

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и кибербезопасности
Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

Отчёт по лабораторной работе № 2

Тема: Построение марковского процесса и модели в классе СМО или СеМО.

Дисциплина: Системный анализ и принятие решений.

Выполнил студент гр. 5130901/10101 _____ М.Т. Непомнящий
(подпись)

Руководитель _____ А.Г. Сиднев
(подпись)

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

1. Условие	3
1.1. Условие варианта	3
1.2. Задание.....	3
2. Ход решения.....	4
2.1. Построение марковского процесса	4
2.1.1. Описание состояний.....	4
2.1.2. Ввод интенсивностей	4
2.1.3. Построение цепи.....	4
2.2. Обоснование получившейся системы	5
2.2.1. Тип СМО	5
2.2.2. Мощность множества состояний системы.....	5
2.2.3. Определение интенсивностей	5
2.3. Построение второй модели.....	6
2.3.1. Случай 1.....	7
2.3.2. Случай 2.....	7
2.3.3. Случай 3.....	8
2.3.4. Случай 4.....	8
2.3.5. Случай 5.....	9
2.3.6. Случай 6.....	9
3. Вывод	10

1. Условие

1.1. Условие варианта

Вариант 17:

В узел коммутации сообщений, состоящий из входного буфера, процессора, двух исходящих буферов и двух выходных линий, поступают сообщения с двух направлений. Сообщения с одного направления поступают во входной буфер, обрабатываются в процессоре, буферируются в выходном буфере первой линии и передаются по выходной линии. Сообщения со второго направления обрабатываются аналогично, но передаются по второй выходной линии. Применяемый метод контроля потоков требует одновременного присутствия в системе не более трех сообщений на каждом направлении. Сообщения поступают через интервалы времени 15 ± 7 мс. Время обработки в процессоре равно 7мс. Если сообщение поступает при наличии трех сообщений в направлении, то оно получает отказ.

Смоделировать работу узла коммутации в течение 10с. Определить загрузки устройств и вероятность отказа в обслуживании из-за переполнения буфера направления. Определить изменения в функции распределения времени передачи при снятии ограничений, вносимых методом контроля потоков.

1.2. Задание

- 1) По содержательному описанию задачи построить марковский процесс перехода системы из состояния в состояние. Считать, что все временные задержки являются случайными величинами, распределенными по показательному закону.
- 2) Предложить и обосновать кодировку состояния системы в виде вектора. Дать оценку мощности множества состояний системы.
- 3) Если понадобится, ограничить множество состояний системы для лучшего отображения графа перехода системы из состояния в состояние.
- 4) Предположить, что все вероятности состояний системы известны. Написать формулы расчета показателей системы, которые требуется определить в задании.
- 5) Построить еще одну модель системы в классе систем массового обслуживания или сетей систем массового обслуживания. Какие показатели СМО или СеМО необходимо найти, чтобы ответить на вопросы задания?

2. Ход решения

2.1. Построение марковского процесса

2.1.1. Описание состояний

Чтобы построить цепь марковского процесса, необходимо определить состояния системы. Предположим, что у нас есть три возможных состояния системы:

1. Состояние 0 (S0): Входной буфер пуст, процессор не занят.
2. Состояние 1 (S1): Входной буфер заполнен сообщениями из первого направления, процессор обрабатывает сообщения.
3. Состояние 2 (S2): Входной буфер заполнен сообщениями из второго направления, процессор обрабатывает сообщения.
4. Состояние 3 (S3): Входной буфер заполнен сообщениями из второго направления, процессор обрабатывает сообщения.

2.1.2. Ввод интенсивностей

Введем интенсивности для данной задачи:

- Интенсивность поступления сообщений:
 λ_1 - интенсивность поступления сообщения в первом направлении.
 λ_2 - интенсивность поступления сообщения во втором направлении.
- Интенсивность ухода из буферной памяти:
 τ - интенсивность ухода сообщения из буферной памяти.
- Интенсивность обработки на процессоре:
 μ_1 - интенсивность обработки сообщения процессором в первой линии.
 μ_2 - интенсивность обработки сообщения процессором во второй линии.

2.1.3. Построение цепи

Таким образом, можем составить следующую марковскую цепь:

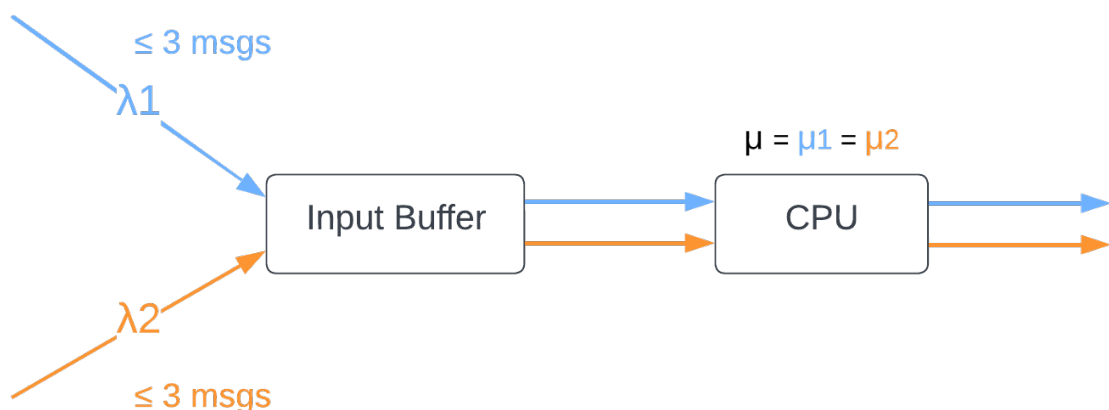


Рис. 1 – Построение цепи марковского процесса

2.2. Обоснование получившейся системы

2.2.1. Тип СМО

Определим тип СМО:

- λ (интенсивность поступления) и μ (интенсивность обработки) могут изменяться в зависимости от времени \Rightarrow система является **неоднородной**.
- Новые данные, поступающие в систему, обрабатываются системой независимо от внешних источников \Rightarrow система является **разомкнутой**.
- Есть только один канал, по которому происходит обработка данных (процессор, т. е. блок 2) \Rightarrow система является **одноканальной**.
- Также, есть ограничение по количеству сообщений, находящихся в очереди (если поступает больше сообщений, чем предусмотрено, то они получают) \Rightarrow это система с **ограниченной очередью**

Таким образом, имеем: **неоднородную разомкнутую одноканальную СМО с ограниченной очередью**.

$N = (N_1, N_2)$, где

$$0 \leftarrow N_1 \leftarrow 3,$$

$$0 \leftarrow N_2 \leftarrow 3$$

* N_i — число поступивших сообщений для передачи по i -й линии.

Общее число состояний равно $16 = \text{декартово произведение } 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

2.2.2. Мощность множества состояний системы

Множество состояний системы описано тройкой $\{S_0, S_1, S_2\}$. Так как каждое состояние может принимать различные значения (например, количество сообщений в буферах), мощность множества состояний зависит от количества возможных вариантов для каждого из состояний. Например, если у нас есть 2 возможных значения для каждого буфера (пустой или заполнен), то всего возможных состояний будет $2^4 = 16$.

2.2.3. Определение интенсивностей

Согласно постановке задания нужно предположить, что все вероятности состояний системы известны. По условию задачи временные интервалы даны с погрешностью. Опустим эти погрешности, взяв в качестве числовой характеристики среднее значение. Воспользуемся обозначениями интенсивностей, введенными выше в пункте 2.1.2. Также, среднее время дано в общем виде для 1 и 2 направлений, т. е.: сказано, что сообщения поступают через интервалы времени 15 ± 7 мс, но не известны интервалы времени для каждого из путей в отдельности. Предположим, что они имеют разные временные интервалы, например, по 1-му направлению сообщения поступают раз в 12 мс, а по 2-му раз в 18 мс. Тогда:

Таким образом, мы имеем следующие интенсивности:

- Интенсивность поступления сообщений:
$$\lambda_1 = \frac{1}{\text{ср. время поступления в направлении 1}} = \frac{1}{12}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\text{ср. время поступления в направлении 2}} = \frac{1}{15}$$

- Интенсивность обработки на процессоре:

$$\mu = \mu_1 = \mu_2 = \frac{1}{\text{ср. время обработки в процессоре}} = \frac{1}{7}$$

Также, по аналогии с предыдущей задачей, мы предполагаем, что все временные задержки являются случайными величинами, распределенными по показательному закону.

2.3. Построение второй модели

В предоставленном мною рассмотрении модели используется 3 состояния, описанных в пункте 2.1.1. Согласно им построим следующую модель:

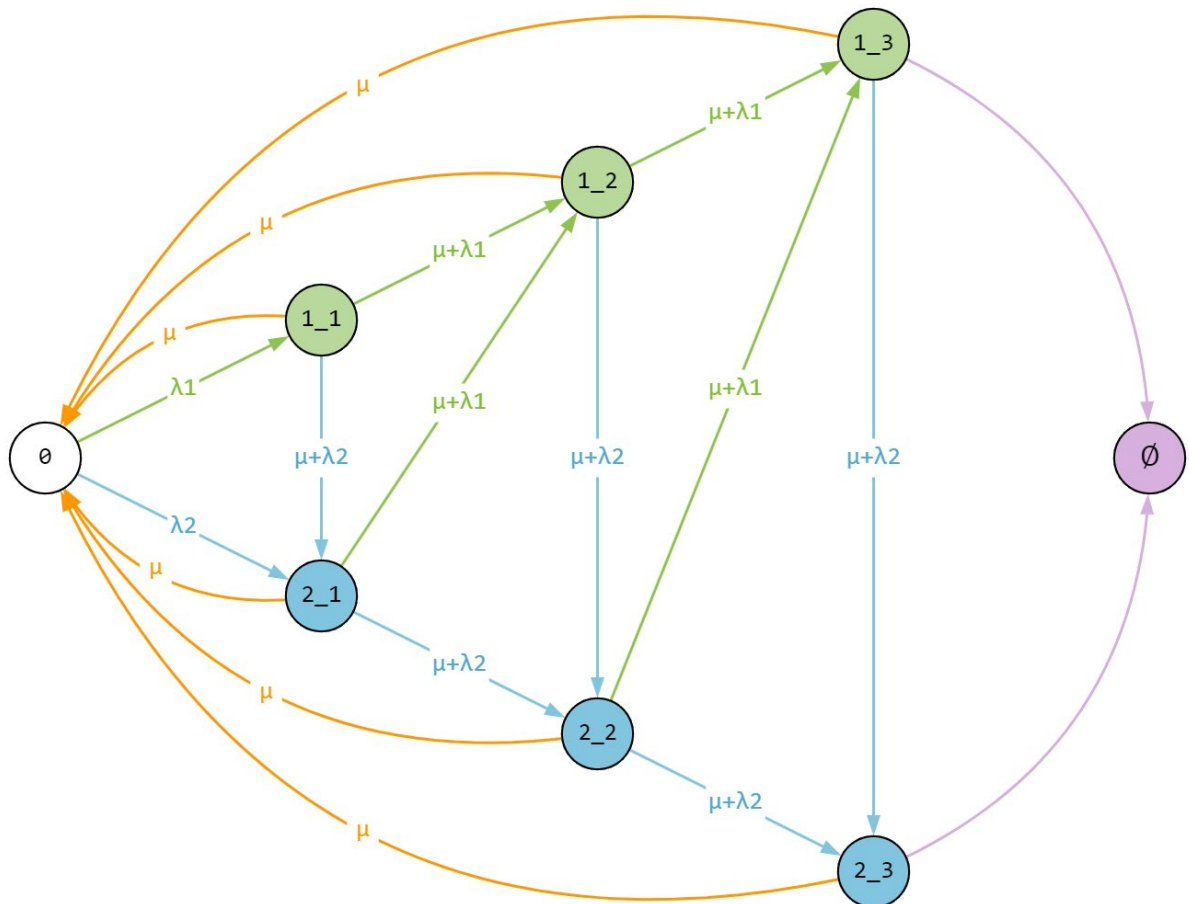


Рис. 2 – Построение второй модели

Пояснения:

Зелёным цветом обозначены те переходы, когда процессор начинает обрабатывать сообщения, пришедшие на него с 1-го потока, а синим – со 2-го.

Фиолетовым цветом обозначен переход в состояние \emptyset (туда отправляются те сообщения, которые отбрасываются в результате переполнения)

В моей интерпретации условия было решено, что сообщения на 1-е направление поступают быстрее, чем на первое, т. к. $\lambda_1 > \lambda_2$ (следствие из пункта 2.2.3). Из этого следует, что при подаче 2-х сообщений на 1-е направление и 2-х сообщений на 2-е

направление, сначала обработается сообщение на 1-м направлении (состояние 1_1), после этого поступит 1-е сообщение на второе направление (состояние 2_1), после чего поступит снова следующие (2-е) сообщение с 1-го направления (состояние 1_2) и так далее. После обработки процессором последнего сообщения (2_2) произойдёт переход из состояния 2_2 в состояние 0, тем самым, обработка данных будет завершена.

Для большей наглядности рассмотрим несколько вариантов поступления сообщений в систему и рассмотрим, как будет обрабатывать их процессор в данном случае. Для краткости под рисунками количество сообщений поданных на каждое из сообщений будем отмечать в виде (n, k) , где n – кол-во сообщений, поданных на первый поток, k – на 2-й.

2.3.1. Случай 1

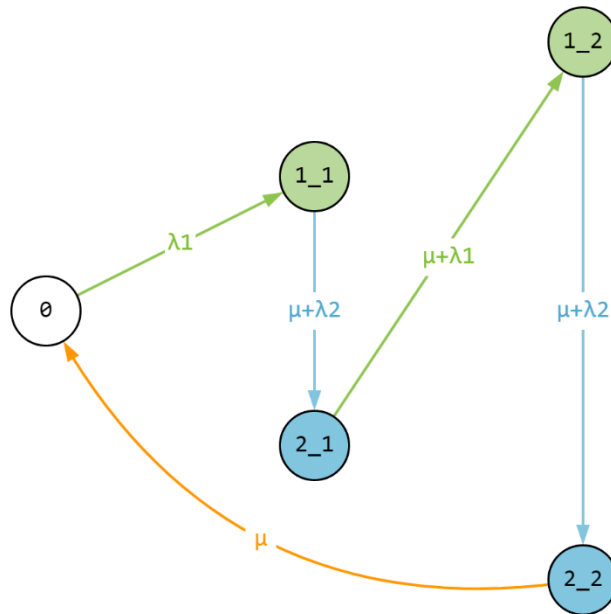


Рис. 3 – Граф переходов для обработки сообщений (2, 2)

2.3.2. Случай 2

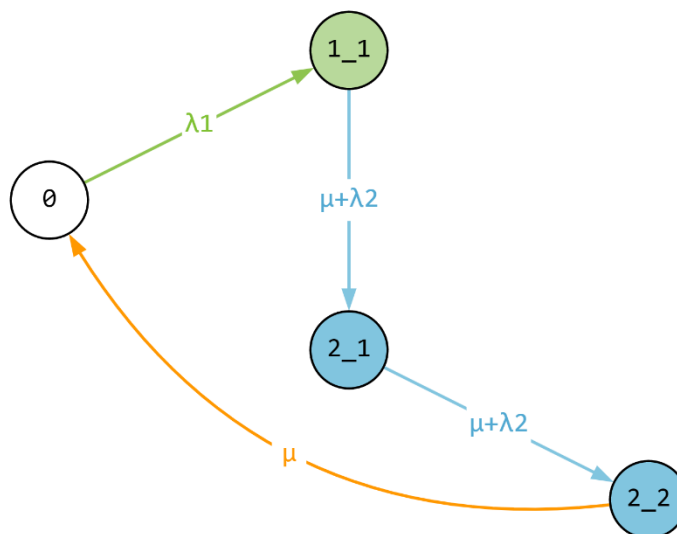


Рис. 4 – Граф переходов для обработки сообщений (1, 2)

2.3.3. Случай 3

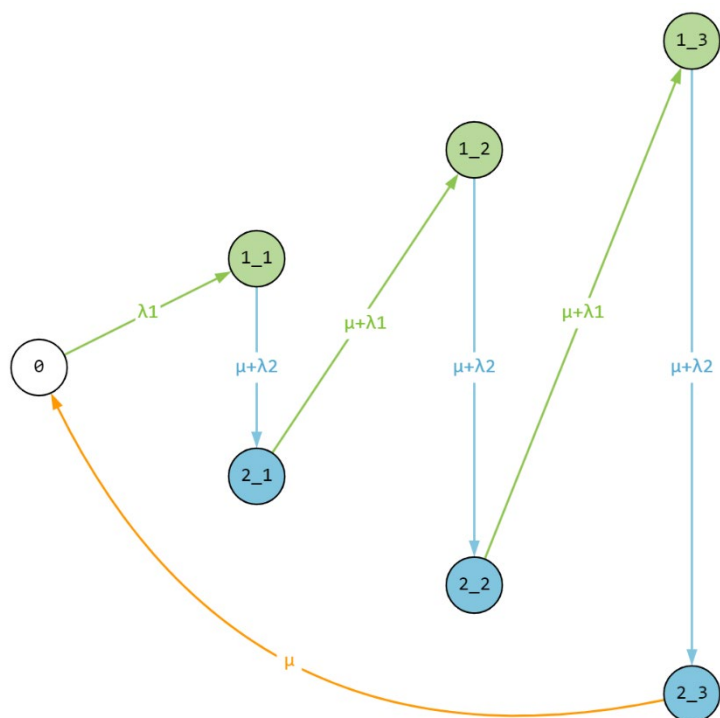


Рис. 5 – Граф переходов для обработки сообщений (3, 3)

2.3.4. Случай 4

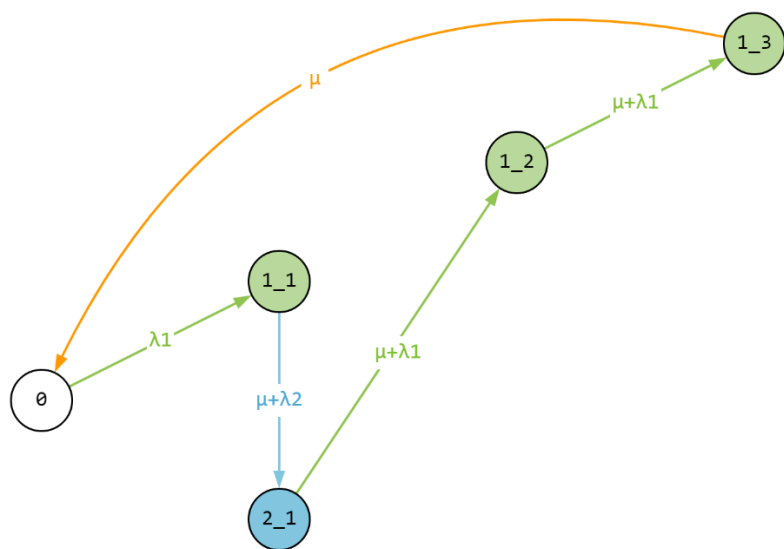


Рис. 6 – Граф переходов для обработки сообщений (3, 1)

2.3.5. Случай 5

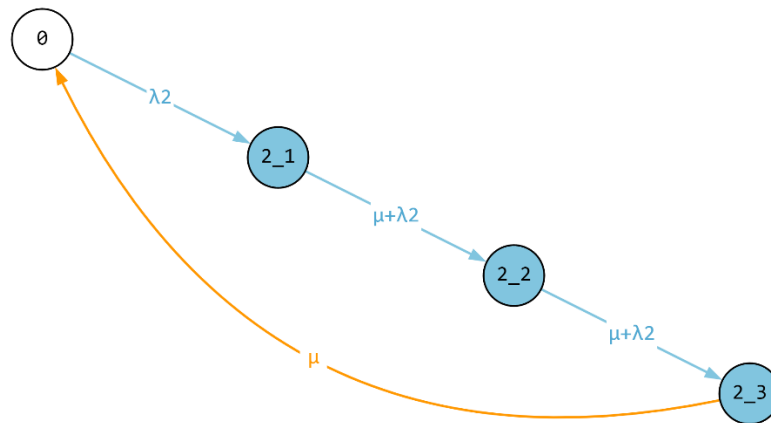


Рис. 7 – Граф переходов для обработки сообщений (0, 3)

2.3.6. Случай 6

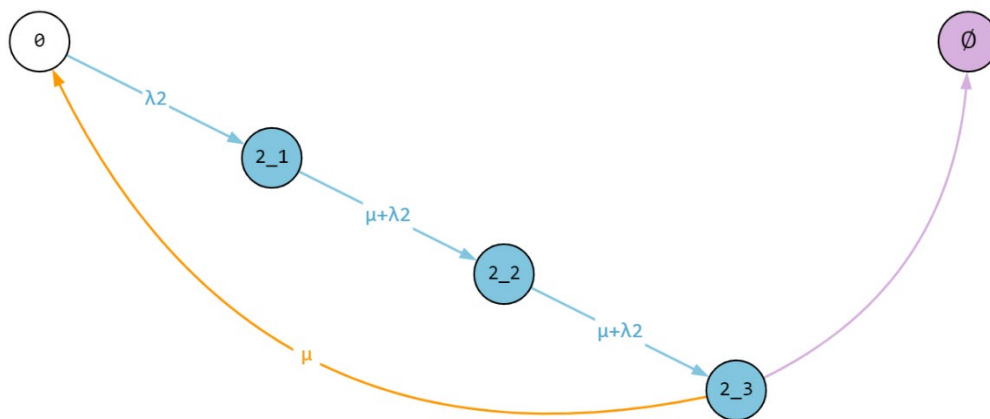


Рис. 8 – Граф переходов для обработки сообщений (0, 4)

Пояснение к рисунку 8: не знал, как лучше показать случай, при котором лишние сообщения будут «отбрасываться», поэтому представил это так, как показано на рисунке. При переполнении те сообщения, которые не успевают обработаться, отправляются в состояние \emptyset , а остальные сообщения обрабатываются в обычном режиме.

3. Вывод

В результате проделанной работы были построены две модели системы коммутации сообщений, состоящей из входного буфера, процессора, двух исходящих буферов и двух выходных линий. Обе модели представлены в виде цепей марковского процесса, учитывая различные состояния системы в зависимости от заполненности буферов и состояния процессора.

В первой модели предполагается использование трех состояний системы, связанных с заполненностью входного буфера и состоянием процессора. Тип Системы массового обслуживания (СМО) определен как неоднородная разомкнутая одноканальная СМО с ограниченной очередью.

Во второй модели учтены дополнительные состояния, связанные с различными комбинациями заполненности входных буферов и состояний процессора. Тип СМО в данной модели также определен как неоднородная разомкнутая одноканальная СМО с ограниченной очередью.

Для обеих моделей были определены интенсивности поступления сообщений, интенсивности обработки на процессоре, и интенсивность ухода сообщений из буфера в выходную линию. Мощность множества состояний системы рассчитана, и были предложены оценки для числа возможных состояний.