14 uždavinys

Taikydami pagrindinę teoremą išspęskite lygtį: $T(n) = 2T\left(\frac{2n}{3}\right) + e^{2\ln n}$

$a = 2, b = \frac{3}{2}, f(n) = n^2$

Taikome trečią pagrindinės teoremos atvejį, tikrindami ar galioje

$$f(n) = n^2 = \Omega\left(n^{\log_b a+\epsilon}\right) = \Omega\left(n^{\log_{\frac{3}{2}} 2+\epsilon}\right)$$

Iš čia seka, kad turi galioti ir egzistuoti teigiamas ϵ sprendžiant lygtį:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{\log_{\frac{3}{2}} 2+\epsilon}}{n^2} = 0$$

Skaičiuojame ribą:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{\log_{\frac{3}{2}} 2+\epsilon}}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{2-\log_{\frac{3}{2}} 2-\epsilon}}$$

Ši riba bus lygi 0, kai n laipsnis $2 - \log_{\frac{3}{2}} 2 - \epsilon$ bus teigiams. Tokiu atveju

$$2 - \log_{\frac{3}{2}} 2 - \epsilon > 0$$

ir

$$0 < \epsilon < 2 - \log_{\frac{3}{2}} 2$$

nes $2 > \log_{\frac{3}{2}} 2$.

Pagrindinės teoremos trečiam atvejyje turi galioti reguliarumo sąlyga su teigiama mažesne už 1 konstanta c:

$$a\, f\left(\frac{n}{b}\right) < cf(n)$$

Mūsų atveju $2\left(\frac{n}{\frac{3}{2}}\right)^2 < cn^2$, o $c < \frac{2}{9}$.

Ats.: Kadangi abi sąlygos išpildytos, tai $T(n) = \Theta(n^2)$.