1	a)	
	b)	
2	—	
3	—	
4	—	
5	—	
6	—	
7	—	
8	—	
9	—	
10	a)	
	b)	
	c)	
	d)	

Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Primeiro Teste da Avaliação Discreta
Análise Matemática I

Duração: 1h30m 4 de novembro de 2013

Nome: ______________________________________

Número: ____________ **Classificação:** ____________

Notas importantes: 1. Os resultados usados devem ser enunciados com precisão. O rigor das deduções e o cuidado prestado à sua redação são elementos importantes para a apreciação da qualidade das respostas.
2. Não é permitido usar máquinas de calcular, consultar apontamentos ou quaisquer outros elementos.
3. Não é permitido se ausentar da sala sem antes dar o seu teste por concluído e o entregar ao docente.
4. Qualquer tentativa de fraude implica (entre outras consequências) a classificação de zero.
5. Se tiver dúvidas na interpretação das questões, explicite-as na prova.
6. A cotação de cada pergunta está indicada entre parêntesis retos.

1. [3.0] Considere a função $f(x) = \ln(4 - x^2)$.

   (a) Determine o domínio e o contradomínio de f.

   (b) Indique (justificando) se f é ou não é uma função injetiva.

Pode usar o verso das páginas para continuar as suas respostas, caso seja necessário.

2. [2.0] Sendo A_1 e A_2 dois quaisquer conjuntos abertos, demonstre que $A := A_1 \cap A_2$ é um conjunto aberto.

3. [1.0] Demonstre que se $p \in \text{int}(C)$, então p é ponto de acumulação do conjunto C.

4. [2.0] Para o conjunto $A := [0, 1] \cap \mathbb{Q}$, determine (justificando devidamente) o seu interior, fronteira, aderência e derivado.

5. [2.0] Demonstre que o limite de uma sucessão convergente é único.

6. [1.0] Defina (matematicamente) "sucessão de Cauchy".

7. [1.0] Defina (matematicamente) "função contínua num ponto p do seu domínio".

8. [1.0] Enuncie o *Teorema dos Valores Intermédios (ou de Bolzano).*

9. [1.5] Sejam $a_n, c_n \in \mathbb{R}$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Demonstre que se $|a_n| \leq c_n$ para $n \geq n_0$ (onde n_0 é um número natural fixo) e se $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ converge, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

10. [5.5] Indique (justificando) se as seguintes séries convergem ou divergem.

   (a) $$\sum_{n=40}^{+\infty} \frac{n^3 + 4n^2 + 5}{3n^3 + 2n^2 + n + 1}$$

   (b) $$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n^4}$$

   (c) $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2\,e^n}$$

   (d) $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$$

— FIM —