departamento de matemática **universidade de aveiro**

1. No espaço vectorial real $\mathbb{R}^3$, considere os vectores $u = (1, 2, -4)$ e $v = (2, 5, -6)$.
   (a) Escreva o vector $w = (1, -1, -10)$ como combinação linear de u e v.
   (b) Verifique que o vector $a = (0, 1, 1)$ não é combinação linear de u e v.
   (c) Para que valor do parâmetro real k, o vector $c = (1, 0, k)$ é combinação linear de u e v?

2. No espaço vectorial real indicado escreva, sempre que for possível, o vector:
   (a) $u = (1, 1, 0)$ como combinação linear dos vectores $v = (2, 1, -2)$, $w = (1, 0, 0)$ e $t = (1, 1, 1)$, em $\mathbb{R}^3$.
   (b) $a = (2, -3, -4, 3)$ como combinação linear dos vectores $b = (4, 1, -2, 3)$ e $c = (1, 2, 1, 0)$, em $\mathbb{R}^4$.
   (c) $p(x) = 5x^2 + 9x + 5$ como combinação linear dos vectores $p_1(x) = 4x^2 + x + 2$, $p_2(x) = 3x^2 - x + 1$ e $p_3(x) = 5x^2 + 2x + 3$, em $P_2[x]$.
   (d) $p(x) = -x^3 + x + 4$ como combinação linear dos vectores $p_1(x) = x^3 + 2x + 1$, $p_2(x) = x^3 + 3$ e $p_3(x) = x - 1$, em $P_3[x]$.
   (e) $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ como combinação linear dos vectores $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, em $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$.
   (f) $f(x) = 1$ como combinação linear dos vectores $g(x) = \cos^2 x$ e $h(x) = \operatorname{sen}^2 x$, em $\mathcal{F}(\mathbb{R})$;

3. No espaço vectorial real $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$, considere as matrizes
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$
   Quais das seguintes matrizes são combinação linear das matrizes A, B e C?
$$\text{(a)} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}; \qquad \text{(b)} \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}; \qquad \text{(c)} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Determine os valores do parâmetro real a para os quais:
   (a) $u = (1, -2, a)$ é combinação linear de $v = (3, 0, -2)$ e $w = (2, -1, -5)$, no espaço vectorial real $\mathbb{R}^3$.
   (b) $p(x) = ax^2 + x + 2$ é combinação linear de $q(x) = x^2 + 2x + 1$ e $r(x) = x + 1$, no espaço vectorial real $P_2[x]$.
   (c) $p(x) = (a - 1)x^3 + x$ é combinação linear de $q(x) = x^3 + 1$ e $r(x) = 3x - 1$, no espaço vectorial real $P_3[x]$.

5. Considere o espaço vectorial real $\mathbb{R}^3$. Determine uma condição que relacione os parâmetros x, y e z de modo a que o vector $u = (x, y, z)$ seja combinação linear dos vectores indicados em cada uma das alíneas.

   (a) $u_1 = (1, -3, 2)$ e $u_2 = (2, 4, -1)$;

   (b) $w_2 = (2, 1, 0)$ e $w_2 = (1, -1, 2)$;

   (c) $v_1 = (1, 1, -1)$ e $v_2 = (2, 3, 5)$.

6. Considere, no espaço vectorial real $\mathbb{R}^3$, os vectores $v_1 = (1, -3, 2)$ e $v_2 = (2, 4, -1)$.

   (a) Escreva o vector $v = (-4, -18, 7)$ como combinação linear de v_1 e v_2.

   (b) Mostre que o vector $w = (4, 3, -6)$ não é combinação linear de v_1 e v_2.

   (c) Determine o valor do parâmetro k de modo a que o vector $a = (-1, k, -7)$ seja combinação linear de v_1 e v_2.

   (d) Determine uma condição que relacione os parâmetros x, y e z de modo a que o vector $u = (x, y, z)$ seja combinação linear de v_1 e v_2.

7. Considere o espaço vectorial real $P_2[x]$. Determine uma condição que relacione os parâmetros a, b e c de modo a que o polinómio $p(x) = ax^2 + bx + c$ seja combinação linear dos polinómios $q(x) = x^2 + 5x - 6$ e $r(x) = x^2 + 1$.

1. (a) $w = 7u - 3v$;
   (c) $k = -8$.

2. (a) $u = \frac{1}{3}v - \frac{1}{3}w + \frac{2}{3}t$;
   (b) $a = b - 2c$;
   (c) $p(x) = 3p_1 - 4p_2 + p_3$;
   (d) não é combinação linear;
   (e) $A = 2B + C + D$;
   (f) $f = g + h$.

3. São combinação linear as matrizes das alíneas (a) e (c) .

4. (a) $a = -8$;
   (b) $a = -1$;
   (c) $a = \frac{4}{3}$.

5. (a) $-x + y + 2z = 0$;
   (b) $2x - 4y - 3z = 0$;
   (c) $8x - 7y + z = 0$.

6. (a) $v = 2v_1 - 3v_2$;
   (c) $k = 13$;
   (d) $y = x - 2z$.

7. $c - a + \frac{7}{5}b = 0$.