

חשמל ומגנטיות - תרגיל 6

להגשה עד 5.5 בשעה 03:00 (בלילה שבין יום חמישי ליום שישי)

1. טיפת מים

- a. נתונה טיפת מים כדורית ברדיוס R הטעונה במטען Q המפוזר באופן אחיד על פניה. מחלקים את הטיפה לשתי טיפות בעלות גודל שווה, ולכל אחת מטען $Q/2$ על פניה. מהו השינוי באנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת?
- b. חזור על a, רק שהפעם המטען מפוזר בנפח הטיפות באופן אחיד, ולא רק על פני השטח.

הערה: הניחו שלאחר הפיצול הטיפות נמצאות רחוק מאוד זו מזו.

2. משטחים שווי אנרגיה

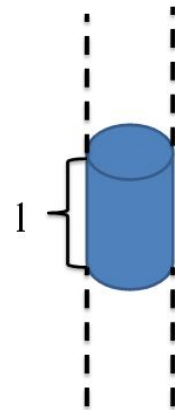
- a. שני אלקטרונים נמצאים במרחק 1m זה מזה. מצאו את אוסף הנקודות במרחב בהן ניתן לשים פרוטון, כך שהאנרגיה האלקטרוסטטית הכוללת של המערכת תתאפס. מצאו את הנקודות הללו ע"י משוואה אלגברית סגורה אותה הן מקיימות. כמה נקודות כאלו יש על הקו המוגדר ע"י מיקומי שני האלקטרונים?

3. כיווץ מעטפת גלילית אינסופית

- a. נתונה מעטפת גלילית אינסופית בעלת רדיוס R , טעונה בצפיפות משטחית אחידה σ . מכווצים את המעטפת לרדיוס $R - dr$, כאשר $dr \ll R$. כמה עבודה ליחידת אורך של המעטפת הגלילית הושקעה בכיווץ? הראו שהתשובה מסתדרת עם הביטוי שמקשר את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית עם אינטגרל על השדה בריבוע.

הדרכות:

- היעזרו בעובדה שהכח ליחידת שטח (הלחץ) שיוצר הכח החשמלי על המעטפת הינו צפיפות המטען כפול הממוצע בין ערך השדה בחוץ (קרוב מאוד למעטפת) לערך השדה בפנים (קרוב מאוד למעטפת).
- עבודה ליחידת אורך - הכוח המבצע את העבודה פועל כנגד הכוח החשמלי הפועל על אלמנטי המטען שבמעטפת. על מקטע באורך l מהגליל קיימת כמות מטען סופית כלשהי. עליה פועל כוח חשמלי כלשהו. יש לחשב את העבודה שמבוצעת כנגד הכוח הזה $W(l)$ ולחלק בגודל המקטע l . זהו הביטוי לעבודה ליחידת אורך. זהו גודל סופי $w = \frac{W(l)}{l}$. באיור מוצג מקטע באורך l מהגליל האינסופי.



b. כעת מכווצים את אותה מעטפת מרדיוס R לרדיוס R_f (שאינו בהכרח קרוב ל- R).
מהי העבודה ליחידת אורך של המעטפת שיש להשקיע לשם כך? בצעו את החישוב בשתי דרכים והראו שהתוצאה זהה.

4. שדה דיפול

בכתה ראיתם את השדה הנוצר עקב דיפול נקודתי הנמצא בראשית (או לחילופין במרחק רב מאוד מהראשית ביחס לגודל הדיפול):

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}}{r^3}$$

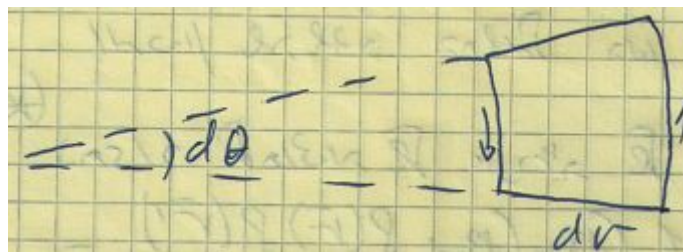
- נניח ש- $\vec{p} \parallel \hat{y}$. הראו שעל ציר x ועל ציר y מתקבלות התוצאות אותן קיבלנו כאשר חישבנו את שדה הדיפול באמצעות חוק קולון.
- הראו מפורשות שהדיברגנס של השדה הזה מתאפס.
- הראו מפורשות שהרוטור של השדה הזה מתאפס.
- חשבו את הכח שמפעיל הדיפול על מוט טעון אחיד (צפיפות מטען נתונה λ) באורך L , המונח על ציר x כך שקצהו הקרוב לראשית נמצא ב- x_0 .

5. שדה מערבולת

נתון השדה הוקטורי הבא:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{-y\hat{x} + x\hat{y}}{(x^2 + y^2)^{\frac{n+1}{2}}}$$

- רשמו את השדה הקואורדינטות גליליות, ותארו במילים את התנהגותו.
- חשבו את $\nabla \times \vec{F}$.
3. חשבו את האינטגרל המסילתי ("העבודה") של השדה הזה על המסלול הסגור המתואר בצירוף, בהנחה ש- $dr \ll r$ כאשר r הוא רדיוס המעגל ממנו נלקח החלק החיצוני של



המסלול:

עבור אילו ערכים של n האינטגרל המסילתי מתאפס? מהו הרוטור של השדה עבור ערך זה של n ?
האם עבור ערך זה של n השדה הזה הינו משמר? הסבירו. רמז: האם האינטגרל המסלולי על כל מסילה סגורה הוא אפס?

6. אין שיווי משקל יציב בשדה אלקטרוסטטי

- 4 מטענים חיוביים זהים בגודל q נמצאים בפינותיו של ריבוע בעל אורך צלע נתון L .
כמו שאנחנו יודעים, במרכז הריבוע השדה מתאפס. מניחים מטען כלשהו במרכז הריבוע. הראו מפורשות, גם עבור מטען חיובי וגם עבור מטען שלילי, שקיים כיוון במרחב כך שאם נזיז את המטען בכיוון זה, הוא "יברח" מנקודת שיווי המשקל.
הדרכה: בצעו הזזה קטנה (ביחס לאורך צלע הריבוע) מנקודת שיווי המשקל בכיוון אותו בחרתם, והראו שבקירוב מוביל הכח מצביע בכיוון ההזזה.

b. כעת, 8 מטענים זהים q מקובעים לקודקודים של קוביה בעלת אורך צלע L . הראו שבנקודת מרכז הקוביה ישנו שיווי משקל לא יציב עבור מטען בעל אותו סימן כמו q (זה נכון גם למטען עם סימן הפוך).