

Vibrations — Mémo

License SPI — S3

Novembre 2012

1 Equation du mouvement linéaire

$$\begin{aligned} a\ddot{x} + cx = 0 &\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{c}{a}x = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{a}} \end{cases} \end{aligned}$$

- ω_0 : pulsation propre des oscillation libres non-amorties (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

2 Solution de l'équation

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

- A : amplitude du mouvement
- ϕ : phase

3 Equation du mouvement : pendule circulaire

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

Linéarisation de l'équation en utilisant l'approximation harmonique : $\sin \theta \approx \theta$.

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \end{cases}$$

4 Force de rappel d'un ressort

$$\vec{T} = -k(x - l_0) \vec{e}_x$$

5 Equation du mouvement : Ressort

$$m\ddot{x} + kx = kl_0$$

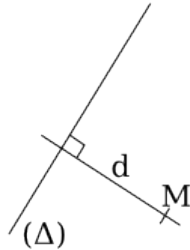
6 PFD pour un solide en rotation sans frottement

Soit le solide S en rotation autour de l'axe Oz . Le point O appartient à l'axe Oz .

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_O(\text{ext} \rightarrow S) \cdot \vec{e}_{z_0} = C\ddot{\theta}$$

- C : moment d'inertie de S autour de Oz

7 Moment d'inertie pour une point matériel



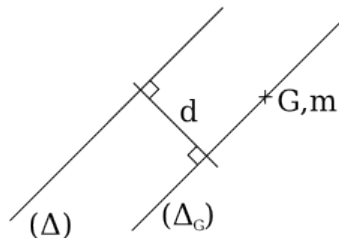
Le moment d'inertie du point M de masse m s'écrit

$$I_{\Delta}(M, m) = md^2$$

Pour le moment d'inertie d'un ensemble Σ de n points de masses m_i et séparés de la droite d'une distance d_i :

$$I_{\Delta}(\Sigma) = \sum_{i=1}^n m_i d_i^2$$

8 Théorème de Huygens



Soit G le centre de masse d'un solide S (de masse m). Connaissant $I_{\Delta_G}(S)$, on peut écrire :

$$I_{\Delta}(S) = I_{\Delta_G}(S) + I_{\Delta}(G, m) = I_{\Delta_G}(S) + md^2$$