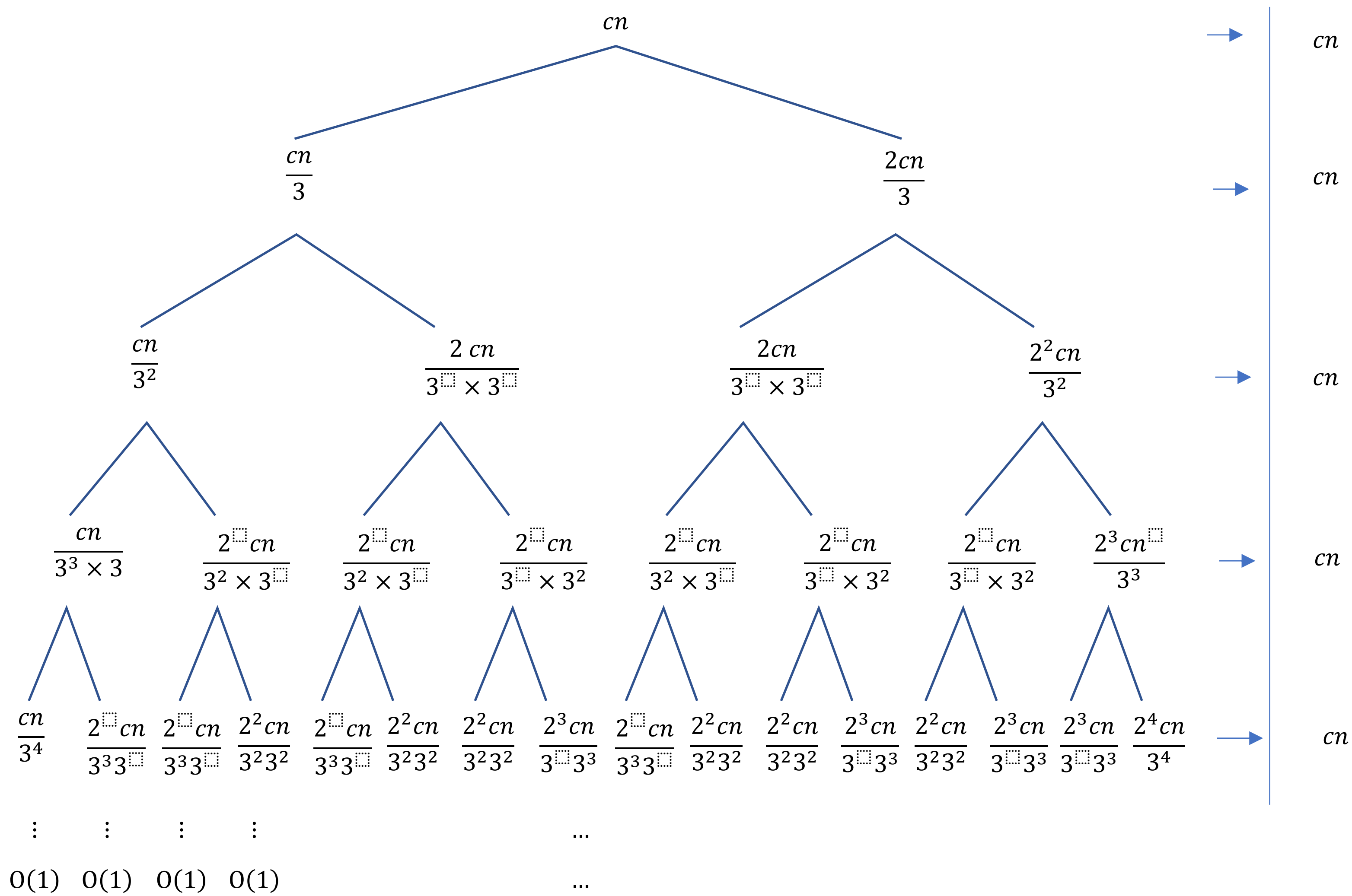
11 uždavinys

Išspręsti lygtį, taikydami sprendinių medžio metodą: $T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{2n}{3}\right) + cn$

Sudarykime sprendinių medį:


cn
cn/3
2cn/3
cn/3²
22cn/3²
cn/(3³ × 3)
2³cn/3³
cn/3⁴
2⁴cn/3⁴
O(1) O(1) O(1) O(1)
...

$$T(n) = \sum_{i=0}^{h} cn \quad = cn \quad (h+1)$$

Sprendinių medžio aukštis h

$$\lfloor \log_3 n \rfloor \le h \le \left\lfloor \log_{\frac{3}{2}} n \right\rfloor$$

$$T(n) = \ cn \quad (h+1) = cn \quad (\lfloor \log_3 n \rfloor + 1) \ge cn \quad \log_3 n = \Omega\big(n \quad \log_3 n\big).$$

$$T(n) = cn \quad (h+1) = cn \quad \left(\left\lfloor \log_{\frac{3}{2}} n \right\rfloor + 1\right) \le \ cn \quad \left(\log_{\frac{3}{2}} n + 1\right) \le cn \quad \left(\log_{\frac{3}{2}} n + \log_{\frac{3}{2}} n\right)$$
$$= \frac{2}{\log_3 \frac{3}{2}} cn \quad \log_3 n = O\big(n \quad \log_3 n\big),$$

čia $\log_{\frac{3}{2}} n > 1$, kai $n \ge 2$.

Ats.: $T(n) = \Theta(n \log_3 n)$