

Aula 10

Voltando às estruturas de dados

Pilhas, filas e listas bi-ligadas

Programação II, 2015-2016

v1.0, 14-05-2016

DETI, Universidade de Aveiro

10.1

Objectivos:

- Saber implementar e utilizar estruturas tipo “pilha”
- Saber implementar e utilizar estruturas tipo “fila”;
- Saber implementar e utilizar estruturas tipo “lista bi-ligada”

Conteúdo

1 Pilhas e filas	1
1.1 Definições e tipos de dados abstractos	1
1.2 Implementação em lista ligada	3
1.3 Implementação em vector	7
2 Listas bi-ligadas	11
3 Comparação entre diferentes tipos de listas ligadas	13

10.2

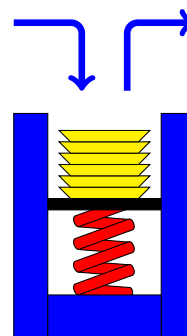
1 Pilhas e filas

1.1 Definições e tipos de dados abstractos

Pilha: definição

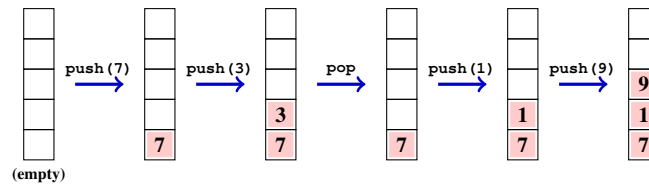
- É uma estrutura de dados que só pode ser modificada por uma das suas extremidades usualmente denominada como “topo”;

- Também é designada como uma estrutura *LIFO*: *Last In First Out*;
- O último elemento a entrar é o primeiro a sair.



10.3

Pilha: as operações push / pop



10.4

Pilha: exemplos de utilização

- Arquitectura de microprocessadores;
- Implementação de algoritmos recursivos:
 - Torres de Hanoi;
 - ...
- Algoritmos de tratamento de texto:
 - Inversão de cadeias de caracteres;
 - Detecção de palíndromo;
 - ...
- Análise de expressões matemáticas;
- ...

10.5

Pilha: tipo de dados abstracto

- Nome do módulo:
 - Stack
- Serviços:
 - push: insere (empilha) um elemento no topo da pilha
 - pop: remove (desempilha) o elemento no topo da pilha
 - top: devolve o elemento no topo da pilha
 - isEmpty: verifica se a pilha está vazia
 - isFull: verifica se a pilha está cheia
 - size: retorna a dimensão actual da pilha
 - clear: limpa a pilha (retira todos os elementos)

10.6

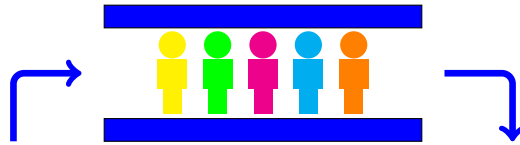
Pilha: semântica

- **push(e)**
 - Pré-condição: `!isFull()`
 - Pós-condição: `!isEmpty() && (top() == e)`
- **pop()**
 - Pré-condição: `!isEmpty()`
 - Pós-condição: `!isFull()`
- **top()**
 - Pré-condição: `!isEmpty()`

10.7

Fila: definição

- É uma estrutura de dados cujo acesso é feito por ambas as extremidades:
 - uma apenas para colocar elementos, e a outra apenas para os retirar.



- Gerida segundo uma política *FIFO* (*First In First Out*)
 - extrai-se sempre o valor mais antigo (primeiro).

10.8

Fila: tipo de dados abstracto

- Nome do módulo:
 - Queue
- Serviços:
 - in: insere um elemento no fim da fila
 - out: retira elemento do início da fila
 - peek: retorna o elemento do inicio da fila
 - isEmpty: verifica se a fila está vazia
 - isFull: verifica se a fila está cheia
 - size: retorna a dimensão actual da fila
 - clear: limpa a fila (retira todos os elementos)

10.9

Fila: semântica

- **in(v)**
 - Pré-condição: `!isFull()`
 - Pós-condição: `!isEmpty()`
- **out()**
 - Pré-condição: `!isEmpty()`
 - Pós-condição: `!isFull()`
- **peek()**
 - Pré-condição: `!isEmpty()`

10.10

1.2 Implementação em lista ligada

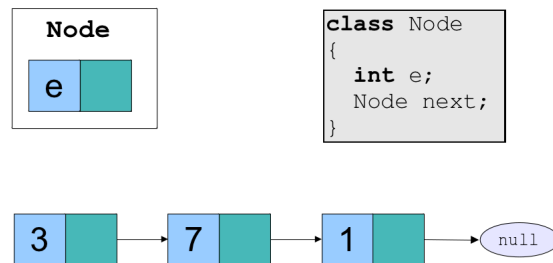
Implementação em lista ligada

- Numa aula anterior, estudámos as listas ligadas
- Comparando com os vectores, vimos que:
 - A grande vantagem das listas ligadas é serem estruturas de dados dinâmicas, portanto sem limitação na sua capacidade
 - A grande desvantagem das listas ligadas é não facilitarem o acesso directo a cada elemento
- No caso particular das pilhas e das filas:

- Pode ser difícil prever o número de elementos,
- Não há necessidade de aceder a elementos abaixo do topo da pilha
- Não há necessidade de aceder a elementos no meio da fila
- Assim, em geral, a implementação de pilhas e filas em lista ligada é vantajosa, quando comparada com a implementação em vector

10.11

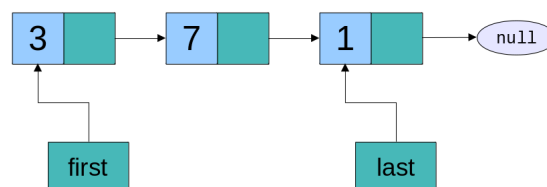
Relembrando: lista ligada simples



10.12

Relembrando: lista ligada com dupla entrada

- A lista possui acesso directo ao primeiro e último elementos
- É possível acrescentar elementos no início e no fim da lista
- É possível remover elementos do início da lista



10.13

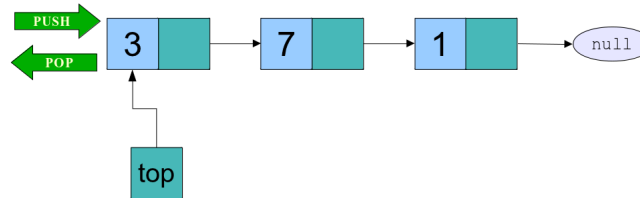
Relembrando: lista ligada - tipo de dados abstracto

- Nome do módulo:
 - LinkedList
- Serviços:
 - addFirst: insere um elemento no início da lista
 - addLast: insere um elemento no fim da lista
 - first: retorna o primeiro elemento da lista
 - last: retorna o último elemento lista
 - removeFirst: retira o elemento no início da lista
 - size: retorna a dimensão actual da lista
 - isEmpty: verifica se a lista está vazia
 - clear: limpa a lista (remove todos os elementos)

10.14

Pilha: implementação em lista ligada

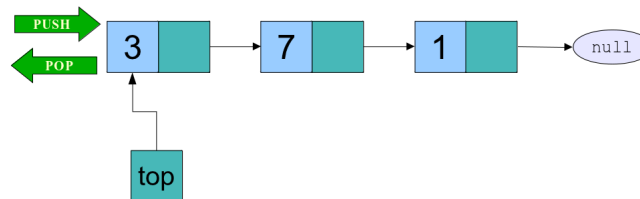
- Usa uma gestão *LIFO* (*Last In First Out*)
- O último elemento empilhado (elemento do topo) é o primeiro a desempilhar
- O elemento no topo da pilha fica armazenado no primeiro nó da lista
- O elemento na base da pilha fica armazenado no último nó da lista



10.15

Pilha: implementação em lista ligada

- O último elemento empilhado (*top*) é o primeiro a desempilhar
 - Para empilhar (*push*) usamos o método *addFirst* da lista ligada
 - Para desempilhar (*pop*) usamos o método *removeFirst* da lista ligada



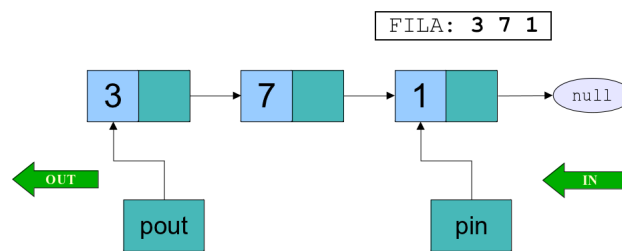
10.16

Pilha genérica: implementação em lista ligada

```
public class Stack<E> {  
  
    public void push(E element) {  
        list.addFirst(element);  
    }  
  
    public E top() {  
        return list.first();  
    }  
  
    public void pop() {  
        list.removeFirst();  
    }  
  
    public int size() {  
        return list.size();  
    }  
  
    public boolean isEmpty() {  
        return list.isEmpty();  
    }  
  
    private LinkedList<E> list = new LinkedList<E>();  
}
```

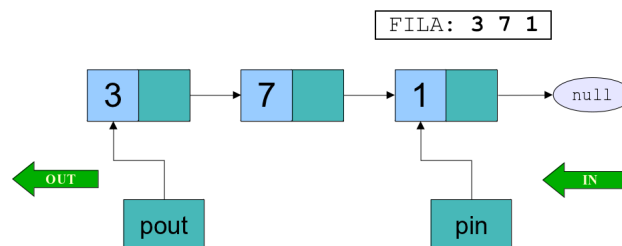
Fila: implementação em lista ligada

- Usa uma gestão *FIFO* (*First In First Out*)
- O primeiro elemento introduzido é o primeiro a remover, por isso tem que ficar no primeiro nó da lista
- O último elemento introduzido fica armazenado no último nó da lista e será o último a ser removido



Fila: implementação em lista ligada

- Elementos são removidos pela ordem de introdução na fila
- Cada novo elemento introduzido (*in*) tem que ir para o fim da fila
 - Usa-se o método `addLast` da lista ligada
- Remove-se do início da fila:
 - Usa-se o método `removeFirst` da lista ligada



Fila genérica: implementação em lista ligada

```

public class Queue<E> {

    public void in(E element) {
        list.addLast(element);
    }

    public E peek() {
        return list.first();
    }

    public void out() {
        list.removeFirst();
    }

    public int size() {
        return list.size();
    }

    public boolean isEmpty() {
        return list.isEmpty();
    }

    private LinkedList<E> list = new LinkedList<E>();
}

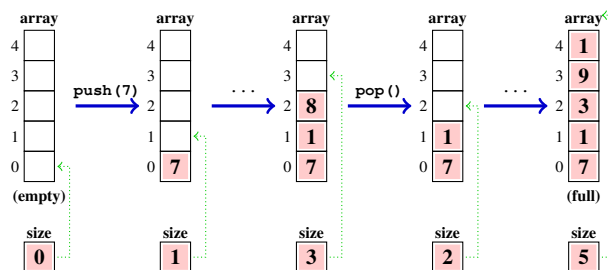
```

10.20

1.3 Implementação em vector

Pilha: implementação em vector

- Precisamos de dois atributos:
 - O vector que armazena os elementos
 - O número de elementos, que funciona também como índice da primeira posição livre



10.21

Pilha genérica: implementação em vector

```

public class Stack<E> {

    public Stack(int maxSize) {
        assert maxSize >= 0;

        array = (E[]) new Object[maxSize];
        size = 0;
    }

    public void push(E e) {
        assert !isFull();
        array[size] = e;
        size++;
        assert !isEmpty() && top() == e;
    }

    public void pop() {
        assert !isEmpty();
        size--;
        assert !isFull();
    }

    public E top() {
        assert !isEmpty();
        return array[size-1];
    }
}

```

```

    public boolean isEmpty() {
        return size == 0;
    }

    public boolean isFull() {
        return size == array.length;
    }

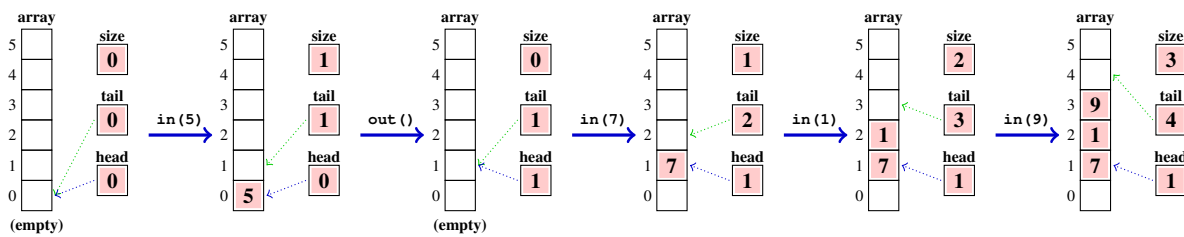
    public int size() {
        return size;
    }

    public void clear() {
        size = 0;
        assert isEmpty();
    }

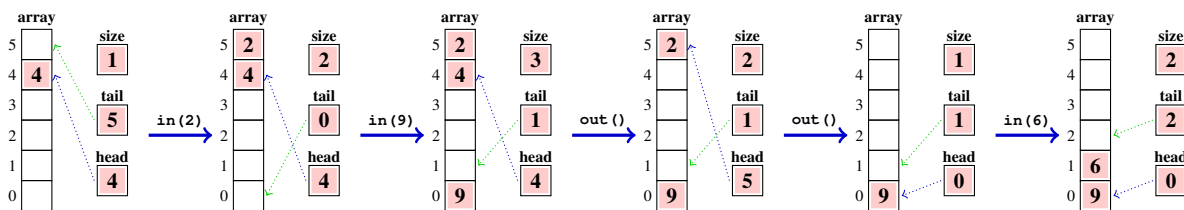
    private E[] array;
    private int size;
}

```

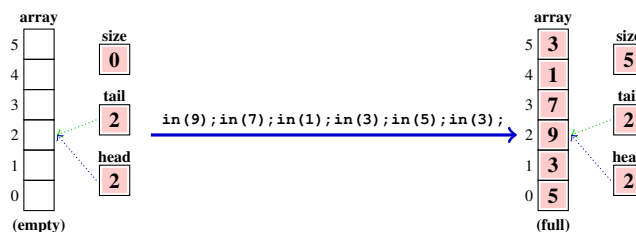
Fila: exemplo



Fila: exemplo - gestão circular



Fila: exemplo - empty/full



10.25

Fila genérica: implementação em vector

```
public class Queue<E> {
    public Queue(int maxSize) {
        assert maxSize >= 0;
        array = (T[]) new Object[maxSize];
        size = head = tail = 0;
    }

    public void in(E e) {
        assert !isFull();
        array[tail] = e;
        tail = nextPosition(tail);
        size++;
    }

    public void out() {
        assert !isEmpty();
        head = nextPosition(head);
        size--;
    }

    public E peek() {
        assert !isEmpty();
        return array[head];
    }

    public int size() {
        return size;
    }

    public boolean isEmpty() {
        return size == 0;
    }

    public boolean isFull() {
        return size == array.length;
    }

    public void clear() {
        head = tail = size = 0;
    }

    private int nextPosition(int p) {
        return (p + 1) % array.length;
    }

    private E[] array;
    private int size;
    private int head, tail;
}
```

10.26

Lista	descrição	Pilha	Fila
addLast	acrescenta um elemento no fim da lista	-	in
addFirst	acrescenta um elemento no início da lista	push	-
first	devolve o primeiro elemento da lista	top	peek
removeFirst	remove o primeiro elemento da lista	pop	out

- Os tipos de dados abstractos das pilhas e filas correspondem a subconjuntos do tipo de dados abstracto da lista ligada
- Podemos dizer que os tipos de dados abstractos das pilhas e filas são *açúcar sintático* para certos perfis de utilização das listas

10.27

Pilhas e filas: complexidade

- Implementação em lista ligada
 - Todos os métodos do tipo de dados abstracto têm complexidade constante ($O(1)$)
- Implementação em vector com dimensão fixa
 - Todos os métodos do tipo de dados abstracto têm complexidade constante ($O(1)$)
- Implementação em vector com re-dimensionamento

- Sempre que a pilha ou fila enche, temos que criar um novo vector e transferir a informação para esse vector
- Nesses casos, a operação `push` passa a ter complexidade linear ($O(n)$)
- Os restantes métodos do tipo de dados abstracto têm complexidade constante ($O(1)$)

10.28

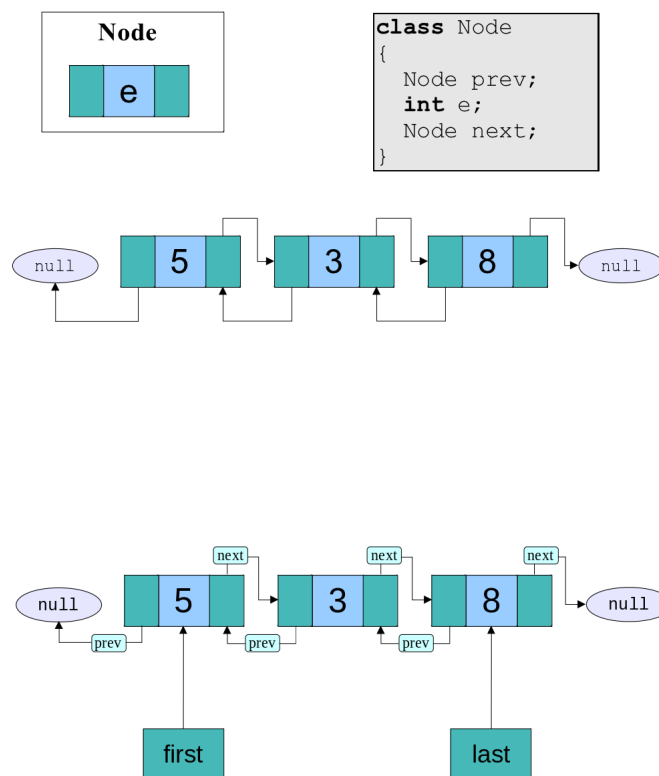
2 Listas bi-ligadas

Lista bi-ligada

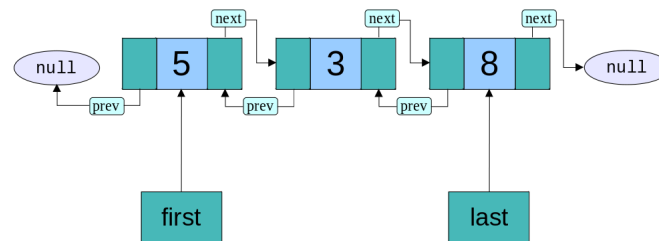
- Estrutura de dados sequencial em que cada elemento da lista contém uma referência para o próximo elemento e outra para o anterior
 - Essas referências terão o valor `null` caso o elemento a que se refere não exista
- Ao contrário da lista ligada, permite um acesso sequencial directo do fim para o início
- Facilita a remoção do último elemento (`removeLast`)

10.29

Lista bi-ligada: nós e ligações



10.30



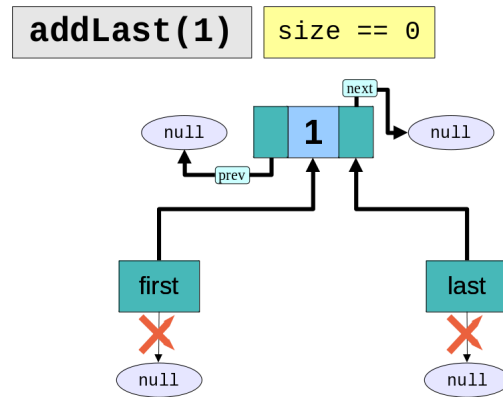
10.31

Lista bi-ligada: tipo de dados abstracto

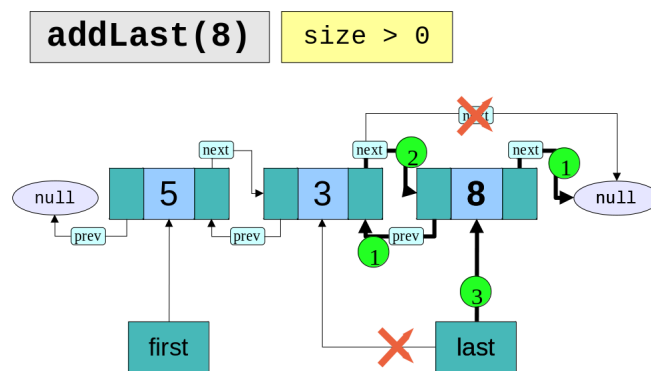
- Nome do módulo:
 - `LinkedList`
- Serviços:
 - `addFirst`: insere um elemento no início da lista.
 - `addLast`: insere um elemento no fim da lista.
 - `first`: devolve o primeiro elemento da lista.
 - `last`: devolve o último elemento lista.
 - `removeFirst`: retira o elemento no início da lista.
 - `removeLast`: retira o elemento no início da lista.
 - `size`: devolve a dimensão actual da lista.

- isEmpty: verifica se a lista está vazia.
- clear: limpa a lista (remove todos os elementos).

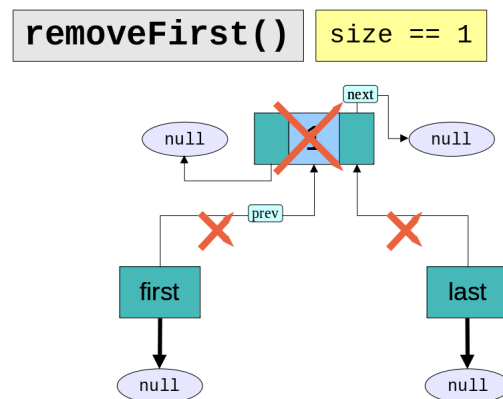
10.32



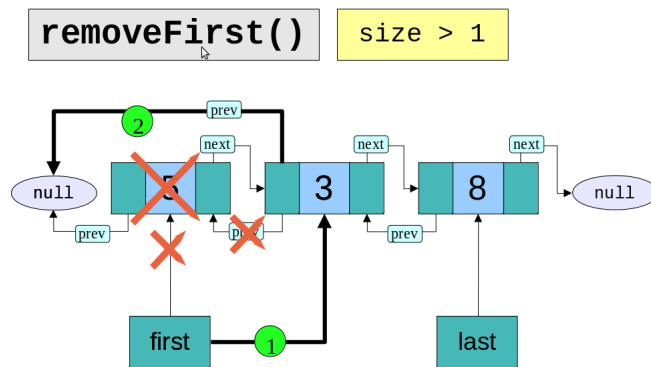
10.33



10.34



10.35



10.36

3 Comparação entre diferentes tipos de listas ligadas

Tipo de Lista	Simple	Simple	Circular Simple	Bi-ligada	Circular Bi-ligada
Atributos	first	first last	last	first last	first (last)
Operações					
<i>insert first</i>	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
<i>remove first</i>	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
<i>insert last</i>	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
<i>remove last</i>	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$
<i>scan forward</i>	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
<i>scan backward</i>	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n)$	$O(n)$
<i>insert middle</i>	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
<i>remove middle</i>	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$

10.37

