Maths

Sommes

$$\sum_{i=1}^{N} i = \frac{N(N+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} i^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{\lambda}$$

Pour $|x| < 1$:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} x^k = \frac{x}{1-x}$$

Comparaisons

$$|x+y| \leq |x| + |y|$$

Transformées – Changement de domaine

Fourier continue

$$\mathcal{F}\{u(t)\} = U(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)e^{-2i\pi f t}\mathrm{d}t$$

Fourier Discrète

Avec $s[n]$ un signal discret de N points :

$$\mathcal{F}\{s[n]\} = S[k] = \sum_{n=0}^{N-1} s[n]e^{-2i\pi k \frac{n}{N}}$$

Analyse Vectorielle

Laplacien (cartésien)

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

D'alembertien (cartésien)

Avec k une constante :

$$\square = \Delta - k\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Produits scalaires et vectoriels

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$$

$$||\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}|| = ||\overrightarrow{u}||||\overrightarrow{v}|||\cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})|$$

$$||\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}|| = ||\overrightarrow{u}||||\overrightarrow{v}|||\sin(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})|$$

Gradient, divergence, rotationnel

Avec $\overrightarrow{W}$ un champ vectoriel.

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}} f = \overrightarrow{\nabla} f$$

$$\mathrm{div}\overrightarrow{F} = \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{W}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{W} = \overrightarrow{\nabla} \wedge \overrightarrow{W}$$

Propriétés

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{\mathrm{grad}} f = \overrightarrow{0} \Rightarrow \exists f / \overrightarrow{W} = \overrightarrow{\mathrm{grad}} f$$

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}(fg) = f\overrightarrow{\mathrm{grad}} g + g\overrightarrow{\mathrm{grad}} f$$

$$\mathrm{div}(f\overrightarrow{W}) = f\mathrm{div}\overrightarrow{W} + \overrightarrow{W} \cdot \overrightarrow{\mathrm{grad}} f$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}(f\overrightarrow{W}) = f\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{W} + (\overrightarrow{\mathrm{grad}} f) \wedge \overrightarrow{W}$$

Theorêmes intégraux

τ est un volume limité par la surface fermée Σ orientée vers l'extérieur.
S est une surface appuyée sur et orientée vers le contour fermé C.

Stokes

$$\oint_C \overrightarrow{W}(\overrightarrow{r}) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{r} = \iint_S \overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{W}(\overrightarrow{r}) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S}$$

Stokes-Ostrogradski

$$\oiint_\Sigma \overrightarrow{W}(\overrightarrow{r}) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S} = \iiint_\tau \mathrm{div}\overrightarrow{W}(\overrightarrow{r}) \cdot \mathrm{d}\tau$$

Trigonométrie

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$
$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$
$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$
$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$
$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$$
$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Suites

Arithmétiques

$$\begin{cases} u_{n_0} = a \\ \forall n > n_0, \quad u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$$

Terme général :

$$u_n = a + (n - n_0)r$$

Somme des n premiers termes :

$$\sum_{p=0}^{n} u_p = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$$

Géométriques

$$\begin{cases} u_{n_0} = a \\ \forall n > n_0, \quad u_{n+1} = qu_n \end{cases}$$

Terme général : TODO Somme des n premiers termes :

$$\sum_{p=0}^{n} u_p = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$$