-système mécanique du moteur et sous-système mécanique de la charge.
- (d) Développer sous forme analytique les fonctions de transfert en boucle ouverte (FTBO) et en boucle fermée (FTBF) du système ainsi que l'équation caractéristique.

Vous présentez votre analyse à votre cousin qui est un peu surpris de la complexité de la solution.

- (e) Décrivez-lui les avantages et les inconvénients de la présence d'une boucle de régulation dans le montage. Pourrait-on avoir une solution non asservie? Justifiez votre réponse.
- (f) Vous lui expliquez qu'il existe des méthodes numériques pour réduire la complexité (l'ordre) du système, mais que l'on peut aussi arriver à une réduction de l'ordre du système en utilisant le "bon

sens ingénieur" basé sur la physique du problème (« réduction physique »). En utilisant les valeurs numériques ci-dessous, démontrez à votre cousin :

1. Réduction physique : Les suppositions (utilisez des arguments physiques) au niveau des paramètres du système qui permettraient de réduire la FTBO à une FT (i) d'ordre 4 (indice : peut-on négliger la flexibilité de l'arbre?), (ii) d'ordre 3 (indice : regarder la portion électrique du moteur) et ensuite (ii) d'ordre 2 (indice : regarder le comportement de l'amplificateur). Comparer la réponse impulsionnelle du système réduit avec celle du système original.
2. Réduction numérique : Les démarches numériques pour réduire l'ordre de la **FTBO** à une FT d'ordre 2. Comparer la réponse impulsionnelle du système réduit avec celle du système original.

PARAMÈTRE	DESCRIPTION	VALEUR	UNITÉ
K_p	Gain des potentiomètres	0.318	V/rad
K	Gain de l'ampli	100	V/V
τ	Constante de temps de l'ampli	0.01	s
K_i	Constante de couple du moteur	0.5	Nm/A
K_b	Constante de force contre électromotrice (moteur)	0.5	V/(rad/s)
R_a	Résistance armature du moteur	8	Ohm
L_a	Inductance armature du moteur	0.008	H
J_m	Inertie armature	0.02	Nms ² /rad
B_m	Frottement visqueux armature	0.01	Nm/(rad/s)
N	Facteur de réduction engrenage	0.1	
K_L	Constante de flexibilité de l'arbre	10 000	Nm/rad
J_L	Inertie charge	1	Nms ² /rad
B_L	Frottement visqueux charge	1	Nm/(rad/s)

Pour le reste des questions, utilisez les valeurs numériques données ci-dessus. On fera l'hypothèse que l'arbre entre la sortie du réducteur et la charge est parfaitement rigide.

- (g) Que devient l'ordre de la FTBO avec l'hypothèse d'un arbre rigide et quelle serait la forme de la réponse en **boucle ouverte** de la charge si on appliquait un échelon à l'entrée de l'ampli ? *ordre 4*
- (h) Quelles seront les erreurs en régime permanent en **boucle fermée** pour des consignes échelon, rampe et parabole unitaires ? Pour quel type de consigne (échelon, rampe ou parabole unitaires) l'erreur en régime permanent est-elle constante non nulle? Quelle est l'expression analytique de cette erreur et quelle est sa valeur numérique? Valider ce résultat numérique par simulation (la fonction MATLAB *lsim* sera utile).
- (i) Calculez les caractéristiques de la réponse transitoire en boucle fermée à une entrée échelon (toujours en utilisant les valeurs numériques).
- (j) Votre cousin vous informe que les paramètres électromécaniques (K_i et K_b , R_a , L_a , J_m et B_m) du moteur ne sont connus que de façon théorique (voir valeurs dans tableau ci-haut). Cependant, les ingénieurs d'EstampBeauce ont mené une série d'expériences dans le but d'identifier plus précisément le modèle du moteur :

- Expérience 1: La réponse temporelle de la vitesse angulaire du moteur à la suite d'une tension de type échelon unitaire (ou saut unitaire de Heaviside) appliquée à l'armature (la charge et l'engrenage sont détachés). Les données sont disponibles dans le fichier `DonneesMoteurAntenne.mat` disponible dans un fichier .zip sur la page WEB de l'APP.
- Expérience 2 : On applique une tension fixe à l'armature du moteur et on bloque son arbre de sortie ($\theta_m = 0$). Les valeurs suivantes ont été mesurées en régime permanent :
 - Tension appliquée à l'armature = 8 V
 - Couple exercé par le moteur = 0.52 Nm
 - Le courant d'armature du moteur = 1.09 A

De plus, d'après le fabricant du moteur :

- L_a , valeur de l'inductance, est relativement petite ($L_a s \ll R_a$)
- $K_i = K_b$

Vous expliquez à votre cousin que le modèle du moteur peut être réduit à un système d'ordre 1 entre la tension et la vitesse angulaire du moteur. Votre cousin vous demande d'estimer les paramètres du modèle du moteur en exploitant les informations obtenues des deux expériences.

Remarque : nous n'estimons pas la valeur de L_a

- (k) Supposons finalement que l'arbre de transmission répond plutôt à l'équation caractéristique suivante :

$$T_R = K_1\theta + K_3\theta^3 + K_5\theta^5$$

Où T_R est le couple de torsion, θ est l'angle de torsion et $\{K_1, K_3, K_5\}$ sont des constantes. Nous supposons qu'un couple externe, T , est exercé sur le socle de l'antenne et que l'arbre de sortie du moteur est bloqué ($\theta_M = 0$). Dans ce cas, l'équation dynamique de la charge devient:

$$T = J_L \ddot{\theta} + B_L \dot{\theta} + K_1\theta + K_3\theta^3 + K_5\theta^5$$

N.B. T est l'entrée pour ce système.

- Trouver le point d'équilibre ($T_{eq}, \theta_{eq}, \dot{\theta}_{eq}$) qui correspond à $T_{eq} = 150 \text{ N}\cdot\text{m}$. Utilisez les valeurs $K_1 = 10^3$, $K_3 = 10$, $K_5 = 1$.
- Linéariser cette équation autour du point d'équilibre. Indice: utiliser les variables d'état $x_1 = \theta$ et $x_2 = \dot{x}_1$

2 GUIDE DE LECTURE

2.1 Références essentielles

Note : Tous les documents PDF énumérés dans la liste qui suit sont disponibles sur la page WEB de l'Unité.

- ***Automatic Control Systems***, 9th Edition, F. Golnaraghi et B.C. Kuo, Wiley, 2009, 800 pages, ISBN : 978-0-470-04896-2 (on référera à ce livre comme étant le “Kuo”)
- ***Modern Control Engineering***, 5th Edition, K. Ogata, Prentice-Hall (Pearson), 2009, 912 pages, ISBN 978-0-13-615673-4 (on référera à ce livre comme étant le “Ogata”)
- ***Notes de cours de Yves Bérubé-Lauzière (YBL) sur les systèmes d'ordre 1***
(fichier NotesDeCours_YBL_SystLinOrdre1.pdf)
- ***Notes de cours de YBL sur les systèmes d'ordre 2***
(fichier NotesDeCours_YBL_SystLinOrdre2.pdf)
- ***Notes de cours de YBL sur le passage entre différentes représentations d'un système (équation différentielle, fonction de transfert, variables d'états)***
(fichier NotesDeCours_YBL_EDO-VarEtat-FT.pdf)
- ***Notes de cours de YBL sur les problèmes aux valeurs propres***
(fichier NotesDeCoursYBL_ProblemeValeursPropres_vEtudiants.pdf)
- ***Notes de cours de Jean de Lafontaine (JdeL) sur les pôles et modes dominants et simplification d'une fonction de transfert à ses modes dominants.***
(fichier NotesDeCours_JdeL_Poles-ModesDominants.pdf)
- ***Notes de cours de JdeL, Chap 1 – Introduction aux asservissements***
(fichier NotesDeCours_JdeL_Ch1_IntroAsservissements.pdf)
- ***Notes de cours de JdeL, Chap 2 – Modélisation***
(fichier NotesDeCours_JdeL_Ch2_Modelisation.pdf)
- ***Notes de cours KL sur l'identification d'un système dynamique par méthode des moindres carrés***
(fichier NotesDeCours_KL_MoindresCarres.pdf)

2.2 Séquence des lectures

Tableau 2.1 Séquence des lectures

ACTIVITÉ	LECTURES OBLIGATOIRES	LECTURES COMPLÉMENTAIRES
RÉVISION		
Équations différentielles linéaires		Kuo Ch.2, sections 2-3
Transformée de Laplace		Kuo Ch. 2, sections 2-4 et 2-6, Table A-1 Ogata p. 863-864
Systèmes linéaires ordre 1		Notes YBL SystLinOrdre1.pdf
Systèmes linéaires ordre 2		Notes YBL SystLinOrdre2.pdf
Décomposition en fractions partielles		Kuo Ch. 2, section 2-5
PROCÉDURAL 1		
Établir les équations de systèmes dynamiques	Kuo Ch.4, sections 4-1-1, 4-1-2, 4-1-4, 4-2	
Modélisation par représentations analytiques	Notes JdeL Ch. 2, sections 2.1 à 2.3	Ogata Ch. 2, sections 2-4
Identification système ordre 1	Kuo Ch. 5, sections 5-1 à 5-5	
LABORATOIRE 1		
Identification de systèmes	Notes KL Moindres carrés	Notes JdeL, Moindres carrés Ogata section 2-6
Réduction du système par la méthode des résidus.	Notes JdeL Pôles Dominants	Ogata section 5-4 et 5-5
PROCÉDURAL 2		
Identification de systèmes ordre 2	Kuo ch. 5 section 5-6	
Modélisation par représentations analytiques et graphiques	Notes JdeL Ch. 2, Sections 2.4 à 2.6	Ogata ch 2, sections 2.1, 2.2,2.3 et 2.5 Kuo Ch. 3 et 10 (section 10.7)
Linéarisation	Notes JdeL linéarisation	

3 LOGICIELS ET MATÉRIEL

Le laboratoire, le procédural 2 ainsi que la problématique requerront l'utilisation du logiciel MATLAB. Les graphiques à remettre dans le rapport seront tous générés directement à partir de MATLAB.

4 PRODUCTIONS À REMETTRE

10.1 Solution à la problématique

La solution à la problématique proposée dans cet APP fera l'objet d'une production composée d'un rapport et des scripts MATLAB associés, réalisés en **équipe de deux étudiants**. **Les documents (rapport et scripts) doivent être remis au plus tard le mercredi de la deuxième semaine à 8h30.** Les retards dans la livraison des documents seront pénalisés de 10%.

Procédure de dépôt

Le rapport, en format PDF, et les scripts MATLAB doivent être regroupés dans un fichier zip, lequel sera nommé des CIP des deux signataires du rapport, séparés d'un trait d'union (p.ex., abcd1234-efgh5678.zip). Ce fichier sera déposé, selon la procédure en vigueur, dans le répertoire APP5-Ge associé à la session en cours (voir la section « dépôt des travaux » sur usherbrooke.ca/gelecinfor, section intranet).

Contenu des scripts MATLAB

Les scripts MATLAB seront également remis. Les noms et CIP des auteurs doivent également figurer dans chaque script. Afin d'en faciliter la lecture, il est fortement conseillé de diviser le script en sections bien identifiées (conseil : utilisation de %% pour diviser les sections) et d'ajouter des commentaires. Chaque section devrait débiter par un entête expliquant brièvement le but visé par cette section.

Modalités d'évaluation de la production

L'évaluation de la solution à la problématique contribue à l'appréciation des éléments de compétence de l'unité. On évalue l'exactitude, la précision, la complétude, la valeur de chaque élément de solution. Il est de la responsabilité de chaque signataire de s'assurer de la qualité de l'ensemble de la production remise, incluant la compréhension de chaque élément de solution. Ces mêmes compétences seront évaluées de façon individuelle lors de l'évaluation sommative.

5 ÉVALUATIONS

5.1 Intégrité et plagiat

Dans le cadre de la présente activité, vous êtes réputés avoir pris connaissance de la page intégrité intellectuelle des Services à la vie étudiante.

Utilisation de l'intelligence artificielle générative

L'intelligence artificielle générative (IAG) réfère à l'ensemble d'outils capable de générer de nouveaux contenus (texte, images, code informatique, musique, etc.) à partir de requêtes texte, incluant, mais pas limité à :

- ChatGPT (fin de l'apprentissage en 2021)
- CoPilot
- Dall-E
- Synthesia
- Scribe
- Duet
- Bard

L'écosystème des IAG est extrêmement énergivore et a un impact environnemental significatif. Avant d'avoir recours à ces outils, vérifier si la réponse à votre requête pourrait se trouver dans votre documentation, vos collègues, votre équipe professorale ou par l'utilisation d'un moteur de recherche (Ecosia, Google, etc.) afin de limiter votre empreinte énergétique.

Attention : il peut y avoir des erreurs de l'IAG ! *** **La responsabilité finale du contenu des productions appartient à la personne étudiante.** ***

Dans le cadre de cette unité d'APP, afin d'assurer un apprentissage réussi des compétences visées, ***l'utilisation des IAG pour la résolution de la problématique n'est pas permise.*** Toutefois, l'usage des IAG est permis pour votre apprentissage (recherche, explication, exemples) et l'aide à la rédaction, conditionnellement à ce que tout élément produit par une IAG directement utilisé dans les productions remises à l'équipe professorale soit cité et documenté dans les règles de l'art.

L'utilisation des IAG lors des évaluations sommatives et finales n'est pas permise.

5.2 Productions à remettre

L'évaluation des productions à remettre portera sur les compétences figurant dans la description des activités pédagogiques. La pondération des différents éléments est indiquée au tableau ci-dessous. L'évaluation est directement liée aux livrables demandés à la section 4 et le tableau ci-dessous y réfère à l'aide d'une courte description.

Tableau 5.1 Sommaire de l'évaluation du rapport

Évaluation	GEL521-1	GEL521-2	GEL521-3
Équations statiques et dynamiques + modèle d'état	30		5
Représentation graphique de la dynamique du système et identification de la fonction de transfert	20	5	
Réduction de l'ordre		10	
Analyse en boucle fermée		10	
ID paramètres moteurs			15
Linéarisation	5		
Total	55	25	20

Quant à la qualité de la communication technique, elle ne sera pas évaluée de façon sommative, mais si votre rapport est fautif sur le plan de la qualité de la communication et de la présentation, il vous sera retourné et vous devrez le reprendre pour être noté.

5.3 Évaluation sommative de l'unité

La note attribuée aux activités pédagogiques de l'unité est une note individuelle. L'évaluation portera sur les compétences figurant dans la description des activités pédagogiques et se fera sans documentation.

6 PRATIQUE PROCÉDURALE 1

Buts de l'activité

Le but de cette activité est de mettre en pratique les procédures requises pour :

- résoudre des problèmes de modélisation des systèmes dynamiques.

6.1 Exercices

Les exercices suivants sont extraits des chapitres 3, 4 et 5 de Kuo, lesquels font partis de vos références.

E.1 Modéliser un système dynamique : Kuo #4-19 (a), (b) et (c)

4-19. The schematic diagram of a motor-load system is shown in Fig. 4P-19. The following parameters and variables are defined: $T_m(t)$ is the motor torque; $\omega_m(t)$, the motor velocity; $\theta_m(t)$, the motor displacement; $\omega_L(t)$, the load velocity; $\theta_L(t)$, the load displacement; K , the torsional spring constant; J_m , the motor inertia; B_m , the motor viscous-friction coefficient; and B_L , the load viscous-friction coefficient.

(a) Write the torque equations of the system.

(b) Find the transfer functions $\Theta_L(s)/T_m(s)$ and $\Theta_m(s)/T_m(s)$.

(c) Find the characteristic equation of the system.

(d) Let $T_{st}(t) = T_m$ be a constant applied torque; show that $\omega_m = \omega_L = \text{constant}$ in the steady state. Find the steady-state speeds ω_m and ω_L .

(e) Repeat part (d) when the value of J_L is doubled, but J_m stays the same.

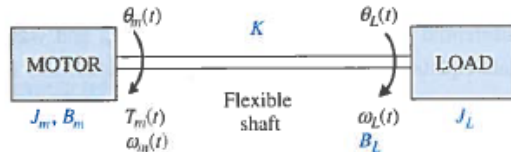


Figure 4P-19

E.2 Modéliser un système dynamique : Kuo #4-25 (a) et (b) pour le circuit de la figure 4P-25b

4-25. Consider the electrical circuits shown in Figs. 4P-25(a) and (b).

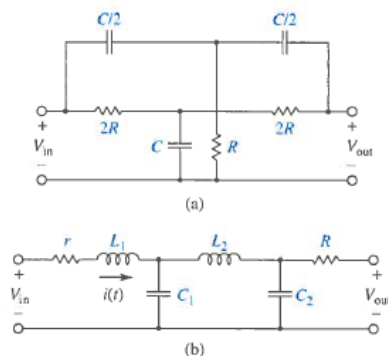


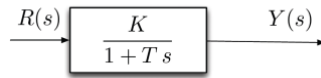
Figure 4P-25

For each circuit:

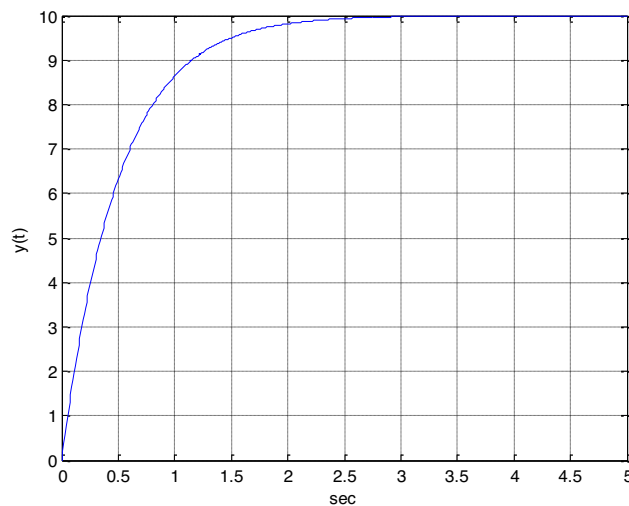
- Find the dynamic equations and state variables.
- Determine the transfer function.
- Use MATLAB to plot the step response of the system.

E.3 Identification d'un système ordre 1

On considère le système d'ordre 1 illustré à la figure ci-contre dont on désire identifier les paramètres K et T .



La réponse temporelle de ce système à un échelon unité est illustrée à la figure ci-contre. En utilisant une méthode graphique et le modèle analytique d'un système d'ordre 1, trouver les paramètres K et T .



E.4 Modélisation : Kuo #3-16

3-16. A linear time-invariant multivariable system with inputs $r_1(t)$ and $r_2(t)$ and outputs $y_1(t)$ and $y_2(t)$ is described by the following set of differential equations.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy_1(t)}{dt} + 3y_2(t) &= r_1(t) + r_2(t) \\ \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) - y_2(t) &= r_2(t) + \frac{dr_1(t)}{dt} \end{aligned}$$

Find the following transfer functions:

$$\left. \frac{Y_1(s)}{R_1(s)} \right|_{R_2=0} \quad \left. \frac{Y_2(s)}{R_1(s)} \right|_{R_2=0} \quad \left. \frac{Y_1(s)}{R_2(s)} \right|_{R_1=0} \quad \left. \frac{Y_2(s)}{R_2(s)} \right|_{R_1=0}$$

7 PRATIQUE LABORATOIRE 1

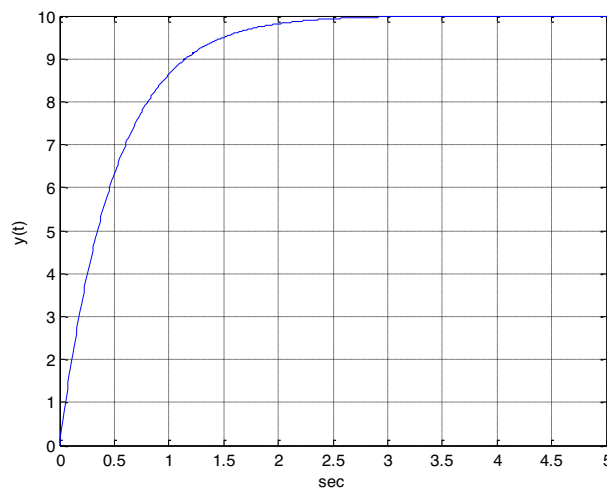
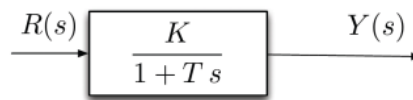
Buts de l'activité

Le but de cette activité est de représenter et de développer de courts programmes MATLAB pour valider les concepts fondamentaux des systèmes asservis sous forme de problèmes.

7.1 Exercices

E.1 Identification d'un système

On considère le système d'ordre 1 illustré à la figure ci-contre dont on désire identifier les paramètres K et T .



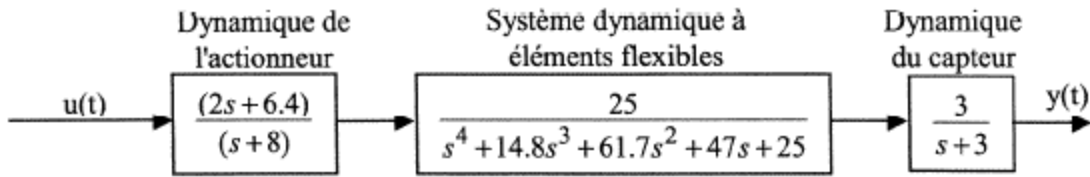
* Les fichiers de données requises sont disponibles sur la page WEB de l'APP.

Vous avez mesuré en laboratoire la réponse de ce système à un échelon unité en entrée et avez obtenu les données disponibles dans le fichier `DonneesIdentifSyst1erOrdre_1.mat`. En utilisant la méthode d'identification par moindres carrés, trouvez les paramètres K et T .

Fonctions Matlab utiles : `diff` `inv` `pinv`

E.2 Réduction en fractions partielles (ref. Notes JdeL Pôles Dominants, section 5 : #1a,b,c)

Exercice 1 : Réduction avec fractions partielles sur MATLAB.



- (a) Trouver la fonction de transfert entre $u(t)$ et $y(t)$ et faire la carte des pôles-zéros du système pour identifier les pôles dominants. Pour multiplier des fonctions de transfert, utiliser la fonction MATLAB `series`.
- (b) Réduire le modèle à ses pôles dominants avec les fractions partielles sur MATLAB.
- (c) Comparer la réponse des deux systèmes (original, réduit) à une entrée échelon.

Fonctions Matlab utiles : `tf` `series` `parallel` `residue` `dcgain` `step`

E.3 Analyse de système

Un système est décrit par l'équation différentielle suivante : $\ddot{y} + \dot{y} + 0.25y = \dot{u} + 2u$

Trouver sa réponse à l'entrée : $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2 & 0 \leq t < 2 \\ 0.5 & t \geq 2 \end{cases}$, CI = 0

Trouver sa fonction de transfert et sa représentation en modèle d'état. (CI : condition initiale)

Astuce : Pour générer l'entrée u , vous pouvez utiliser le code suivant :

```
t = [0:0.01:25]';
u = zeros(size(t));
u((t >= 0) & (t < 2)) = 2;
u((t >= 2)) = 0.5;
```

Fonctions Matlab utiles : `tf` `tf2ss`

E.4 Pôles

Trouver les pôles de la fonction de transfert suivante et vérifier la stabilité de la fonction par sa réponse impulsionnelle.

$$G(s) = \frac{s^2 + 3s + 4}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 44s + 80}$$

Fonctions Matlab utiles : `pzmap` `impz`

E.5 Analyser le comportement dynamique d'un système

Note : Faire cet exercice en utilisant la fonction Matlab *lsim*.

a) Calculer et dessiner les réponses à l'impulsion et à l'échelon du système décrit par :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -2.5 & -0.5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [0 \quad 1.5 \quad 1], \mathbf{D} = [0]$$

b) Puis simuler la réponse des états $x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$, lorsque l'entrée est :

$$u(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 2 \\ 0.5 & t \geq 2 \end{cases}$$

et que les conditions initiales sont :

$$x(0) = [1 \quad 0 \quad 2]^T.$$

c) Pour des CI = 0, quelle est la fonction de transfert du système, quels sont ses pôles?

Fonctions Matlab utiles : *lsim* *ss* *ss2tf*

8 PRATIQUE PROCÉDURAL 2

Buts de l'activité

Le but de cette activité est de mettre en pratique les procédures requises pour :

- Identifier un système d'ordre 2.
- Développer et simplifier les modèles mathématiques pour représenter des systèmes physiques.
- Linéariser un système non-linéaire.

8.1 Exercices

E.1 Identification d'un système d'ordre 2 : Kuo #5-18

5-18. The unit-step response of a linear control system is shown in Fig. 5P-18. Find the transfer function of a second-order prototype system to model the system.

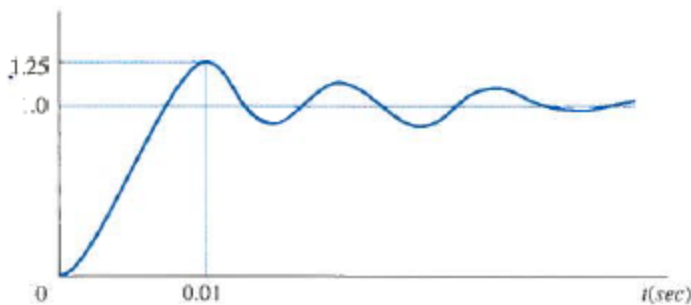
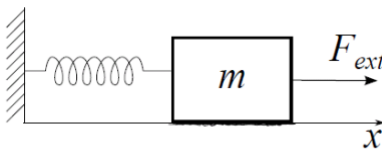


Figure 5P-18

E.2 Modélisation d'un système masse-ressort avec amortissement

Considérez un système masse-ressort avec amortissement visqueux et une force externe appliquée sur la masse tel qu'illustré à la figure suivante :



- Écrivez la fonction de transfert directement à partir de l'équation dynamique de ce système (équation différentielle).
- Dessinez le schéma bloc de ce système directement à partir de l'équation dynamique, chaque bloc du schéma ne doit pas être plus que d'ordre 1.
- Tracez le graphe de fluence de ce système.
- À partir de chacun des schémas bloc, écrivez la fonction de transfert de ce système.
- À partir du graphe de fluence, écrivez la fonction de transfert de ce système en utilisant la formule du gain (loi de Mason).
- Écrivez l'équation dynamique décrivant ce système sous forme d'équations à variables d'état.

E.3 Graph de fluence et schéma-blocs : Kuo #3-21

3-21. The block diagram of a control system is shown in Fig. 3P-21.

(a) Draw an equivalent SFG for the system.

(b) Find the following transfer functions by applying the gain formula of the SFG directly to the block diagram.

$$\left. \frac{Y(s)}{R(s)} \right|_{N=0} \quad \left. \frac{Y(s)}{N(s)} \right|_{R=0} \quad \left. \frac{E(s)}{R(s)} \right|_{N=0} \quad \left. \frac{E(s)}{N(s)} \right|_{R=0}$$

(c) Compare the answers by applying the gain formula to the equivalent SFG.

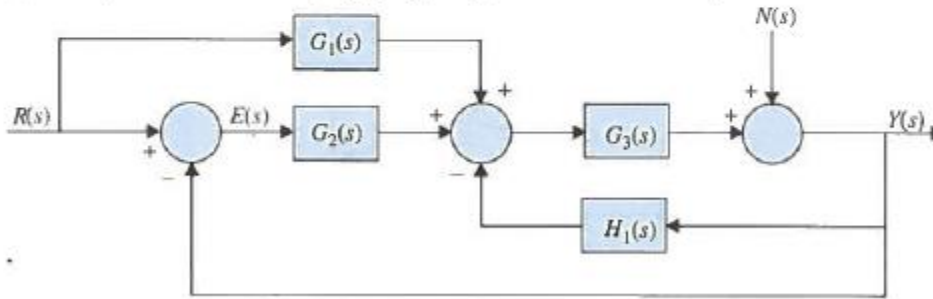


Figure 3P-21

E.4 Modèle d'état

Soit un système linéaire décrit par l'EDO (équation différentielle ordinaire) suivante :

$$2 \frac{d^3 y}{dt^3} + 10 \frac{d^2 y}{dt^2} + 12 \frac{dy}{dt} + 20y = 4 \frac{d^3 r}{dt^3} + 8 \frac{d^2 r}{dt^2} + 6 \frac{dr}{dt} + 8r$$

- Donnez un système d'équations à variables d'état équivalent à cette EDO.
- Écrivez l'équation caractéristique de ce système (vous n'avez pas à trouver les racines de l'équation caractéristique)

E.5 Équation caractéristique et valeurs propres : Kuo #10-6a

10-6. The state equations of a linear time-invariant system are represented by

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

Find the state-transition matrix $\phi(t)$, the characteristic equation, and the eigenvalues of \mathbf{A} for the following cases:

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$ $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

(d) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

E.6 Linéarisation

Pour le système dynamique couplé suivant où x_1 et x_2 sont les variables d'état, F l'entrée et les autres paramètres des constantes :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -k_1 \sin(ax_1)e^{-\lambda x_2} + bF(t) + x_2F(t) \\ \dot{x}_2 &= -ak_2x_2 + k_3x_1x_2 + bF(t) + x_1F(t)\end{aligned}$$

- (a) Développer l'équation d'équilibre autour de l'équilibre défini par $F(t) = F_e = 0$ et développer la version linéaire de ces équations autour de cet équilibre utilisant la version longue présentée dans les notes JdeL linéarisation.
- (b) Vérifier qu'une des conditions d'équilibre est définie par $x_{1e} = 0$ et $x_{2e} = 0$. Démontrer qu'autour de cet équilibre, les équations linéarisées deviennent découplées et de la forme:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{x}_1 &= -ak_1\Delta x_1 + b\Delta F(t) \\ \Delta\dot{x}_2 &= -ak_2\Delta x_2 + b\Delta F(t)\end{aligned}$$

On voit que ces équations sont stables autour de l'équilibre si $ak_1 > 0$ et $ak_2 > 0$.

- (c) Développer la version linéaire de ces équations non linéaires, cette fois avec la version courte, sans passer par l'équation d'équilibre.

9 VALIDATION

Le but de cette activité est de valider la solution au problème de l'APP que vous avez développée et de renforcer les concepts fondamentaux associés. Cette validation est non-évaluée. Vous devrez avoir préparé la solution à la problématique avant la séance. Spécifiquement, les points suivants seront validés :

- Modélisation arbre flexible
 - Modèle d'états (Moodle)
 - Schéma-bloc
 - FTBO réduite
- Identification du moteur
 - Valeur J_m et B_m

Vous devrez également vous inscrire dans une plage horaire spécifique.

LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Ogata, K. Modern Control Engineering. 5^e ed. Prentice Hall, 2010. 894p.
[2] Kuo, B.B *et al.* Automatic Control Systems, 9^e ed. Wiley, 2009. 800p.