

EJERCICIOS - UNIDAD I

MATEMÁTICA -2023



MÓDULO1. CONJUNTOS NUMÉRICOS.

Conjuntos numéricos	4
Números reales	5
Intervalos	7
Logaritmo	9
Números complejos	10

SIGNOS Y SÍMBOLOS UTILIZADOS EN MATEMÁTICA

Operadores Relacionales

$=$ Igual a \equiv Idéntico a, se define como \neq Diferente \approx Aproximadamente igual $>$ Mayor que $<$ Menor que \geq Mayor o igual que \in Pertenece \subset Está incluido \forall Para todo \wedge y $//$ Paralelo \Rightarrow Entonces \exists Existe \cup Unión	$/$ Tal que \emptyset Conjunto Vacío $>>$ Mucho mayor que $<<$ Mucho menor que \leq Menor o igual \notin No pertenece $\not\subset$ No está incluido $\exists!$ Existe un único \vee ó \perp Perpendicular \Leftrightarrow Sí y solo sí \nexists No existe \cap Intersección \therefore Por lo tanto Σ La sumatoria de \prod La productoria de
---	--

Alfabeto Griego

Alfa	A	α
Beta	B	β
Gamma	Γ	γ
Delta	Δ	δ
Epsilon	E	ϵ
Zeta	Z	ζ
Eta	H	η
Theta	Θ	θ
Iota	I	ι
Kappa	K	κ
Lambda	Λ	λ
Mu	M	μ

Un	N	ν
Xi	Ξ	ξ
Omicron	O	\omicron
Pi	Π	π
Rho	P	ρ
Sigma	Σ	σ
Tau	T	τ
Ipsilon	Y	υ
Fi	Φ	ϕ
Ji	X	χ
Psi	Ψ	ψ
Omega	Ω	ω

CONJUNTOS NUMÉRICOS

- 1) Si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{c, d, e, f\}$, determina el conjunto complemento de B con respecto a A.
- 2) Dados los conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{2, 3, 4\}$, verifica si A es subconjunto de B.
- 3) Si U es el conjunto universal y $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$, y $C = \{c, d, e\}$, encuentra $(A \cap B) \cup C$.
- 4) Si $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, y $C = \{2, 4, 6\}$, determina el conjunto complemento de $(A \cup B)$ con respecto a C.
- 5) Si $A = \{x \mid x \text{ es un número primo menor que } 10\}$ y $B = \{x \mid x \text{ es un número par}\}$, encuentra $A \cap B$.
- 6) Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; $B = \{2, 4, 6, 8\}$; $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $U = N$ (el conjunto de los números naturales), realiza las siguientes operaciones: a) $A \cup B$, b) $A \cup C$, c) $B \cup C$, d) $A \cap B$, e) $B \cap C$, f) $A - B$, g) $B - A$, h) $B - C$, i) A' .
- 7) Dados los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y $B = \{3, 4, 5, 6\}$, determina: a) $A \cup B$ (unión de conjuntos) b) $A \cap B$ (intersección de conjuntos) c) $A - B$ (diferencia de conjuntos) d) $B - A$ (diferencia de conjuntos)
- 8) Si el conjunto universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, y $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ y $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, encuentra: a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) A' (complemento de A) d) B' (complemento de B)
- 9) Considere el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Encuentra la cardinalidad de: a) A b) B c) $A \cup B$ d) $A \cap B$
- 10) Dados los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$ y $B = \{c, d, e, f, g\}$, verifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas JUSTIFICA TU RESPUESTA: a) $A \subseteq B$ (A es subconjunto de B) b) $B \subseteq A$ (B es subconjunto de A) c) $A \subset B$ (A es subconjunto propio de B) d) $B \subset A$ (B es subconjunto propio de A)
- 11) Dados los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{3, 4, 5, 6\}$, determina los conjuntos resultantes de las siguientes operaciones: a) $A \cup B$ (unión) b) $A \cap B$ (intersección) c) $A - B$ (diferencia) d) $B - A$ (diferencia)
- 12) Dados los conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$, determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, JUSTIFICA TU RESPUESTA: a) $2 \in A$ b) $5 \notin A$ c) $A \subseteq B$ d) $B \subseteq A$
- 13) Considera los conjuntos $A = \{x \mid x \text{ es un número entero positivo menor que } 5\}$ y $B = \{x \mid x \text{ es un número primo menor que } 10\}$. Encuentra: a) $A \cup B$ b) $A \cap B$
- 14) Considere los conjuntos $A = \{\text{rojo, verde, azul}\}$ y $B = \{\text{azul, amarillo}\}$. Determina: a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $B - A$
- 15) Resuelve los siguientes problemas y marca con una cruz la respuesta correcta:
 - a) Se hizo una encuesta a 50 estudiantes sobre sus preferencias respecto a dos libros A y B. Se observó que los que leen ambos libros son el doble de los que leen solo A, el triple de los que leen solo B y el cuádruplo de los que no leen ninguno de los dos libros. ¿Cuántas personas leen la revista A?

- a. 24
- b. 32
- c. 36
- d. NRC

- b) Se realizó una encuesta a todos los ingresantes a ingeniería sobre la práctica de algún deporte. El 60% de los estudiantes practica fútbol; el 50% tenis, el 40% de los que practican tenis también practican fútbol ¿Qué porcentaje de los estudiantes no realiza ninguno de estos deportes?
- a. 10%
 - b. 30%
 - c. 15%
 - d. NRC

NÚMEROS REALES

- 16) Dados los siguientes números reales, ordénalos de menor a mayor:

$-1.41111\dots$; $-1.5\sqrt{2}$; 2 ; $1.9999\dots$; $(\sqrt{2}-0.2)$; $1.4444\dots$; $-1.4444\dots$

- 17) Coloca \in , \notin , \subset , $\not\subset$ según corresponda:

$-3 \dots\dots Z$	$\sqrt{-9} \dots\dots R$	$1.3333 \dots\dots I$
$-1/3 \dots Q$	$I \dots Q$	$(\sqrt{2} + \frac{4}{3}) \dots\dots R$
$\sqrt{2} \dots\dots Q$	$I \dots R$	$0 \dots Z$
$\sqrt{3} \dots\dots R$	$1 - \sqrt{3} \dots\dots I$	$\sqrt{-25} \dots R$

- 18) Tacha los números que no correspondan a la clasificación:

Naturales: 0 ; -1 ; 41 ; $-0,8$; 2 ; $1,131133111\dots$

Enteros: -4 ; 25 ; 0 ; $1/2$; $-0,2$; 47 ; $2,6$; $-1,5$.

Racionales: -4 ; $2/5$; 0 ; $2,23$; $1,8$; $-5^{1/2}$; 2 ; $-1,5$

Irracionales: 4 ; $1/3$; $2,8$; $7,2$; $7,212200148\dots$; $2\sqrt{2}$; $-\sqrt[3]{5}$; $-2\sqrt{2}$

- 19) Completa:

- a. Un ejemplo de un número racional no entero es
- b. Un ejemplo de un número real no racional es
- c. Un ejemplo de un número real no irracional
- d. Un ejemplo de un número entero no natural

- 20) Resuelve:

a.
$$-4 + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) - \frac{3}{2} \cdot \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot (-4)\right] =$$

b. $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-1) - \frac{2}{5} \cdot (-2)^3 + \frac{11}{2} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot 3^{-1} =$

c. $(\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{12})^3 : 18^{\frac{1}{2}}$

d. $\frac{-100^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{10 \cdot \sqrt{0,001}}}$

e. $\frac{10^{2n+1}}{10^{n+1}}$

f. $\frac{x^{-3}y^4}{x^4y^{-3}}; \text{con } x, y \neq 0$

g. $\frac{14a^7b^4(c^3)^2}{21a^6b^6c^8}; \text{con } a, b, c \neq 0$

h. $(a^{-1} - b^{-1})^{-1} \cdot (a^{-1} + b^{-1})^{-1}; \text{con } a, b \neq 0, |a| \neq |b|$

i. $\sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2a}} - \sqrt{\frac{2}{a}}, \text{con } a > 0$

j. $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}$

k. $\frac{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 \cdot (-2)^3}{\frac{-5+3}{-2 \cdot 3}} =$

l. $\frac{\left(\frac{1}{3} - 1\right)^2}{\sqrt{\frac{11}{25}} + 1} \cdot (-12) =$

m. $\frac{\sqrt{\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}}{\frac{1}{\left(3 + \frac{1}{3}\right)^2}} =$

n. $\frac{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-7}} + \frac{5}{4}}{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}} =$

$$\frac{\frac{7}{10} - \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{\frac{7}{4}}{2 - \frac{1}{4}} =$$

o.

$$\frac{2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3}}{2 + \frac{1}{3}} + \frac{1 - \frac{7}{2}}{1 + \frac{1}{2}} - \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} =$$

p.

$$\frac{(2^3)^{-2} \cdot \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}}{(2^{10})^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}} =$$

q.

$$\frac{\left(1 - \frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{2}{3} - 2\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right)} =$$

r.

$$\frac{\left(1 : \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} : \frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{2}{3} : 2\right)^2 - \left(\frac{1}{3} : 1\right)} =$$

21) Racionaliza los siguientes denominadores.

a) $\frac{2}{\sqrt{6}} =$

c) $\frac{3}{\sqrt{7}} =$

e) $\frac{1}{1 - \sqrt{5}} =$

b) $\frac{2}{3 \cdot \sqrt{2}} =$

d) $\frac{2}{4 - 2\sqrt{3}} =$

f) $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} =$

INTERVALOS:

22) Indica si son verdaderas o falsas las siguientes expresiones. Justifica.

El valor absoluto de -8 es 8	
La distancia entre -2 y 5 es 3	
La distancia de -3 a 3 es igual a $ -3 ^2$	
La distancia de -5 a 5 es igual a 10	

23) Resuelve gráficamente y analíticamente las siguientes operaciones entre intervalos:

a) $(1;5] \cap [2;7]$

b) $(1,3) \cap [3;6]$

c) $(-1;1] \cup [0;3]$

d) $\{(-3;-1) \cup [7,8]\} \cap [0;6]$

24) Escriba, si es posible, como intervalo o unión de intervalos los siguientes conjuntos de números reales:

a) $A = \{x / 5 < x < 9\}$

b) $B = \{x / -1 \leq x \leq 3\}$

c) $C = \{x / x < -2 \vee x > 2\}$

d) $D = \{x / -4 < x < 2 \wedge x \neq -1\}$

25) Escriba en notación conjuntista los siguientes intervalos de números reales:

a) $(-2,3)$





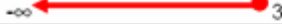

b) $[-1,7]$

c) $[5, \infty)$

d) $(-\infty, -5]$

e) $(-\infty, \infty)$

26) Completar la siguiente tabla:

REPRES. GRÁFICA	INTERVALO	DEF. MATEMÁTICA
	$[-1,3]$	$\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 3\}$
		
		
	$[-2,1)$	
		$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 5\}$
		
		$\{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$
	$(0, \infty)$	
		
	$(-1,5)$	
		$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 0\}$
	$[2/3, \infty)$	
		$\{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 2\}$
		$\{x \in \mathbb{R} / x < 3\}$
		$\{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$
		

LOGARITMO

27) Conociendo que $\log 2 = 0.3010$, calcula los siguientes logaritmos decimales:

- a) $\log 0,02 = X$
- b) $\log 5 = X$
- c) $\log 0,0625 = X$
- d) $\log \sqrt[4]{8} = X$

28) Aplicando definición de logaritmo calcular el valor de y

- a) $\log_{1/2} 0,25 = y$
- b) $\log_{\sqrt{5}} 125 = y$
- c) $\log 0,001 = y$
- d) $\log 10.000 = y$
- e) $\ln \frac{1}{e^5} = y$
- f) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[5]{\frac{1}{81}} = y$
- g) $\log_y 81 = -4$
- h) $\log_2 y^3 = 6$
- i) $\log_2 \sqrt[5]{2} + \log_2 8 + \log_2 \frac{1}{4} =$
- j) $\ln 1 + \ln e + \ln e^3 + \ln \sqrt[3]{e} + \ln \frac{1}{e} =$
- k) $\log 810 + \log 0,03 + \log \sqrt[5]{\frac{1}{9}} =$
- l) $\log \sqrt[5]{0,04} + \log \sqrt[3]{\frac{0,25}{8}} + \log \sqrt{\frac{1,6}{5}} =$
- m) $\log_a a^{\sqrt[5]{a}} + \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a} + \log_2 \frac{1}{4} =$
- n) $\log_{a-b} \sqrt[3]{\frac{1}{a-b}} + \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} + \log_{a+b} \sqrt{a+b} =$
- o) $\log_a a^3 \sqrt[3]{a} - \log_b \frac{\sqrt[5]{b^2}}{b^2} + \log_{a+b} (ab)^{-3} =$

29) Escribir como un solo logaritmo, e indique los valores que deben tomar x,y, a, b en cada caso.

- a) $\log(xy) - 2\log\left(\frac{x}{y}\right) =$
- b) $2\ln(a-b) - \ln(a^2 - b^2) =$

$$c) 4 \log_2 \frac{\sqrt{a-b}}{a} - \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{a-b}{a} \right)^4 =$$

30) Desarrolla las siguientes expresiones:

$$a) \ln \frac{x^2 y(m+n)}{mn} =$$

$$b) \log_2 \frac{a^2 - b^2}{a \cdot b} =$$

$$c) \log 2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2}}}$$

NÚMEROS COMPLEJOS

31) Resolver las siguientes operaciones:

- a) $(3+6i) + (2-3i) =$
- b) $(7+5i) - (1+2i) =$
- c) $(5+7i) \cdot (3-4i) =$
- d) $(2-3i) : (-1+4i) =$
- e) $(2-3i) : (-1+4i) \cdot (1-4i) =$
- f) $(3+6i)^2 =$

32) Dados los siguientes números complejos:

$$z_1 = 5-3i;$$

$$z_2 = \frac{1}{2} + \frac{5}{4}i;$$

$$z_3 = -5i;$$

$$z_4 = 7;$$

$$z_5 = -1-i;$$

$$z_6 = -2+i$$

- a) Representarlos gráficamente.
- b) Encuentra sus opuestos y sus conjugados.
- c) Realiza las siguientes operaciones:

$$i. \quad z_1 \cdot z_2$$

$$ii. \quad z_1 : z_5$$

$$iii. \quad z_2 - z_5$$

$$iv. \quad z_6 \cdot \overline{z_6}$$

$$v. \quad z_5 : z_6$$

$$vi. \quad z_6 : z_3$$

33) Halle el valor de k para que el producto $(3-6i) \cdot (4+ki)$ sea:

- a) Un número imaginario puro.
- b) Un número real.

34) ¿Cuánto debe valer x para que $(2 + xi)^2$ sea imaginario puro.

35) Realiza las siguientes operaciones. Escribe los resultados complejos en su forma binómica.

a) $2(3 + i) - (2 - 4i) \cdot (2 - 4i) =$

b) $(1 + 2i)^2 + (-3 + 4i)i - (2 - 2i)(1 - 2i) =$

c) $\left(-1 + \frac{1}{2}i\right)\left(1 + \frac{1}{2}i\right) + \left(\frac{1}{2} + 2i\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}i\right)i =$

d) $\frac{(3-4i)(2+i)}{(2-3i)i^3-2i}$

e) $\left| \frac{(1-i)(2+i)}{(2-3i)-2(1-2i)} \right|$

36) Evalúe y simplifica las siguientes expresiones para $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 3 - i$; $z_3 = 2i$, expresa los resultados complejos en forma binómica identificando la parte real e imaginaria.

a) $z_1 z_2 - z_3$

b) $\overline{z_1 z_2} - \overline{z_1} z_2$

c) $|z_1|^2 (z_2 - z_3)$

d) $\frac{|z_3(z_2 - z_3)|}{|z_3|}$

e) $\left| \frac{z_3 + z_2}{\overline{z_1} z_2} \right|$

37) Un rectángulo de centro en el origen de coordenadas tiene un vértice en el punto a que se corresponde con el complejo $3+3i$. Halla los otros vértices, el perímetro y el área del rectángulo.

38) Escribe en forma binómica y cartesiana los números complejos cuya representación se corresponde a los puntos a, b, c, d, e, f.

