Vibrations — Mémo

License SPI — S3

Novembre 2012

1 Equation du mouvement linéaire

$$a\ddot{x} + cx = 0 \iff \ddot{x} + \frac{c}{a}x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2 \ x = 0 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{a}} \end{cases}$$

• ω_0 : pulsation propre des oscillation libres non-amorties (en rad · s⁻¹)

2 Solution de l'équation

$$x(t) = A\cos(\omega_0 \ t + \phi)$$

ullet A: amplitude du mouvement

• ϕ : phase

3 Equation du mouvement : pendule circulaire

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

Linéarisation de l'équation en utilisant l'approximation harmonique : $\sin\theta \approx \theta.$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + \omega_0^2 \ \theta = 0 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \end{cases}$$

4 Force de rappel d'un ressort

$$\overrightarrow{T} = -k\left(x - l_0\right) \overrightarrow{e_x}$$

5 Equation du mouvement : Ressort

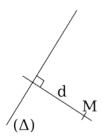
$$m\ddot{x} + kx = kl_0$$

6 PFD pour un solide en rotation sans frottement

Soit le solide S en rotation autour de l'axe Oz. Le point O appartient à l'axe Oz.

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\text{ext} \to S) \cdot \overrightarrow{e_{z_0}} = C \ddot{\theta}$$

7 Moment d'inertie pour une point matériel



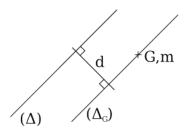
Le moment d'inertie du point M de masse m s'écrit

$$I_{\Delta}(M,m) = md^2$$

Pour le moment d'inertie d'un ensemble Σ de n points de masses m_i et séparés de la droite d'une distance d_i :

$$I_{\Delta}(\Sigma) = \sum_{i=1}^{n} m_i d_i^2$$

8 Théorème de Huygens



Soit G le centre de masse d'un solide S (de masse $m). Connaissant <math display="inline">I_{\Delta_G}(S),$ on peut écrire :

$$I_{\Delta}(S) = I_{\Delta_G}(S) + I_{\Delta}(G, m) = I_{\Delta_G}(S) + md^2$$