

# BİLGİSAYAR MİMARİSİ

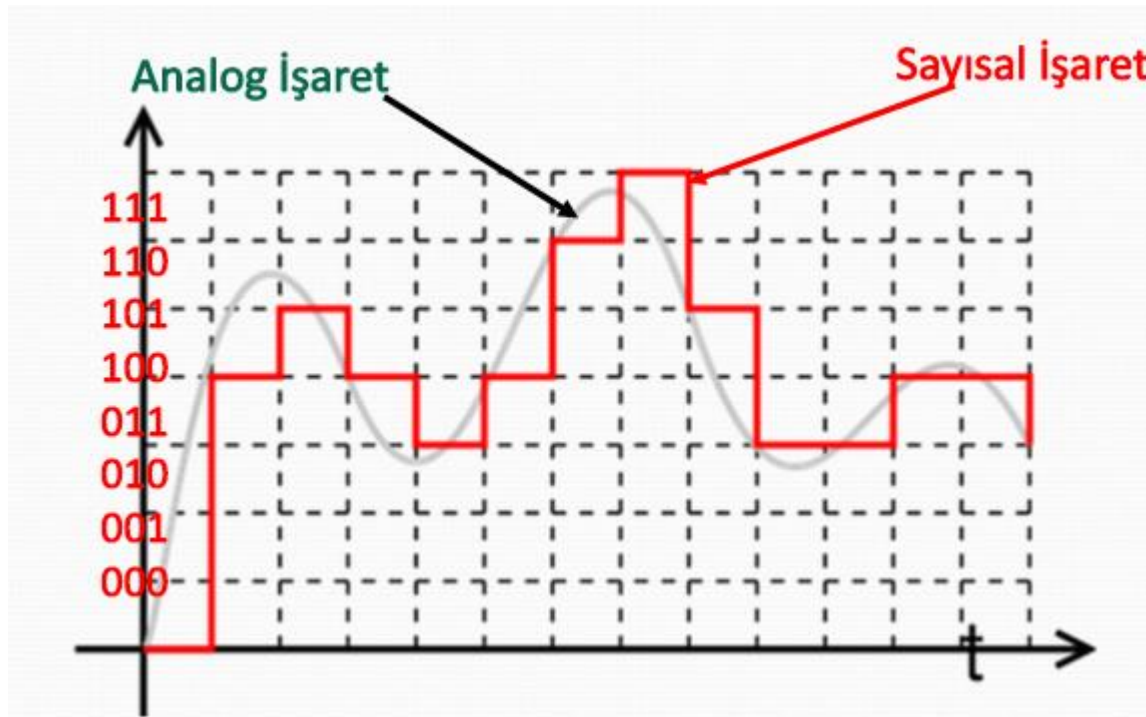
## Sayı Sistemleri

Özer Çelik  
Matematik-Bilgisayar Bölümü

# ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

- Gerçek dünyada karşılaştığımız bir çok fiziksel büyüklüğün (akım, gerilim, sıcaklık, ışık şiddeti vb.) değeri sürekli bir aralık içinde değişmektedir. Sınırlar arasındaki her türlü olası değeri alabilen bu tür işaretlere analog işaretler denir.
- Bir [analog sinyalden](#) belirli örnekler alınır ve analog sinyalin tam karşılığı olmayan dijital sinyal oluşturulur. Girişteki verinin saklanma veya aktarılma şeklinin değiştirilmesiyle elde edilir.
- İkili (binary) sayısal işaretler ise belli bir anda sadece olası iki değerden birini alabilirler: 0 - 1, yüksek – alçak, doğru – yanlış, açık - kapalı

# ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR



# ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

- Sayısal olarak ifade edilebilen bazı büyüklükler

0, L	1, H
Gerilim yok	Gerilim var
Yanlış	Doğru
Kontak açık (role)	Kontak Kapalı
Hayır	Evet
Sinyal yok	Sinyal var
OFF (Kapalı)	ON (Açık)
Sıfır gerilim	Negatif veya Pozitif Gerilim
Transistör yalıtkan	Transistör iletken
1. Frekans	2. Frekans

# ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

## Sayısal-Analog Tekniklerin Karşılaştırılması

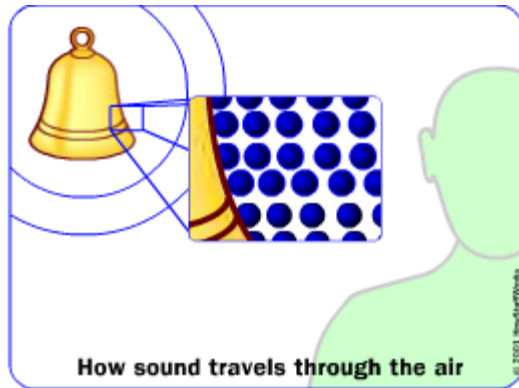
- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Devrenin tasarımı zordur</li><li>• Bilgilerin saklanması zordur</li><li>• Devrelerin boyutu büyüktür</li><li>• Programlanması zordur</li><li>• Gürültülerden etkilenir</li><li>• Entegre içine yerleştirilmeleri daha zordur</li><li>• İşlem sayısı fazladır</li><li>• Hatanın bulunması zordur</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Devre tasarımı daha kolaydır</li><li>• Bilgilerin saklanması kolaydır</li><li>• Daha küçük boyutta karmaşık devreler oluşturulabilir</li><li>• Daha esnek ve kolay programlanabilir</li><li>• Gürültülerden az etkilenir</li><li>• Entegre içine yerleştirilmeleri daha kolaydır</li><li>• İşlem sayısı azdır</li><li>• Hatanın bulunması daha kolaydır</li></ul> |
|---|---|

# Analog İşarete Örnek: Ses

- Bizim ses olarak algıladığımız şey gerçekte bizim sensor sistemimizin kulak zarımızdaki çok hızlı titreşimleri yorumlamamızdır
- Ses dalgalar halinde iletilir, dalgalar bir elastik ortam yardımıyla iletilir
- Örneğin, ses kulak zarımıza hava yada suda seyahat ederek ulaşır



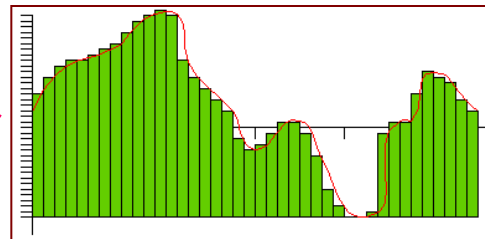
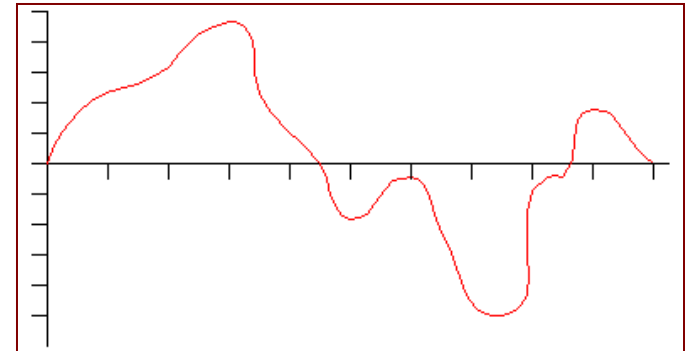
# Ses Oluşumu ve Kaydı



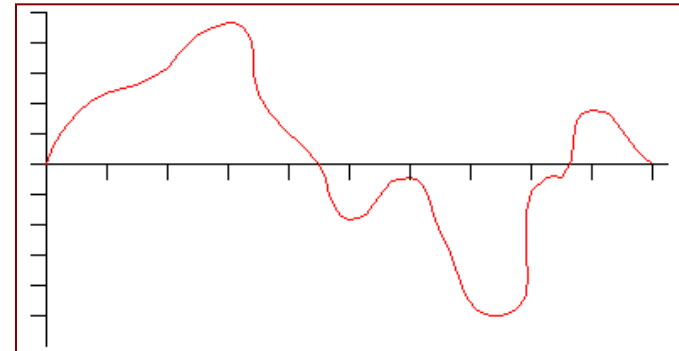
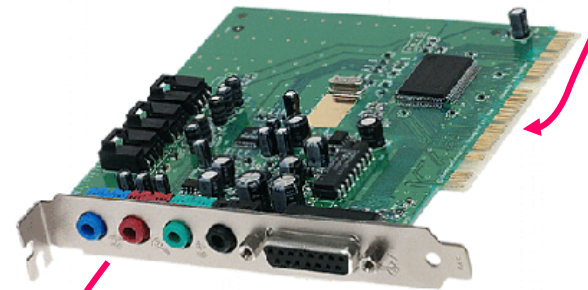
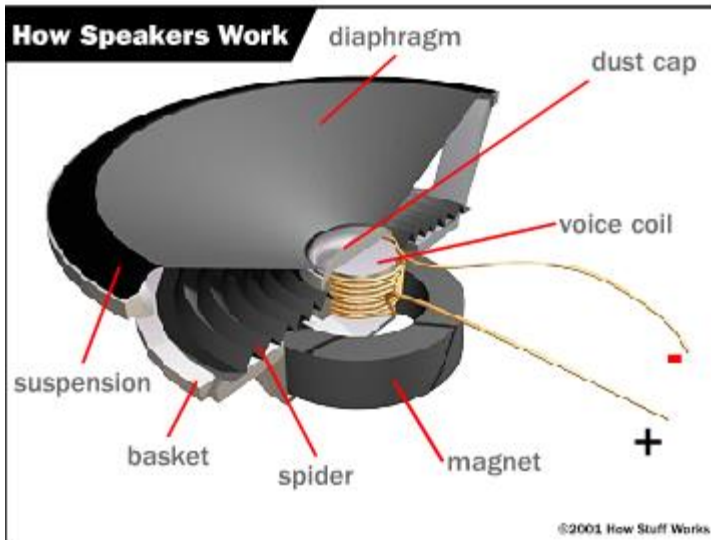
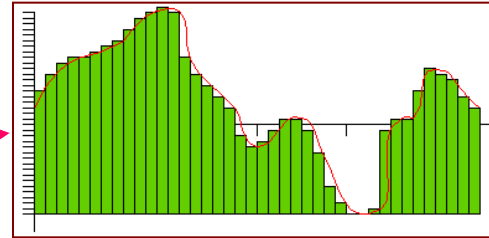
Mikrofon



Analog Sinyal



# Bilgisayarda Üretilen Seslerin Dış Ortama Aktarılması





# SAYI SİSTEMLERİ

- İkili veri = bit dizgisidir.
- Bit:
  - Bir şeyin var / yok ilişkisidir.
  - Anahtar veya Lamba açık / kapalı
  - Gerilim yüksek / alçak
  - Doğru / Yanlış (true / false)
  - 1 / 0
- Bit = Bilginin en küçük birimidir.
- Bir byte 8 bitten oluşur

# SAYI SİSTEMLERİ

## ■ 2.1. Sayı Sistemlerinin İncelenmesi

- Bir sayı sisteminde sayıyı S, taban değeri R ve katsayıları da d ile gösterirsek tam sayı sistemi,

- $S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0$

- Formülü ile gösterilir. Kesirli sayıları ifade etmek için aşağıdaki formül kullanılır.

- $S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0, d_{-1} R^{-1} + d_{-2} R^{-2} + d_{-3} R^{-3} \dots$

### ■ 2.1.1. Onlu (Decimal) Sayı Sistemi

- Onlu sayı sisteminde taban değeri  $R=10$ 'dur ve 10 adet rakam (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) kullanılır. Eğer onluk sayıyı D ile gösterirsek genel denklem,

- $D = d_n 10^n + d_{n-1} 10^{n-1} + \dots + d_2 10^2 + d_1 10^1 + d_0 10^0, d_{-1} 10^{-1} + d_{-2} 10^{-2} + d_{-3} 10^{-3} \dots \text{ olur}$

# SAYI SİSTEMLERİ

- $D = (69.3)_{10}$
- $= d_1 \cdot R^1 + d_0 \cdot R^0 + d_{-1} \cdot R^{-1}$
- $= 6 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1}$
- $= 69.3$
- **2.1.2. İkili (Binary-Dual) Sayı Sistemi**
- 0-1 rakamlarından meydana gelen ve taban değeri 2 olan sayı sistemidir.
- İkili sayı sisteminde her bir basamak **BiT** (**B**inary **DigiT**), en sağdaki basamak **en düşük değerli bit** (**Least Significant bit-LSB**), en soldaki basamak ise **en yüksek değerli bit** (**Most Significant bit-MSB**) olarak ifade edilir.
- İkili sayı sisteminde sayı B ile gösterilirse genel ifade,
- $B = d_n 2^n + d_{n-1} 2^{n-1} + \dots + d_2 2^2 + d_1 2^1 + d_0 2^0, d_{-1} 2^{-1} + d_{-2} 2^{-2} + d_{-3} 2^{-3} \dots$  olur

# SAYI SİSTEMLERİ

- $1011.11 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$

- $11100001$   
↑ En düşük değerli bit

En yüksek değerli bit

- İkili sayı sistemleri bilgisayar gibi sayısal bilgi işleyen makinalarda kullanılmaktadır. Fakat bu sayı sistemi ile bir sayının ifade edilmesi için çok fazla sayıda basamak kullanmak gerekir. Bu nedenle ikili sisteme kolay çevrilebilen (veya tersi) sekizli (octal) ve onaltılı (hexadecimal) sayı sistemleri geliştirilmiştir.

- **2.1.3. Sekizli (Octal) Sayı Sistemi**

- Taban değeri sekiz olan ve 0-7 arası (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) değer alan sayı sistemidir. Genel ifadesi;
- $O = d_n 8^n + d_{n-1} 8^{n-1} + \dots + d_2 8^2 + d_1 8^1 + d_0 8^0, d_{-1} 8^{-1} + d_{-2} 8^{-2} + d_{-3} 8^{-3} \dots$  dir.

# SAYI SİSTEMLERİ

- $O = (47.2)_8$   
 $= 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1}$
- **2.1.4. Onaltılı (Hexadecimal) Sayı Sistemi**
- Taban değeri 16 olan ve 0-15 arası (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F) değer alan sayı sistemidir. Genel ifadesi;
- $H = d_n 16^n + d_{n-1} 16^{n-1} + \dots + d_2 16^2 + d_1 16^1 + d_0 16^0, d_{-1} 16^{-1} + d_{-2} 16^{-2} + d_{-3} 16^{-3} \dots$  dir.
- $H = (2A.C)_{16}$   
 $= 2 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 12 \times 16^{-1}$
- **2.2. Sayı Sistemlerinin Dönüştürülmesi**
- **2.2.1 Onlu sayıların ikili, sekizli ve onaltılı sayılara dönüşümü**
- Onluk sayı sisteminde tamsayıyı diğer sayı sistemine dönüştürmek için onluk sayı dönüştürülecek sayıya sürekli bölünür ve sondan başa doğru kalan yazılır.

# SAYI SİSTEMLERİ

- *Onluk sayının ikilik sayıya dönüştürülmesi*
  - **ÖRNEK:**  $(53)_{10}$  sayısını ikili sayı sistemine çeviriniz.
  - |                |             |                 |
|----------------|-------------|-----------------|
| $53 / 2 = 26,$ | $kalan = 1$ | ↑ En düşük bit  |
| $26 / 2 = 13,$ | $kalan = 0$ |                 |
| $13 / 2 = 6,$  | $kalan = 1$ |                 |
| $6 / 2 = 3,$   | $kalan = 0$ |                 |
| $3 / 2 = 1,$   | $kalan = 1$ |                 |
| $1 / 2 = 0,$   | $kalan = 1$ |                 |
|                |             | ↑ En yüksek bit |
- $(53)_{10} = (110101)_2$
- Kesirli onluk sayılar ikili sayıya dönüştürülürken kesirli kısım sürekli 2 ile çarpılarak bulunan değerın tam sayı kısmı yazılır. İşleme 0 değerine veya yakın bir değere ulaşınca kadar devam edilir.

# SAYI SİSTEMLERİ

■ **ÖRNEK:**  $(41.6875)_{10}$  sayısını ikili sisteme çeviriniz

■ Tamsayı kısmı

- $41 / 2 = 20, \text{ kalan} = 1$
- $20 / 2 = 10, \text{ kalan} = 0$
- $10 / 2 = 5, \text{ kalan} = 0$
- $5 / 2 = 2, \text{ kalan} = 1$
- $2 / 2 = 1, \text{ kalan} = 0$
- $1 / 2 = 0, \text{ kalan} = 1$

$$(41)_{10} = (101001)_2$$

■ Kesirli kısım

- $0.6875 \times 2 = 1.3750 \text{ tamsayı} = 1$
- $0.3750 \times 2 = 0.7500 \text{ tamsayı} = 0$
- $0.7500 \times 2 = 1.5000 \text{ tamsayı} = 1$
- $0.5000 \times 2 = 1.0000 \text{ tamsayı} = 1$
- $(0.6875)_{10} = (1011)_2$

$$(41.6875)_{10} = (101001.1011)_2$$

# SAYI SİSTEMLERİ

- *Onluk sayının sekizlik sayıya dönüştürülmesi*
  - **ÖRNEK:**  $(53)_{10}$  sayısını sekizli sayıya çeviriniz
  - $53 / 8 = 6, \text{ kalan} = 5$  ↑
  - $6 / 8 = 0, \text{ kalan} = 6$  ↑
  - $(53)_{10} = (65)_8$
  - Kesirli sayılar sekizli sayıya çevrilirken kesirli kısım 8 ile çarpılır
  - **ÖRNEK:**  $(53.15)_{10}$  sayısını sekizli sayıya çeviriniz
  - Tamsayı Kısmı                      Kesirli Kısım
  - $53 / 8 = 6, \text{ kalan} = 5$  ↑       $0.150 \times 8 = 1.200, \text{ tamsayı} = 1$  ↓
  - $6 / 8 = 0, \text{ kalan} = 6$  ↑       $0.200 \times 8 = 1.600 \text{ tamsayı} = 1$  ↓
  - $0.600 \times 8 = 4.800 \text{ tamsayı} = 4$  ↓
- $(53.15)_{10} = (65.114)_8$



# SAYI SİSTEMLERİ

- *Onluk sayının onaltılık sayıya dönüştürülmesi*
  - **ÖRNEK:**  $(53)_{10}$  sayıyı onaltılık sayıya çeviriniz
  - $53 / 16 = 3$ , kalan = 5    ↑
  - $3 / 16 = 0$ , kalan = 3    ↑
  - $(53)_{10} = (35)_{16}$
  - Kesirli sayılar 16 ile çarpılarak tam kısmı yazılır
  - **ÖRNEK:**  $(214.975)_{10}$  sayıyı onaltılık sayıya çeviriniz
  - Tamsayı kısmı
  - $214 / 16 = 13$     kalan = 6    ↑
  - $13 / 16 = 0$     kalan = 13 (D)    ↑
  - Kesirli kısım
  - $0.975 \times 16 = 15.600$     tamsayı = 15 (F)    ↓
  - $0.600 \times 16 = 9.600$     tamsayı = 9
  - $0.600 \times 16 = 9.600$     tamsayı = 9
  - $(214.975)_{10} = (D6.F99)_{16}$
-

# SAYI SİSTEMLERİ

- 2.2.2. İkili sayıların onlu, sekizli ve onaltılı sayılara çevrilmesi
- *İkili Sayının Onlu Sayıya Çevrilmesi*
- İkili sistemdeki bir sayı her basamağının ağırlık katsayısı ile çarpılıp bulunan değerlerin toplanması ile onlu sayı sistemine dönüştürülür.
- **ÖRNEK:**  $(10101.101)_2$  sayısını onlu sayıya çeviriniz
- $(10101.101)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0, 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$
- $= 16 + 4 + 1, 0.5 + 0.125 = (21.625)_{10}$
- *İkili Sayının Sekizli Sayıya Çevrilmesi*
- İkili sayılar sekizliye çevrilirken sayıların tam kısmı sağdan sola doğru, kesirli kısım ise soldan sağa doğru üçerli grup olarak düzenlenir. Sonra her bir sayı katsayısı ile çarpılarak sonuç bulunur.

# SAYI SİSTEMLERİ

- 2.2.2. İkili sayıların onlu, sekizli ve onaltılı sayılara çevrilmesi
- *İkili Sayının Onlu Sayıya Çevrilmesi*
- İkili sistemdeki bir sayı her basamağının ağırlık katsayısı ile çarpılıp bulunan değerlerin toplanması ile onlu sayı sistemine dönüştürülür.
- **ÖRNEK:**  $(10101.101)_2$  sayısını onlu sayıya çeviriniz
- $(10101.101)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0, 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$
- $= 16 + 4 + 1, 0.5 + 0.125 = (21.625)_{10}$
- *İkili Sayının Sekizli Sayıya Çevrilmesi*
- İkili sayılar sekizliye çevrilirken sayıların tam kısmı sağdan sola doğru, kesirli kısım ise soldan sağa doğru üçerli grup olarak düzenlenir. Sonra her bir sayı katsayısı ile çarpılarak sonuç bulunur.

# SAYI SİSTEMLERİ

- **ÖRNEK:**  $(10101.101)_2$  sayısını sekizli sayıya çeviriniz
- $(10101.101)_2 = 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \quad 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0, 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
- $= (25.5)_8$
- *İkili Sayının Onaltılı Sayıya Çevrilmesi*
- İkili sayılar onaltılı sayıya çevrilirken sayıların tam kısmı sağdan sola doğru, kesirli kısım ise soldan sağa doğru dörderli grup olarak düzenlenir. Sonra her bir sayı katsayısı ile çarpılarak sonuç bulunur.
- **ÖRNEK:**  $(10101.101)_2$  sayısını onaltılı sayıya çeviriniz
- $(10101.101)_2 = 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \quad 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0, 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1$
- $= (15.A)_{16}$

# SAYI SİSTEMLERİ

- 2.2.3. Sekizli Sayıların İkili, Onlu ve Onaltılı Sayılara Çevrilmesi
- *Sekizli Sayının İkili Sayıya Çevrilmesi*
- Sekizli sayılar ikili sayıya çevrilirken her basamağın ikili sayıdaki karşılığı yazılır
- **ÖRNEK:**  $(673.124)_8$  sayısını ikili sayıya çeviriniz
- $6 = 110, 7 = 111, 3 = 011, 1 = 001, 2 = 010, 4 = 100$
- $(673.124)_8 = (110\ 111\ 011.001\ 010\ 100)_2$
- *Sekizli Sayının Onlu Sayıya Çevrilmesi*
- Sekizli sayı onlu sayıya çevrilirken her bir basamaktaki sayı kendi katsayısı ile çarpılır ve toplam bulunur.
- **ÖRNEK:**  $(32.12)_8$  sayısını onlu sayıya çeviriniz
- $(32.12)_8 = 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0, 1 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}$
- $= 24 + 2, 0.125 + 0.03125$
- $= (26.15625)_{10}$

# SAYI SİSTEMLERİ

- *Sekizli Sayının Onaltılı Sayıya Çevrilmesi*
- Sekizli sayıyı onaltılı sayıya çevirmenin en kolay yolu sekizli sayıyı ikili sayıya çevirip sonra onaltılı sayıya çevirmektir.
- **ÖRNEK:**  $(32.12)_8$  sayısını onaltılı sayıya çeviriniz
- $3 = 011, 2 = 010, 1 = 001, 2 = 010$
- $(32.12)_8 = (011\ 010.001\ 010)_2$
- $= 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \quad 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 +$
- $1 \times 2^1 + 0 \times 2^0, 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \quad 1 \times 2^3$
- $= (1A.28)_{16}$
- **2.2.4. Onaltılı sayıları ikili, sekizli ve onlu sayılara çevrilmesi**
- *Onaltılı sayıları ikili sayıya çevrilmesi*
- Onaltılı sayılar ikili sayıya çevrilirken onaltılı sayının her basamağındaki sayının ikili sayı karşılığı 4 bit olarak yazılır.

# SAYI SİSTEMLERİ

- **ÖRNEK:**  $(32.12)_{16}$  sayısını ikili sayıya çeviriniz
- $3 = 0011$ ,  $2 = 0010$ ,  $1 = 0001$ ,  $2 = 0010$
- $(32.12)_{16} = (0011\ 0010.0001\ 0010)_2$
- *Onaltılı sayıların sekizli sayıya çevrilmesi*
- Onaltılı sayıları sekizli sayıya çevirmenin en kolay yolu onaltılı sayıyı önce ikili sayıya dönüştürüp sonra sekizli sayıya dönüştürmektir.
- **ÖRNEK:**  $(32.12)_{16}$  sayısını sekizli sayıya çeviriniz
- $(32.12)_{16} = (0011\ 0010.0001\ 0010)_2$
- $(32.12)_{16} = (62.044)_8$
- *Onaltılı sayıların onlu sayıya çevrilmesi*
- Onaltılı sayı onlu sayıya çevrilirken her bir basamaktaki sayı kendi katsayısı ile çarpılır ve toplam bulunur.