Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA II **08/05/2010**

Teste 2 Duração: 1h30m

7,0 val. **1.** Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

(a) Use a identidade de Parseval para mostrar que

$$\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots \frac{1}{(2n+1)^2} + \cdots.$$

(b) Estude a convergência pontual da série de Fourier associada à extensão periódica de f.

(c) Justifique a convergência uniforme, em $\mathbb{R}$, da série de Fourier associada à extensão periódica de f.

7,0 val. **2.** Seja $f : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3, & 0 \leq x < \pi \\ 1, & x \geq \pi \end{cases}$$

(a) Calcule a transformada de Laplace de f.

(b) Determine a função $y = y(x)$ que verifica o PVI

$$y'' + y = f \text{ e } y'(0) = y(0) = 0.$$

Atenção: caso não tenha obtido f na alínea anterior, use $f(x) = 2H(x - \pi)$. A correspondente cotação será reduzida em $0,5$ valores.

6,0 val. **3.** Considere a EDO na variável $y = y(x)$ dada por

$$y' = \omega \sin(\omega x) y^2,$$

onde ω é um parâmetro positivo.

(a) Mostre que, para $\omega = \pi$, não existe solução particular que verifique $y'(1) = 3$.

(b) Determine a solução geral desta EDO.