FORMULAIRE D'EQUATIONS

SYSTEME D'ORDRE 1 STANDARD

$$\frac{K}{1+\tau s} \qquad t_s(2\%) = 4\tau$$

SYSTEME D'ORDRE 2 STANDARD (Note : Dans Ogata, l'angle ϕ est dénoté par β et ω_a est dénoté par ω_d.)

$$\frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$M_p = 100e^{-\pi/tan\phi} \qquad t_p = \frac{\pi}{\omega_a} \qquad t_s(2\%) = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

$$\zeta = cos\phi \qquad \omega_a = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$t_r(10-90\%) \approx \frac{1+1.1\zeta+1.4\zeta^2}{\omega_n} \qquad t_r(0-100\%) \approx \frac{\pi - cos^{-1}\zeta}{\omega_a}$$

LIEU DES RACINES – REGLES POUR TRACER

1. Symétrie
2. Nombre de branches = nombre de pôles de la FTBO
3. Départ aux pôles de la FTBO et arrivée aux zéros de la FTBO
4. Nombre d'asymptotes $(n-m)$ et leur direction $\frac{180°}{n-m}(2k+1)$
5. Intersection des asymptotes avec axe réel: $\frac{\sum_i p_i - \sum_k z_k}{n-m}$ (Note : les termes de la factorisation de la fonction de transfert sont supposés ici être écrits sous la forme $(s - p_i)$ et $(s - z_k)$.
6. Lieu sur axe des réels: règle de la 'peinture' => il doit y avoir un nombre impair de pôles et zéros à droite de tout lieu des racines valide sur l'axe réel
7. Points de séparation ou de jonction $\frac{dK}{ds} = 0 \Rightarrow ND' - N'D = 0$. Le point de séparation/jonction doit être sur le lieu valide de l'axe des réels (sur la 'peinture').
8. Angles de départ des pôles $\theta_d = 180° - \sum_i \angle p_i + \sum_k \angle z_k$
   angles d'arrivée aux zéros $\theta_a = 180° - \sum_k \angle z_k + \sum_i \angle p_i$
9. Intersection avec l'axe imaginaire : solution de $1 + KG(j\omega) = 0 \Rightarrow D(j\omega) + KN(j\omega) = 0$ => 2 équations ($Re = 0$, $Im = 0$) à 2 inconnues (K, ω).

ERREURS EN REGIME PERMANENT

$e(\infty)$	**Échelon Au_0**	**Rampe Au_1**	**Parabole Au_2**
CLASSE 0	$A / (1+K_{pos})$	∞	∞
CLASSE 1	0	A / K_{vel}	∞
CLASSE 2	0	0	A / K_{acc}

$K_{pos} = lim_{s\to 0}\, G\,(s) \qquad e_{RP} = \dfrac{1}{1+K_{pos}}$ (à un échelon unitaire)

$K_{vel} = lim_{s\to 0}\, s\, G(s) \qquad e_{RP} = \dfrac{1}{K_{vel}}$ (à une rampe unitaire)

$K_{acc} = lim_{s\to 0}\, s^2\, G(s) \qquad e_{RP} = \dfrac{1}{K_{acc}}$ (à une parabole unitaire)

MARGES DE STABILITE

Marge de phase PM: quand la condition d'amplitude $|G(j\omega)| = 1$ (0 dB) est rencontrée à la fréquence ω_g, c'est la phase qu'il faut perdre pour rencontrer la condition de phase $\langle G(j\omega)\rangle_{\omega=\omega_g} = -180$ deg.

Marge de gain GM: quand la condition de phase $\langle G(j\omega)\rangle = -180$ deg est rencontrée à la fréquence ω_p, c'est le gain qu'il faut multiplier pour rencontrer la condition de gain $|G(j\omega)|_{\omega=\omega_p} = 1$ (0 dB).

Marge de retard: C'est la marge de phase exprimée en secondes à la fréquence ω_g.

COMPORTEMENT EN BASSES FREQUENCES (DONC POUR PETIT ω) SELON LA CLASSE D'UN SYSTEME

$G(j\omega) \to K_{pos}$ (classe 0) pente de 0 dB/décade, 0 deg en phase si phase minimum

$G(j\omega) \to \dfrac{K_{vel}}{\omega}$ (classe 1) pente de − 20dB/décade, −90 deg en phase si phase minimum

$G(j\omega) \to \dfrac{K_{acc}}{\omega^2}$ (classe 2) pente de − 40dB/décade, −180 deg en phase si phase minimum

COMPORTEMENT EN HAUTES FREQUENCES (DONC POUR GRAND ω) SELON LA CLASSE D'UN SYSTEME

$\lim_{\omega\to\infty} G(j\omega) = \dfrac{1}{(j\omega)^{n-m}}$ $\quad n =$ nombre de pôles de la FTBO, $m =$ nombre de zéros de la FTBO $\quad$ pente de $-(n-m)$ dB/décade, phase de $-(n-m)90$ deg si phase min

RETARD PUR DE T SECONDES

$R(s) = e^{-Ts}$

$R(j\omega) = e^{-j\omega T}$

MATLAB

Approximation par une FT avec la fonction **pade** sur MATLAB.