18 uždavinys

Suraskite K1 procedūros apatinį ir viršutinį asimptotinius įvertinimus.

```
int K1( int k)
{
    int sum = 0;
    for (int i = 0; i < k; i++)
    {
        sum += K2(i, k);
    }
    return sum;
}
int K2(int x, int a)
{
    if (x < a) return a;
    return K2(x - 5, a) + 1;
}
```

Sprendimas

Laikykime, kad parametrai $length$, k, x, a yra neneigiami skaičiai, kitais atvejais procedūros gali būti nekorektiškos.

Pažymėkime $K1$ procedūros sudėtingumas $T_1 = T_1(k)$, o $K2$ procedūros sudėtingumas $T_2 = T_2(x, a)$, o c_1– priskyrimo laikas, c_2– `for` operatoriaus laikas, c_3– sudėties/atimties laikas, c_4– `return` operatoriaus darbo laikas, c_5– `if` operatoriaus darbo laikas.

	Laikas	Kartai
`int K1(int k) {`	$T_1(k)$- $K1$ procedūros sudėtingumas	
`    int sum = 0;`	c_1	1
`    for (int i = 0; i < k; i++)`	c_2	$k+1$
`    {`		
`        sum += K2(i, k);`	$\sum_{i=0}^{k-1}\left(c_3 + T_2(i,k)\right)$	

`    }`		
`    return sum;`	c_4	1
`}`		

Gauname, kad

$$T_1(k) = c_2k + \sum_{i=0}^{k-1}\big(c_3 + T_2(i,k)\big) + c_1 + c_2 + c_4 = (c_2 + c_3)k + \sum_{i=0}^{k-1} T_2(i,k) + c_1 + c_2 + c_4$$

`int K2(int x, int a)`	$T_2(x,a)$– $K2$ procedūros sudėtingumas	
`{`		
`    if (x < a) return a;`	$c_5 + (1-\chi)c_4$, čia $\chi = \begin{cases} 0, \text{kai } x < a, \\ 1, \text{kai } x \geq a \end{cases}$	
`    return K2(x - 5, a) + 1;`	$2c_3 + c_4 + T_2(x-5,a)$	χ
`}`		

Gauname, kad

$$T_2(x,a) = \begin{cases} c_4 + c_5, & \text{kai } x < a \\ T_2(x-5,a) + 2c_3 + c_4 + c_5, & \text{kai } x \geq a \end{cases}$$

Randame T_2 sprendinį

$$T_2(x,a) = T_2(x-5,a) + 2c_3 + c_4 + c_5$$

Spręskime naudodami sprendinių medžio metodą. Kadangi yra tik viena šaka tai ($2c_3 + c_4 + c_5 = d$; $c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = c$):

$$d \to d \to d \to \cdots \to (c_4 + c_5)$$

Medžio aukštis h randamas

$$x - 5h = a \Rightarrow h = \left\lceil \frac{x-a}{5} \right\rceil$$

Tokiu atveju

$$T_2(x,a) = \begin{cases} c_4 + c_5, & \text{kai } x < a \\ (2c_3 + c_4 + c_5)\left\lceil \frac{x-a}{5} \right\rceil + (c_4 + c_5), & \text{kai } x \geq a \end{cases}$$

Dabar įvertinsime T_1:

Šiuo atveju visada $i < k$, todėl tiek įverčiai „apačios“ ir „išviršaus“ sutaps:

$$T_1(k) = (c_2 + c_3)k + \sum_{i=0}^{k-1} T_2(i,k) + c_1 + c_2 + c_4 = (c_2 + c_3)k + \sum_{i=0}^{k-1} (c_4 + c_5) + c_1 + c_2 + c_4 = \Theta(k)$$

Ats.:

$$T_1(k) = \Theta(k)$$