



Universidade de Aveiro

Departamento de Matemática

Primeiro Exame da Avaliação Contínua / Análise Matemática I

Duração: 1 hora

31 de Outubro de 2008

Notas importantes:

1. Os resultados usados devem ser enunciados com precisão. O rigor das deduções e o cuidado prestado à sua redacção são elementos importantes para a apreciação da qualidade das respostas.
2. Não é permitido usar máquinas de calcular, consultar apontamentos ou quaisquer outros elementos.
3. Qualquer tentativa de fraude implica (entre outras consequências) a classificação de zero.
4. Se tiver dúvidas na interpretação das questões, explicita-as na prova.
5. A cotação de cada pergunta está indicada entre parêntesis rectos.

1. [3.0] Caracterize a função inversa da *restrição principal* da função g , sendo $g(x) = \frac{1}{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
2. [4.5] Considere a função f definida por $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \ln(x^2)$.
 - (a) Determine o domínio de f .
 - (b) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
 - (c) Mostre que a função f admite pelo menos um zero no intervalo $\left[\frac{1}{\pi}, 1\right]$.
3. [4.0] Considere o conjunto $A = [0, 1[\cap \mathbb{Q}$ e indique o seu interior, fronteira, aderência e derivado.
4. [3.0] Determine (justificando) o limite da sucessão $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} = \left(\frac{\sin(3n) \sin^2(n)}{n^3 + 1}\right)_{n \in \mathbb{N}}$.
5. [1.5] Defina *sucessão de Cauchy*.
6. [4.0] Considere $a, b, c \in \mathbb{R}$ e duas funções reais de variável real $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ e $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = c$. Demonstre que $\lim_{x \rightarrow a} [(f + g)(x)] = b + c$.

— FIM —