

# Mécanique — Mémo

License SPI — S3

Novembre 2012

## 1 Déplacement $\rightarrow$ Vitesse $\rightarrow$ Accélération

$$\vec{v}(M/\mathcal{R}) = \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{/\mathcal{B}}$$
$$\vec{\Gamma}(M/\mathcal{R}) = \left( \frac{d\vec{v}(M/\mathcal{R})}{dt} \right)_{/\mathcal{B}}$$

## 2 Mouvement rectiligne uniforme

$$x(t) = v_0 t + x_0$$

## 3 Mouvement rectiligne uniformément varié

$$x(t) = \frac{1}{2} \gamma_0 t^2 + v_0 t + x_0$$

## 4 Point de rebroussement cinématique

On cherche le temps  $t_1$  pour avoir  $x(t)$  minimum :

$$t_1 = -\frac{v_0}{\gamma_0}$$

## 5 Vecteur rotation instantannée

La base  $\mathcal{B}_1$  tourne d'un angle  $\alpha(t)$  autour de l'axe  $\vec{e}_z$  par rapport à la base  $\mathcal{B}_0$  restée fixe.

$$\vec{\Omega}(\mathcal{B}_1/\mathcal{B}_0) = \dot{\alpha}(t) \vec{e}_z$$

## 6 Changement de base de dérivation

$$\left( \frac{d\vec{F}}{dt} \right)_{/\mathcal{B}_1} = \left( \frac{d\vec{F}}{dt} \right)_{/\mathcal{B}_2} + \vec{\Omega}(\mathcal{B}_2/\mathcal{B}_1) \wedge \vec{F}$$

## 7 Composition des vitesses

$$\vec{v}(M/\mathcal{R}_0) = \vec{v}(M/\mathcal{R}_1) + \vec{v}(M_1/\mathcal{R}_0)$$

## 8 Composition des accélérations

$$\vec{\Gamma}(M/\mathcal{R}_0) = \vec{\Gamma}(M/\mathcal{R}_1) + \vec{\Gamma}(M_1/\mathcal{R}_0) + \vec{\Gamma}_c(M/\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0)$$

## 9 Moment d'un glisseur en un point

Moment au point  $P$  du glisseur  $(A, \vec{F})$

$$\vec{\mathcal{M}}_P(A, \vec{F}) = \overrightarrow{PA} \wedge \vec{F}$$

## 10 Torseur

$$\begin{cases} \text{Resultante des forces (vecteur)} \\ \text{Somme des moments (vecteur)} \end{cases}$$

## 11 Eléments de réduction d'un torseur

Eléments de réduction du torseur  $\{\mathcal{F} \rightarrow S\}$  au point  $P$  :

$$\{\mathcal{F} \rightarrow S\} = \begin{cases} \vec{\mathcal{R}}(\mathcal{F} \rightarrow S) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \\ \vec{\mathcal{M}}_P(\mathcal{F} \rightarrow S) = \overrightarrow{PA_i} \wedge \vec{F}_i; i \in [1, n] \end{cases}$$

## 12 Formule de changement de point

$$\vec{\mathcal{M}}_Q(\mathcal{F} \rightarrow S) = \vec{\mathcal{M}}_P(\mathcal{F} \rightarrow S) + \overrightarrow{QP} \wedge \vec{\mathcal{R}}(\mathcal{F} \rightarrow S)$$

## 13 Lois du frottement

### 13.1 Vitesse non nulle

Si  $\vec{v}(M/S) \neq 0$ ,

$$\begin{cases} \vec{T}(\mathcal{S} \rightarrow M) \wedge \vec{v}(M/S) = 0 \\ \vec{T}(\mathcal{S} \rightarrow M) \cdot \vec{v}(M/S) < 0 \\ |\vec{T}(\mathcal{S} \rightarrow M)| = f_d |\vec{N}(\mathcal{S} \rightarrow M)| \end{cases}$$

### 13.2 Vitesse nulle

Si  $\vec{v}(M/S) = 0$ ,

$$|\vec{T}(\mathcal{S} \rightarrow M)| \leq f_s |\vec{N}(\mathcal{S} \rightarrow M)|$$

## 14 Glisseur dynamique

$$\vec{d}(A/\mathcal{R}) = m \vec{\Gamma}(A/\mathcal{R}) = [A, m \vec{\Gamma}(A/\mathcal{R})]$$

## 15 Principe fondamental de la Dynamique

Il existe un repère de l'espace, soit  $\mathcal{R}_0$ , galiléen, tel que la somme des forces extérieures qui s'exercent sur un point  $A$  soit égale à la masse du point multipliée par son accélération par rapport à  $\mathcal{R}_0$  :

$$\vec{\mathcal{R}}(\text{ext} \rightarrow A) = m \vec{\Gamma}(A/\mathcal{R}_0)$$

## 16 Moment dynamique

$$\vec{\mathcal{M}}_K(\text{ext} \rightarrow A) = \vec{\delta}(A/\mathcal{R}_0) = \vec{K\ddot{A}} \wedge m \vec{\Gamma}(A/\mathcal{R}_0)$$