

Algorytmy i struktury danych

Lista 5

Zadanie 1.

Wykaż, że najdłuższa prosta ścieżka z węzła x do liścia w drzewie czerwono-czarnym jest co najwyżej dwa razy dłuższa niż najkrótsza ścieżka z węzła x do pewnego liścia.

Zadanie 2.

Jak wyznaczyć i -ty następnik zadanego węzła x w drzewie statystyk pozycyjnych w czasie $O(\log n)$, gdzie n oznacza rozmiar drzewa.

Zadanie 3.

Zaproponuj strukturę danych \mathcal{Q} dla dynamicznych zbiorów liczb, w której można wykonywać operację *Min – Luka* wyznaczającą odległość między dwoma najbliższymi sobie liczbami w \mathcal{Q} . Jeśli np. $\mathcal{Q} = \{1, 5, 9, 15, 18, 22\}$, to *Min – Luka*(\mathcal{Q}) daje w wyniku $18 - 15 = 3$. Zaimplementuj jak najefektywniej operacje *Insert*, *Delete*, *Search* oraz *Min – Luka* i wykonaj analizę ich złożoności czasowej.

Zadanie 4.

Opisz drzewo czerwono-czarne o n kluczach, w którym występuje największy możliwy stosunek liczby czerwonych węzłów wewnętrznych do liczby czarnych węzłów wewnętrznych. Jaki jest ten stosunek? Dla jakiego drzewa ten stosunek jest możliwie najmniejszy i ile wynosi?

Zadanie 5.

Wykaż, że operacja rotacji zachowuje porządek inorder kluczy w drzewie binarnym.

Zadanie 6.

Czy głębokość węzłów w drzewie czerwono-czarnym można efektywnie utrzymywać jako dodatkową wartość pola każdego z węzłów w drzewie? Pokaż, jak to zrobić lub uzasadnij dlaczego nie można tego zrobić.