Aéroacoustique

Outils

Dérivée Totale

$$\frac{\mathrm{D}\bullet}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial \bullet}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla\bullet$$

Impédance Ramenée

$$Z = Z_c \frac{Z_L + jZ_C \tan kL}{Z_C + jZ_L \tan kL}$$

Conservation de la Masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0$$

Équation du Navier-Stokes

$$\rho \frac{\mathrm{D}\mathbf{u}}{\mathrm{D}t} = -\nabla p + \nabla \underline{\underline{\tau}} + \mathbf{f}$$

$$\underline{\underline{\tau}} = \eta(\underline{\underline{\nabla}}\mathbf{u} + (\underline{\underline{\nabla}}\mathbf{u})^T) - \frac{2}{3}\eta(\underline{\underline{\nabla}}\mathbf{u})\underline{\underline{I}}$$

En négligeant les pertes visqueuses (**Équation d'Euler**) :

$$p \frac{\mathrm{D}\mathbf{u}}{\mathrm{D}t} = -\nabla p$$

Équation d'Euler (forme de Crocco)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla B - \nabla \wedge \nabla \wedge \mathbf{u}$$

$$B = \frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{u^2}{2}$$

Conservation de l'Énergie

$$\rho T \frac{\mathrm{D}S}{\mathrm{D}t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{u}}$$

- q : flux de chaleur
- S : entropie

Équation d'État

$$\frac{\mathrm{D}P}{\mathrm{D}t} = \left.\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S \frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} + \left.\frac{\partial P}{\partial S}\right)_\rho \frac{\mathrm{D}S}{\mathrm{D}t}$$

Équation d'Onde

Écoulement uniforme $\Rightarrow$ équation d'onde convectée

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{\mathrm{D}^2 p}{\mathrm{D}t^2} - \Delta p = 0$$

Solutions

Sol. Modales avec écoulement

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \psi_n(y,z) e^{-jk_0 z}$$

$$\Delta_\perp \psi_n = -\alpha^2 \psi_n n \quad , \quad \alpha_n^2 = \left(\frac{\omega}{c_0} - Mk_n\right) - k_n^2$$

Nombre d'onde (Guide 2D)

Sans écoulement

$$k_n = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{h}\right)^2}$$

Écoulement uniforme

$$k_n = \frac{-\omega M \pm \sqrt{\omega^2 - (1-M^2)\alpha_n^2}}{1 - M^2}$$

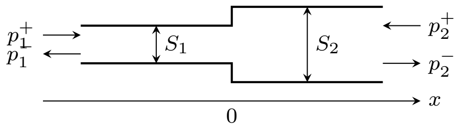
Nombre d'onde (Rect. 3D)

$$l_{mn}^2 = \left(\frac{\omega}{c_0} - Mk_{mn}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right) - \left(\frac{m\pi}{a\beta}\right)$$

- β aspect ratio

Discontinuités sans écoulement

$\alpha^2 = \frac{S_1}{S_2}$



Mode plan seul

$$\begin{cases} S_1 u_1\big|_0 = S_2 u_2\big|_0 \\ p_1\big|_0 = p_2\big|_0 \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} p_1^- \\ p_2^+ \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R = \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2} & T^- = \frac{2}{1+\alpha^2} \\ T^+ = \frac{2\alpha^2}{1+\alpha^2} & R^- = \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{Bmatrix}$$

Modèle amélioré

$$\begin{cases} S_1 u_1\big|_0 = S_2 u_2\big|_0 \\ p_1\big|_0 = p_2\big|_0 + j\omega\rho l_c u_1\big|_0 \end{cases} \quad , \quad l_c = \frac{1-\alpha^2}{jk_0 K_1^+}$$

Voir après.

Modèle 2 zones

Zone 1

$$\begin{cases} \rho_0 c_0 u_1 | 0 = K_0^+ p_2^+\big|_0 + K_1^+ p_s\big|_0 \\ p_1\big|_0 = p_2^+\big|_0 + p_s\big|_0 \end{cases}$$

Zone 2

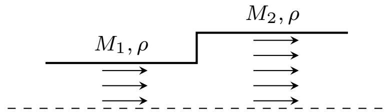
$$0 = K_0^+ p_2^+\big|_0 - \frac{S_1}{S_2} K_1^+ p_s\big|_0$$

Modes

Plans : $K_0^\pm = \pm 1$

Evanescents : $K_1^\pm = \pm j\sqrt{\left(\frac{\gamma c_0}{\omega r_2}\right)^2 - 1}$

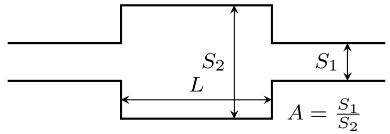
Discontinuité avec écoulement



$$R^+ = -\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}\left(1 + \frac{4\alpha^2 M_1}{1+\alpha^2} + \mathcal{O}(M_1^2)\right)$$

$$T^+ = -\frac{2\alpha^2}{1+\alpha^2}\left(1 + \frac{2\alpha^2(1-\alpha^2)M_1}{1+\alpha^2} + \mathcal{O}(M_1^2)\right)$$

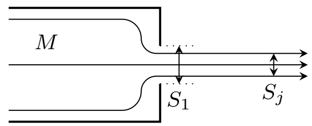
Muffler sans écoulement



$$T = \frac{2Ae^{jk_0 L}}{2A\cos(k_0 L) + j(1 + A^2)\sin(k_0 L)}$$

$$TL = -20\log_{10}(|T|)$$

Diaphragme avec écoulement



$$R = -\frac{1 - M\left[\left(\frac{S_1}{S_j}\right)^2 - 1\right]}{1 + M\left[\left(\frac{S_1}{S_j}\right)^2 - 1\right]}$$

Guides Traités

$$-\Delta_\perp p = \alpha^2 p$$

$$\alpha^2 = \left(\frac{\omega}{c_0} - Mk\right)^2 - k^2$$

$$p\big|_h = \rho_0 c_0 Z \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$$

$$1 = \frac{Zc_0}{j\omega}\alpha \tan(\alpha h)$$

- Z impédance de paroi normalisée par $\rho_0 c_0$