

## חשמל ומגנטיות - תרגיל בית 5

להגשה עד 28.4.17 בשעה 03:00, כלומר **שלוש בלילה שבין יום חמישי ויום שישי**

### שאלה 1

חלקיק טעון חיובית  $Q > 0$  נמצא בראשית וחלקיק נוסף טעון שלילית  $q < 0$  בעל מסה  $m$  נע סביבו בתנועה מעגלית קצובה, ברדיוס  $r_1$ . מהי העבודה שיש להשקיע כדי לשנות את רדיוס מסלולו ל-  
 $r_1 < r_2$ ?

### שאלה 2

הראו שמתקיים:

$$\vec{E} = -\nabla\phi$$

כאשר  $\phi$  הוא הפוטנציאל החשמלי,

$$\phi(\vec{r}) = \int d^3r' \frac{K\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + C$$

ו-  $\vec{E}$  הוא השדה החשמלי המתקבל לפי חוק קולון.

### שאלה 3

נתון גליל מלא, עם אורך אינסופי ורדיוס  $R$ . הגליל טעון בצפיפות מטען נפחית  $\rho(r) = br^2$ , כאשר  $r$  הוא המרחק מציר הגליל (הקואורדינטה הרדיאלית בקואורדינטות גליליות), ו-  $b > 0$  קבוע.  
a. מהו השדה החשמלי בכל המרחב?

b. משחררים מטען  $q < 0$  בעל מסה  $m$  ממנוחה במרחק התחלתי  $R_0 > R$  מציר הגליל. מה תהיה מהירות החלקיק כאשר הוא יפגע בציר הגליל? (הניחו שהגליל אינו קשיח, כלומר המטען יכול לעבור דרך הגליל).

### שאלה 4

בשיחה בין סטודנט לסטודנטית עולה הדיון הבא:

**סטודנטית:** דמיון כדור ברדיוס  $R$  שטעון בצורה הומוגנית עם צפיפות מטען קבועה  $\rho > 0$ . אם נקדח תעלה קטנה דרך קוטר הכדור ונשים מטען נקודתי  $q < 0$  על שפת התעלה, יפעל עליו כוח כלפי מרכז הכדור. בהתחלה המטען ינוע דרך התעלה לכיוון מרכז הכדור תוך כדי שהוא מאיץ, אז ילך ויאט עד לצד השני ויסתובב חזרה. למעשה המטען יבצע תנועה הרמונית סביב מרכז הכדור.

**סטודנט:** אבל מה שאת אומרת לא הגיוני! האנרגיה הפוטנציאלית של המטען כשהוא נמצא ברדיוס  $r$  הוא  $U(r) = \frac{KqQ(r)}{r} = \frac{Kq}{r} \frac{4\pi r^3}{3} \rho = \frac{4\pi Kq\rho}{3} r^2$ . בגלל ש-  $q\rho < 0$ , אז האנרגיה הפוטנציאלית על שפת הכדור היא שלילית, ואילו במרכז הכדור היא אפס. כלומר, את בעצם אומרת שהמטען ינוע מעצמו מנקודה עם אנרגיה פוטנציאלית נמוכה לנקודה עם אנרגיה פוטנציאלית גבוהה יותר! זה לא ייתכן פיזיקלית.

מי צודק/ת בויכוח ומדוע השני/יה טועה? הסבירו

## שאלה 5

a. נתונה קליפה כדורית דקה. לקליפה רדיוס  $R$  ועובי  $dR \ll R$ . הקליפה טעונה בצפיפות מטען אחידה  $\rho$ . מהו הפוטנציאל החשמלי מחוץ לקליפה, ברדיוס  $R < r$ , ומהו הפוטנציאל החשמלי בתוך הקליפה, ברדיוס  $R > r$ ?

b. נתון מערכת רציפה של מטען עם צפיפות מטען רדיאלית  $\rho(r) = \rho(\vec{r})$ , כך שמתקיים  $\int_0^\infty r^2 \rho(r) dr < \infty$ . על סמך הסעיף הקודם, הראו שהפוטנציאל החשמלי הנוצר ע"י מערכת זו הוא:

$$\Phi(r) = 4\pi K \left[ \frac{1}{r} \int_0^r (r')^2 \rho(r') dr' + \int_r^\infty r' \rho(r') dr' \right]$$

c. ראינו בתרגול שאנרגיית האינטרקציה (האנרגיה הפוטנציאלית) של מערכת מטענים רציפה נתונה ע"י  $U = \frac{1}{2} \int \rho(\vec{r}) \Phi(\vec{r}) d^3 r$ . על סמך הסעיף הקודם, מהי אנרגיית האינטרקציה של כדור ברדיוס  $R$  הטעון בצפיפות מטען אחידה  $\rho$ ?

d. חשבו את אנרגיה הפוטנציאלית הכוללת של אותו כדור טעון הומוגנית, אך הפעם בדרך שונה, המחשבת בצורה מפורשת את סך העבודה שנצטרך להשקיע כדי "לבנות" את הכדור. כדי לעשות את זה, דמיינו שמרכיבים את הכדור קליפה אחר קליפה. בהתחלה כל הקליפות נמצאות באינסוף. כל פעם מביאים קליפה ברדיוס  $r$  ועובי  $dr \ll r$ , המתלבשת בדיוק על שפת הכדור שהולך ונבנה. הראו שמתקבלת אותה תוצאה כמו בסעיף הקודם.

## שאלה 6

- a. שני תיילים ארוכים (אינסופיים) ומקבילים נמצאים במרחק  $d$  זה מזה. אחד טעון בצפיפות מטען אורכית  $\lambda$  והשני טעון בצפיפות מטען אורכית  $-\lambda$ . חשבו את השדה החשמלי בכל המרחב.
- b. חשבו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב. הדרכה: חשבו לכל תייל בנפרד תחילה.
- c. חשבו את הפוטנציאל בסדר מוביל רחוק מאוד מזוג התיילים. מתוך הקירוב המתקבל חשבו את הקירוב המוביל לשדה החשמלי רחוק מאוד מהתיילים.