



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
FACULDADE DE TECNOLOGIA
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

Identificação e Controle de um Levitador à Ar

Mateus Martínez de Lucena

MANAUS-AM

2018

Mateus Martínez de Lucena

Identificação e Controle de um Levitador à Ar

Monografia apresentada à Coordenação do Curso de Engenharia da Computação da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro de Computação.

Orientador: Iury Valente de Bessa

MANAUS-AM

2018

DEDICATÓRIA AQUI

Agradecimentos

AGRADECIMENTOS AQUI.

EPÍGRAFE AQUI

(AUTOR AQUI, TÍTULO DA OBRA.)

Resumo

No estudo do controle de sistemas nos deparamos com variados sistemas clássicos extensivamente estudados e exauridos. Neste trabalho nos propomos a construir um sistema de túnel de vento capaz de levitar através do empuxo do fluxo de ar gerado, o estudo das propriedades do sistema, a obtenção de um modelo matemático através de testes e o controle do sistema. A fim de demonstrar a usabilidade deste sistema como material didático para a matéria de Laboratório Sistemas de Controle.

Palavras-chave: Levitador, Túnel de Vento, Controle.

Abstract

ABSTRACT AQUI

Keywords: KEYWORDS HERE.

Lista de Figuras

2.1	Esquema do amortecedor da roda de um carro	5
3.1	Gráfico v_a x altura	16
3.2	Simulador do túnel de vento	17
4.1	Autocorrelação dos resíduos para sistema com 9 polos e 8 zeros	19
4.2	Autocorrelação dos resíduos para sistema de ordem 3	20
4.3	Gráfico da saída PRBS	20
4.4	Resposta ao degrau do modelo ARX	21
4.5	Resposta ao degrau do modelo em espaço de estados	22

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

SIGLA NOME EXPANDIDO – do inglês *SI Gl A*

Lista de Símbolos

Símbolos Matemáticos

\mathbb{R} conjunto dos números reais

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Levitação a ar	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivos Gerais	2
1.2.2	Objetivos Específicos	2
1.3	Organização do trabalho	3
2	Revisão Bibliográfica	4
2.1	Fundamentação Teórica	4
2.1.1	Modelos de Sistemas Dinâmicos	4
2.1.1.1	Equação Diferencial Ordinária	4
2.1.1.2	Funções de Transferência	5
2.1.1.3	Espaço de Estados	6
2.1.1.4	Modelo ARX	7
2.1.2	CrITÉrios de Estabilidade de sistemas discretos	7
2.1.3	Identificação de Sistemas e Estimacão de Parâmetros	10
2.1.3.1	Visão Geral	10
2.1.3.2	Identificação por Mínimos Quadrados	11
2.1.3.3	Filtro de Kalman	12
2.1.3.4	Identificação por Subespaços	14
2.2	Trabalhos Relacionados	14
3	Modelagem e Simulação	15
3.1	Descrição da Planta	15
3.2	Modelo Matemático	15

3.3	Estimação da Velocidade do Vento	16
3.4	Simulação do Túnel de Vento no Simulink	17
4	Identificação do Túnel de Ar	18
4.1	Escolha de estrutura	18
4.1.1	Mínimos Quadrados	18
4.1.2	Subespaços	19
4.2	Experimento	20
4.3	Estimação	21
4.3.1	Mínimos Quadrados	21
4.3.2	Subespaços	22
4.4	Validação	23
5	Projeto de Controlador	24
5.1	Projeto do Estimador de Estados	24
5.2	24
6	Avaliação Experimental do Sistema de Controle	25
6.1	Descrição e objetivos experimentais	25
7	Conclusão	26
7.1	Considerações Finais	26
	Referências Bibliográficas	27

Capítulo 1

Introdução

1.1 Levitação a ar

O túnel de vento é uma instalação utilizada para estudar o desempenho aerodinâmico de objetos. Ele é feito de um duto de tamanho adequado para o objeto testado pelo qual o ar flui ao ser empurrado por uma turbina. Os testes feitos variam de velocidade de acordo com o que se deseja estudar, os ventos podem ser subsônicos, supersônicos ou hipersônicos.

Para que os testes sobre objetos tenham resultados precisos e replicáveis a velocidade dos ventos sobre eles deve ser controlável e atinja o objeto sem turbulência, apesar de haver testes onde isso é proposital. O túnel é construído com estabilizadores que possibilitam reduzir a turbulência do vento.

Os testes geralmente são feitos em modelos em escala de aviões, carros, naves espaciais, e para estudo da aerodinâmica de objetos na física. Os túneis podem ser verticais ou horizontais, apesar de os túneis horizontais existirem em maior quantidade. Um teste comum é feito em modelos de aviões onde se medem as propriedades das asas como envergadura ao ser submetida a velocidades específicas do vento, força de elevação para diferentes velocidades e em geral sua aerodinâmica. Em Dayton, Ohio[1], foi construído um túnel de vento vertical que possibilita que sejam feitos testes específicos para aeronaves. Um objeto é posto em queda livre virtual devido a velocidade do vento impulsionado por uma turbina e se observa o seu movimento na situação. Este teste foi essencial para a prototipagem de aviões militares e comerciais desde os anos 50.

Hoje os testes ainda são responsáveis por economizar milhões de reais na fase de

prototipagem em testes aerodinâmicos, no desenvolvimento de trens de alta velocidade[2]. Em objetos que se movem em alta velocidade o vento se torna um fator preocupante, uma rajada de vento pode ser o fator determinante em um descarrilhamento de um trem, os testes possibilitam que os cientistas analisem comportamento de suas criações em situações previsíveis e os ajuda a antecipar possíveis problemas.

No entanto, existe um problema no teste aerodinâmico utilizando túneis de vento. Para os testes de queda livre como o de aeronaves, o controle de altitude do objeto é complexo. É possível obter o número de Reynolds, uma variável sem dimensão que possibilita prever o padrão de fluxo de fluídos, e é possível medir a velocidade do vento atuando em cima do objeto, porém, a real dificuldade se encontra no fato de que quando a força do vento atua em cima de um objeto ele se comporta de maneira quase imprevisível. Uma bola gira em várias direções, por exemplo.

Tendo em vista que o controle de altura de um objeto tendo como único atuador o vento, e que um modelo de atuação da força do vento sobre um objeto é complexo e de baixa fidelidade, e que precisamos de um modelo que possibilite um controle de altitude preciso e robusto, temos como opção a modelagem caixa-preta, conhecida como identificação de sistemas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

O objetivo principal deste trabalho é fazer uma comparação qualitativa entre dois tipos de identificação de sistemas, uma por mínimos quadrados que resulta em um modelo ARX do sistema, e uma por subespaços que resulta em um modelo em espaço de estados, e controle do sistema.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Construir uma plataforma de experimento no formato de túnel de vento.
- Medir a velocidade do vento em alturas variadas dentro do túnel de vento.
- Criar um simulador para o túnel de vento.

- Executar testes para identificação usando como sinal de controle um sinal binário pseudo aleatório (PRBS).
- Identificar o sistema por mínimos quadrados.
- Identificar o sistema por subespaços.
- Validar os modelos obtidos.
- Obter um controlador para os dois modelos usando alocação de polos.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho se encontra organizado em sete capítulos com várias subseções. O primeiro é a introdução onde o trabalho é contextualizado e apresentado, os objetivos são explicitados e a organização do trabalho é explicada. O segundo capítulo é a revisão bibliográfica com as seções fundamentação teórica onde conceitos fundamentais ao entendimento do trabalho são explicados, e trabalhos relacionados onde o trabalho de outros autores é relacionado a este. O terceiro capítulo fala sobre a modelagem e simulação do túnel de vento. O quarto capítulo trata da identificação do túnel usando mínimos quadrados e subespaços. O quinto é projeto de controladores. O sexto capítulo trata da avaliação experimental do sistema de controle. O sétimo e último capítulo é a conclusão do trabalho onde as considerações finais e trabalhos futuros serão discutidos.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão apresentados conceitos necessários para o entendimento do trabalho. [IB: Cite especificamente quais conhecimentos]

[IB: Creio que antes de falar de identificação, podemos falar um pouco sobre modelos de sistemas dinâmicos. Lá podemos falar de modelos em espaço de estados, função de transferência, EDOs. Daí chegamos em modelos ARX usados na identificação por MQ e modelos em espaço de estados discretos usados em identificação por subespaços.]

2.1.1 Modelos de Sistemas Dinâmicos

O modelo matemático de um sistema dinâmico é uma forma de descrever uma parte do fenômeno físico que queremos controlar. Nesta seção serão apresentados alguns dos vários modelos matemáticos relacionados ao projeto.

2.1.1.1 Equação Diferencial Ordinária

Um sistema dinâmico pode ser modelado usando somente a descrição matemática do fenômeno desejado. Usamos como exemplo a modelagem do amortecimento em uma roda de um carro, visto na figura 2.1.

Onde X_1 e X_2 são a altura das massas M_1 e M_2 , massa do carro e massa da roda, respectivamente. K_1 é o efeito elástico do amortecedor e K_2 é o efeito elástico da roda. b_1 é o efeito amortecedor da suspensão e b_2 é o efeito amortecedor da roda. Esse sistema pode

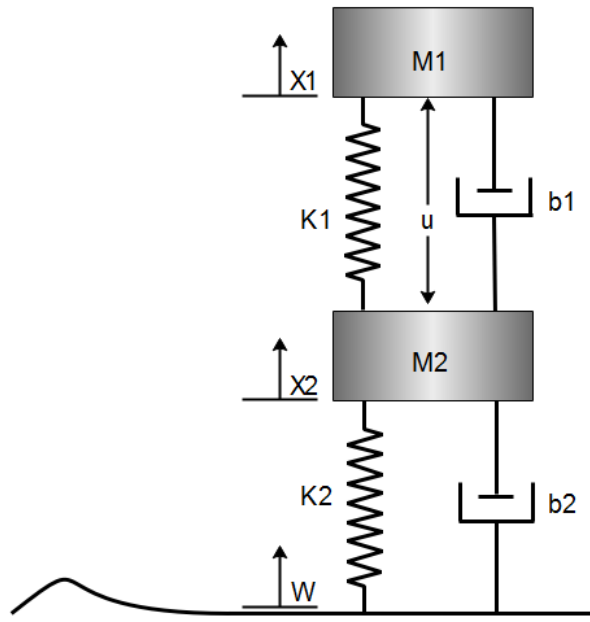


Figura 2.1: Esquema do amortecedor da roda de um carro

ser modelo em uma E.D.O. (Equação Diferencial Ordinária) usando as leis de Newton, visto nas equações 2.1 e ??.

$$M_1 \ddot{X}_1 = -b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) - K_1(X_1 - X_2) + U \quad (2.1)$$

$$M_2 \ddot{X}_2 = b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + K_1(X_1 - X_2) + b_2(\dot{W} - \dot{X}_2) + K_2(W - X_2) - U \quad (2.2)$$

2.1.1.2 Funções de Transferência

A função de transferência é uma equação que descreve o comportamento dinâmico de um sistema relacionando uma entrada com uma saída. Ela é a transformada de Laplace da resposta ao impulso do sistema.

Usando o mesmo sistema da figura 2.1 e aproveitando as equações 2.1 e 2.2 podemos encontrar as equações de transferência referentes às saídas X_1 e X_2 .

Aplicamos a transformada de Laplace nas equações X_1 e X_2 para obter:

$$(M_1 s^2 + b_1 s + K_1)X_1(s) - (b_1 s + K_1)X_2(s) = U(s) \quad (2.3)$$

$$-(b_1 s + K_1)X_1(s) + (M_2 s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2))X_2(s) = (b_2 s + K_2)W(s) - U(s) \quad (2.4)$$

Fazendo as devidas manipulações matemáticas chegamos à função de transferência.

$$\begin{aligned}
 G_1(s) &= \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{(M_1 + M_2)s^2 + b_2s + K_2}{\Delta} \\
 G_2(s) &= \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{-M_1b_2s^3 - M_1K_2s^2}{\Delta} \\
 \Delta &= (M_1s^2 + b_1s + K_1) \cdot (M_2s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2)) - (b_1s + K_1) \cdot (b_1s + K_1)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Com as equações descritas em 2.5 temos uma equação representando a transferência da entrada para a saída.

2.1.1.3 Espaço de Estados

A representação em espaço de estados é uma forma mais conveniente para representar sistemas no domínio do tempo quando existe mais de uma entrada ou saída do que a função de transferência. Um modelo linear é representado tipicamente no seguinte formato:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= Ax + Bu \\
 y &= Cx + Du
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Onde $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado n-dimensional. $\dot{x} = dx/dt$, $u(t) \in \mathbb{R}^r$ é o vetor de entradas formado por r funções temporais, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor m-dimensional d saídas medidas e, A, B, C e D são matrizes constantes.

Podemos gerar uma representação de espaço de estados a partir da E.D.O. do sistema. Vamos utilizar novamente o sistema da figura 2.1. Definimos primeiramente os estados do vetor x, $x_1 = X_1$, $x_2 = \dot{X}_1$, $x_3 = Y_1$ e $x_4 = \dot{Y}_1$. Onde $Y_1 = X_1 - X_2$, geramos então as matrizes do espaço de estados usando as equações 2.1 e 2.2:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \ddot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-b_1b_2}{M_1M_2} & 0 & \left[\frac{b_1}{M_1} \left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2} \right) - \frac{K_1}{M_1} \right] & \frac{-b_1}{M_1} \\ \frac{b_2}{M_2} & 0 & - \left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2} \right) & 1 \\ \frac{K_2}{M_2} & 0 & - \left(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2} + \frac{K_2}{M_2} \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ \dot{Y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & \frac{b_1b_2}{M_1M_2} \\ 0 & \frac{-b_2}{M_2} \\ \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) & \frac{-K_2}{M_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ \dot{Y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.1.1.4 Modelo ARX

O modelo ARX SISO linear tem o seguinte formato:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + \dots + a_{na} y(t-na) = b_1 u(t) + b_2 u(t-1) + \dots + b_{nb} u(t-nb+1) + e(t) \quad (2.9)$$

Onde y é a entrada, u é a saída e e é o ruído. Isso implica que a saída $y(t)$ é uma predição a partir de uma média ponderada de entradas e saídas passadas. Os parâmetros a_{na} e b_{nb} podem ser estimados utilizando mínimos quadrados numa coleção de dados entrada-saída.

2.1.2 Critérios de Estabilidade de sistemas discretos

O conceito de estabilidade é extremamente importante para a análise de sistemas dinâmicos. Primeiramente definimos estabilidade de acordo com mudanças nas condições iniciais. Consideremos a equação 2.10.

$$x(k+1) = f(x(k), k) \quad (2.10)$$

Sejam $x_0(k)$ e $x(k)$ suas soluções quando as condições iniciais são $x_0(k_0)$ e $x(k_0)$. Definimos:

- Estabilidade: A solução $x_0(k)$ é estável se para um dado $\epsilon > 0$ existe um $\delta(\epsilon, k_0)$ tal que para todas as soluções com $\|x(k_0) - x_0(k_0)\| < \delta$ são tais que $\|x(k) - x_0(k)\| < \epsilon$ para todos os $k \geq k_0$.

- Estabilidade Assintótica: A solução $x_0(k)$ é assintoticamente estável se é estável e um δ pode ser escolhido tal que $\|x(k_0) - x_0(k_0)\| < \delta$ que implica que $\|x(k) - x_0(k)\| \rightarrow 0$ quando $k \rightarrow \infty$.

Existem outros tipos de estabilidade que são de interesse:

- Estabilidade BIBO (Bounded-Input Bounded-Output): Um sistema linear invariante no tempo é definido BIBO estável se dado um sinal de entrada limitado ele produz uma saída limitada para cada valor inicial.

Dado que a estabilidade de um sistema é importante para o seu estudo, os métodos para determinar a sua estabilidade são de grande interesse. Os seguintes são alguns dos métodos utilizados para determinar a estabilidade de um sistema:

- Cálculo dos autovalores da matriz A da representação de espaços de estado.
- Métodos baseados nas propriedades dos polinômios característicos.
- O método do lugar das raízes
- O método de Lyapunov

O cálculo dos autovalores de uma matriz de ordem maior que 2 à mão não é conveniente e em alguns casos é mais fácil calcular a equação característica da forma:

$$A(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} \cdots + a_n = 0 \quad (2.11)$$

E investigar suas raízes utilizando o método do lugar das raízes onde o critério de estabilidade muda para sistemas discretos determinando que para o sistema ser estável todas as raízes devem estar dentro do círculo unitário.

Outro método para determinar a estabilidade de um sistema é o critério de Jury, versão discreta do critério de Routh-Hourwitz. A tabela de Jury é formada da seguinte forma:

$$H(z) = \frac{b(z)}{a(z)} = \frac{b(z)}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots + a_n} \quad (2.12)$$

$$\begin{array}{c|cccc} a_0 & a_1 & \cdots & a_n \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & a_0 \\ b_0 & b_1 & \cdots & \\ b_{n-1} & b_{n-2} & \cdots & \\ c_0 & c_1 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & & \end{array} \quad (2.13)$$

onde

$$\begin{aligned}
 b_0 &= a_0 - \frac{a_n}{a_0} a_n \\
 b_1 &= a_1 - \frac{a_n}{a_0} a_{n-1} \\
 &\vdots \\
 b_k &= a_k - \frac{a_n}{a_0} a_{n-k} \\
 &\vdots \\
 c_k &= b_k - \frac{b_{n-1}}{b_0} b_{n-1-k}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Com a tabela formada aplicamos o critério de Jury que diz: se $a_0 > 0$, então todas as raízes estarão dentro do círculo unitário se e somente se todos os termos da primeira coluna das linhas ímpares forem positivos. Se nenhum elemento da primeira coluna das linhas ímpares for nulo, o número de raízes fora do círculo unitário é igual ao número de elementos negativos.

O segundo método de Lyapunov é outra ferramenta útil para determinar a estabilidade de sistemas dinâmicos não lineares. A ideia é introduzir uma função de energia generalizada chamada função de Lyapunov que é zero no ponto de equilíbrio e positiva em outras posições. O equilíbrio será estável se pudermos mostrar que a função de Lyapunov diminui ao longo das trajetórias do sistema.

O primeiro passo é encontrar a função de Lyapunov definida como segue:

$V(x)$ é uma função de Lyapunov do sistema

$$x(k+1) = f(x(k)) \quad f(0) = 0 \tag{2.15}$$

se:

1. $V(x)$ é contínuo em x e $V(0)=0$
2. $V(x)$ é definida positiva
3. $\Delta V(x) = V(f(x)) - V(x)$ é definida negativa

Definimos:

• Teorema de estabilidade de Lyapunov: A solução $x(k) = 0$ é assintoticamente estável se existir uma função de Lyapunov para o sistema da equação 2.15. Se:

$$0 < \varphi(\|x\|) < V(x) \tag{2.16}$$

onde $\varphi(\|x\|) \rightarrow \infty$ quando $\|x\| \rightarrow \infty$, então a solução é assintoticamente estável para todas as condições iniciais.

A grande dificuldade do teorema de Lyapunov é encontrar uma função de Lyapunov adequada. No entanto, para sistemas lineares como o da equação 2.17, é fácil determinar uma função de Lyapunov quadrática.

$$x_0(k+1) = \Phi x_0(k) \quad x_0(0) = a_0 \quad (2.17)$$

Tomemos $V(x) = x^T P_x$ como candidato para a função de Lyapunov. O incremento de V é dado por:

$$\begin{aligned} \Delta V(x) &= V(\Phi x) - V(x) = x^T \Phi^T P \Phi x - x^T P x \\ &= x^T (\Phi^T P \Phi - P) x = -x^T Q x \end{aligned} \quad (2.18)$$

Para que V seja uma função de Lyapunov é necessário e suficiente que exista uma matriz definida positiva P que satisfaça a equação 2.19.

$$\Phi^T P \Phi - P = -Q \quad (2.19)$$

2.1.3 Identificação de Sistemas e Estimação de Parâmetros

A maior parte das técnicas de controle aplicadas na indústria dependem do conhecimento de um modelo matemático do sistema a ser controlado. Apresentamos alguns dos modelos na seção 2.1.1 e nesta seção apresentaremos alguns dos métodos para obtermos os modelos matemáticos utilizados neste trabalho.

2.1.3.1 Visão Geral

A identificação de sistemas e estimação de parâmetros trata de métodos e práticas que permitem construir modelos dinâmicos de um sistema real a partir de experimentos. Muitas vezes um sistema construído que precisa ser controlado não pode ser modelado devido à limitações matemáticas ou imprecisão na interação dos componentes. Nestes casos utilizamos um método de identificação de sistemas para obter um modelo matemático. A identificação de sistemas se baseia em testar a resposta do sistema à certas entradas e a partir das respostas aproximar o modelo matemático de forma satisfatória.

2.1.3.2 Identificação por Mínimos Quadrados

O método de mínimos quadrados é um dos mais conhecidos e utilizados em várias áreas da ciência e tecnologia. A partir de uma coleção de dados experimentais é possível encontrar um modelo matemático ARX.

Para um sistema SISO em que não conhecemos o seu modelo matemático podemos descrever o seu comportamento durante o teste como um conjunto de funções entrada-saída como na equação 2.9, pois à partir do conhecimento que temos da modelagem física do sistema podemos deduzir aproximadamente de quantos valores passados de y e de u o nosso sistema estudado depende.

Com os vetores entrada e saída em mão montamos uma matriz de regressores y e u no seguinte formato:

$$\psi = \begin{bmatrix} y(n) & y(n-1) & \dots & y(n-i) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(n-j) \\ y(n+1) & y(n) & \dots & y(n-i+1) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(n-j+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(n+k) & y(n+k-1) & \dots & y(n+k-i) & u(n+k) & u(n+k-1) & \dots & u(n+k-j) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Onde $y(n-i)$ é o primeiro valor do vetor de saídas y e $u(n-i)$ é o primeiro valor do vetor de entradas u , i é a quantidade de regressores y que influenciam na saída y e j é a quantidade de regressores u que influenciam na saída y , $n+k$ é o número de valores do vetor de entrada.

Podemos então relacionar o vetor de saídas com a matriz de regressores A da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \psi \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\hat{y} = \psi \hat{\theta}$$

Onde \hat{y} é um vetor que depende da matriz de regressores A e do vetor $\hat{\theta}$. Conhecemos \hat{y} e A , queremos determinar $\hat{\theta}$. Desde que X seja não singular é possível determinar o vetor

de parâmetros invertendo a matriz:

$$\theta = \psi^{-1}y \quad (2.22)$$

A matriz ψ , no entanto, não é invertível e para realizarmos ψ^{-1} utilizamos a pseudo inversa, que será utilizada em diversas partes desse trabalho, representada por $\{\cdot\}^\dagger$, onde $\{\cdot\}$ é a matriz que receberá a operação pseudo inversa.

$$A^\dagger = [A^T A]^{-1} A^T \quad (2.23)$$

E a equação ?? se torna:

$$\theta = \psi^\dagger y \quad (2.24)$$

A equação ?? é a única equação que satisfaz todos os regressores do sistema de equações formado a partir da equação 2.9. Assumindo que conhecemos $\hat{\theta}$ e que existe um resíduo ξ entre o valor observado y e o valor obtido a partir do vetor de regressores ψ da forma:

$$y = \psi^T \hat{\theta} + \xi \quad (2.25)$$

Este resíduo é o menor possível devido ao fato de que a equação 2.24 ser demonstravelmente minimizada.

2.1.3.3 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um eficiente filtro recursivo que estima o estado de um sistema dinâmico linear a partir de uma série de medições ruidosas. Ele é utilizado em uma grande variedade de aplicações de engenharia [IB: Por exemplo?], e é um tópico especialmente importante para a teoria de sistemas de controle. [IB: Pq é importante?]

Visão Geral O filtro de Kalman utiliza um modelo dinâmico de um sistema, suas entradas de controle, e um sistema de sensores para gerar uma estimativa das grandezas variáveis de um sistema ~~;- seus estados~~. Usando um modelo recursivo para obter as estimativas, medidas passadas, ele consegue obter uma estimativa mais fiel ao sistema real do que utilizando somente uma medida. O filtro funciona em duas etapas, uma de propagação, onde se utiliza a estimativa do estado anterior para se obter uma estimativa do

estado atual, e uma de assimilação, onde a estimativa do estado atual é combinada com a observação do estado real para se obter um modelo de estimativa mais preciso.

Usaremos a nomenclatura de Aguirre, onde t_1 é substituído pela iteração atual indicada por k , e o t_2 é substituído pela próxima iteração $k+1$. A notação $(t_1 - t_1)$ é substituída por um sinal '+' para indicar o instante t_i após ter sido incluída a informação em t_i . Da mesma forma será utilizado um sinal '-' para indicar a grandeza que se refere ao instante t_i antes de ter sido incluída a informação referente àquele instante. A equação que rege a propagação é a seguinte:

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k^+ + \Gamma_k u_k \quad (2.26)$$

Etapa de propagação Conhecendo a função de densidade de probabilidade de x_k^+ , indicada por $f_k \sim \mathcal{N}(\bar{x}_k^+, P_k^+)$, deseja-se encontrar a função de densidade de probabilidade de x_{k+1}^- . Ou seja, na etapa de propagação deseja-se saber o que acontece à f_k ao ser propagado pela equação 2.26. Assumimos que f_k é gaussiana e portanto f_- também será, deste modo basta determinar \bar{x}_{k+1}^- e P_{k+1}^- contidos em $f_- \sim \mathcal{N}(\bar{x}_{k+1}^-, P_{k+1}^-)$ para caracterizar f_- .

Seguindo o raciocínio de [IB: Essa citação está inadequada] Aguirre encontramos:

$$\bar{x}_{k+1}^- = \Phi_k \bar{x}_k^+ + \Gamma_k u_k \quad (2.27)$$

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + \Upsilon_k Q_k \Upsilon_k^T \quad (2.28)$$

A equação mostra que ao longo da etapa de propagação a incerteza aumenta devido à presença de ruído no modelo dinâmico usado.

Etapa de assimilação Vimos que na etapa de propagação o vetor de estado x_k^+ é propagado para a próxima iteração resultando em x_{k+1}^- . A segunda etapa, a de assimilação, ocorre com a chegada de nova informação na iteração $k+1$. O objetivo é a determinação de $f_+ \sim \mathcal{N}(\bar{x}_{k+1}^+, P_{k+1}^+)$ a partir de f_- e da medição na iteração y_{k+1} . De forma semelhante à etapa de propagação, devemos encontrar \bar{x}_{k+1}^+ e P_{k+1}^+ . Após os devidos passos encontramos:

$$\bar{x}_{k+1}^+ = \bar{x}_{k+1}^- + K_{k+1} [y_{k+1} - H_{k+1} \bar{x}_{k+1}^-] \quad (2.29)$$

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1} H_{k+1} P_{k+1}^- \quad (2.30)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \quad (2.31)$$

Com estas equações completamos o conjunto de equações necessárias para entender o filtro de Kalman.

2.1.3.4 Identificação por Subespaços

Data: Vetor de entradas $U[N]$, vetor de saídas $Y[N]$, ordem determinada do sistema n

Result: Matrizes do espaço de estados do sistema A , B , C e D , Vetor de estados X

1 Gerar as matrizes de bloco de Hankel Y_p , Y_f , U_p e U_f

2 Calcular O_i

$$O_i = Y_{f/U_f} W_p$$

$$O_i = [Y_f/U_f^\perp][W_p/U_f^\perp]^\dagger W_p$$

3 Decomposição SVD de O_i

$$W = O_i O_i^T$$

U = Autovetores de $(W - \lambda I)x = 0$

$$V = O_i^T O_i$$

S é a raiz quadrada dos autovalores

$$O_i = U S V^T$$

4 Calcular Γ_i

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2}$$

$$S_1 = (V D^{1/2} V^{-1})^2$$

$$S_1^{1/2} = V D^{1/2} V^{-1}$$

5 Obter A e C

C é primeira linha de Γ_i

$$A = \underline{\Gamma_i^\dagger \Gamma_i}$$

6 Obter B e D

$$\Gamma_i^\perp Y_f U_f^\dagger = \Gamma_i^\perp H_i^d$$

Algoritmos

2.2 Trabalhos Relacionados

Capítulo 3

Modelagem e Simulação

Neste capítulo será descrito a modelagem do sistema, o processo de estimação de velocidade do vento, e a simulação do túnel de vento no Simulink Matlab.

3.1 Descrição da Planta

O sistema em questão se trata de um tubo PVC de 40 mm de 120 cm, ele é afixado em uma plataforma plástica através de uma base e de elásticos para estabilização. Na ponta inferior do tubo se encontra uma turbina de avião RC que empurra o ar para dentro do tubo elevando uma bola de tênis de mesa, na ponta superior do tubo se encontra um sensor infravermelho de distância. A turbina é controlado por um Arduino Mega 2560.

3.2 Modelo Matemático

[IB: inserir figura do sistema]

Há duas forças atuantes na esfera, a gravidade que a puxa para baixo e a força de empuxo gerada pelo vento. Obtemos a seguinte equação do movimento:

$$m\ddot{h} = F = \frac{1}{2} \cdot C_a \cdot \rho \cdot A \cdot (v_a - \dot{h})^2 - m \cdot g \quad (3.1)$$

onde m é a massa da esfera, h é a posição vertical da esfera no tubo, ρ é a densidade do ar, A é a área da esfera em contato com o fluxo de ar, v_a é a velocidade do ar dentro do tubo e C_a é o coeficiente aerodinâmico da esfera. O coeficiente aerodinâmico depende da velocidade relativa entre a esfera e o vento, mas para as velocidades baixas

de vento que estamos utilizando esse valor pode ser considerado constante. Consideramos $\alpha = \frac{1}{2} \cdot C_a \cdot \rho \cdot A$:

$$\ddot{h} = \frac{\alpha}{m} \cdot (v_a - \dot{h})^2 - g \quad (3.2)$$

3.3 Estimação da Velocidade do Vento

Para criarmos um simulador do sistema descrito anteriormente precisamos saber o valor de v_a . Ele determina a velocidade do vento para diferentes valores de tensão e altura da bola. Não foi possível adquirir um sensor de velocidade do ar devido a problemas de localização geológica, portanto, foi necessário usar de engenhosidade para adquirir a velocidade do ar em diversas alturas.

Foram adquiridas diversas bolas de tênis de mesa e se injetou uma mistura de cola e água nelas para aumentar o seu peso. Foram escolhidos 6 pesos diferentes e medidos em balança com precisão de duas casas decimais. Então para cada peso foi medida a tensão necessária para que se alcance as 6 alturas dentro da região de funcionamento do sensor, 10, 20, 30, 40, 50, 60 cm. Tendo medido a altura e a tensão necessária para alcançar as alturas, bastou utilizar a equação 3.2 fazendo $\ddot{h} = \dot{h} = 0$ para obter a velocidade do vento relacionada com uma altura e uma tensão.

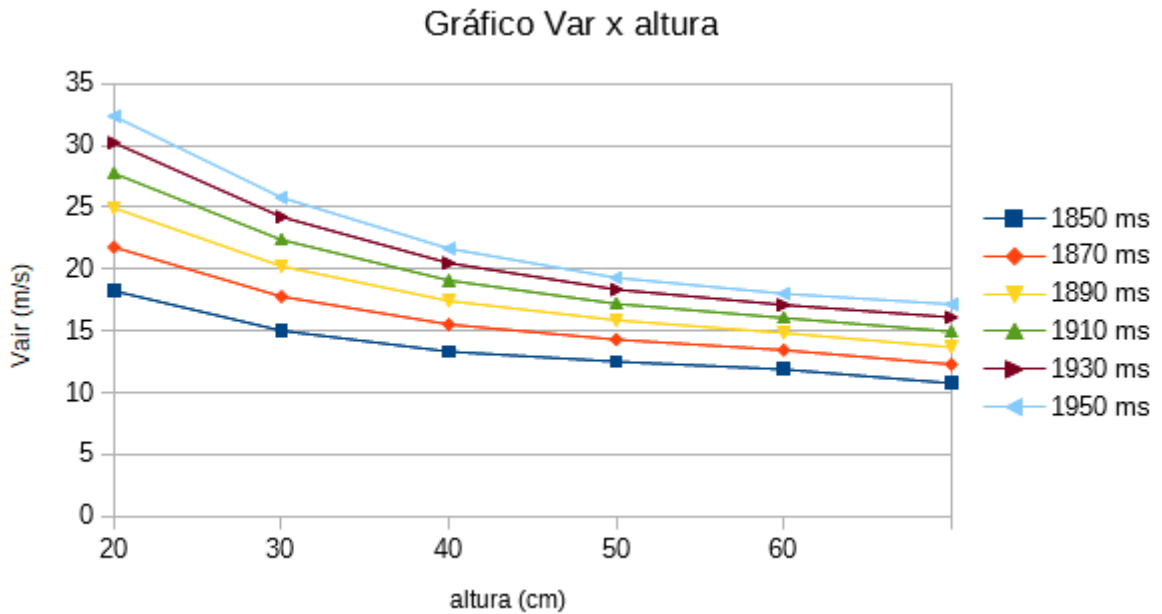


Figura 3.1: Gráfico de v_a x altura

Podemos ver que a figura 3.1 lembra um gráfico similar encontrado em [3] onde o

autor utiliza um sensor de velocidade de vento e mostra uma curva similar, para uma mesma tensão aplicada na turbina quanto mais elevada se encontra a bola menor vai ser a velocidade do ar que se choca com ela.

3.4 Simulação do Túnel de Vento no Simulink

Criamos um modelo de simulação à partir da equação 3.2 e utilizamos os dados adquiridos em 3.1 para fazer um ajuste de curva que alimenta o modelo com os valores da velocidade do vento para determinada altura e tensão no motor.

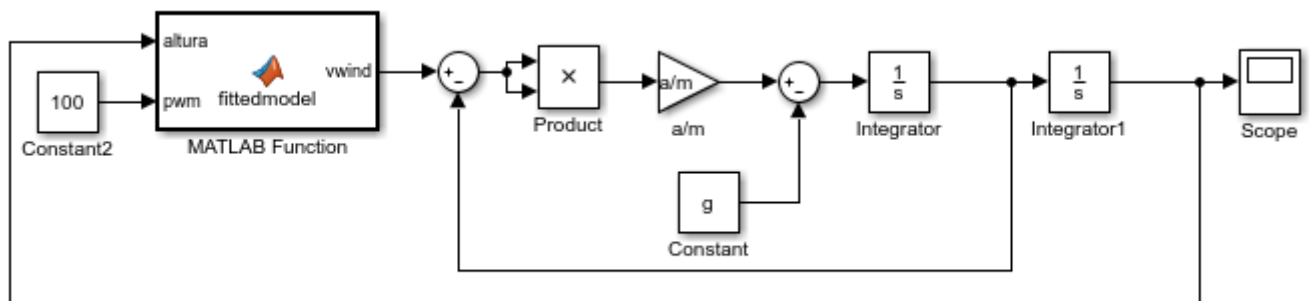


Figura 3.2: Simulador do túnel de vento

Capítulo 4

Identificação do Túnel de Ar

Neste capítulo será explicada a identificação do sistema do túnel de ar. Para fazer a identificação caixa-preta de um sistema é necessário fazer um estudo prévio do funcionamento dele, conhecer entradas e saídas, obter um modelo matemático se possível, mesmo sem ter todos os parâmetros.

4.1 Escolha de estrutura

A escolha da estrutura para identificar um sistema pode ser feita a partir de um modelagem prévia do sistema, mas, em alguns casos a modelagem não é suficiente para obter um modelo adequado. O sistema estudado apresenta certos fenômenos físicos, como o giro da bola devido ao fluxo do ar, que não pudemos modelar.

4.1.1 Mínimos Quadrados

A identificação por Mínimos Quadrados gera um sistema do tipo ARX como visto na equação 2.9. A escolha da estrutura neste caso se dá escolhendo uma quantidade de regressores da saída e uma quantidade de regressores da entrada. Tendo em vista que o modelo matemático encontrado em 3.2 não é capaz de prever completamente o funcionamento do sistema foi necessário escolher um método diferente da análise do modelo.

Para a escolha da estrutura do modelo do sistema foi feito o seguinte procedimento:

1. Escolher uma quantidade de regressores de y
2. Escolher uma quantidade de regressores de u

3. Fazer a identificação por Mínimos Quadrados com os regressores de y e u
4. Analisar a autocorrelação dos resíduos $\xi = y - \Psi\hat{\theta}$

Este procedimento foi repetido para valores de 1 a 10 para ambos os regressores e ao final se identificou que a melhor ordem para os regressores foi com 9 polos e 8 zeros. Na figura 4.1 a auto correlação dos resíduos do sistema identificado.

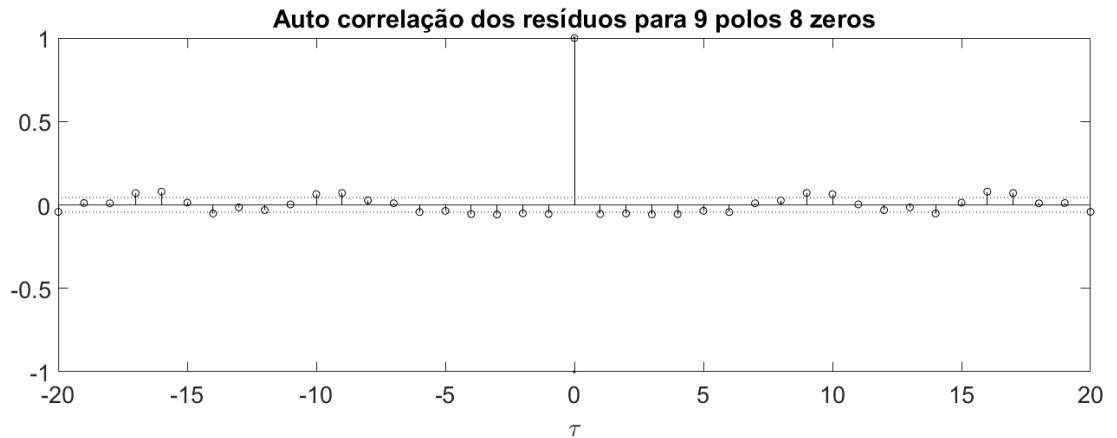


Figura 4.1: Autocorrelação dos resíduos para sistema com 9 polos e 8 zeros

4.1.2 Subespaços

A identificação por Subespaços gera um sistema em espaço de estados como visto na equação 2.6. Neste tipo de identificação a escolha da estrutura é feita decidindo a ordem do sistema e a ordem da matriz em blocos de Hankel. E similarmente ao procedimento feito na seção 4.1.1 foram variadas as ordens do sistema e da matriz em blocos de Hankel. Foi escolhida ordem 3 para o sistema e ordem 15 para a matriz em blocos de Hankel usada para identificar o sistema. Vemos na figura 4.2 a auto correlação dos resíduos do sistema identificado.

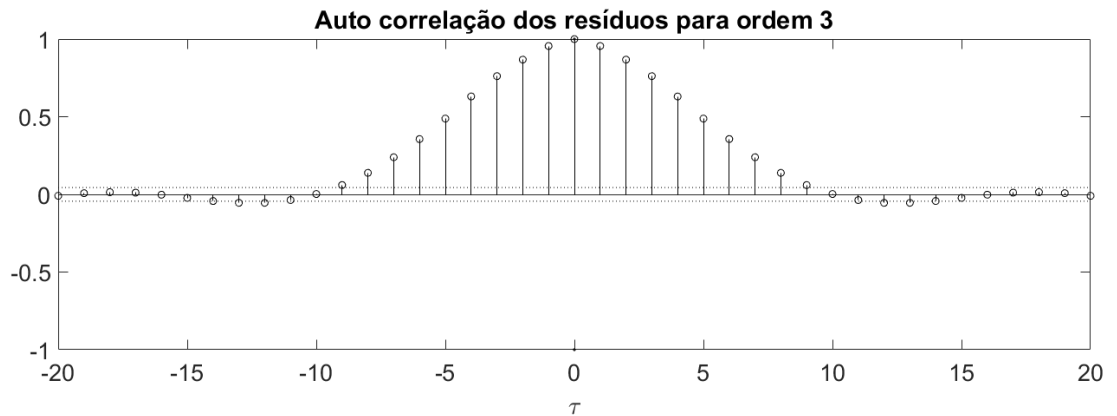


Figura 4.2: Autocorrelação dos resíduos para sistema de ordem 3 identificado com matriz em blocos de Hankel ordem 15

4.2 Experimento

O experimento para identificação precisa de um sinal adequado para que a resposta à ele consiga mostrar a dinâmica do sistema. Para tanto foi gerado um sinal PRBS (sinal binário pseudo aleatório) que é suficientemente adequado para extrair a dinâmica do sistema. O sinal é aplicado ao sistema através do Arduino e os sinais são medidos com um tempo de amostragem de 50 ms.

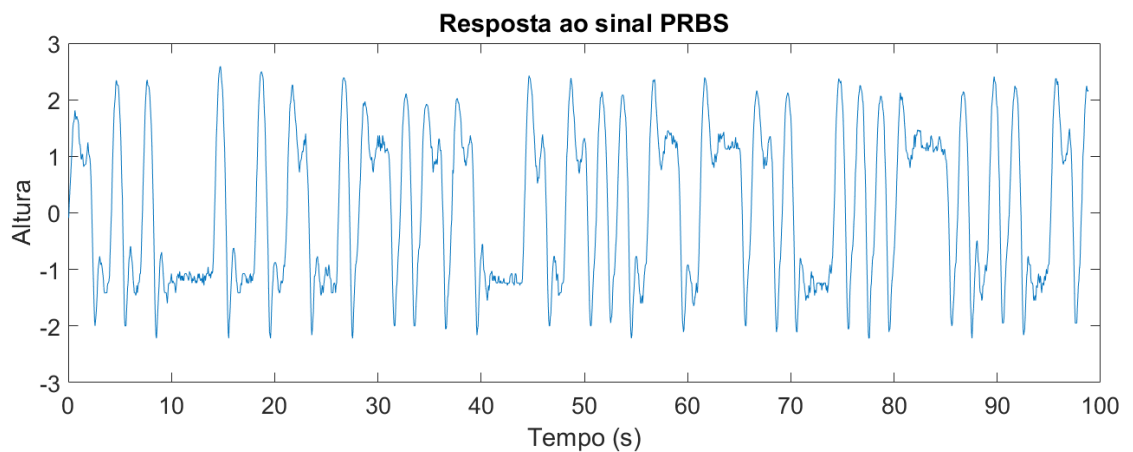


Figura 4.3: Gráfico da saída ao aplicar o sinal PRBS com tempo de amostragem de 50ms

A figura 4.3 mostra a resposta do sistema ao sinal PRBS que foi aplicado ao sistema, podemos ver seções do teste onde o sinal possibilitou que o sistema tivesse algum tempo para estabilizar como em torno dos 10 e 80 segundos, e em outros o sistema é posto em movimento.

4.3 Estimação

Com a resposta do sistema e o sinal de entrada podemos então identificar o sistema.

4.3.1 Mínimos Quadrados

Para fazer a identificação por mínimos quadrados geramos a matriz de regressores ψ da equação 2.20 e usamos a equação 2.22 para obter os coeficientes dos regressores. Obtemos um sistema com o seguinte modelo ARX:

[IB: tentei alinhar essas equações mas não encontrei como]

$$y[k] = A[k] + B[k] \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} A[k] = & -1.463 \cdot U[k-1] + 0.6593 \cdot U[k-2] - 0.4703 \cdot U[k-3] + 0.3195 \cdot U[k-4] + 0.1436 \cdot U[k-5] \\ & -0.1106 \cdot U[k-6] + 0.07184 \cdot U[k-7] - 0.0766 \cdot U[k-8] + 0.02136 \cdot U[k-9] \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} B[k] = & -0.004773 \cdot U[k-1] - 0.002941 \cdot U[k-2] + 0.01512 \cdot U[k-3] + 0.01026 \cdot U[k-4] \\ & +0.04134 \cdot U[k-5] + 0.01709 \cdot U[k-6] + 0.003757 \cdot U[k-7] + 0.0386U[k-8] \end{aligned} \quad (4.3)$$

A resposta ao degrau do sistema identificado é visto na figura 4.4.

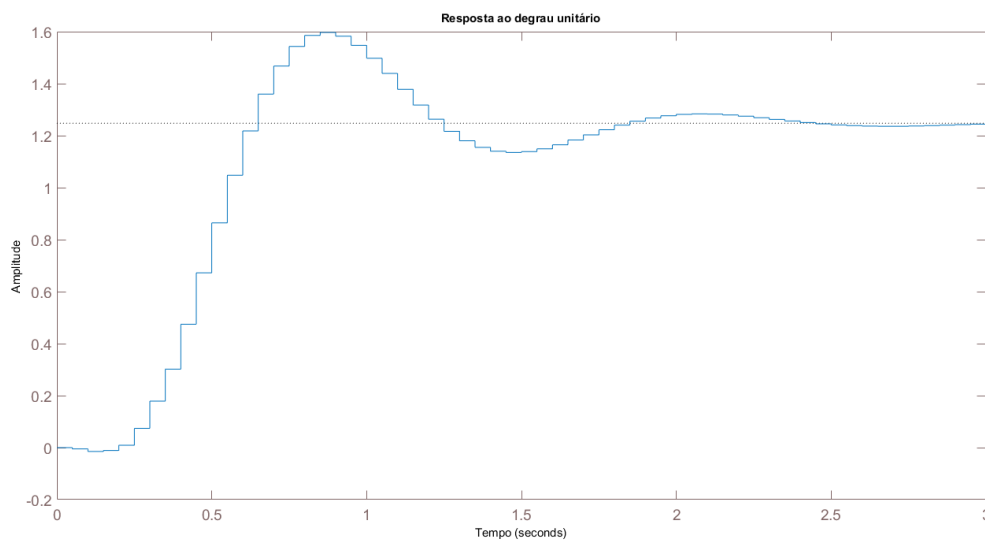


Figura 4.4: Resposta ao degrau unitário do modelo ARX identificado

4.3.2 Subespaços

Para identificar o sistema usando subespaços utilizamos o algoritmo mostrado na seção 2.1.3.4 com uma matriz em blocos de Hankel de ordem 15 para encontrar um sistema de ordem 3. Identificamos o seguinte modelo com o formato da equação 2.6:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9761 & 0.1933 & -0.0438 \\ -0.1817 & 0.9841 & -0.1489 \\ 0.0840 & 0.3107 & 0.6994 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.1466 \\ 0.2515 \\ 0.8460 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.0104 & -0.3354 & 0.2496 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.0010 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Na figura 4.5 vemos a resposta ao degrau do sistema identificado, e, ao comparar com a resposta ao degrau do sistema ARX identificado, figura 4.4, podemos ver que ambos são sistemas estáveis e subamortecidos, apesar de apresentarem um tempo de assentamento diferente.

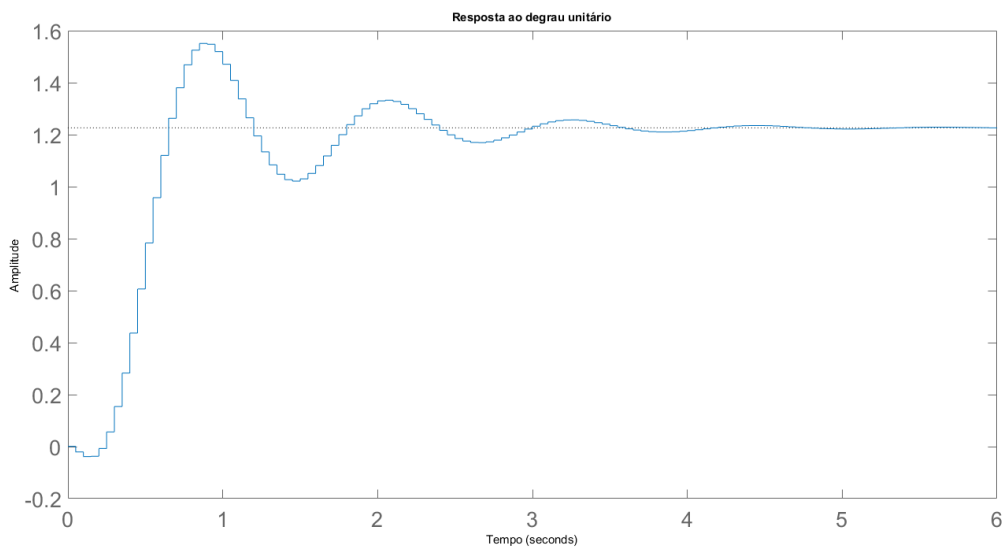


Figura 4.5: Resposta ao degrau unitário do modelo em espaço de estados identificado

4.4 Validação

Ao identificar um sistema precisamos validar o modelo obtido para garantir que ele é adequado para representar o sistema real. Para isso fazemos uma análise da auto correlação dos resíduos $\xi = y - \Psi\hat{\theta}$ para o ARX e $\xi = y - y_{sim}$ para o espaço de estados. Como vemos nas figuras 4.1 e 4.2 os resíduos do modelo ARX são muito menos correlacionados do que os do modelo em espaço de estados. Isso acontece porque para o modelo ARX estamos analisando os seus regressores com a matriz Ψ que os gera, o que retorna uma resposta muito mais próxima do sistema. Já para o espaço de estados estamos analisando a simulação do sistema, que apresenta pequenas diferenças em relação ao sistema real, como a ausência de ruído.

Ambos os sistemas, no entanto, apresentam uma análise de ruídos satisfatória e uma resposta ao sinal PRBS muito próxima do sistema real.

Capítulo 5

Projeto de Controlador

5.1 Projeto do Estimador de Estados

5.2

RESULTADOS AQUI

Capítulo 6

Avaliação Experimental do Sistema de Controle

6.1 Descrição e objetivos experimentais

Capítulo 7

Conclusão

7.1 Considerações Finais

Ele fez isso [\[3\]](#).

Referências Bibliográficas

[1]

1946. Vertical wind tunnel. Electrical Engineering, 65(6):265–266.

[2] bin Kwon, H., Y.-W. Park, D. ho Lee, and M.-S. Kim

2001. Wind tunnel experiments on korean high-speed trains using various ground simulation techniques. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 89(13):1179 – 1195.

[3] Jernigan, S. R., Y. Fahmy, and G. D. Buckner

2009. Implementing a remote laboratory experience into a joint engineering degree program: Aerodynamic levitation of a beach ball. IEEE Transactions on Education, 52(2):205–213.