

# Algorytmy i struktury danych

## Lista 6

### Zadanie 1.

INPUT: Graf reprezentowany przy pomocy list sąsiedztwa.

Zaprojektuj algorytm rozwiązujący problem wyszukiwania najkrótszej ścieżki od źródła do wszystkich innych węzłów w skierowanym grafie acyklicznym z wagami na krawędziach. Przeanalizuj złożoność obliczeniową algorytmu.

### Zadanie 2.

INPUT: Ciąg  $[a_1, \dots, a_n]$ .

OUTPUT: Najdłuższy ciąg  $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ , taki że  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$  oraz  $a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_k}$ .

Zaprojektuj algorytm rozwiązujący problem wyszukiwania najdłuższego podciągu rosnącego. Przeanalizuj złożoność obliczeniową algorytmu.

### Zadanie 3.

INPUT: Ciąg  $[a_1, \dots, a_n]$ .

OUTPUT: Ciąg spójny  $a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+k}$ , którego suma będzie największa.

Zaprojektuj liniowy algorytm znajdowania ciągu opisanego w OUTPUT.

Przykład: dla ciągu  $5, 15, -30, 10, -5, 40, 10$  ciągu spójny o największej sumie to:  $10, -5, 40, 10$ .

### Zadanie 4.

Jedziemy przez paliwowa pustynie pojazdem palącym 1 litr paliwa na 1 km. Pojemność baku wynosi  $W$ . Znamy rozkład stacji benzynowych wzdłuż drogi, którą jedziemy i wszystkie one są położone na pełnych kilometrach. Na stacji numer  $i$ , cena paliwa wynosi  $w_i$ . Pokaż algorytm obliczający jak najtaniej można dojechać do końca drogi (czyli do stacji numer  $n$ ).

### Zadanie 5.

Rozważmy ukorzenione drzewo, w którego korzeniu pojawia się pewna informacja. W każdej rundzie, wierzchołek posiadający informację, może poinformować jedno swoje dziecko. Pokaż algorytm, który na podstawie struktury drzewa obliczy dla każdego wierzchołka w jakiej kolejności ma on informować dzieci tak, żeby czas dotarcia informacji do wszystkich wierzchołków drzewa był jak najkrótszy.

### Zadanie 6.

Rozważmy stacją przeładunkową o pojemności  $W$ . Na stację zamawiamy dla klientów taki sam towar, przychodzący w jednostkowych paczkach. Przechowywanie jednej paczki przez jeden dzień kosztuje  $c$ . Zamówienie dostawy dowolnej liczby paczek kosztuje  $P$ . Pokaż algorytm, który mając dany ciąg zapotrzebowań klientów (dla każdego dnia wiemy ile paczek zostanie od nas kupione) tak rozplanowuje nasz plan zamówień, żeby minimalizować całkowity koszt.