

中文题目：扭曲网格上扩散型方程的有限体积方法研究

外文题目：Finite Volume Method for Diffusion Equation
on Distorted Meshes

毕业设计（论文）共 77 页（其中：外文文献及译文 17 页）

完成日期 2018/6/14

答辩日期 2018/6/21

摘 要

本文在严重扭曲的四边形网格上利用有限体积方法研究扩散方程和对流扩散方程的数值计算问题. 首先为扩散型方程和求解区域内的控制体网格引入必要的符号系统, 并通过积分原方程, 应用 **Gauss-Green** 公式, 选择合适的网格中心和网格边界辅助插值节点离散网格边上的法向流, 利用插值公式将网格边界上的未知量替换为网格中心未知量, 建立起步骤化的有限体积法框架. 然后, 针对扩散方程问题和对流扩散方程问题建立相应的有限体积格式, 并进行数值实验. 其中, 在网格边界上的辅助插值节点选为调和平均点, 使得最终形成的扩散方程的有限体积格式在结构四边形上是一个九点格式, 并且遵循线性精确准则. 对于对流扩散方程, 首先借助辅助函数将原方程转化为守恒型方程, 然后仿照扩散方程建立对流扩散方程的有限体积格式. 最后设计的可视化操作界面“扩散型方程有限体积法求解器”更加方便地展示了扩散型方程的有限体积格式的计算效果. 数值实验表明, 扩散型方程应用有限体积法框架建立的有限体积格式具有二阶或接近二阶的收敛精度.

关键词： 有限体积法; 扩散型方程; 线性精确; 调和平均点; 指数变换

Abstract

In this thesis, we propose a finite volume method for the diffusion equation and the convection-diffusion equation on the seriously distorted quadrilateral mesh. First, we introduce the necessary symbols and notations for the diffusion equations and the control body mesh. By integrating the original equations and applying the Gauss-Green formula, we derive the discrete formulation of the diffusion equations. Next, the appropriate mesh center and mesh boundary auxiliary interpolation points are selected. It allows us to replace the unknowns on the mesh boundary by the mesh center unknowns. Thus, we establish the finite volume scheme for the diffusion equation problem and the convection-diffusion problem respectively. Among them, the auxiliary interpolation points on the boundary of the mesh is chosen as the harmonic averaging points, so that the finite volume format of the finally formed diffusion equation is a nine-point format on the structure quadrilateral and relies on linearity-preserving criterion. For the convection-diffusion equation, we first use the helper function to transform the original equation into a conservative equation, and then follow the diffusion equation to establish the finite volume scheme of the convection-diffusion equation. A visual GUI is designed at the end of this thesis, “the diffusion equation finite volume method solver”. It is convenient for the readers to see the numerical results of our methods. They show that our finite volume methods have second-order or almost second-order convergent rate.

Key words: finite volume method; diffusion equations; linearity preserving method; harmonic averaging points; exponent transform

目 录

摘要	I
Abstract	II
前言	1
1 有限体积法基础	6
1.1 问题描述	6
1.2 符号系统	6
1.3 有限体积法的一般框架	7
1.4 本章小结	10
2 基于线性精确及调和平均点的有限体积格式	11
2.1 定常扩散方程的有限体积格式构造	11
2.1.1 确定调和平均点	11
2.1.2 网格边上法向流的离散	14
2.1.3 辅助未知量的消除及有限体积格式	18
2.2 数值实验	19
2.2.1 数值算例 2-1	20
2.2.2 数值算例 2-2	21
2.3 本章小结	23
3 对流扩散方程的指数变换及其有限体积格式	24
3.1 定常对流扩散方程的有限体积格式构造	24
3.1.1 Peclet 数的定义	24
3.1.2 对流扩散方程的指数变换	25
3.1.3 对流扩散方程的有限体积格式	27
3.2 数值实验	28
3.2.1 数值算例 3-1	29
3.2.2 数值算例 3-2	32
3.3 本章小结	33
4 基于 Matlab 的 GUI 设计与实现	34

4.1	Matlab 图形用户界面 GUI	34
4.2	界面及系统功能分析	34
4.2.1	欢迎界面及功能分析	34
4.2.2	功能界面及功能分析	36
4.3	本章小结	38
5	总结与展望	39
	致谢	41
	参考文献	42
	附录 A 译文	43
	附录 B 原文	51
	附录 C 程序及论文相关结果	60