

departamento de matemática



universidade de aveiro

1. Indique, justificando, qual ou quais dos seguintes subconjuntos são subespaços vectoriais do espaço vectorial real indicado na respectiva alínea.

(a) em \mathbb{R}^2 :

- i. $S = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : a + b = 0\}$;
- ii. $S = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : (a, b) \neq (1, 1)\}$;
- iii. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 1\}$;
- iv. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 3\}$.

(b) em \mathbb{R}^3 :

- i. $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - y = 0\}$;
- ii. $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - y = 1 \wedge z = 0\}$;
- iii. $V = \{(x, y, 1) : x, y \in \mathbb{R}\}$;
- iv. $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - 4z = 0\}$;
- v. $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$;
- vi. $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^2\}$;
- vii. $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xz = 0\}$

2. Averigüe se os seguintes conjuntos são subespaços vectoriais dos espaços vectoriais indicados:

(a) no espaço vectorial real \mathbb{R}^4 , o conjunto

$$S = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + y = 2z - w = 0\};$$

(b) no espaço vectorial real $P_2[x]$, o conjunto dos polinómios $ax^2 + bx + c \in P_2[x]$ tais que

- i. $c = 0$;
- ii. $b = 1$;
- iii. $c = -a$;
- iv. $bc = 0$.

(c) no espaço vectorial real $M_{n \times n}(\mathbb{R})$, o conjunto das matrizes $X \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ tais que

- i. $\det X = 1$;
- ii. X é simétrica;
- iii. X é invertível;
- iv. $AX = 0_{n \times n}$, para alguma matriz $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) \setminus \{0_{n \times n}\}$;
- v. $AX = I_n$, para alguma matriz $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) \setminus \{0_{n \times n}\}$.

(d) no espaço vectorial real $\mathcal{F}(\mathbb{R})$, o conjunto das funções $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ tais que

- i. $f(x) < 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$;
- ii. $f(0) = 0$.

3. No espaço vectorial real \mathbb{R}^3 , considere o conjunto $A = \{(x, y, k) : x, y \in \mathbb{R}\}$, onde k é uma constante real. Que valores pode tomar k para que A seja um subespaço vectorial de \mathbb{R}^3 ? Verifique.

1. são subespaços vectoriais as alíneas (a) i.; (b) i., iv..
2. são subespaços vectoriais as alíneas (a) ; (b) i., iii.; (c) ii., iv.; (d) ii..
3. $k = 0$