

12 uždavinys

Taikydami pagrindinę teoremą išspęskite lygtį: $T(n) = 10T\left(\frac{n}{3}\right) + e^{2 \ln n} \ln n$.

$$a = 10, b = 3, f(n) = n^2 \ln n$$

Taikome pirmą pagrindinės teoremos atvejį, tikrindami ar galioje

$$f(n) = n^2 \ln n = O(n^{\log_b a - \epsilon}) = O(n^{\log_3 10 - \epsilon})$$

Iš čia seka, kad turi galioti ir egzistuoti teigiamas ϵ sprendžiant lygtį:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\log_3 10 - \epsilon}}{n^2 \ln n} = \infty$$

Skaičiuojame ribą taikydami Liopitalio taisyklę:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\log_3 10 - \epsilon}}{n^2 \ln n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\log_3 10 - 2 - \epsilon}}{\ln n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^{\log_3 10 - 2 - \epsilon})'}{(\ln n)'} = (\log_3 10 - 2 - \epsilon) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\log_3 10 - 3 - \epsilon}}{\frac{1}{n}} \\ &= (\log_3 10 - 2 - \epsilon) \lim_{n \rightarrow \infty} n^{\log_3 10 - 2 - \epsilon} \end{aligned}$$

Ši riba bus lygi begalybei, kai n laipsnis $\log_3 10 - 2 - \epsilon$ bus teigiamas. Tokiu atveju

$$\log_3 10 - 2 - \epsilon > 0$$

ir

$$0 < \epsilon < \log_3 10 - 2$$

nes $\log_3 10 > 2$

$$\text{Ats.: } T(n) = \Theta(n^{\log_3 10})$$