

TD n°1 Variance d'Allan

Afin de faciliter le TD, on partira du notebook `variance_d_allan` déposé sur le github <https://github.com/MatManceau/Lumi2021-2022>. Les fichiers de données y sont également déposés. Le but de ce TD numérique est d'apprendre à calculer numériquement des variances d'Allan et de se familiariser avec cet outil mathématique. Pour cela des simulations seront à réaliser sur des bruits types. Des calculs de variance d'Allan sur des données réelles seront aussi à effectuer.

1 Variance d'Allan

1.1 Rappel

La variance d'Allan d'une série de mesure y_k , où chaque point est pris sur une durée d'échantillon τ , est définie comme :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (y_{k+1} - y_k)^2 \rangle,$$

avec $\langle \rangle$ la moyenne sur un temps infini, en pratique estimée à partir d'un ensemble M fini d'échantillons de mesure :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (y_{k+1} - y_k)^2.$$

Lorsque l'on effectue l'acquisition d'une série de mesure effectuée sur des durées d'échantillon τ_0 , il est possible de calculer la variance d'Allan pour des durées $\tau = n\tau_0$ qui sont des multiples entiers de τ_0 , pour cela chaque y_k est calculé comme la moyenne de n valeur consécutives de y . Notez que les valeurs prises pour les y_k ne se recouvrent pas.

1.2 Moyenne par paquet

La fonction python `average(data, n)` moyenne les valeurs de data par paquets de taille n . Voici cette fonction :

```
def average(data, n):  
    """ Moyenne les valeurs de data par paquets de taille n """  
    databis = data[len(data)%n:]  
    return databis.reshape(len(data)//n, n).mean(axis=1)
```

1. Testez cette fonction sur un tableau simple (`arange(37)`). Expliquez ce que font chaque ligne de cette fonction.

1.3 Variance d'Allan

2. Écrivez la fonction `allan_variance_simple(data, n)` qui calcule la variance d'Allan pour une valeur donnée de n .

Par la suite, on utilisera la fonction `variance_allan` suivante, qui calcule la variance d'Allan pour des valeurs de n uniformément réparties sur une échelle log

```
def allan_variance(data):  
    n_max = int(np.log2(len(data)))-1  
    Tn = 2**arange(n_max)  
    return Tn, np.array([allan_variance_simple(data, n) for n in Tn])
```

On fera ensuite des comparaisons entre la variance d'Allan et la variance simple. Pour cela on utilisera la fonction

```
def usual_variance(data):  
    n_max = int(np.log2(len(data)))-1  
    Tn = 2**arange(n_max)  
    return Tn, np.array([np.var(average(data, n)) for n in Tn])
```

2 Exemples

2.1 Simulations

3. On considère un bruit blanc de variance 1 ayant une distribution normale. Tracez sa variance d'Allan. On pourra créer ce bruit à l'aide de la fonction `numpy.random.normal(size)`. On prendra 1024 points. Comparez avec la variance usuelle. Commentez.

4. On considère une marche aléatoire dont le pas est une distribution gaussienne de variance 0.1. Ce bruit peut être créé à partir de la fonction `numpy.random.normal` et de `numpy.cumsum` :

```
data = 0.1*cumsum(np.random.normal(size=2**16))
```

Tracez sa variance d'Allan. Comparez avec la variance usuelle. Commentez.

5. Tracez la variance d'Allan de la somme des deux bruits précédents. Comparez avec la variance usuelle. Commentez.

2.2 Température

Le fichier `temperature_londres.dat` contient pour chaque mois depuis 1772 la température moyenne mensuelle mesurée à Londres (une colonne par mois). Importez ce fichier. Tracez l'évolution temporelle de la température pour les mois de janvier, avril, juillet et octobre. Tracez leur variance d'Allan. De quel type de bruit s'agit-il ?

2.3 Cours de la bourse CAC 40

Le fichier `cac_40.csv` contient les valeurs journalière du CAC 40 depuis 1990. Ce fichier est le fichier directement importé depuis le site d'Euronext. Lire ce fichier et extraire la valeur d'ouverture de l'indice. Tracez la variance d'Allan et commentez.