

# תרגול 10 - צמיחה ב'

מתן לבינטוב

אוניברסיטת בן גוריון בנגב

20 לדצמבר 2023

1 אופטימום חברתי

2 שיפורים טכנולוגיים

3 מסקנות חשובות בפונקציית קוב דאגלס

## הגדרה

לפי הגדרה, אופטימום חברתי הינו מצב יציב, כלומר State, Steady שבו רמת החיים, שבמודל שלנו היא הצריכה לעובד היא מקסימלית.  
קיימים 3 תנאים שמתקיימים באופטימום חברתי :

•  $MPK^{GR} = n + d$ , כלומר שיפוע המשיק בנקודה שווה לשיפוע של הקו שחיקת ההון

•  $s = \alpha$  שיעור החיסכון שווה לחזקה של ההון בפונקציית היצור

• כלל הזהב שמתקבל הינו :  $r = n$ , כלומר הריבית שווה לשיעור הריבוי

## חיסכון חסר

$$s < \alpha \implies k < k^{GR} \implies MPK > MPK^{GR} \implies r > n$$

פיתרון הינו הגדלת החיסכון על ידי צמצום פיסקלי או העלת מיסים

$$G \downarrow / T \uparrow \implies s \uparrow \implies k \uparrow \implies MPK \downarrow \implies r \downarrow$$

## חיסכון יתר

$$s > \alpha \implies k > k^{GR} \implies MPK < MPK^{GR} \implies r < n$$

הפיתרון הינו צמצום החיסכון על ידי הורדת מיסים או הרחבה פיסקלית

$$G \uparrow / T \downarrow \implies s \downarrow \implies k \downarrow \implies MPK \uparrow \implies r \uparrow$$

## מודל העובד המתייעל

קיים מקדם יעילות  $E$  שמסמן את יעילות כוח העבודה  $L$ , נניח שמקדם היעילות צומח בקצב קבוע  $g$ .

לכן פונקציית היצור החדשה נראת כך :

$$Y = AK^\alpha (EL)^{1-\alpha}$$

לכן נעבור מלדבר על עובדים לעובדים יעילים, כלומר במקום לחלק ב  $L$  נחלק ב  $EL$ .

$$\tilde{y} = A\tilde{k}^\alpha$$

מושגים :

• תוצר לעובד אפקטיבי  $\frac{Y}{LE} = \frac{y}{E} = \tilde{y}$

• הון לעובד אפקטיבי  $\frac{K}{LE} = \frac{k}{E} = \tilde{k}$

## שיעור השינוי ב-SS

$$\hat{\tilde{y}} = \hat{\tilde{k}} = 0$$

$$\hat{k} = \hat{y} = \widehat{(\tilde{y}E)} = \hat{\tilde{y}} + \hat{E} = 0 + g = g$$

$$\hat{K} = \hat{Y} = \widehat{(\tilde{y}LE)} = \hat{\tilde{y}} + \hat{L} + \hat{E} = 0 + n + g = n + g$$

מכך שמשוואת התנועה החדשה היא:

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - (n + d + g)\tilde{k}$$

ו  $\tilde{k}_{ss}$  הוא :

$$\tilde{k}_{ss} = \left[ \frac{sA}{n + d + g} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

- במצב עמיד הריבית הריאלית קבועה :

$$r = mpk - d = A\alpha\tilde{k}^{\alpha-1} - d$$

- לעומת המודל המקורי, במקרה הזה, השכר צומח בקצב  $g$

$$\frac{W}{P} = MPL = AE(1 - \alpha)\tilde{k}^{\alpha}$$

- התמורה היחסית של כל גורם יצור קבועה לאורך הזמן (זה נכון בכללי עם קוב דאגלס ולא ספציפית בגלל העובד המתייעל) :

$$S_k = \frac{MPK \cdot K}{Y} = \frac{A\alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} K}{AK^{\alpha} L^{1-\alpha}} = \alpha$$

$$S_L = \frac{MPL * L}{Y} = \frac{A(1 - \alpha)K^{\alpha} L^{-\alpha} L}{AK^{\alpha} L^{1-\alpha}} = 1 - \alpha$$

- יחס הון תוצר קבוע לאורך זמן (ב  $S.S$  במידה ושום דבר לא משתנה):

$$\frac{K}{Y} = \frac{\tilde{k}}{\tilde{y}} = \frac{s}{n + d + g}$$