



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
FACULDADE DE TECNOLOGIA
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

Identificação e Controle de um Levitador à Ar

Mateus Martínez de Lucena

MANAUS-AM

2018

Mateus Martínez de Lucena

Identificação e Controle de um Levitador à Ar

Monografia apresentada à Coordenação do Curso de Engenharia da Computação da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro de Computação.

Orientador: Iury Valente de Bessa

MANAUS-AM

2018

DEDICATÓRIA AQUI

Agradecimentos

AGRADECIMENTOS AQUI.

EPÍGRAFE AQUI

(AUTOR AQUI, TÍTULO DA OBRA.)

Resumo

No estudo do controle de sistemas nos deparamos com variados sistemas clássicos extensivamente estudados e exauridos. Neste trabalho nos propomos a construir um sistema de túnel de vento capaz de levitar através do empuxo do fluxo de ar gerado, o estudo das propriedades do sistema, a obtenção de um modelo matemático através de testes e o controle do sistema. A fim de demonstrar a usabilidade deste sistema como material didático para a matéria de Laboratório Sistemas de Controle.

Palavras-chave: Levitador, Túnel de Vento, Controle.

Abstract

ABSTRACT AQUI

Keywords: KEYWORDS HERE.

Lista de Figuras

2.1	Esquema do amortecedor da roda de um carro	5
3.1	Gráfico v_a x altura	17
3.2	Simulador do túnel de vento	18
4.1	Gráfico da saída PRBS	21
4.2	Autocorrelação dos resíduos para sistema com 9 polos e 8 zeros	23
4.3	Autocorrelação dos resíduos para sistema de ordem 3	23
4.4	Resposta ao degrau do modelo ARX	24
4.5	Resposta ao degrau do modelo em espaço de estados	24
5.1	Resposta ao degrau do modelo 1 com realimentação de estados	27
5.2	Resposta ao degrau do modelo 1 com realimentação de estados	27
5.3	Resposta ao degrau do modelo 2 com realimentação de estados	28

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

SIGLA NOME EXPANDIDO – do inglês *SI Gl A*

Lista de Símbolos

Símbolos Matemáticos

\mathbb{R} conjunto dos números reais

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Levitação a ar	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivo Geral	2
1.2.2	Objetivos Específicos	2
1.3	Organização do trabalho	3
2	Revisão Bibliográfica	4
2.1	Fundamentação Teórica	4
2.1.1	Modelos de Sistemas Dinâmicos	4
2.1.1.1	Equação Diferencial Ordinária	4
2.1.1.2	Funções de Transferência	5
2.1.1.3	Espaço de Estados	6
2.1.1.4	Modelo ARX	7
2.1.2	CrITÉrios de Estabilidade de sistemas discretos	7
2.1.3	Identificação de Sistemas e Estimacão de Parâmetros	10
2.1.3.1	Visão Geral	10
2.1.3.2	Identificação por Mínimos Quadrados	11
2.1.3.3	Filtro de Kalman	12
2.1.3.4	Identificação por Subespaços	15
2.2	Trabalhos Relacionados	15
3	Modelagem e Simulação	16
3.1	Descrição da Planta	16
3.2	Modelo Matemático	16

3.3	Estimação da Velocidade do Vento	17
3.4	Simulação do Túnel de Vento no Simulink	18
4	Identificação do Túnel de Ar	19
4.1	Escolha de estrutura	19
4.1.1	Mínimos Quadrados	20
4.1.2	Subespaços	20
4.2	Experimento	21
4.3	Estimação	21
4.3.1	Mínimos Quadrados	21
4.3.2	Subespaços	22
4.4	Validação	22
5	Projeto de Controlador com Alocação de Polos Baseado nos Modelos Identificados	25
5.1	Alocação de Polos com Realimentação de Estados	25
5.1.1	Modelo 1: Identificado por Subespaços	26
5.1.2	Modelo 2: Identificado por Mínimos Quadrados	27
5.2	Projeto do Estimador de Estados	28
5.2.1	Modelo 1	28
5.2.2	Modelo 2	29
6	Avaliação Experimental do Sistema de Controle	30
6.1	Descrição e objetivos experimentais	30
7	Conclusão	31
7.1	Considerações Finais	31
	Referências Bibliográficas	32

Capítulo 1

Introdução

1.1 Levitação a ar

O túnel de vento é uma instalação utilizada para estudar o desempenho aerodinâmico de objetos. Ele é feito de um duto de tamanho adequado para o objeto testado pelo qual o ar flui ao ser empurrado por uma turbina. Os testes feitos variam de velocidade de acordo com o que se deseja estudar.

Para que os testes sobre objetos tenham resultados precisos e replicáveis a velocidade dos ventos sobre eles deve ser controlável e atinja o objeto sem turbulência, apesar de haver testes onde isso é proposital. O túnel é construído com um dispositivo de fluxo laminar que possibilita reduzir o fluxo turbulento gerado pela turbina [6].

Os testes geralmente são feitos em modelos em escala de aviões, carros, naves espaciais, e para estudo da aerodinâmica de objetos na física. Os túneis podem ser verticais ou horizontais, apesar de os túneis horizontais existirem em maior quantidade. Um teste comum é feito em modelos de aviões onde se medem as propriedades das asas como envergadura ao ser submetida a velocidades específicas do vento, força de elevação para diferentes velocidades e em geral sua aerodinâmica. Em Dayton, Ohio [5], foi construído um túnel de vento vertical que possibilita que sejam feitos testes específicos para aeronaves. Um objeto é posto em queda livre virtual devido a velocidade do vento impulsionado por uma turbina e se observa o seu movimento na situação. Este teste foi essencial para a prototipagem de aviões militares e comerciais desde os anos 50.

Hoje os testes ainda são responsáveis por economizar milhões de reais na fase de prototipagem em testes aerodinâmicos, no desenvolvimento de trens de alta velocidade[2].

Em objetos que se movem em alta velocidade o vento se torna um fator preocupante, uma rajada de vento pode ser o fator determinante em um descarrilhamento de um trem, os testes possibilitam que os cientistas analisem comportamento de suas criações em situações previsíveis e os ajuda a antecipar possíveis problemas.

No entanto, existe um problema no teste aerodinâmico utilizando túneis de vento. Para os testes de queda livre como o de aeronaves, o controle de altitude do objeto é complexo. É possível obter o número de Reynolds, uma variável sem dimensão que possibilita prever o padrão de fluxo de fluídos, e é possível medir a velocidade do vento atuando em cima do objeto, porém, a real dificuldade se encontra no fato de que quando o a força do vento atua em cima de um objeto ele se comporta de maneira quase imprevisível [IB: uma ref] . Uma bola gira em várias direções, por exemplo.

Tendo em vista que o controle de altura de um objeto tendo como único atuador o vento, e que um modelo de atuação da força do vento sobre um objeto é complexo e de baixa fidelidade, e que precisamos de um modelo que possibilite um controle de altitude preciso e robusto, temos como opção a modelagem caixa-preta, conhecida como identificação de sistemas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

[IB: Esse objetivo geral não está muito legal. Acho que podemos adaptá-lo para incluir a noção da aplicação de modelos para controle.]

O objetivo principal deste trabalho é fazer uma comparação qualitativa entre duas técnicas de identificação de sistemas, uma por mínimos quadrados que resulta em um modelo ARX do sistema, e uma por subespaços que resulta em um modelo em espaço de estados, e controle do sistema.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral deste projeto devemos primeiro alcançar os seguintes objetivos específicos.

- Construir uma plataforma de experimento no formato de túnel de vento.

- Medir a velocidade do vento em alturas variadas dentro do túnel de vento.
- Criar um simulador para o túnel de vento.
- Executar testes para identificação usando como sinal de controle um sinal binário pseudo aleatório (PRBS).
- Identificar o sistema por mínimos quadrados.
- Identificar o sistema por subespaços.
- Validar os modelos obtidos.
- Obter um controlador para os dois modelos usando alocação de polos.

1.3 Organização do trabalho

[IB: A introdução já acabou... então fale do restante deste trabalho. Além disso, faça uma lista e fale um pouco mais sobre cada um.]

Este trabalho se encontra organizado em seis capítulos com várias subseções. O segundo capítulo é a revisão bibliográfica com as seções fundamentação teórica onde conceitos fundamentais ao entendimento do trabalho são explicados, tratamos dos modelos de sistemas dinâmicos, dos critérios de estabilidade de sistemas discretos, e da identificação de sistemas e estimação de parâmetros. Falamos ainda de trabalhos relacionados onde o trabalho de outros autores é relacionado a este. O terceiro capítulo fala sobre a modelagem e simulação do túnel de vento, onde se explica o processo de modelagem utilizado e a construção de um simulador no Simulink. O quarto capítulo trata da identificação do túnel usando mínimos quadrados e subespaços, explicando os procedimentos usados e o método de validação do modelo. O quinto é projeto de controladores, onde fazemos o projeto do controlador para adequar o sistema à requisitos de sua resposta à entradas. O sexto capítulo trata da avaliação experimental do sistema de controle, onde o sistema é testado para avaliar sua robustez à interferências. O sétimo e último capítulo é a conclusão do trabalho onde as considerações finais e trabalhos futuros serão discutidos.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Nesta seção serão apresentadas duas subseções importantes para o entendimento deste trabalho, a revisão bibliográfica que trata de conceitos fundamentais ao entendimento do trabalho, e trabalhos relacionados que trata de outros trabalhos que são pertinentes à este.

2.1 Fundamentação Teórica

Nesta subseção tratamos de conceitos essenciais para o entendimento deste trabalho. Falaremos sobre alguns modelos matemáticos, critérios de estabilidade de sistemas discretos, e métodos de identificação de sistemas e estimação de parâmetros, em especial identificação por mínimos quadrados e por subespaços.

2.1.1 Modelos de Sistemas Dinâmicos

O modelo matemático de um sistema dinâmico é uma forma de descrever uma parte do fenômeno físico que queremos controlar. Nesta seção serão apresentados alguns dos vários modelos matemáticos relacionados ao projeto.

2.1.1.1 Equação Diferencial Ordinária

Um sistema dinâmico pode ser modelado usando somente a descrição matemática do fenômeno desejado. Usamos como exemplo a modelagem do amortecimento em uma roda de um carro, visto na figura [2.1](#).

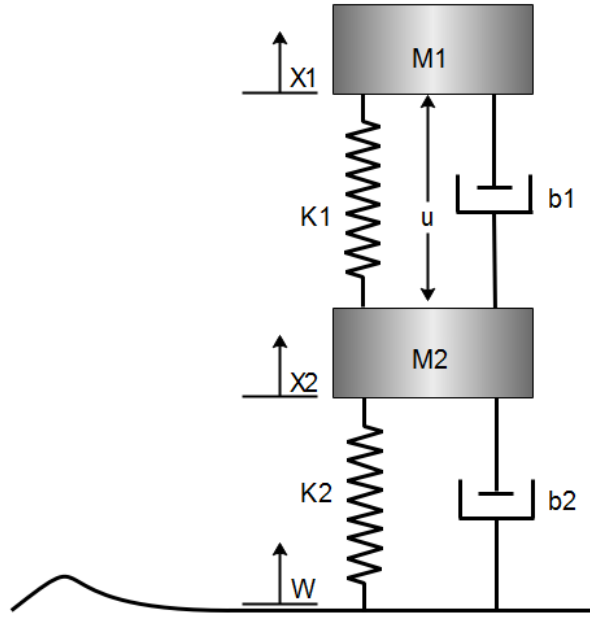


Figura 2.1: Esquema do amortecedor da roda de um carro

Onde X_1 e X_2 são a altura das massas M_1 e M_2 , massa do carro e massa da roda, respectivamente. K_1 é o efeito elástico do amortecedor e K_2 é o efeito elástico da roda. b_1 é o efeito amortecedor da suspensão e b_2 é o efeito amortecedor da roda. Esse sistema pode ser modelado em uma E.D.O. (Equação Diferencial Ordinária) usando as leis de Newton, visto nas equações (2.1) e (2.2).

$$M_1 \ddot{X}_1 = -b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) - K_1(X_1 - X_2) + U \quad (2.1)$$

$$M_2 \ddot{X}_2 = b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + K_1(X_1 - X_2) + b_2(\dot{W} - \dot{X}_2) + K_2(W - X_2) - U \quad (2.2)$$

2.1.1.2 Funções de Transferência

A função de transferência é uma equação que descreve o comportamento dinâmico de um sistema relacionando uma entrada com uma saída. Ela é a transformada de Laplace da resposta ao impulso do sistema.

Usando o mesmo sistema da figura 2.1 e aproveitando as equações (2.1) e (2.2) podemos encontrar as equações de transferência referentes às saídas X_1 e X_2 .

Aplicamos a transformada de Laplace nas equações X_1 e X_2 para obter:

$$(M_1 s^2 + b_1 s + K_1)X_1(s) - (b_1 s + K_1)X_2(s) = U(s) \quad (2.3)$$

$$-(b_1s + K_1)X_1(s) + (M_2s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2))X_2(s) = (b_2s + K_2)W(s) - U(s) \quad (2.4)$$

Fazendo as devidas manipulações matemáticas chegamos à função de transferência.

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{(M_1 + M_2)s^2 + b_2s + K_2}{\Delta} \\ G_2(s) &= \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{-M_1b_2s^3 - M_1K_2s^2}{\Delta} \\ \Delta &= (M_1s^2 + b_1s + K_1) \cdot (M_2s^2 + (b_1 + b_2)s + (K_1 + K_2)) - (b_1s + K_1) \cdot (b_1s + K_1) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Com as equações descritas em (2.5) temos uma equação representando a transferência da entrada para a saída.

2.1.1.3 Espaço de Estados

A representação em espaço de estados é uma forma mais conveniente para representar sistemas no domínio do tempo quando existe mais de uma entrada ou saída do que a função de transferência. Um modelo linear é representado tipicamente no seguinte formato:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2.6)$$

Onde $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado n-dimensional. $\dot{x} = dx/dt$, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de entradas formado por r funções temporais, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ é o vetor m-dimensional de saídas e $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ e $D \in \mathbb{R}^{q \times p}$ são as matrizes do sistema constantes.

Podemos gerar uma representação de espaço de estados a partir da E.D.O. do sistema. Vamos utilizar novamente o sistema da figura 2.1. Definimos primeiramente os estados do vetor x , $x_1 = X_1$, $x_2 = \dot{X}_1$, $x_3 = Y_1$ e $x_4 = \dot{Y}_1$. Onde $Y_1 = X_1 - X_2$, geramos então as matrizes do espaço de estados usando as equações (2.1) e (2.2):

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \ddot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-b_1b_2}{M_1M_2} & 0 & \left[\frac{b_1}{M_1} \left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2} \right) - \frac{K_1}{M_1} \right] & \frac{-b_1}{M_1} \\ \frac{b_2}{M_2} & 0 & - \left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2} \right) & 1 \\ \frac{K_2}{M_2} & 0 & - \left(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2} + \frac{K_2}{M_2} \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ \dot{Y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & \frac{b_1b_2}{M_1M_2} \\ 0 & \frac{-b_2}{M_2} \\ \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) & \frac{-K_2}{M_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ \dot{Y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.1.1.4 Modelo ARX

O modelo ARX SISO linear tem o seguinte formato:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + \dots + a_{na} y(t-na) = b_1 u(t) + b_2 u(t-1) + \dots + b_{nb} u(t-nb+1) + e(t) \quad (2.9)$$

Onde y é a entrada, u é a saída e e é o ruído. Isso implica que a saída $y(t)$ é uma predição a partir de uma média ponderada de entradas e saídas passadas. Os parâmetros a_{na} e b_{nb} podem ser estimados utilizando mínimos quadrados numa coleção de dados entrada-saída.

2.1.2 Critérios de Estabilidade de sistemas discretos

O conceito de estabilidade é extremamente importante para a análise de sistemas dinâmicos. Primeiramente definimos estabilidade de acordo com mudanças nas condições iniciais. Consideremos a equação (2.10).

$$x(k+1) = f(x(k), k) \quad (2.10)$$

Sejam $x_0(k)$ e $x(k)$ suas soluções quando as condições iniciais são $x_0(k_0)$ e $x(k_0)$. Definimos:

- Estabilidade: A solução $x_0(k)$ é estável se para um dado $\epsilon > 0$ existe um $\delta(\epsilon, k_0)$ tal que para todas as soluções com $\|x(k_0) - x_0(k_0)\| < \delta$ são tais que $\|x(k) - x_0(k)\| < \epsilon$ para todos os $k \geq k_0$.

- Estabilidade Assintótica: A solução $x_0(k)$ é assintoticamente estável se é estável e um δ pode ser escolhido tal que $\|x(k_0) - x_0(k_0)\| < \delta$ que implica que $\|x(k) - x_0(k)\| \rightarrow 0$ quando $k \rightarrow \infty$.

Existem outros tipos de estabilidade que são de interesse:

- Estabilidade BIBO (Bounded-Input Bounded-Output): Um sistema linear invariante no tempo é definido BIBO estável se dado um sinal de entrada limitado ele produz uma saída limitada para cada valor inicial.

Dado que a estabilidade de um sistema é importante para o seu estudo, os métodos para determinar a sua estabilidade são de grande interesse. Os seguintes são alguns dos métodos utilizados para determinar a estabilidade de um sistema:

- Cálculo dos autovalores da matriz A da representação de espaços de estado.
- Métodos baseados nas propriedades dos polinômios característicos.
- O método do lugar das raízes
- O método de Lyapunov

O cálculo dos autovalores de uma matriz de ordem maior que 2 à mão não é conveniente e em alguns casos é mais fácil calcular a equação característica da forma:

$$A(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} \cdots + a_n = 0 \quad (2.11)$$

E investigar suas raízes utilizando o método do lugar das raízes onde o critério de estabilidade muda para sistemas discretos determinando que para o sistema ser estável todas as raízes devem estar dentro do círculo unitário.

Outro método para determinar a estabilidade de um sistema é o critério de Jury, versão discreta do critério de Routh-Hourwitz. A tabela de Jury é formada da seguinte forma:

$$H(z) = \frac{b(z)}{a(z)} = \frac{b(z)}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots + a_n} \quad (2.12)$$

$$\begin{array}{c|cccc} a_0 & a_1 & \cdots & a_n \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & a_0 \\ b_0 & b_1 & \cdots & \\ b_{n-1} & b_{n-2} & \cdots & \\ c_0 & c_1 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & & \end{array} \quad (2.13)$$

onde

$$\begin{aligned}
 b_0 &= a_0 - \frac{a_n}{a_0} a_n \\
 b_1 &= a_1 - \frac{a_n}{a_0} a_{n-1} \\
 &\vdots \\
 b_k &= a_k - \frac{a_n}{a_0} a_{n-k} \\
 &\vdots \\
 c_k &= b_k - \frac{b_{n-1}}{b_0} b_{n-1-k}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Com a tabela formada aplicamos o critério de Jury que diz: se $a_0 > 0$, então todas as raízes estarão dentro do círculo unitário se e somente se todos os termos da primeira coluna das linhas ímpares forem positivos. Se nenhum elemento da primeira coluna das linhas ímpares for nulo, o número de raízes fora do círculo unitário é igual ao número de elementos negativos.

O segundo método de Lyapunov é outra ferramenta útil para determinar a estabilidade de sistemas dinâmicos não lineares. A ideia é introduzir uma função de energia generalizada chamada função de Lyapunov que é zero no ponto de equilíbrio e positiva em outras posições. O equilíbrio será estável se pudermos mostrar que a função de Lyapunov diminui ao longo das trajetórias do sistema.

O primeiro passo é encontrar a função de Lyapunov definida como segue:

$V(x)$ é uma função de Lyapunov do sistema

$$x(k+1) = f(x(k)) \quad f(0) = 0 \tag{2.15}$$

se:

1. $V(x)$ é contínuo em x e $V(0)=0$
2. $V(x)$ é definida positiva
3. $\Delta V(x) = V(f(x)) - V(x)$ é definida negativa

Definimos:

• Teorema de estabilidade de Lyapunov: A solução $x(k) = 0$ é assintoticamente estável se existir uma função de Lyapunov para o sistema da equação (2.15). Se:

$$0 < \varphi(\|x\|) < V(x) \tag{2.16}$$

onde $\varphi(\|x\|) \rightarrow \infty$ quando $\|x\| \rightarrow \infty$, então a solução é assintoticamente estável para todas as condições iniciais.

A grande dificuldade do teorema de Lyapunov é encontrar uma função de Lyapunov adequada. No entanto, para sistemas lineares como o da equação (2.17), é fácil determinar uma função de Lyapunov quadrática.

$$x_0(k+1) = \Phi x_0(k) \quad x_0(0) = a_0 \quad (2.17)$$

Tomemos $V(x) = x^T P_x$ como candidato para a função de Lyapunov. O incremento de V é dado por:

$$\begin{aligned} \Delta V(x) &= V(\Phi x) - V(x) = x^T \Phi^T P \Phi x - x^T P x \\ &= x^T (\Phi^T P \Phi - P) x = -x^T Q x \end{aligned} \quad (2.18)$$

Para que V seja uma função de Lyapunov é necessário e suficiente que exista uma matriz definida positiva P que satisfaça a equação (2.19).

$$\Phi^T P \Phi - P = -Q \quad (2.19)$$

2.1.3 Identificação de Sistemas e Estimação de Parâmetros

A maior parte das técnicas de controle aplicadas na indústria dependem do conhecimento de um modelo matemático do sistema a ser controlado. Apresentamos alguns dos modelos na seção 2.1.1 e nesta seção apresentaremos alguns dos métodos para obtermos os modelos matemáticos utilizados neste trabalho.

2.1.3.1 Visão Geral

A identificação de sistemas e estimação de parâmetros trata de métodos e práticas que permitem construir modelos dinâmicos de um sistema real a partir de experimentos. Muitas vezes um sistema construído que precisa ser controlado não pode ser modelado devido à limitações matemáticas ou imprecisão na interação dos componentes. Nestes casos utilizamos um método de identificação de sistemas para obter um modelo matemático. A identificação de sistemas se baseia em testar a resposta do sistema à certas entradas e a partir das respostas aproximar o modelo matemático de forma satisfatória.

2.1.3.2 Identificação por Mínimos Quadrados

O método de mínimos quadrados é um dos mais conhecidos e utilizados em várias áreas da ciência e tecnologia. A partir de uma coleção de dados experimentais é possível encontrar um modelo matemático ARX.

Para um sistema SISO em que não conhecemos o seu modelo matemático podemos descrever o seu comportamento durante o teste como um conjunto de funções entrada-saída como na equação (2.9), pois à partir do conhecimento que temos da modelagem física do sistema podemos deduzir aproximadamente de quantos valores passados de y e de u o nosso sistema estudado depende.

Com os vetores entrada e saída em mão montamos uma matriz de regressores y e u no seguinte formato:

$$\psi = \begin{bmatrix} y(n) & y(n-1) & \dots & y(n-i) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(n-j) \\ y(n+1) & y(n) & \dots & y(n-i+1) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(n-j+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(n+k) & y(n+k-1) & \dots & y(n+k-i) & u(n+k) & u(n+k-1) & \dots & u(n+k-j) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Onde $y(n-i)$ é o primeiro valor do vetor de saídas y e $u(n-i)$ é o primeiro valor do vetor de entradas u , i é a quantidade de regressores y que influenciam na saída y e j é a quantidade de regressores u que influenciam na saída y , $n+k$ é o número de valores do vetor de entrada.

Podemos então relacionar o vetor de saídas com a matriz de regressores A da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \psi \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\hat{y} = \psi \hat{\theta}$$

Onde \hat{y} é um vetor que depende da matriz de regressores A e do vetor $\hat{\theta}$. Conhecemos \hat{y} e A , queremos determinar $\hat{\theta}$. Desde que X seja não singular é possível determinar o vetor

de parâmetros invertendo a matriz:

$$\theta = \psi^{-1}y \quad (2.22)$$

A matriz ψ , no entanto, não é invertível e para realizarmos ψ^{-1} utilizamos a pseudo inversa, que será utilizada em diversas partes desse trabalho, representada por $\{\cdot\}^\dagger$, onde $\{\cdot\}$ é a matriz que receberá a operação pseudo inversa.

$$A^\dagger = [A^T A]^{-1} A^T \quad (2.23)$$

E a equação (2.22) se torna:

$$\theta = \psi^\dagger y \quad (2.24)$$

A equação (2.22) é a única equação que satisfaz todos os regressores do sistema de equações formado a partir da equação (2.9). Assumindo que conhecemos $\hat{\theta}$ e que existe um resíduo ξ entre o valor observado y e o valor obtido a partir do vetor de regressores ψ da forma:

$$y = \psi^T \hat{\theta} + \xi \quad (2.25)$$

Este resíduo é o menor possível devido ao fato de que a equação (2.24) ser demonstravelmente minimizada.

Apresentamos aqui um pseudo algoritmo para a identificação por mínimos quadrados:

Algoritmo 1: IDENTIFICAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

Entrada: Vetor de entradas $U[N]$, vetor de saídas $Y[N]$, quantidade de regressores de Y n , quantidade de regressores de U m

Saída: Vetor $\hat{\theta}$

início

 | Faça a matriz de regressores ψ da equação (2.20)

 | Calcule θ com a equação (2.24)

fim

retorna θ

2.1.3.3 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman, também conhecido como estimador linear quadrático, é um algoritmo que utiliza uma série de medidas tomadas ao longo do tempo, que contém ruídos e

outros tipos de erros, e produz um estimador capaz de estimar com maior confiança um certo valor. Ele é utilizado em uma grande variedade de aplicações de engenharia, como localização GPS e navegação, sua aplicação mais famosa foi no programa espacial Apollo, e é um tópico especialmente importante para a teoria de sistemas de controle, devido a sua capacidade de estimação de sistemas não lineares.

Visão Geral O filtro de Kalman utiliza um modelo dinâmico de um sistema, suas entradas de controle, e medidas de sensores para gerar uma estimativa das grandezas medidas do sistema. Usando um modelo recursivo para obter as estimativas, medidas passadas, ele consegue obter uma estimativa mais fiel ao sistema real do que utilizando somente uma medida. O filtro funciona em duas etapas, uma de propagação, onde se utiliza a estimativa do estado anterior para se obter uma estimativa do estado atual, e uma de assimilação, onde a estimativa do estado atual é combinada com a observação do estado real para se obter um modelo de estimativa mais preciso.

Usaremos a nomenclatura de Aguirre, onde t_1 é substituído pela iteração atual indicada por k , e o t_2 é substituído pela próxima iteração $k+1$. A notação $(t_1 \rightarrow t_2)$ é substituída por um sinal '+' para indicar o instante t_i após ter sido incluída a informação em t_i . Da mesma forma será utilizado um sinal '-' para indicar a grandeza que se refere ao instante t_i antes de ter sido incluída a informação referente àquele instante. A equação que rege a propagação é a seguinte:

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k^+ + \Gamma_k u_k \quad (2.26)$$

Etapas de propagação Conhecendo a função de densidade de probabilidade de x_k^+ , indicada por $f_k \sim \mathcal{N}(\bar{x}_k^+, P_k^+)$, deseja-se encontrar a função de densidade de probabilidade de x_{k+1}^- . Ou seja, na etapa de propagação deseja-se saber o que acontece à f_k ao ser propagado pela equação (2.26). Assumimos que f_k é gaussiana e portanto f_- também será, deste modo basta determinar \bar{x}_{k+1}^- e P_{k+1}^- contidos em $f_- \sim \mathcal{N}(\bar{x}_{k+1}^-, P_{k+1}^-)$ para caracterizar f_- .

Segundo Aguirre [1] encontramos:

$$\bar{x}_{k+1}^- = \Phi_k \bar{x}_k^+ + \Gamma_k u_k \quad (2.27)$$

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + \Upsilon_k Q_k \Upsilon_k^T \quad (2.28)$$

A equação mostra que ao longo da etapa de propagação a incerteza aumenta devido à presença de ruído no modelo dinâmico usado.

Etapa de assimilação Vimos que na etapa de propagação o vetor de estado x_k^+ é propagado para a próxima iteração resultando em x_{k+1}^- . A segunda etapa, a de assimilação, ocorre com a chegada de nova informação na iteração $k+1$. O objetivo é a determinação de $f_+ \sim \mathcal{N}(\bar{x}_{k+1}^+, P_{k+1}^+)$ a partir de f_- e da medição na iteração y_{k+1} . De forma semelhante à etapa de propagação, devemos encontrar \bar{x}_{k+1}^+ e P_{k+1}^+ . Após os devidos passos encontramos:

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1}^+ = \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^- + K_{k+1}[\mathbf{y}_{k+1} - H_{k+1}\bar{\mathbf{x}}_{k+1}^-] \quad (2.29)$$

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1}H_{k+1}P_{k+1}^- \quad (2.30)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T [H_{k+1}P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \quad (2.31)$$

Com estas equações completamos o conjunto de equações necessárias para entender o filtro de Kalman.

2.1.3.4 Identificação por Subespaços

Data: Vetor de entradas $U[N]$, vetor de saídas $Y[N]$, ordem determinada do sistema n

Result: Matrizes do espaço de estados do sistema A , B , C e D , Vetor de estados X

1 Gerar as matrizes de bloco de Hankel Y_p , Y_f , U_p e U_f

2 Calcular O_i

$$O_i = Y_{f/U_f} W_p$$

$$O_i = [Y_f/U_f^\perp][W_p/U_f^\perp]^\dagger W_p$$

3 Decomposição SVD de O_i

$$W = O_i O_i^T$$

U = Autovetores de $(W - \lambda I)x = 0$

$$V = O_i^T O_i$$

S é a raiz quadrada dos autovalores

$$O_i = U S V^T$$

4 Calcular Γ_i

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2}$$

$$S_1 = (V D^{1/2} V^{-1})^2$$

$$S_1^{1/2} = V D^{1/2} V^{-1}$$

5 Obter A e C

C é primeira linha de Γ_i

$$A = \underline{\Gamma_i}^\dagger \overline{\Gamma_i}$$

6 Obter B e D

$$\Gamma_i^\perp Y_f U_f^\dagger = \Gamma_i^\perp H_i^d$$

Algoritmos

2.2 Trabalhos Relacionados

Capítulo 3

Modelagem e Simulação

Neste capítulo será descrito a modelagem do sistema, o processo de estimação de velocidade do vento, e a simulação do túnel de vento no Simulink Matlab.

3.1 Descrição da Planta

O sistema em questão se trata de um tubo PVC de 40 mm de 120 cm, ele é afixado em uma plataforma plástica através de uma base e de elásticos para estabilização. Na ponta inferior do tubo se encontra uma turbina de avião RC que empurra o ar para dentro do tubo elevando uma bola de tênis de mesa, na ponta superior do tubo se encontra um sensor infravermelho de distância. A turbina é controlado por um Arduino Mega 2560.

3.2 Modelo Matemático

[IB: inserir figura do sistema]

Há duas forças atuantes na esfera, a gravidade que a puxa para baixo e a força de empuxo gerada pelo vento. Obtemos a seguinte equação do movimento:

$$m\ddot{h} = F = \frac{1}{2} \cdot C_a \cdot \rho \cdot A \cdot (v_a - \dot{h})^2 - m \cdot g \quad (3.1)$$

onde m é a massa da esfera, h é a posição vertical da esfera no tubo, ρ é a densidade do ar, A é a área da esfera em contato com o fluxo de ar, v_a é a velocidade do ar dentro do tubo e C_a é o coeficiente aerodinâmico da esfera. O coeficiente aerodinâmico depende da velocidade relativa entre a esfera e o vento, mas para as velocidades baixas

de vento que estamos utilizando esse valor pode ser considerado constante. Consideramos $\alpha = \frac{1}{2} \cdot C_a \cdot \rho \cdot A$:

$$\ddot{h} = \frac{\alpha}{m} \cdot (v_a - \dot{h})^2 - g \quad (3.2)$$

3.3 Estimação da Velocidade do Vento

Para criarmos um simulador do sistema descrito anteriormente precisamos saber o valor de v_a . Ele determina a velocidade do vento para diferentes valores de tensão e altura da bola. Não foi possível adquirir um sensor de velocidade do ar devido a problemas de localização geológica, portanto, foi necessário usar de engenhosidade para adquirir a velocidade do ar em diversas alturas.

Foram adquiridas diversas bolas de tênis de mesa e se injetou uma mistura de cola e água nelas para aumentar o seu peso. Foram escolhidos 6 pesos diferentes e medidos em balança com precisão de duas casas decimais. Então para cada peso foi medida a tensão necessária para que se alcance as 6 alturas dentro da região de funcionamento do sensor, 10, 20, 30, 40, 50, 60 cm. Tendo medido a altura e a tensão necessária para alcançar as alturas, bastou utilizar a equação (3.2) fazendo $\ddot{h} = \dot{h} = 0$ para obter a velocidade do vento relacionada com uma altura e uma tensão.

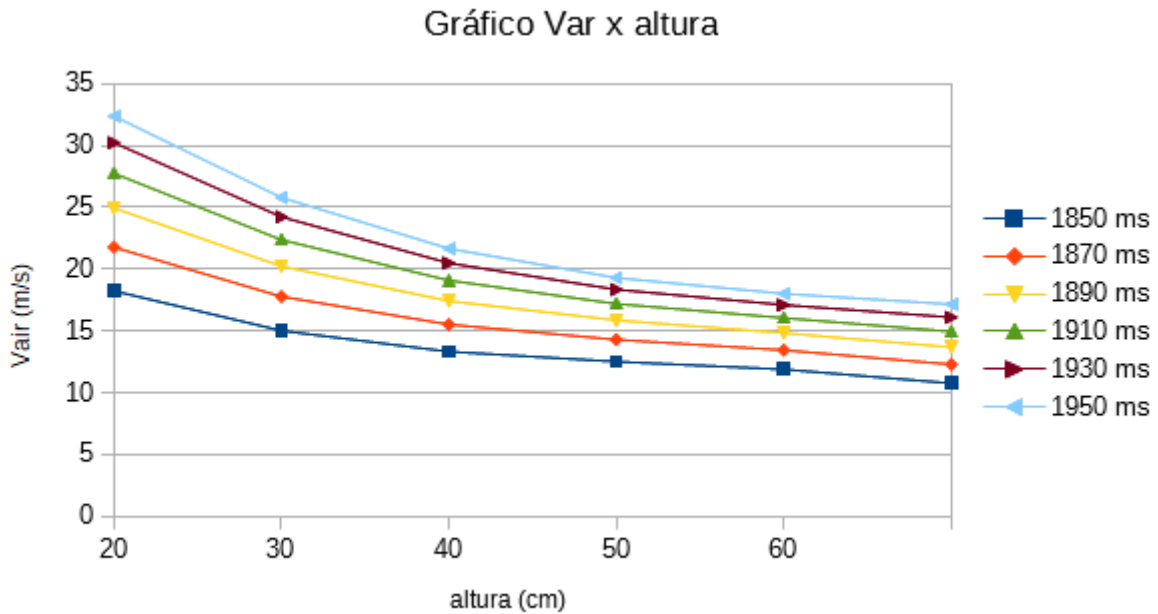


Figura 3.1: Gráfico de v_a x altura

Podemos ver que a figura 3.1 lembra um gráfico similar encontrado em [4] onde o

autor utiliza um sensor de velocidade de vento e mostra uma curva similar, para uma mesma tensão aplicada na turbina quanto mais elevada se encontra a bola menor vai ser a velocidade do ar que se choca com ela.

3.4 Simulação do Túnel de Vento no Simulink

Criamos um modelo de simulação à partir da equação 3.2 e utilizamos os dados adquiridos em 3.1 para fazer um ajuste de curva que alimenta o modelo com os valores da velocidade do vento para determinada altura e tensão no motor.

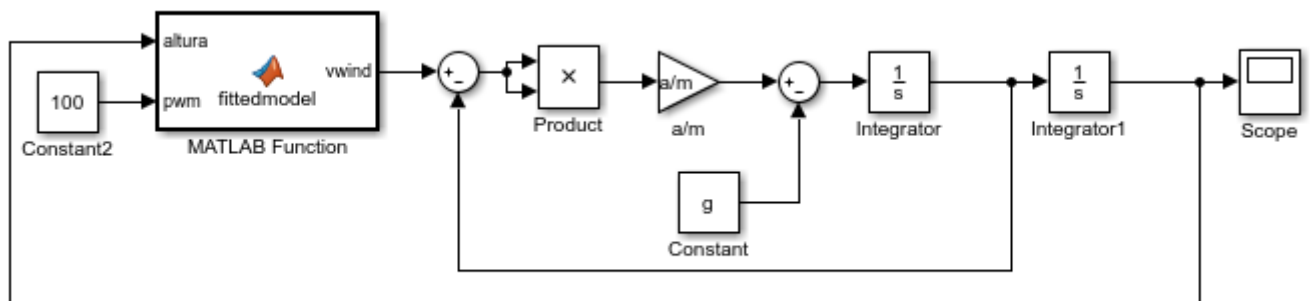


Figura 3.2: Simulador do túnel de vento

Capítulo 4

Identificação do Túnel de Ar

Neste capítulo, será explicada a identificação do sistema do túnel de ar. Para fazer a identificação caixa-preta de um sistema é necessário fazer um estudo prévio do funcionamento dele, conhecer entradas e saídas, obter um modelo matemático se possível, mesmo sem ter todos os parâmetros.

4.1 Escolha de estrutura

A escolha da estrutura para identificar um sistema pode ser feita a partir de um modelagem prévia do sistema [IB: Isso é parcialmente verdade, o conhecimento empírico da modelagem fenomeológica pode fornecer pistas sobre a estrutura, mas existem outros métodos que valem a pena ao menos serem citados, tais como análise de função de autocorrelação] , mas, em alguns casos a modelagem não é suficiente para obter um modelo adequado. O nosso modelo apresenta uma interação entre o ar e a bola que é difícil de ser modelado, quando uma esfera gira ela interage com o ar criando um fenômeno chamado efeito Magnus [3], esse fenômeno influencia no movimento da esfera fazendo ela se mover de uma forma previsível, no entanto, como o giro é causado pelo fluxo de ar e é possível observar que ele constantemente muda de direção, não podemos modelar o sistema de forma satisfatória. Então, precisamos explorar um método diferente para escolher a estrutura do sistema.

4.1.1 Mínimos Quadrados

A identificação por Mínimos Quadrados gera um sistema do tipo ARX como visto na equação (2.9). A escolha da estrutura neste caso se dá escolhendo uma quantidade de regressores da saída e uma quantidade de regressores da entrada.

Para a escolha da estrutura do modelo do sistema foi feito o seguinte procedimento:

1. Escolher uma quantidade de regressores de y
2. Escolher uma quantidade de regressores de u
3. Fazer a identificação por Mínimos Quadrados com os regressores de y e u
4. Analisar a autocorrelação dos resíduos $\xi = y - \Psi\hat{\theta}$

Este procedimento foi repetido para valores de 1 a 10 para ambos os regressores para escolhermos quantos zeros e polos precisamos para uma estrutura que tem a seguinte forma:

$$Y[k] = \frac{A[k]}{B[k]} \quad (4.1)$$

$$A[k] = a_1 U[k-1] + a_2 U[k-2] + \dots + a_n U[k-n] \quad (4.2)$$

$$B[k] = b_1 Y[k-1] + b_2 Y[k-2] + \dots + b_m Y[k-m] \quad (4.3)$$

Onde n é o número de zeros e m é o número de polos. Ao final se identificou que a melhor ordem para os regressores foi com 9 polos e 8 zeros.

4.1.2 Subespaços

A identificação por Subespaços gera um sistema em espaço de estados como visto na equação (2.6). Neste tipo de identificação a escolha da estrutura é feita decidindo a ordem do sistema e a ordem da matriz em blocos de Hankel. E similarmente ao procedimento feito na seção 4.1.1 foram variadas as ordens do sistema e da matriz em blocos de Hankel. Foi escolhida ordem 3 para o sistema e ordem 15 para a matriz em blocos de Hankel usada para identificar o sistema. Vemos na figura 4.3 a auto correlação dos resíduos do sistema identificado.

4.2 Experimento

O experimento para identificação precisa de um sinal adequado para que a resposta à ele consiga mostrar a dinâmica do sistema. Para tanto foi gerado um sinal PRBS (sinal binário pseudo aleatório) que é suficientemente adequado para extrair a dinâmica do sistema. O sinal é aplicado ao sistema através do Arduino e os sinais são medidos com um tempo de amostragem de 50 ms.

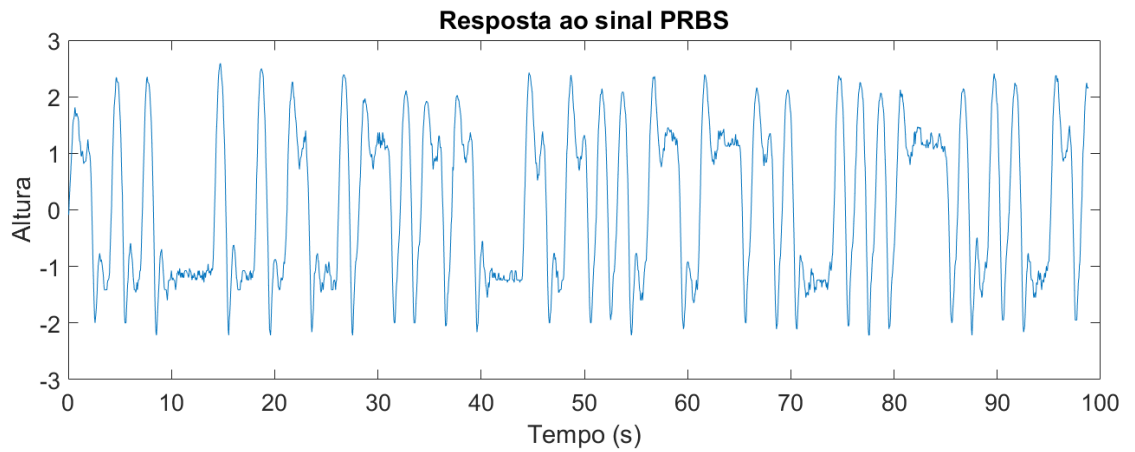


Figura 4.1: Gráfico da saída ao aplicar o sinal PRBS com tempo de amostragem de 50ms

A figura 4.1 mostra a resposta do sistema ao sinal PRBS que foi aplicado ao sistema, podemos ver seções do teste onde o sinal possibilitou que o sistema tivesse algum tempo para estabilizar como em torno dos 10 e 80 segundos, e em outros o sistema é posto em movimento.

4.3 Estimação

Com a resposta ao sinal PRBS em mãos podemos identificar o sistema. Usando o método dos mínimos quadrados e o método de identificação por subespaços.

4.3.1 Mínimos Quadrados

Para fazer a identificação por mínimos quadrados geramos a matriz de regressores ψ da equação (2.20) e usamos a equação (2.22) para obter os coeficientes dos regressores. Obtemos um sistema com o seguinte modelo ARX:

$$\begin{aligned}
a_1 &= -0.004773 & a_2 &= -0.002941 & a_3 &= 0.01512 \\
a_4 &= 0.01026 & a_5 &= 0.04134 & a_6 &= 0.01709 \\
a_7 &= 0.003757 & a_8 &= 0.0386
\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= -1.463 & b_2 &= 0.6593 & b_3 &= -0.4703 \\
b_4 &= 0.3195 & b_5 &= 0.1436 & b_6 &= -0.1106 \\
b_7 &= 0.07184 & b_8 &= -0.0766 & b_9 &= 0.02136
\end{aligned} \tag{4.5}$$

4.3.2 Subespaços

Para identificar o sistema usando subespaços utilizamos o algoritmo mostrado na seção 2.1.3.4 com uma matriz em blocos de Hankel de ordem 15 para encontrar um sistema de ordem 3. Identificamos o seguinte modelo com o formato da equação (2.6):

$$A = \begin{bmatrix} 0.9761 & 0.1933 & -0.0438 \\ -0.1817 & 0.9841 & -0.1489 \\ 0.0840 & 0.3107 & 0.6994 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.1466 \\ 0.2515 \\ 0.8460 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.0104 & -0.3354 & 0.2496 \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.0010 \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

4.4 Validação

Ao identificar um sistema precisamos validar o modelo obtido para garantir que ele é adequado para representar o sistema real. Para isso fazemos uma análise da auto correlação dos resíduos $\xi = y - \Psi\hat{\theta}$ para o ARX e $\xi = y - y_{sim}$ para o espaço de estados. Como vemos nas figuras 4.2 e 4.3 os resíduos do modelo ARX são muito menos correlacionados do que os do modelo em espaço de estados. Isso acontece porque para o modelo ARX estamos analisando os seus regressores com a matriz Ψ que os gera, o que retorna uma resposta muito mais próxima do sistema. Já para o espaço de estados estamos analisando

a simulação do sistema, que apresenta pequenas diferenças em relação ao sistema real, como a ausência de ruído.

Olhamos também a resposta ao degrau do sistema, figuras 4.4 e 4.5, e vemos que para os dois sistemas identificados ela tem uma oscilação similar ao sistema real. Concluimos, através da análise da auto correlação dos resíduos e da análise da resposta ao degrau dos sistemas identificados, que os modelos são adequados para mostrar o funcionamento do sistema.

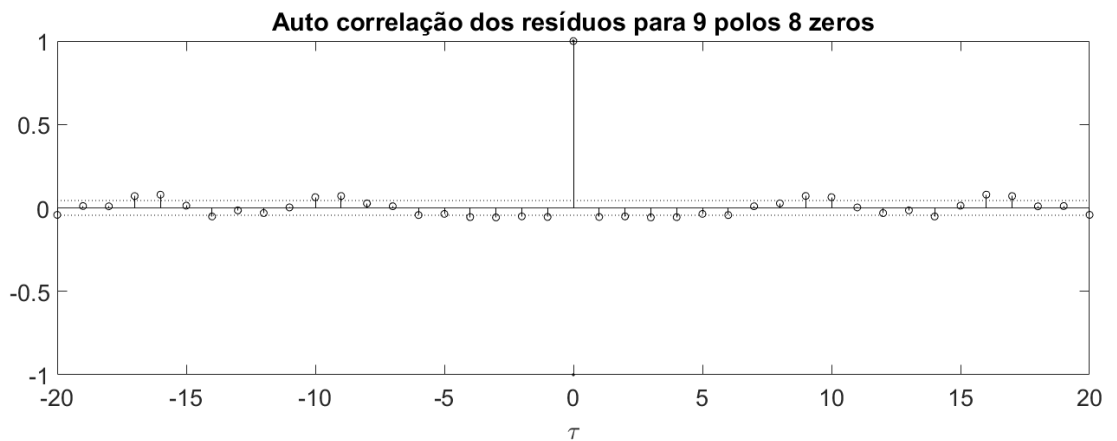


Figura 4.2: Autocorrelação dos resíduos para sistema com 9 polos e 8 zeros

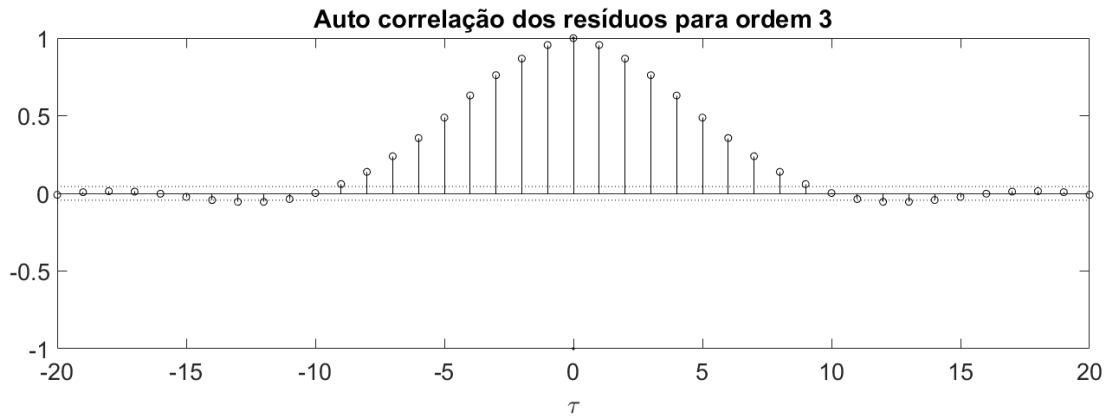


Figura 4.3: Autocorrelação dos resíduos para sistema de ordem 3 identificado com matriz em blocos de Hankel ordem 15

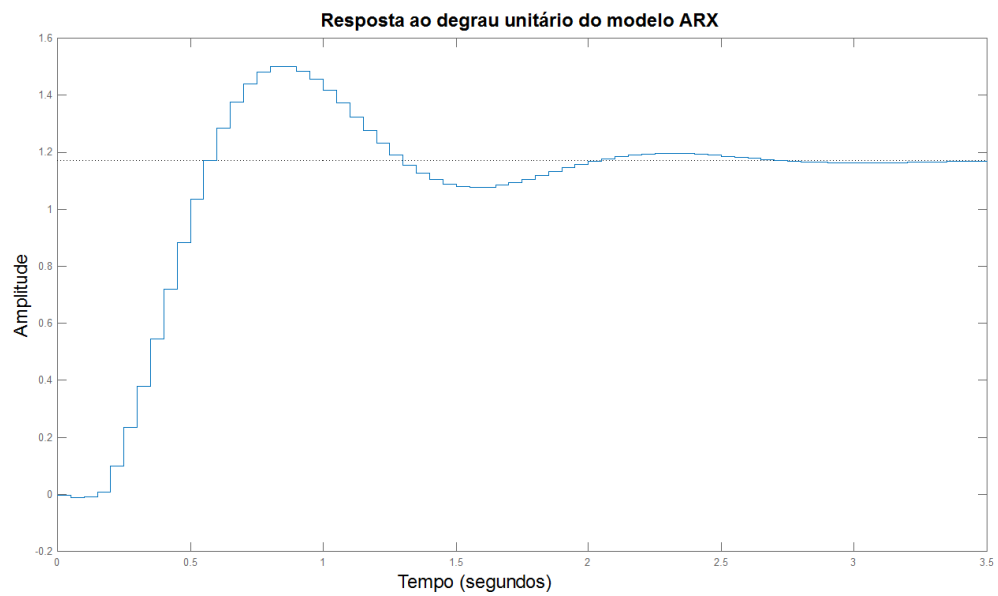


Figura 4.4: Resposta ao degrau unitário do modelo ARX identificado

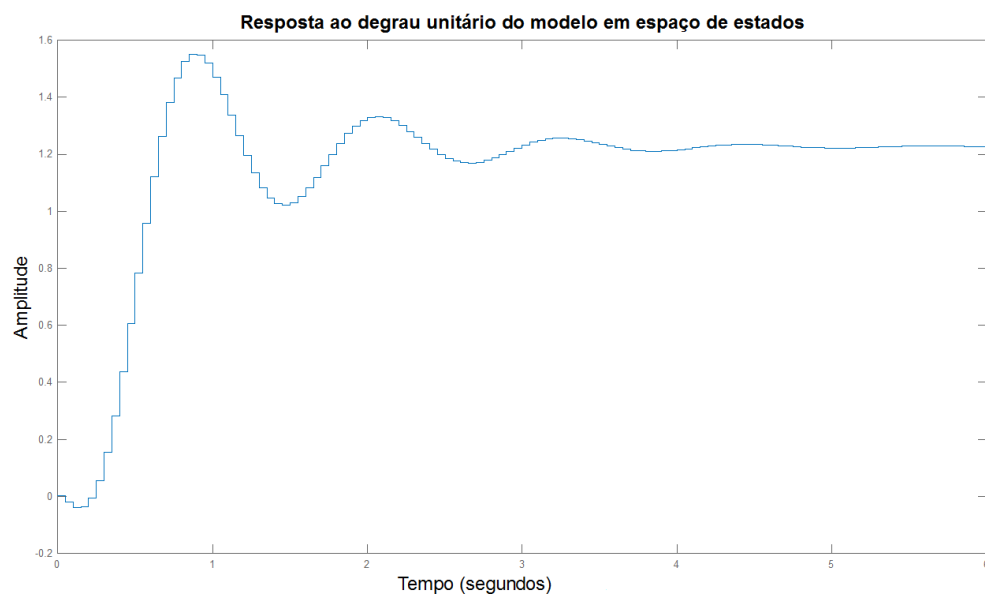


Figura 4.5: Resposta ao degrau unitário do modelo em espaço de estados identificado

Capítulo 5

Projeto de Controlador com Alocação de Polos Baseado nos Modelos Identificados

Com o sistema identificado, podemos finalmente controlá-lo, faremos isso através de realimentação de estados para o modelo identificado por subespaços e para o modelo identificado por mínimos quadrados nesta seção.

5.1 Alocação de Polos com Realimentação de Estados

Primeiramente precisamos passar o modelo identificado por mínimos quadrados de ARX para espaço de estado. Fazemos isso usando a função do Matlab `tf2ss`, onde entramos com o nominador e denominador do modelo ARX e a função nos retorna as matrizes A, B, C e D do sistema em espaço de estados. O modelo obtido por espaço de estados será chamado de modelo 1 e o modelo obtido por mínimos quadrados será chamado de modelo 2.

Desejamos controlar os dois modelos utilizando alocação de polos com realimentação de estados. Projetamos o controlador para que o sistema tenha um sobrevalor menor que 4% do seu valor final e um tempo de assentamento menor que 2 segundos. Previamente foi escolhido um tempo de assentamento menor que 1 segundo mas foi constatado que o ganho necessário para tanto excedia os limites de atuação segura da turbina RC presente no sistema.

5.1.1 Modelo 1: Identificado por Subespaços

Para atender esses requisitos de tempo de assentamento $t_s < 2 \text{ s}$ e sobrevalor máximo de $ovs < 4\%$ calculamos os valores de ζ e ω_n usados na equação característica de um sistema de segunda ordem (5.1), usando as equações (5.2) e (5.3).

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.1)$$

$$ovs = e^{\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} < 4\% \quad (5.2)$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} < 2 \text{ s} \quad (5.3)$$

Encontramos $\zeta > 0.7157$ e $\omega_n > 2.7945$, e escolhemos os valores de $\zeta = 0.9$ e $\omega_n = 3$. Ao aplicar esses valores na equação (5.1) obtemos os polos que precisamos alocar no domínio s , $s_1 = -2.7 + 1.3077i$ e $s_2 = -2.7 - 1.3077i$. Como o modelo 1 tem ordem 3 precisamos de um terceiro polo distante da parte real dos anteriores, escolhemos $s_3 = -8$. Passamos os três polos para o domínio z e obtemos $z_1 = 0.8718 + 0.0571i$, $z_2 = 0.8718 - 0.0571i$ e $z_3 = 0.6703$.

Para fazer a alocação de polos usamos a equação de Lyapunov (5.4):

$$(A - B\bar{k})T = TF \quad (5.4)$$

Onde A e B são matrizes do sistema, \bar{k} é um vetor arbitrário escolhido de forma que o par F e \bar{k} seja observável, F é uma matriz em blocos diagonais com os polos que se deseja alocar e $k = \bar{k} * T^{-1}$ nos retorna o vetor de realimentação de estados k . Obtemos $k = [0.6794, 0.5007, 0.0238]$ Com essa realimentação de estados obtemos a seguinte resposta ao degrau:

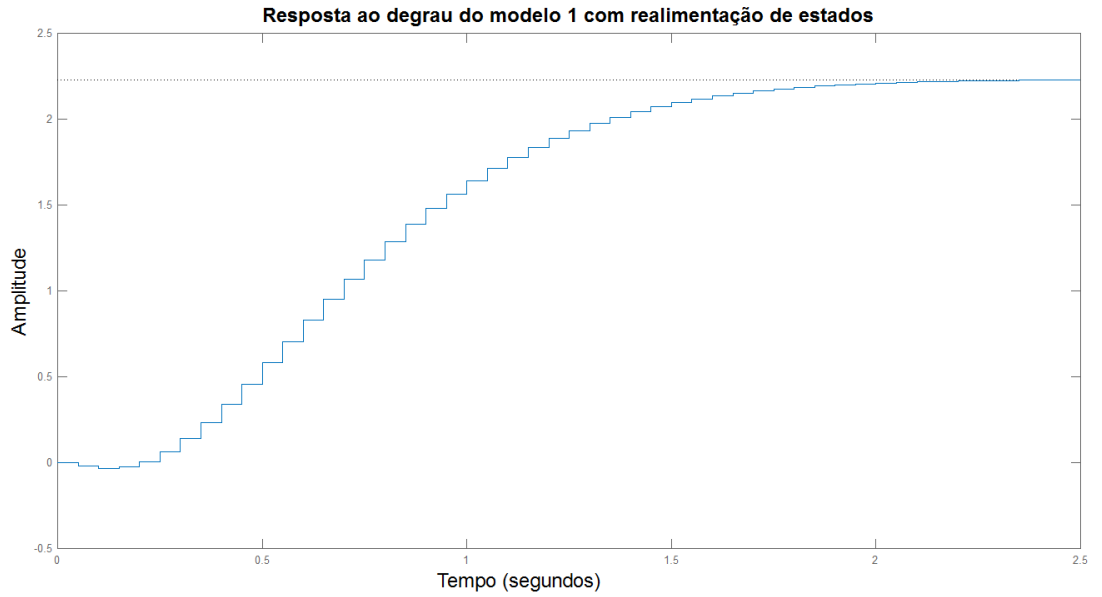


Figura 5.1

Figura 5.2: Resposta ao degrau do modelo 1 com realimentação de estados

A resposta ao degrau do sistema como vista na figura 5.2 apresenta um tempo de assentamento de 1.8 segundos e um sobrevalor de 0.14%.

5.1.2 Modelo 2: Identificado por Mínimos Quadrados

O modelo 2 vai ter os mesmos requisitos de tempo de assentamento e sobrevalor, mas devido à diferença de ordem entre eles observamos que não conseguimos alocar os polos no mesmo lugar por causa da interação da quantidade de polos. Escolhemos os valores de $\zeta = 0.9$ e $\omega_n = 10$. Ao aplicar esses valores na equação (5.1) obtemos os polos que precisamos alocar no domínio s , $s_1 = 0.6225 + 0.1379i$ e $s_2 = 0.6225 - 0.1379i$, para os polos distantes alocamos $s_3 = -14$, $s_4 = -14.1$ e $s_5 = -14.2$. Que no domínio z são $z_3 = 0.4966$, $z_4 = 0.4941$ e $z_5 = 0.4916$. Repetimos o mesmo procedimento usado para o modelo 1 e obtemos $k = [-1.1768, 2.2245, -1.1031, -0.0375, 0.0407]$.

O sistema realimentado tem a seguinte resposta ao degrau:

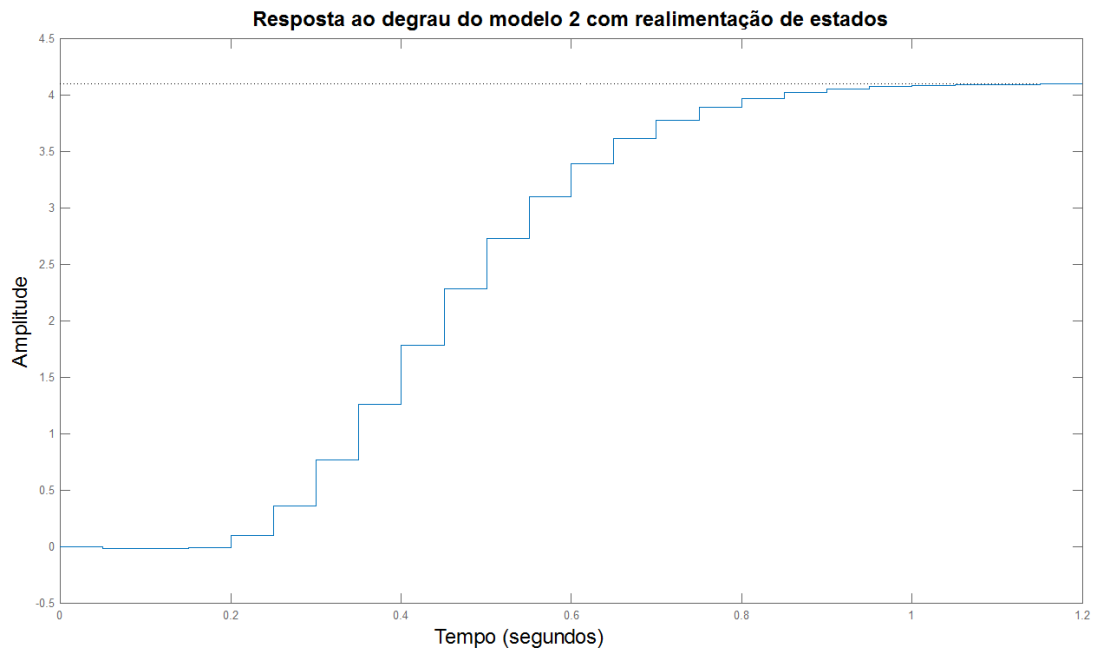


Figura 5.3: Resposta ao degrau do modelo 2 com realimentação de estados

A resposta ao degrau da figura 5.3 apresenta um tempo de assentamento de 0.85 segundos e um sobrevalor de 0,0165%. O tempo de assentamento aqui parece mais rápido do que foi constatado no sistema real.

5.2 Projeto do Estimador de Estados

Para realizar um controlador por realimentação de estados precisamos ser capazes de medir todos os estados do nosso modelo a cada tempo de amostragem. O nosso sistema, no entanto, não tem sensores para medir cada um dos estados necessários, a única medida disponível é a saída do sistema na forma da altura da bola. Portanto, precisamos implementar um estimador de estados para cada um dos controladores projetados na subseção anterior.

5.2.1 Modelo 1

Um estimador de estados é projetado de forma similar ao controlador por realimentação de estados, precisamos escolher polos adequados para que o estimador funcione da forma correta. A forma mais simples de escolher esses polos é fazer com que eles

reajam mais rápido que o sistema à entrada recebida, conseguimos isso multiplicando a parte real dos polos no domínio s por um número para que sejam mais rápidos.

Projetamos o estimador de estados com os seguintes polos $z_1 = 0.2587 + 0.0169i$, $z_2 = 0.2587 - 0.0169i$ e $z_3 = 0.0183$ e obtemos o ganho do estimador $L = [2.4161, -6.6736, 9.3227]^T$

5.2.2 Modelo 2

Para o estimador do modelo 2 alocamos os polos em $z_1 = 0.0069 - 0.0015i$, $z_2 = 0.0069 + 0.0015i$, $z_3 = 0.0005 + 0.0000i$, $z_4 = 0.0004 + 0.0000i$ e $z_5 = 0.0004 + 0.0000i$.

Capítulo 6

Avaliação Experimental do Sistema de Controle

6.1 Descrição e objetivos experimentais

Capítulo 7

Conclusão

7.1 Considerações Finais

Ele fez isso [\[4\]](#).

Referências Bibliográficas

- [1] Aguirre, L.
2015. Introdução à Identificação de Sistemas – Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais. Editora UFMG.
- [2] bin Kwon, H., Y.-W. Park, D. ho Lee, and M.-S. Kim
2001. Wind tunnel experiments on korean high-speed trains using various ground simulation techniques. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 89(13):1179 – 1195.
- [3] Briggs, L. J.
1959. Effect of spin and speed on the lateral deflection (curve) of a baseball; and the magnus effect for smooth spheres. American Journal of Physics, 27:589–596.
- [4] Jernigan, S. R., Y. Fahmy, and G. D. Buckner
2009. Implementing a remote laboratory experience into a joint engineering degree program: Aerodynamic levitation of a beach ball. IEEE Transactions on Education, 52(2):205–213.
- [5] journal, E. E.
1946. Vertical wind tunnel. Electrical Engineering, 65(6):265–266.
- [6] McDade, J., G. Phillips, H. Sivinski, and W. Whitfield
1969. Chapter v principles and applications of laminar-flow devices. In Methods in Microbiology, J. Norris and D. Ribbons, eds., volume 1 of Methods in Microbiology, Pp. 137 – 168. Academic Press.