מאקרו א' - תרגול 7 - כלכלה בטווח הארוך

מתן לבינטוב

אוניברסיטת בן גוריון בנגב

נושאים

1. הנחות
2. הפירמה
3. חלוקת התוצר בין גורמי היצור
4. פונקציית קוב דאגלס
5. התחלקות התוצר בשימושים

הנחות

קיימים 3 גורמי יצור הקובעים את כושר היצור של המשק:

1. L - כוח העבודה
2. K - מלאי ההון
3. A - רמת הטכנלוגיה

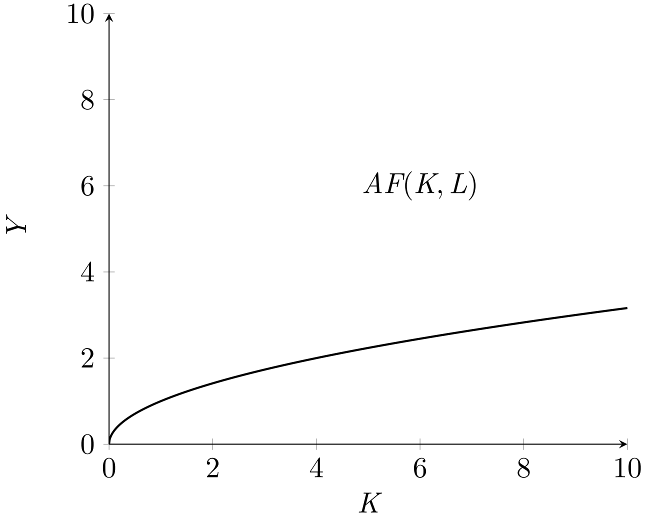
פונקציית היצור

$$Y = AF(K, L)$$

הנחות

- בטווח ארוך גורמי היצור קבועים ולכן התוצר גם קבוע - $\bar{Y} = \bar{A}F(\bar{K}, \bar{L})$
- תפוקה שולית חיובית - $F_K = MPK > 0, F_L = MPL > 0$
- תפוקה שולית פוחתת - $F_{KK} < 0, F_{LL} < 0$
- תק"ל - תשואה קבועה לגודל

גרף יפה



תשואה לגודל

תשואה לגודל היא בעצם דרגת ההומוגניות של פונקציית היצור.
עכשיו בעברית, אם נכפיל את שני גורמי היצור בקבוע, נקבל שזה זהה ללכפול את הפונקציה עצמה באותו קבוע בחזקרה כלשהי, אותה חזקה היא דרגת ההומוגניות של הפונקציה.

$$Y(\lambda) = AF(\lambda K, \lambda L) = \lambda^s AF(K, L) = \lambda^s Y$$

1. תשואה עולה לגודל (תע"ל) - $s > 1 \iff Y(\lambda) > \lambda Y$
2. תשואה קבועה לגודל (תק"ל) - $s = 1 \iff Y(\lambda) = \lambda Y$
3. תשואה יורדת לגודל (תי"ל) - $s < 1 \iff Y(\lambda) < \lambda Y$

דוגמה לפונקציית יצור תק"ל

$$Y = AF(K, L) = K^{0.5} L^{0.5}$$

$$\begin{aligned} Y(\lambda) &= AF(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^{0.5} (\lambda L)^{0.5} = \lambda^{0.5} \cdot K^{0.5} \cdot \lambda^{0.5} \cdot L^{0.5} \\ &= \lambda \underbrace{K^{0.5} L^{0.5}}_{=Y} = \lambda Y \end{aligned}$$

הפירמה

פונקציית הרווח של הפירמה

$$\pi = PY - WL - RK = P \cdot AF(K, L) - WL - RK$$

W - שכר נומינלי, R - מחיר הון נומינלי - הביקוש לגורמי יצור נקבע לפי בעיית האופטימיזציה שפותרת הפירמה, כלומר מיקסום הרווח.

$$\max \pi$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = P \cdot \frac{\partial Y}{\partial L} - W = 0 \rightarrow MPL = \frac{W}{P}$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = P \cdot \frac{\partial Y}{\partial K} - R = 0 \rightarrow MPK = \frac{R}{P} = i_c$$

i_c = מחיר ההון הריאלי של הפרימה

שימו לב!

בגלל שאמרנו שגורמי היצור קבועים בטווח ארוך ניתן למצוא את מחיר הריאלי ההון ואת השכר הריאלי

משפט אוילר לפונקציות הומוגניות

על פי משפט אוילר ובהינתן העובדה שהפונקציה היא הומוגנית מדרגה 1 :

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial K} K + \frac{\partial Y}{\partial L} L$$

בשפה כלכלית נקבל (פשוט להציב את המושגים / ערכים שהגדרנו) :

$$Y = MPK \cdot K + MPL \cdot L = i_c \cdot K + \frac{W}{P} \cdot L$$

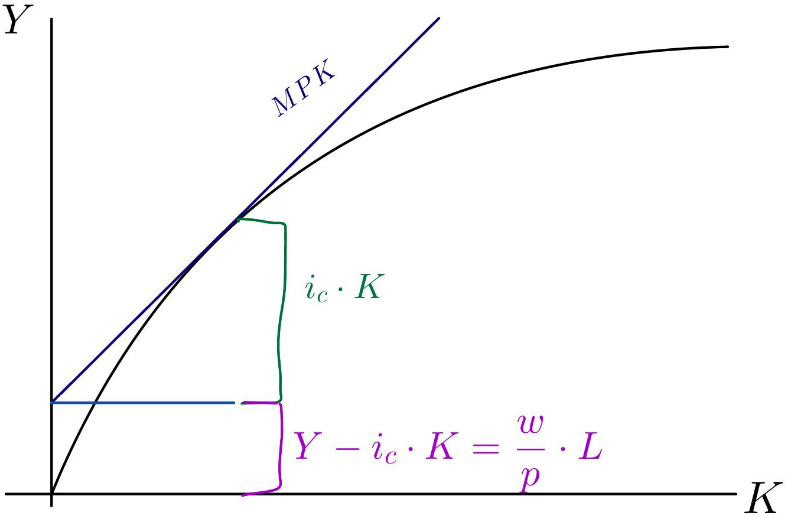
- $i_c \cdot K$ - תמורה ריאלית של ההון
- $\frac{W}{P} \cdot L$ - תמורה ריאלית של עובדים

החלוקה היחסית של התוצר בין גורמי היצור

נמשיך עם המשוואה שקיבלנו בשקופית הקודמת ונחלק את שני האגפים ב Y , נקבל :

$$\underbrace{\frac{i_c \cdot K}{Y}}_{S_K} + \underbrace{\frac{\frac{W}{P} \cdot L}{Y}}_{S_L} = 1 \implies S_K + S_L = 1$$

- S_K - חלקו היחסי של ההון
- S_L - חלקו היחסי של העובדים


Y
MPK
$i_c \cdot K$
$Y - i_c \cdot K = \frac{w}{p} \cdot L$
K

פונקציית קוב דאגלס

$$Y = AF(K,L) = K^{\alpha}L^{\beta}$$

$$Y(\lambda) = AF(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}\cdot K^{\alpha}\cdot L^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}Y$$

תשואה לגודל

1. $\alpha + \beta > 1$ - תשואה עולה לגודל
2. $\alpha + \beta = 1$ - תשואה קבועה לגודל
3. $\alpha + \beta < 1$ - תשואה יורדת לגודל

פונקציית קוב דאגלס

חלקים יחסיים בקוב דאגלס

$$S_K = \frac{MPK \cdot K}{Y} = \frac{\alpha \cdot A \cdot K^{\alpha-1} \cdot L^{\beta} \cdot K}{AK^{\alpha}L^{\beta}} = \alpha$$

$$S_L = \frac{MPL \cdot L}{Y} = \frac{\beta \cdot A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta-1} \cdot L}{AK^{\alpha}L^{\beta}} = \beta$$

לפי דוח מקו"ש

$$\bar{Y} = C(\bar{Y} - T) + G_0 + I(r)$$

אפשר לראות שהמשתנה האנדוגני היחיד הוא הריבית, שבעזרתו הביקוש מתאים את עצמו לתוצר.

הבהרה : הסוגריים זה לא כפל, הכוונה בפונקציה של מה, לדוגמה צריכה היא פונקציה של מיסים ותוצר.

שוק ההון

הריבית נקבעת בשוק ההון $I = S$

1. כאשר $I > S$ היצע החיסכון במשק נמוך מהביקוש להשקעות, לכן הריבית תעלה עד שהתקיים $I = S$
2. כאשר $I < S$ היצע החיסכון במשק גדול יותר מהביקוש להשקעות , לכן הריבית תרד עד שהתקיים $I = S$

התחלקות התוצר בשימושים

תזכורת

$$S_p = Y - T - C$$

$$S_G = T - G$$

$$S = S_p + S_G = Y - T - C + T - G = Y - C - G = I$$

התחלקות התוצר בשימושים