

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie électrique et de génie informatique

RAPPORT APP5

Communication avec porteuses et processus aléatoires
APP4

Présenté à
Sébastien Roy et Yves-Alexandre Beebe

Présenté par
Équipe numéro 1
Félix Boivin – BOIF1302
Mathieu Désautels – DESM1210

Sherbrooke – 15 juillet 2025

1.	Analogique	3
1.1	Calcul de β et Δf	3
1.2	Calcul du $RSBi$	3
1.3	Calcul $RSBi$ avec accentuation / désaccentuation	3
1.4	Calcul de la DSP du bruit	4
1.5	Sélection de canal et multiplexage en fréquence	4
1.6	Schéma	6
1.7	Résultats de simulation	6
2.	Numérique	7
2.1	Calcul du $RSBi$	7
2.1.1	BPSK	8
2.1.2	QPSK	8
2.1.3	16-QAM	8
2.2	Calcul de la DSP du bruit	9
2.3	Multiplexage temporel	9
2.3.1	BPSK	10
2.3.2	QPSK	10
2.3.3	16-QAM	10
2.4	Limitation de la largeur de bande	11
2.5	Synchronisation	11
2.6	Sélection de canal et multiplexage en fréquence	12
2.7	Schéma et résultat de simulation	14
3.	Bruit en bande passante	15
3.1	Analyse du bruit en bande passante	15
4.	Synthèse	16
Annexe A	Schéma sélection canal et multiplexage en fréquence	17
Annexe B	Schéma du circuit complet analogique	18
Annexe C	Schéma du circuit numérique	19

1. ANALOGIQUE

1.1 CALCUL DE β ET Δf

La solution analogique requiert une modulation de fréquence (MF). Il est possible d'utiliser la règle de Carson (MF) pour trouver β , ensuite nous pouvons utiliser la définition de l'indice de modulation pour trouver le Δf .

$$B_T = 2(\beta + 1)f_m$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

La largeur de bande est de 30 kHz et la fréquence max (f_m) est égale à 3.4 kHz. Cela nous permet de trouver que $\beta = 3.411$ et, conséquemment, la variation de fréquence de $\Delta f = 11\,600\text{ Hz}$.

1.2 CALCUL DU RSB_i

Pour calculer la valeur du rapport signal bruit à l'entrée nous devons utiliser la formule du gain de démodulation.

$$\frac{RSB_o^{MF}}{RSB_i^{MF}} = 6\beta^2(\beta + 1)P_M$$

Sachant que le rapport signal bruit à la sortie doit être de plus de 30 dB et que l'indice de modulation est de $\beta = 3.411$, l'élément manquant est la puissance du message. Celle-ci correspond à la variance du signal d'entrée $P_M = 0.0105\text{ W}$. Avec ces informations, il est possible de trouver un rapport signal bruit à l'entrée de $RSB_i = 309.54 = 24.91\text{ dB}$

1.3 CALCUL RSB_i AVEC ACCENTUATION / DÉACCENTUATION

Pour le calcul, nous devons utiliser la formule de l'amélioration.

$$A = \frac{\left(\frac{f_m}{f_0}\right)^3}{3\left(\frac{f_m}{f_0} - \arctg\left(\frac{f_m}{f_0}\right)\right)}$$

Dans cette formule nous connaissons $f_m = 3400\text{ Hz}$ et notre $f_0 = 460\text{ Hz}$. Ce qui nous donne une amélioration de $A = 22.60 = 13.54\text{ dB}$, cela veut donc dire qu'il y a une amélioration de 13.54 dB sur le RSB_o . Donc en utilisant la formule du gain de démodulation présenté à la section 1.2, il est possible de trouver la valeur du RSB_i . Nous savons que le RSB_o sera de 16.46, car (30 – 13.5) donc avec la formule du gain disponible à la section 1.2, il est possible de trouver un $RSB_i = 13.699 = 11.367\text{ dB}$.

1.4 CALCUL DE LA DSP DU BRUIT

Pour le calcul de la DSP, il faut partir avec la définition du RSB qui est donnée par l'expression suivante.

$$RSB = \frac{P_{out}}{P_N} = \frac{P_R}{P_N}$$

Nous savons que la valeur de la puissance au récepteur (P_R) est de 10, donc pour les deux cas de 1.2 et 1.3, on sait que les RSB sont de 24.91 dB et 11.367 dB. Avec ces informations il est possible de trouver que $P_N = 0.0322 W$ et $P_N = 0.7299 W$.

Avec ces informations, puisque nous savons que le bruit est égal à $P_N = 2B \frac{N_0}{2}$, nous savons que la bande passante de 30 kHz. Il est donc possible de trouver la DSP des bruits soit $\frac{N_0}{2} = 0.536 \mu W/Hz$ et $\frac{N_0}{2} = 12.165 \mu W/Hz$.

Tableau 1 : Valeur de la DSP pour RSB_i différent analogique

Composante	Valeur $\left(\frac{N_0}{2}\right)$
$RSB_i = 24.91 \text{ dB}$	$0.536 \mu W/Hz$
$RSB_i^{ACCENTUATION} = 11.367 \text{ dB}$	$12.165 \mu W/Hz$

1.5 SÉLECTION DE CANAL ET MULTIPLEXAGE EN FRÉQUENCE

Pour la sélection du canal, il faut tout d'abord calculer la position du signal. Nous savons que la largeur du signal est de 30 kHz et qu'il est centré à $f_l = 340 \text{ kHz}$. Il faut déplacer ces signaux dans une largeur de bande de 300 kHz centrée à 902 MHz. Cependant, pour limiter la difficulté de simulation, on la centre plutôt à 1.36 MHz.

Puisqu'il faut multiplexer 9 canaux de 30 kHz avec des bandes de gardes de 5 kHz, il est possible de trouver la formule pour une fréquence commençant à 0 Hz de $f_0 = 18 \text{ kHz} + n \cdot 33 \text{ kHz}$. Cependant, puisque la largeur de bande de 300 kHz, est centrée à 1.36 MHz, il est possible de trouver qu'en fait la formule serait plutôt $f_0 = 888 \text{ kHz} + n \cdot 33 \text{ kHz}$.

Le même principe de calcul est utilisé pour trouver les fréquences des filtres. Nous trouvons que la fréquence centrale de l'image est de 812 kHz, grâce à la formule $f_{image} = f_0 - f_l$. Donc avec $n = 9$, nous trouvons que le minimum stop devra être de 830 kHz. Par la suite, on veut trouver le minimum du signal qui est de $f_{min} = 1.36 \text{ MHz} - 150 \text{ kHz} = 1.21 \text{ MHz}$. Ainsi que le maximum est de $f_{max} = 1.36 \text{ MHz} + 150 \text{ kHz} = 1.51 \text{ MHz}$.

Donc finalement pour le choix de canaux on trouve que la formule pour l'oscillateur est de $f_0 = 888 \text{ kHz} + n \cdot 33 \text{ kHz}$. Ces valeurs sont rentrées dans le circuit Simulink aux positions offseta et fba (voir Figure 1).

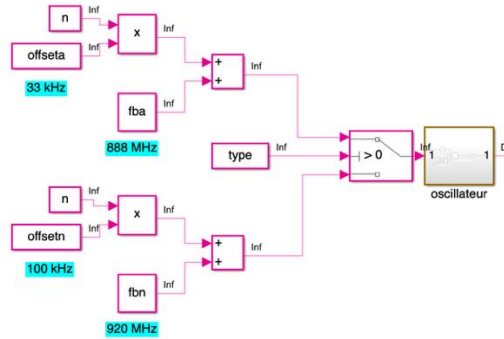


Figure 1 : Circuit de sélection de canaux

Par la suite, nous avons un filtre de passe bande de 1.21 MHz à 1.51 MHz . Avec des bandes à 830 kHz et 1.89 MHz . Avec toute ses informations on est capable de trouver que cela fonctionne puisqu'en analysant Figure 2, où le graphique du haut sont les canaux 2 à 9, et le graphique du bas est le canal 1, celui comportant le signal.

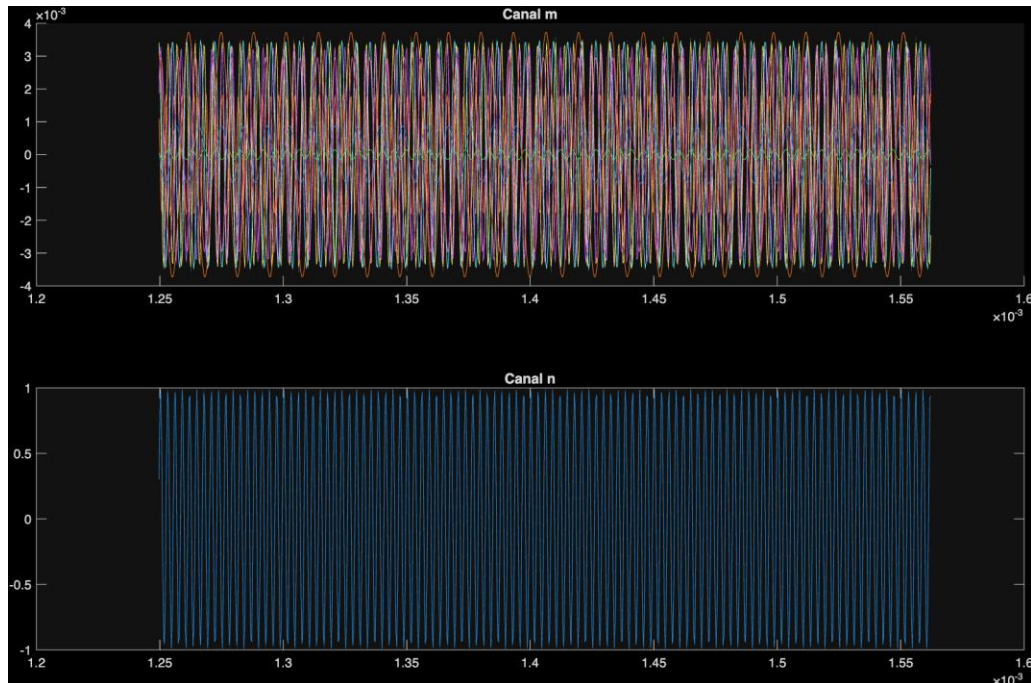


Figure 2 : Graphique de sortie du multiplexage analogique

Dans ce graphique il est possible de voir que le canal m varie avec un facteur de 10^{-3} , et le canal n n'a pas de facteur. Il est donc possible de dire que lorsqu'on analyse le canal n, il a très peu du signal qui est retrouver sur les autres canaux.

Pour voir le circuit complet il est disponible avec annotation à l'Annexe A (voir Figure 7).

1.6 SCHÉMA

Le schéma complet du circuit analogique est disponible à l'Annexe B (Figure 8). Dans celle-ci, les modifications qui ont été faites sont au niveau des filtres, des taux, le générateur de bruit, les paramètres du VCO et le démoduler MF.

Tous d'abord, dans la section du transmetteur nous avons ajuster certaines parties. Le plus gros changement est surtout l'interrupteur qui permet de faire le lien entre avec et sans accentuation/désaccentuation. Les autres paramètres changer sont la valeur de Δf , cette valeur calculer à la section 1.1, soit 11 600 Hz. Un autre paramètre changer est l'ajout d'une sinusoïde de 290 kHz pour atteindre le 340 kHz. L'ajout d'un filtre passe bande de 30 kHz, centrée sur la fréquence intermédiaire de 340 kHz est aussi nécessaire d'être ajouté. Finalement un gain de 8.9 est ajouté à la fin pour ajuster le niveau de la puissance à 10 dB, puisque nous avons toujours utiliser une valeur de 10 dB dans les calculs précédent.

Par la suite, si on continue nous tombons dans le canal qui celui-ci a uniquement l'ajout du bruit. Pour l'ajout du bruit deux sources ont été crée soit la source sans et avec accentuation/désaccentuation. Pour voir les calculs pour la valeur de la densité de puissance référé-vous à la section 1.4. Dans cette section du canal, nous avons une fréquence de 1.6 MHz, la variance du bruit est donc la valeur de 1.4 fois la fréquence d'entrée.

Finalement pour la réception, le même filtre passe bande que celui à la transmission doit être ajouter, soit un filtre passe bande de 30 kHz, centrée sur 340 kHz. Le dernier élément qui doit être changer pour que le circuit fonctionne bien est le démodulateur MF avec une fréquence de porteuse de 340 kHz et une déviation de fréquence de 11 600 Hz.

En résumé les changements sont les suivants :

- Déviation du signal de 11 600 Hz
- Ajout d'un sinus de 290 kHz pour moduler le signal
- Ajout d'un filtre passe bande de 30 kHz centrée sur 340 kHz
- Ajout des sources de bruit (voir section 1.4)
- Ajout du même filtre passe bande en réception
- Ajustement du démodulateur MF

1.7 RÉSULTATS DE SIMULATION

Pour les calculs de RSB_i et RSB_o , l'interrupteur automatique permettent au code MatLab de faire les calculs automatiquement. Soit avec ou sans l'accentuation/désaccentuation les éléments qui sont nécessaire sont les la puissance de signal (P_s) et la puissance du bruit (P_N). Pour trouver la puissance du bruit il est possible de faire l'analyse du signal à la sortie et en soustraire la puissance du signal sans bruit. Cela crée donc la formule suivante.

$$RSB = \frac{P_s}{P_N} = \frac{P_s}{P_{SB} - P_s}$$

$$RSB (dB) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_S}{P_{SB} - P_S} \right)$$

Cette formule est possible d'être utilisé autant pour le RSB_o que le RSB_i , l'unique différence est l'endroit où le signal est utilisé. Pour RSB_o l'analyse se fait au bout de la chaîne complètement pour le RSB_i , le signal est pris après le filtre passe bande de récepteur (voir out.RSBi sur la Figure 8).

Le Tableau 2, montre les résultats de simulation de RSB .

Tableau 2 : Résultats de simulations analogique

Composante	Valeur dB
RSB_i	24.57 dB
$RSB_i^{ACCENTUATION}$	11.4925 dB
RSB_o	29.884 dB
$RSB_o^{ACCENTUATION}$	27.8655 dB

Il est possible de voir dans le Tableau 2 que les valeurs sont possibles puisque RSB_o doit s'approcher de 30 dB et ceci est le cas. De plus, les RSB_i sont très similaire en simulation que ceux trouvés à la section Calcul du 1.2 et ceux à la section 1.3.

2. NUMÉRIQUE

2.1 CALCUL DU RSB_i

Pour trouver la valeur de du RSB en entrée, étant donné que nous connaissons la probabilité d'erreur il est possible de trouver l'énergie par bits.

$$P_E = Q \left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} \right)$$

Grâce au graphique de Q il est possible de trouver que $\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}}$ est de 3.719. Ensuite, en ayant toutes ses informations on isole la valeur de E_p .

$$\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} = 3.72$$

$$E_p = 3.72^2 \frac{N_0}{2}$$

Ensuite, il est possible de remplacer E_P dans la formule du RSB_i .

2.1.1 BPSK

Pour le BPSK, nous savons notre taux de 85 *kbits/s* ainsi que la bande passante de 95 *kHz*. Grâce à ceci, il est possible de retourner à la définition du rapport signal bruit.

$$RSB_i^{BPSK} = \frac{E_P R_S}{N_0 B_T}$$

$$RSB_i^{BPSK} = 3.72^2 \frac{N_0/2 R_S}{N_0 B_T}$$

$$RSB_i^{BPSK} = \frac{3.72^2}{2} \cdot \frac{85000}{95000} = 6.19$$

$$RSB_i^{BPSK}(dB) = 7.92 \text{ dB}$$

Il est donc possible de voir que le rapport signal bruit pour le type de modulation BPSK est de **7.92 dB**.

2.1.2 QPSK

Pour le QPSK, nous savons notre taux de 85 *kbits/s* ainsi que la bande passante de 95 *kHz*. La formule de départ ressemble beaucoup à celle du BPSK, cependant puisque nous séparons en sinus et en cosinus cela a un effet d'être doublé.

$$RSB_i^{QPSK} = \frac{2E_P R_S}{N_0 B_T}$$

$$RSB_i^{QPSK} = 3.72^2 \frac{N_0 R_S}{N_0 B_T}$$

$$RSB_i^{QPSK} = 3.72^2 \cdot \frac{85000}{95000} = 12.38$$

$$RSB_i^{QPSK}(dB) = 10.92 \text{ dB}$$

Il est donc possible de voir que le rapport signal bruit pour le type de modulation BPSK est de **10.92 dB**.

2.1.3 16-QAM

Le 16-QAM est particulier comparé aux deux derniers protocoles, puisqu'il y a une variation de l'amplitude en plus de la phase ce qui ajoute aux possibilités de valeurs envoyées. Pour calculer le RSB_i , il est possible de considérer ce protocole est comme un QPSK mélangé avec du M-Aire. On considère $M = 4$, puisqu'en QPSK, il y a déjà quatre possibilités de phases différentes, donc $4 \cdot 4 = 16$ possibilités. On commence avec la formule suivante.

$$P_E = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{2E_P}{N_0}} \right)$$

$$P_E = \log_2(M) P_B = \log_2(4) 10^{-4} = 200 \cdot 10^{-6}$$

$$Q \left(\sqrt{\frac{2E_P}{N_0}} \right) = \frac{P_E}{\frac{2(M-1)}{M}} = 133 \cdot 10^{-6}$$

$$\sqrt{\frac{2E_P}{N_0}} = 3.6463$$

$$E_P = 3.6463^2 \frac{N_0}{2} = 6.64775 N_0$$

$$RSB_i^{16QAM} = \frac{2E_S R_S}{N_0 B_T}$$

$$E_S = \frac{E_P}{3} (M^2 - 1) = \frac{6.64775 N_0}{3} (4^2 - 1) = 33.24 N_0$$

$$RSB_i^{16QAM} = 2 \cdot 33.24 \cdot \frac{85000}{95000} = 59.48$$

$$RSB_i^{16QAM} (dB) = 17.74 \text{ dB}$$

Il est donc possible de voir que le rapport signal bruit pour le type de modulation 16-QAM est de **17.74 dB**.

2.2 CALCUL DE LA DSP DU BRUIT

Pour le calcul de la DSP, c'est la même chose que la section 1.4 soit la définition du RSB .

$$RSB = \frac{P_M}{P_N} = \frac{P_R}{P_N}$$

Nous savons que la valeur de la puissance moyenne (P_M) est de 10 et qu'un RSB_i de 17.74 dB est désiré pour le 16-QAM. Avec ces informations, il est possible de trouver que $P_N = 0.1624 \text{ W}$, donc que $P_N = 2B \frac{N_0}{2} = 0.1624 \text{ W}$, où $B = 95 \text{ kHz}$. Il est donc possible de trouver la DSP du bruit soit $\frac{N_0}{2} = \mathbf{0.8547 \mu W/Hz}$.

2.3 MULTIPLEXAGE TEMPOREL

Pour le multiplexage temporel, il faut qu'on fasse la détection du nombre de bits utiles pouvant être utilisés pour une conversation téléphonique. Premièrement, nous savons qu'une conversation téléphonique équivaut à 64 kbits/s. Deuxièmement nous savons que pour tous les cas il y a un débit de symboles de $85 \frac{\text{kbits}}{\text{symboles}}$.

Donc, pour trouver les différences entre les différents ordres de modulation, il faut considérer les différences des protocoles. BPSK envoie 1 *bit/symbole*, le QPSK tant qu'à lui est à 2 *bit/symbole* et finalement le 16-QAM est de 4 *bits/symbole*.

Pour trouver le nombre de conversations possibles, il faut commencer par trouver le temps nécessaire d'envoi de paquet en utilisant la formule $\frac{\text{nbr bits par paquets}}{\text{débit symbole}}$. Ensuite, il est possible de trouver le débit utile puisque c'est la largeur du paquet par le temps du paquet. Cette réponse divisée par 64 *kbits/s* nous dira combien de conversations seront possibles.

Nous savons qu'un paquet est de 150bits, et que le débit voulu est de $85 \frac{\text{kbits}}{\text{s}}$. Donc il est possible de trouver que cela prend $0.00176471 \frac{\text{s}}{\text{paquets}}$.

2.3.1 BPSK

Tableau 3 : Trame de donnée pour le BPSK

Préambule	Paquet	Garde
20 bits	128 bits	2 bits

Pour le BPSK, on sait que le paquet utile est de 128 bits donc pour savoir le débit utilisable il faut utiliser la vitesse des paquets ainsi que le nombre de bits. $\frac{128}{0.00176471} = 73.533 \frac{\text{kbits}}{\text{s}}$. Donc avec un débit utilisable de 73.533 *kbits/s*, il est uniquement possible d'avoir une conversation de 64 *kbits/s*.

2.3.2 QPSK

Tableau 4 : Trame de donnée pour le QPSK

Préambule	Paquet	Garde
20 bits	256 bits	2 bits

Pour le QPSK, on sait que le paquet utile est de 256 bits donc pour savoir le débit utilisable il faut utiliser la vitesse des paquets ainsi que le nombre de bits. $\frac{256}{0.00176471} = 145.066 \text{ kbits/s}$. Donc avec un débit utilisable de 145.066 *kbits/s*, il est possible d'avoir deux conversations de 64 *kbits/s*.

2.3.3 16-QAM

Tableau 5 : Trame de donnée pour le 16-QAM

Préambule	Paquet	Garde
20 bits	512 bits	2 bits

Pour le 16-QAM, on sait que le paquet utile est de 256 bits donc pour savoir le débit utilisable il faut utiliser la vitesse des paquets ainsi que le nombre de bits. $\frac{512}{0.00176471} =$

$290.132 \frac{kbits}{s}$. Donc avec un débit utilisable de 290.132 kbits/s , il est possible d'avoir quatre conversations de 64 kbits/s .

2.4 LIMITATION DE LA LARGEUR DE BANDE

Pour limiter la largeur de bande à 95 kHz , il est judicieux d'utiliser le cosinus surélevé. Il faut donc utiliser la formule suivante.

$$B = \frac{1}{2}(1 + r)R_S$$

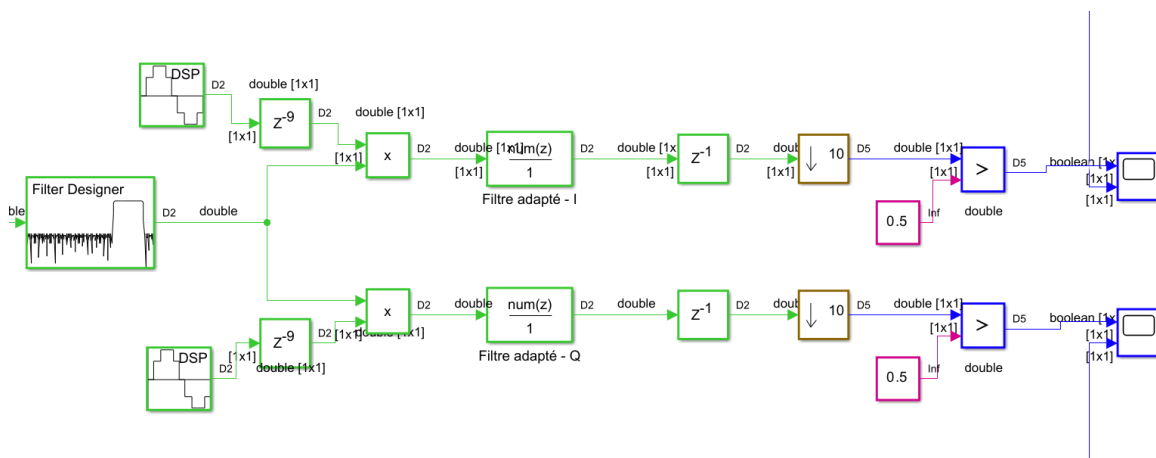
Où $B = 95000$, $R_S = 85000$ et on cherche le facteur de roll-off r . Cependant, puisque dans cette application on regarde plutôt une largeur de bande, il faut doubler le côté droit de l'équation.

$$B = (1 + r)R_S$$

$$r = \frac{B}{R_S} - 1 = 0.118$$

2.5 SYNCHRONISATION

Pour assurer la synchronisation entre le récepteur et le transmitteur, il faut connaître deux paramètres importants. Le premier est la valeur du bloc *UpSample* qui est de 10. Ensuite, il faut savoir quel est le délai causé par les filtres du circuit. Dans ce cas, il y a deux filtres passe-bande identiques qui causent un délai de 144.5 éch pour un délai total de 289 éch . Pour synchroniser les ondes de démodulation, il faut les délayer de 9 échantillons pour qu'elles arrivent à un multiple de 10 tel que le bloc *UpSample*. $289 \% 10 = 9$. Ensuite, pour préparer au bloc échantillonneur *DownSample*, il faut tout ramener à un multiple de 10. Il faut donc ajouter un délai unitaire. Le délai total de l'onde d'entrée est donc de 290 échantillons.



2.6 SÉLECTION DE CANAL ET MULTIPLEXAGE EN FRÉQUENCE

Pour la sélection du canal, il faut tout d'abord calculer la position du signal. Nous savons que la largeur du signal est de 95 kHz et qu'il est centré à $f_I = 340\text{ kHz}$. Il faut déplacer ces signaux dans une largeur de bande de 295 kHz centrée à 902 MHz . Cependant, pour limiter la difficulté de simulation, on la centre plutôt à 1.36 MHz .

Puisqu'il faut multiplexer 3 canaux de 95 kHz avec des bandes de gardes de 3 kHz , il est possible de trouver la formule pour une fréquence commençant à 0 Hz de $f_0 = 47.5\text{ kHz} + n \cdot 100\text{ kHz}$. Cependant, puisque la largeur de bande de 300 kHz , est centrée à 1.36 MHz , il est possible de trouver qu'en fait la formule serait plutôt $f_0 = 920\text{ kHz} + n \cdot 100\text{ kHz}$.

Le même principe de calcul est utilisé pour trouver les fréquences des filtres. Nous trouvons que la fréquence centrale de l'image est de 812 kHz , grâce à la formule $f_{image} = f_0 - f_I$. Donc avec $n = 3$, nous trouvons que le minimum stop devra être de 830 kHz . Par la suite, on veut trouver le minimum du signal qui est de $f_{min} = 1.36\text{ MHz} - 150\text{ kHz} = 1.21\text{ MHz}$. Ainsi que le maximum est de $f_{max} = 1.36\text{ MHz} + 150\text{ kHz} = 1.51\text{ MHz}$.

Donc finalement pour le choix de canaux on trouve que la formule pour l'oscillateur est de $f_0 = 920\text{ kHz} + n \cdot 100\text{ kHz}$. Ces valeurs sont rentrées dans le circuit Simulink aux positions *offseta* et *fba* (voir Figure 2).

Par la suite, nous avons un filtre de passe bande de 1.21 MHz à 1.51 MHz . Avec des bandes à 830 kHz et 1.89 MHz . Avec toute ses informations on est capable de trouver que cela fonctionne puisqu'en analysant Figure 2, où le graphique du haut sont les canaux 2 et 3, et le graphique du bas est le canal 1, celui comportant le signal.

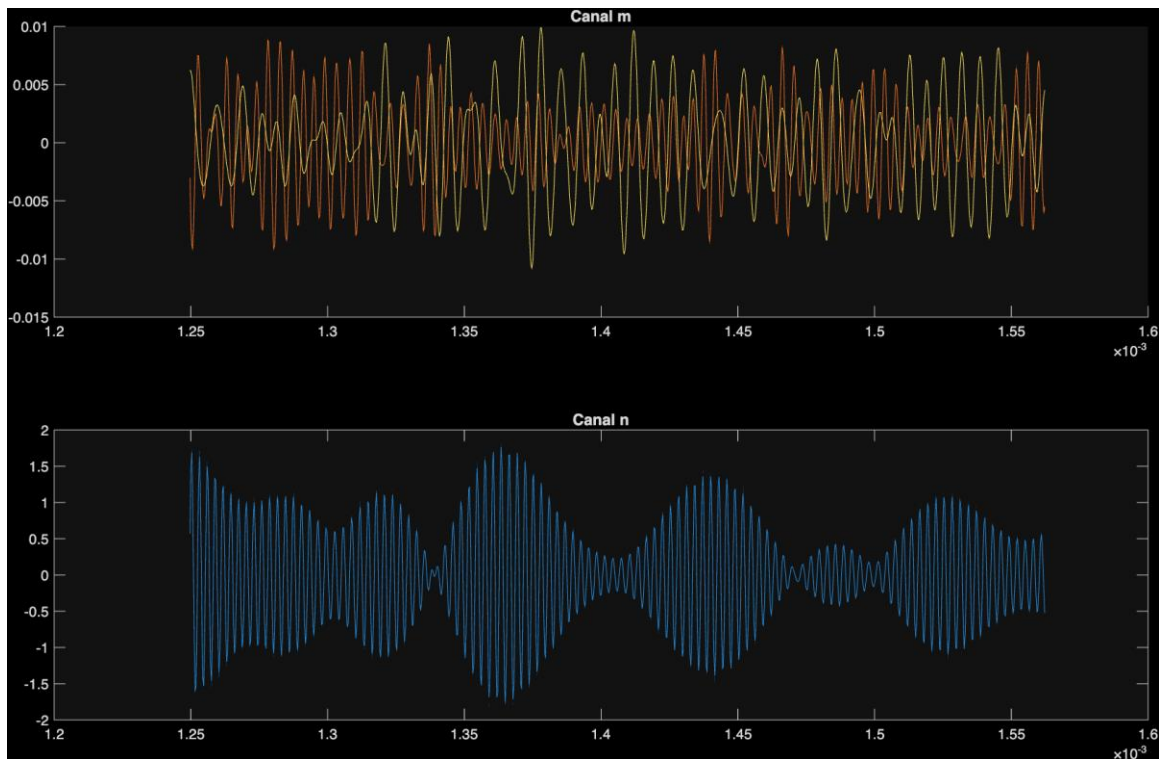


Figure 3 : Graphique de sortie du multiplexage numérique

Dans ce graphique il est possible de voir que le canal m varie avec un facteur de 10^{-2} , et le canal n n'a pas de facteur. Il est donc possible de dire que lorsqu'on analyse le canal n, il a très peu du signal qui est retrouvé sur les autres canaux.

Pour voir le circuit complet il est disponible avec annotation à l'Annexe A (voir Figure 7).

2.7 SCHÉMA ET RÉSULTAT DE SIMULATION

Le schéma complet du système numérique peut être trouvé à l'Annexe C. Dans la Figure 4, on peut voir le signal à différents endroits du circuit. Le premier, Relational Operator 1, est à la sortie du canal numérique. Le deuxième, Delay 4, est le signal à l'entrée du circuit. Le dernier, Downsample, est le signal avec bruit avant la transformation en bits. Il faut noter que le rail 1 est observé. Il est visible qu'en sortie du récepteur, le bruit est éliminé et le signal a l'air de bien suivre l'entrée au transmetteur.



Figure 4 : Signal à différents points du circuit

Ensuite, à la Figure 5, une image détaillée des bits transmis est illustrée. Cette figure permet de vérifier la synchronisation entre les différents points du circuit. Il est possible de voir que tout est bel et bien synchronisé. Finalement, à la Figure 6, il est illustré le résultat des performances du canal lorsqu'il est intégré au fichier simulink *étape4*. Pour 36 264 bits reçus, 38 bits ont été en erreur. Cela signifie que la probabilité d'erreur de bits $P_B = \frac{38}{36264} = 1,04 \cdot 10^{-3}$ ce qui respecte la condition $P_B < 10^{-2}$.

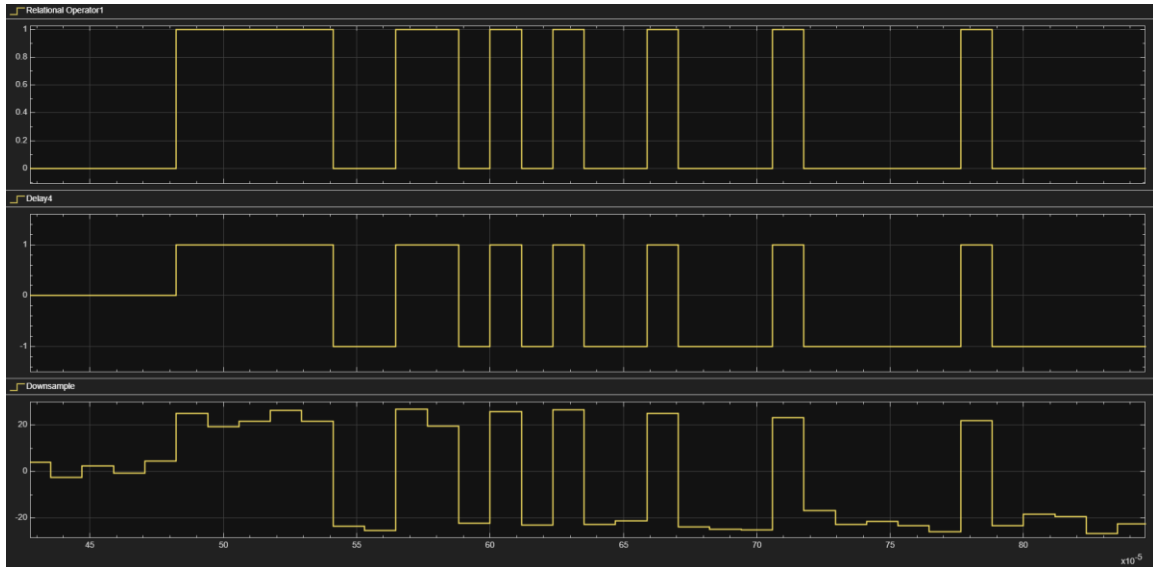


Figure 5 : Synchronisation du canal numérique

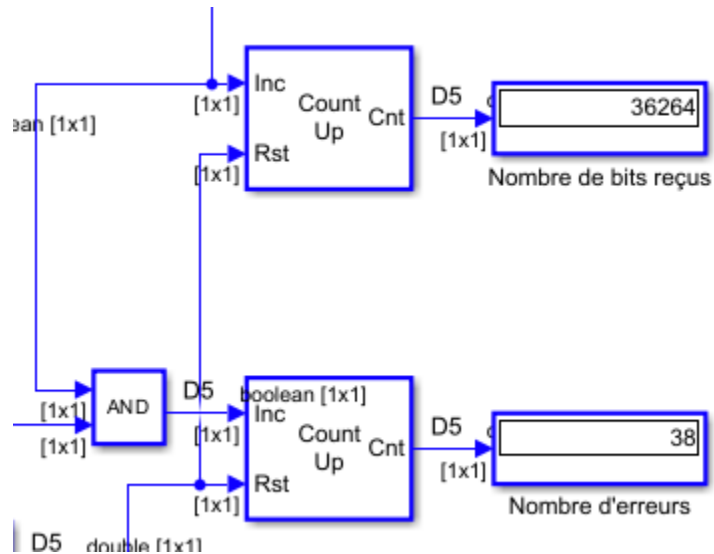


Figure 6 : Erreur des bits

3. BRUIT EN BANDE PASSANTE

3.1 ANALYSE DU BRUIT EN BANDE PASSANTE

Pour débiter nous avons notre signal $n(t)$, que nous devons trouver la fonction d'autocorrélation (R_{NN}).

$$n(t) = x(t) \cos(2\pi f_c t) - y(t) \sin(2\pi f_c t)$$

$$R_{NN}(t_1, t_2) = E \{n(t_1) \cdot n(t_2)\}$$

Pour l'analyse mathématique les étapes sont décrites plus bas pour limiter le nombre d'explications de formules. Avec ces étapes il est possible de trouver le $R_{NN}(t_1, t_2)$.

1. Distribution du signal $n(t)$

$$R_{NN}(t_1, t_2) = (x(t_1) \cos(2\pi f_c t_1) - y(t_1) \sin(2\pi f_c t_1)) \cdot (x(t_2) \cos(2\pi f_c t_2) - y(t_2) \sin(2\pi f_c t_2))$$

2. Extrait de distribution #2

$$R_{NN}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} (x(t_1)x(t_2) \cos(2\pi f_c \tau) + x(t_1)x(t_2) \cos(2\pi f_c (2t + \tau)) + \dots)$$

3. On change pour les autocorrélation et autocorrélation croisé

$$x(t_1)x(t_2) = R_{XX} \quad x(t_1)y(t_2) = R_{XY}$$

4. On trouve que $(2t + \tau)$ n'est pas stationnaire dans le temps donc il faut trouver une condition qui s'annulent. Donc on regroupe tous les termes dépendant du temps ensemble et on cherche à quel moment ils sont nuls.

$$\sin(2\pi f_c (2t + \tau)) (-R_{XY}(\tau) - R_{YX}(\tau)) + \cos(2\pi f_c (2t + \tau)) (R_{XX}(\tau) - R_{YY}(\tau)) = 0$$

4.1. Il faut donc deux conditions pour annuler les termes invariables

$$-R_{XY}(\tau) - R_{YX}(\tau) = 0 \rightarrow R_{XY}(\tau) = -R_{YX}(\tau)$$

$$R_{XX}(\tau) - R_{YY}(\tau) = 0 \rightarrow R_{XX}(\tau) = R_{YY}(\tau)$$

5. Avec les conditions il est possible de trouver que la valeur de l'autocorrélation

$$R_{NN}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \left((R_{XX}(\tau) + R_{YY}(\tau)) \cos(2\pi f_c \tau) + \sin(2\pi f_c \tau) (R_{XY}(\tau) + R_{YX}(\tau)) \right)$$

Il est donc possible d'analyser le bruit dans la bande passante avec la formule du point 5. Cependant il est important que les conditions au point 4.1 soient atteintes sinon cela ne sera pas stationnaire dans le temps à cause du $(2t + \tau)$.

4. SYNTHÈSE

Les deux approches, analogique et numérique, permettent de transmettre un signal sur un canal bruité, mais elles diffèrent significativement en termes de performance et complexité. En effet, la solution analogique est plus facile à mettre en œuvre et elle offre une bonne robustesse au niveau du bruit grâce aux filtres d'accentuation et de désaccentuation. Cependant, la largeur de bande du signal est plus élevée ce qui rend le multiplexage moins efficace pour plusieurs canaux. La solution numérique tant qu'à elle offre plusieurs avantages malgré sa complexité plus importante. Elle offre une meilleure efficacité spectrale avec des protocoles tels que QPSK et 16-QAM et il est donc possible de multiplexer plus de canaux dans une même largeur de bande.

Annexe A SCHÉMA SÉLECTION CANAL ET MULTIPLEXAGE EN FRÉQUENCE

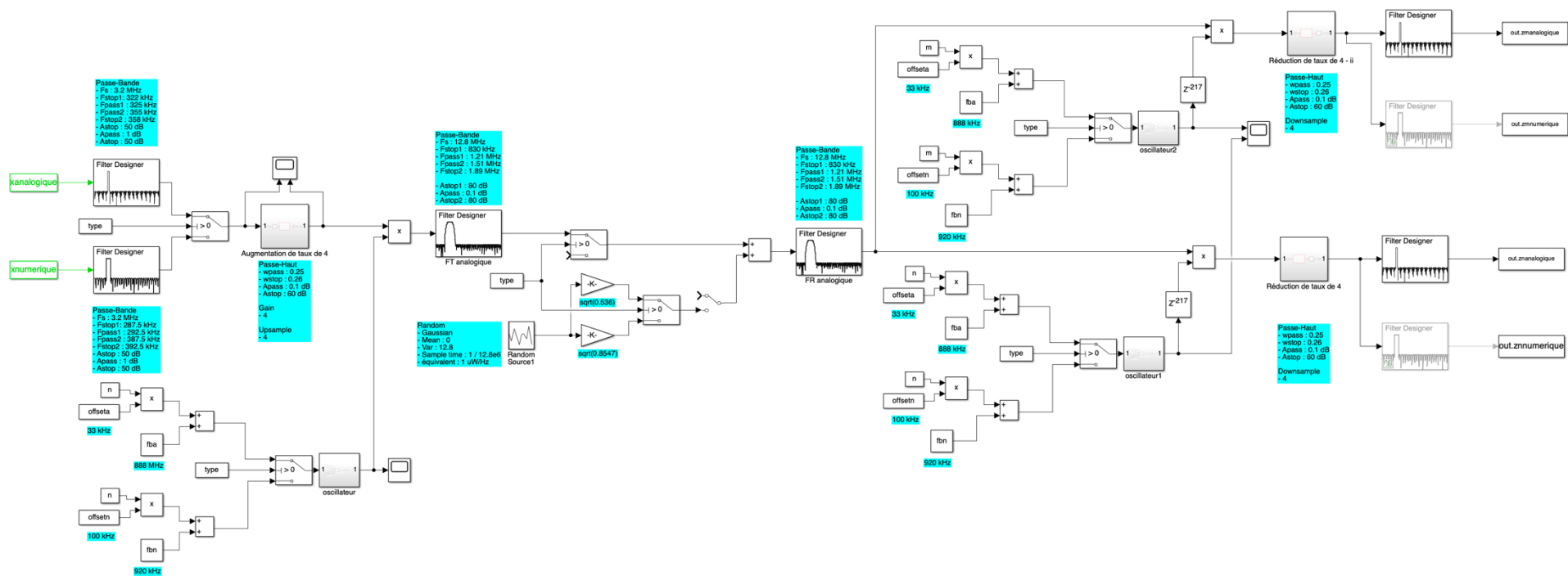


Figure 7 : Schéma complet multiplexage

Annexe B SCHÉMA DU CIRCUIT COMPLET ANALOGIQUE

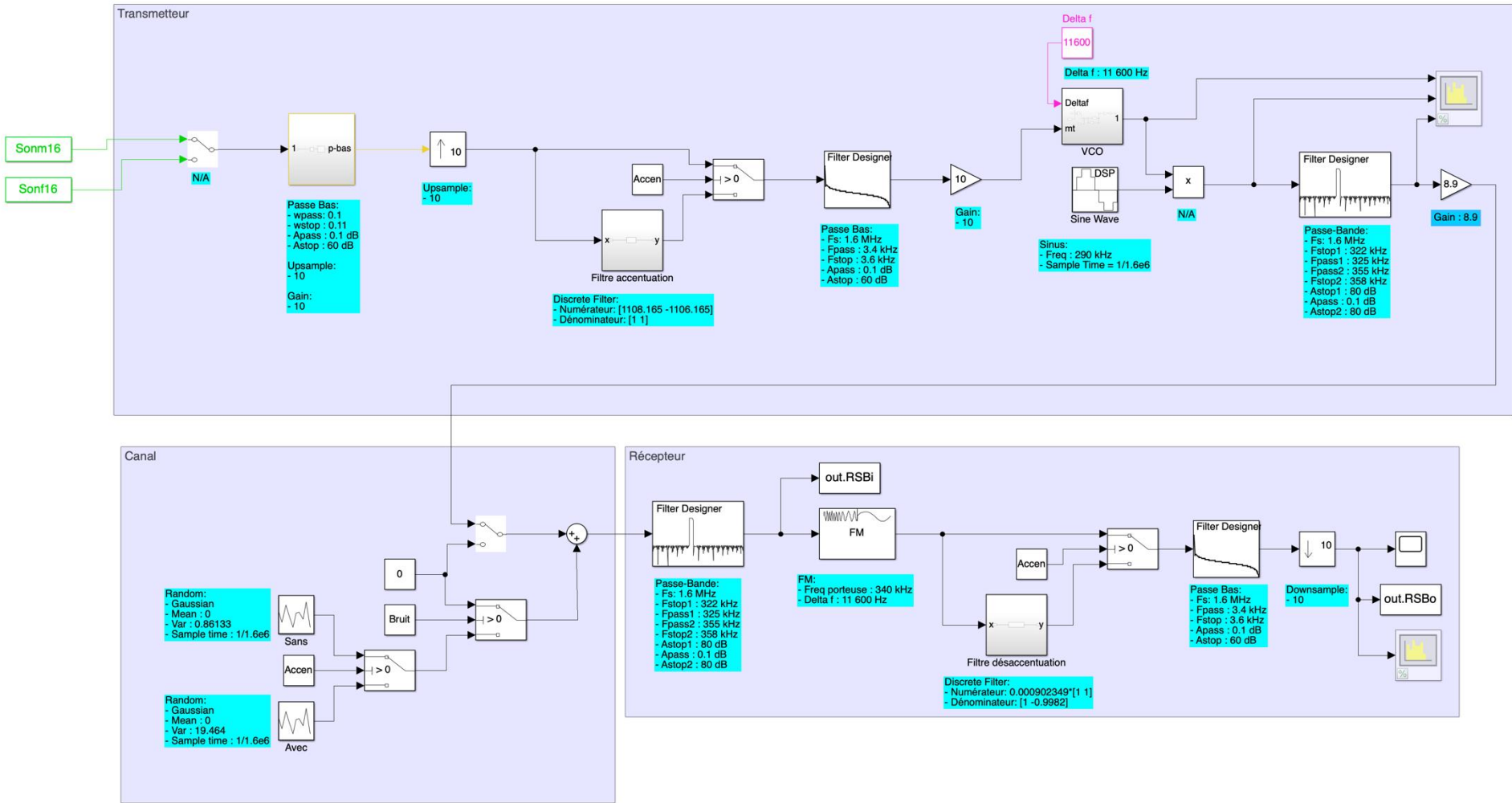


Figure 8 : Schéma du circuit complet analogique

Annexe C SCHÉMA DU CIRCUIT NUMÉRIQUE

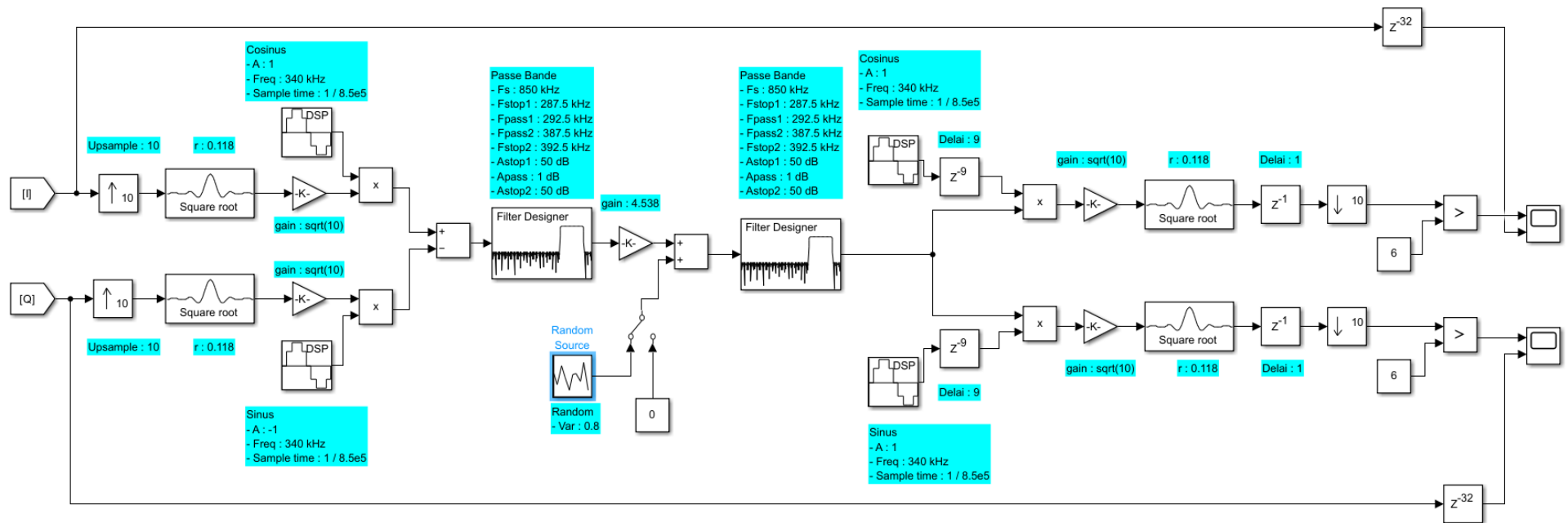


Figure 9 : Schéma du circuit complet numérique