Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA II **02/06/2014**

Teste 2 (exemplo) - avaliação discreta (CURSO: MATEMÁTICA) Duração: 1h30m

---

Os resultados usados devem ser enunciados com precisão e rigor. A qualidade e cuidado na redacção da resposta são elementos importantes para a avaliação. Dúvidas na interpretação das questões devem ser explicitadas na prova.

4,0 val. **1.** (a) Mostre que toda a função $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ se pode decompor na soma de duas funções $f_o, f_e : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$, sendo que f_o é uma função ímpar e f_e é par.

(b) Use o resultado anterior para determinar a série de Fourier associada à função

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } -\pi \leq x < 0 \\ 1, & \text{se } 0 \leq x \leq \pi \end{cases},$$

sabendo que a série de Fourier associada a $f_o(x) = \operatorname{sgn}(x),\ |x| < \pi$, é

$$S_o(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+1} \sin[(2m+1)x].$$

8,0 val. **2.** Calcule as transformadas de Laplace das seguintes funções

(a) $f(t) = t^2 \cos(2t)$;

(b) $f(t) = te^{3t}$;

(c) $f(t) = \frac{\sin(t)}{t}$;

(d) $f(t) = (t-\pi)^3 \cos(t-\pi) H(t-\pi)$;

6,0 val. **3.** Determine a solução geral das EDO's seguintes

(a) $y' - \frac{2}{x} y = x$;

(b) $2xyy' + (2x + y^2) = 0$;

(c) $y''' - 2y'' + y' = e^{2x}$;

2,0 val. **4.** Determine as trajectórias ortogonais à família de curvas

$$x^2 + y^2 = R^2, \quad (R > 0).$$