# Vibrations — Mémo

License SPI — S3

Novembre 2012

## 1 Equation du mouvement linéaire

$$
\begin{aligned}
a\ddot{x} + cx = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad \ddot{x} + \frac{c}{a}x = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \omega_0^2 \; x = 0 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{a}} \end{array} \right.
\end{aligned}
$$

- $\omega_0$ : pulsation propre des oscillation libres non-amorties (en $\mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$)

## 2 Solution de l'équation

$$x(t) = A\cos(\omega_0 \; t + \phi)$$

- $A$ : amplitude du mouvement
- $\phi$ : phase

## 3 Equation du mouvement : pendule circulaire

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

Linéarisation de l'équation en utilisant l'approximation harmonique : $\sin\theta \approx \theta$.

$$\left\{ \ddot{\theta} + \omega_0^2 \; \theta = 0 \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \right.$$

## 4 Force de rappel d'un ressort

$$\overrightarrow{T} = -k\,(x - l_0)\,\overrightarrow{e_x}$$

## 5 Equation du mouvement : Ressort

$$m\ddot{x} + kx = kl_0$$

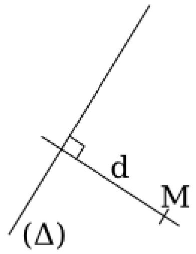
## 6 PFD pour un solide en rotation sans frottement

Soit le solide $S$ en rotation autour de l'axe $Oz$. Le point $O$ appartient à l'axe $Oz$.

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\text{ext} \to S) \cdot \overrightarrow{e_{z_0}} = C\ddot{\theta}$$

- $C$ : moment d'inertie de $S$ autour de $Oz$

## 7 Moment d'inertie pour une point matériel



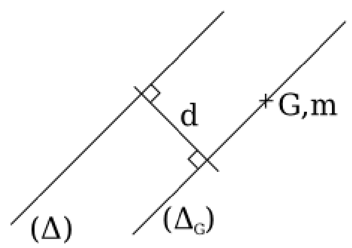

Le moment d'inertie du point $M$ de masse $m$ s'écrit

$$I_\Delta(M, m) = md^2$$

Pour le moment d'inertie d'un ensemble $\Sigma$ de $n$ points de masses $m_i$ et séparés de la droite d'une distance $d_i$ :

$$I_\Delta(\Sigma) = \sum_{i=1}^{n} m_i d_i^2$$

## 8 Théorème de Huygens




Soit $G$ le centre de masse d'un solide $S$ (de masse $m$). Connaissant $I_{\Delta_G}(S)$, on peut écrire :

$$I_\Delta(S) = I_{\Delta_G}(S) + I_\Delta(G, m) = I_{\Delta_G}(S) + md^2$$