

EXERCÍCIOS 3

1. Determine os polinómios de Taylor de grau k centrado em c das seguintes funções para os valores indicados:

a) $f(x) = x^2 + 3x + 1$; $k = 2$, $c = 0$.

b) $f(x) = \ln x$; $k = 4$, $c = 1$.

c) $f(x) = \arccos x$; $k = 3$, $c = \frac{1}{2}$

d)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0; \end{cases} \text{ onde } k \in \mathbb{N}, \quad c = 0.$$

2. Usando o resto na forma de Lagrange, determine um majorante para o erro que se comete, em cada uma das alíneas do exercício 1, ao aproximar a função f em causa pelo polinómio de Taylor de grau k , num intervalo de amplitude 0,2 centrado no ponto c .

3. Determine a linearização e a aproximação quadrática das funções f dadas, nos pontos c indicados, e, em cada alínea, esboce os seus gráficos juntamente com o da função:

(a) $f(x) = x^3$; $c = 1$.

(b) $f(x) = e^x$, $c = 0$.

(c) $f(x) = \ln x$; $c = 1$.

(d) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$; $c = 1$.

(e) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$; $c = 0$.

(d) $f(x) = \cosh x$; $c = 0$.

4. Determine, com um erro inferior a 10^{-4} , os seguintes integrais via manipulação de séries adequadas:

a)

$$\int_0^1 e^{-t^2} dt$$

b)

$$\int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt$$

c)

$$\int_0^1 \frac{\arctan t}{t} dt$$

5. Mostre que

$$\int_0^1 x^{-x} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$$