Sprendimus priimančių tinklų koeficientų optimizavimas

Temoje aiškinama:

Sprendimus priimančio tinklo (dirbtinio neuroninio tinklo, DNT) sandara ir pagrindinės sąvokos;

DNT matematinis modelis;

DNT mokymas: mokymo tikslo funkcija ir jos gradientas;

DNT mokymas, minimizuojant tikslo funkciją pagal gradientą;

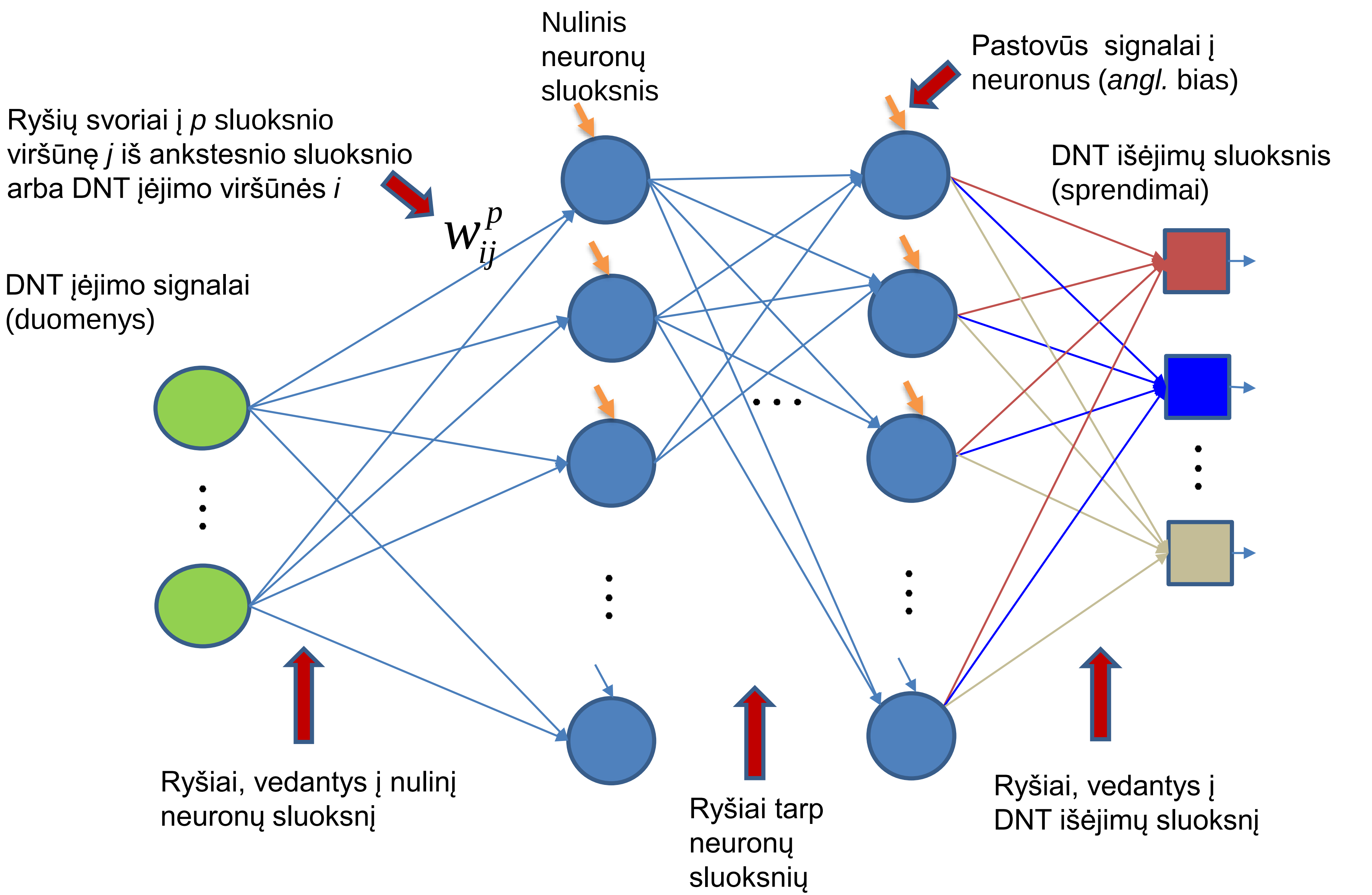
DNT mokymas atgalinio sklidimo metodu;

DNT mokymo pavyzdžiai

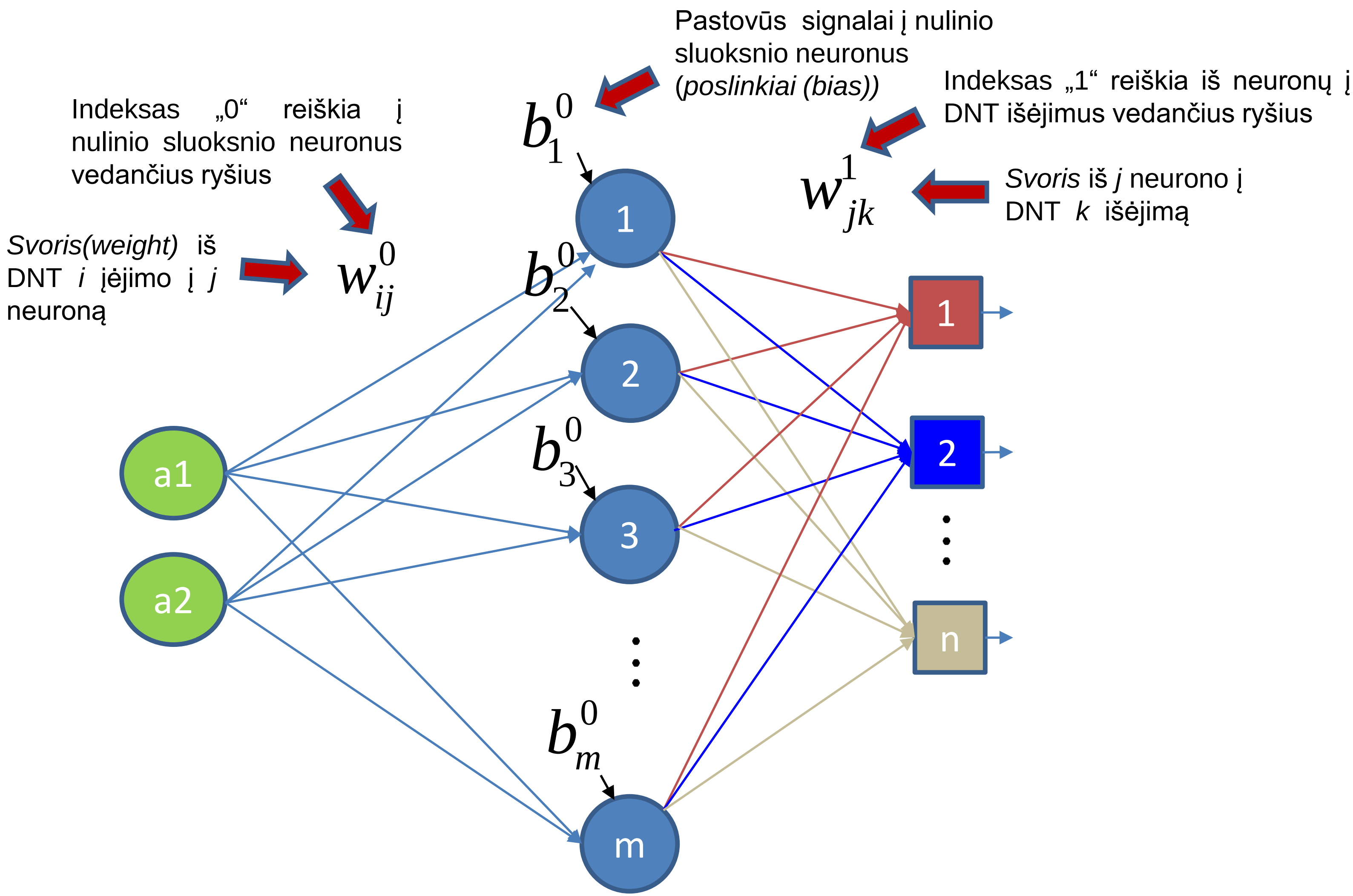
Sprendimus priimančio tinklo (dirbtinio neuroninio tinklo, DNT) sandara ir pagrindinės sąvokos

Sprendimus priimantys tinklai

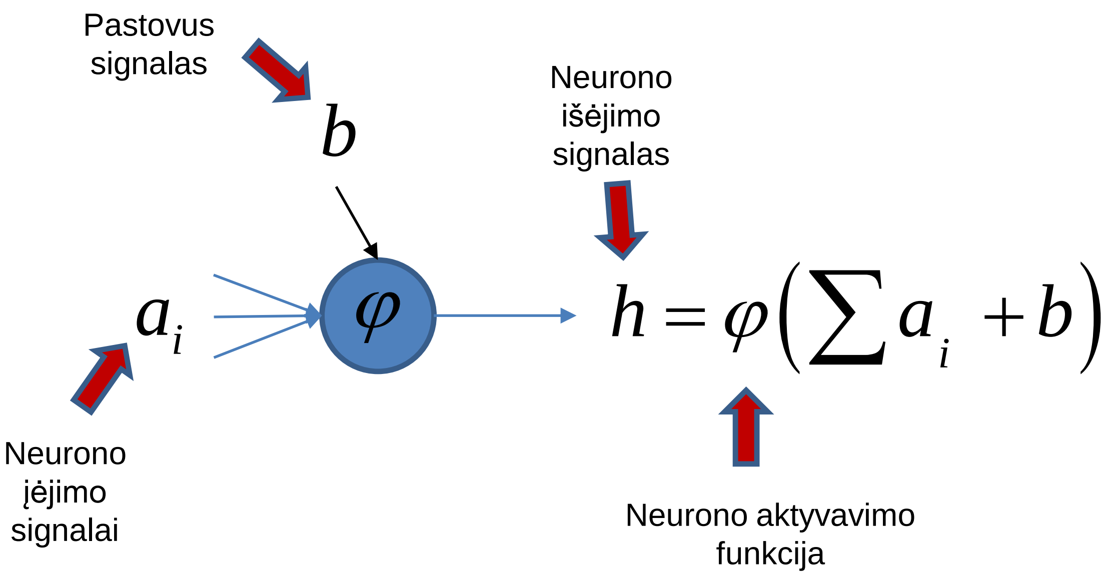
dirbtinis neuroninis tinklas(DNT) **artificial neural network (ANN)**

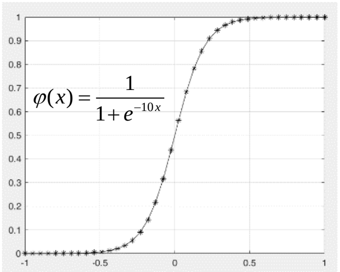


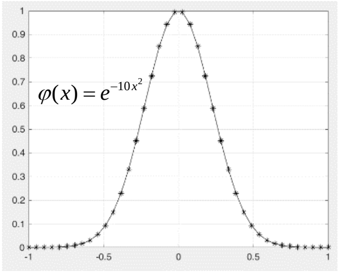
Vieno sluoksnio DNT



Neurono aktyvavimo funkcija







⋮

- **Į kiekviena neuroną patenka įėjimo signalai, padauginti iš svorių, ir pastovus signalas (bias);**
- **Į neuronus patekę signalai pertvarkomi į neurono išėjimo signalą, taikant _neurono aktyvavimo funkciją_**

Svarbiausių DNT sąvokų apibendrinimas

- **DNT pertvarko *DNT įėjimo signalų* vektorių į *DNT išėjimo(sprendimų) signalų* vektorių, perduodamas informaciją tarpneuroniniais ryšiais;**
- **Tarpneuroniniai ryšiai apibūdinami įtakos koeficientais(svoriais), iš kurių padauginami ryšiais perduodami signalai;**
- **Į kiekviena neuroną patenka neurono įėjimo signalai ir pastovus signalas;**
- **Į neuronus patekę signalai pertvarkomi, taikant neurono aktyvavimo funkciją φ ;**
- **Pagal neuronų funkcijų suformuotus signalus, padauginus juos iš atitinkamų ryšių svorių, gaunami DNT išėjimo signalai**

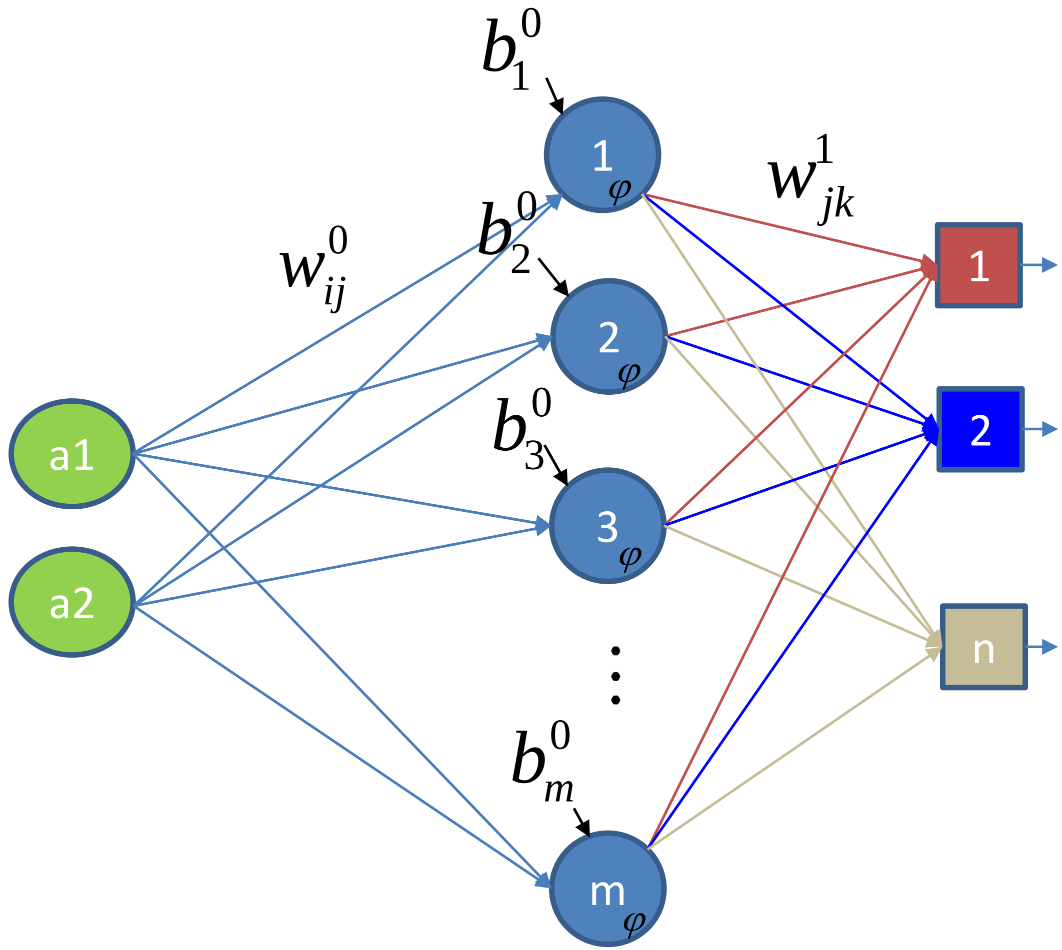
DNT matematinis modelis

DNT matematinis modelis

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right)$$

ta pati skaliarinė funkcija taikoma kiekvienam jos argumento vektoriaus elementui:

$$\varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right) \equiv \begin{Bmatrix} \varphi\left(w_{11}^0 a_1 + w_{12}^0 a_2 + b_1^0 \right) \\ \varphi\left(w_{21}^0 a_1 + w_{22}^0 a_2 + b_2^0 \right) \\ \vdots \\ \varphi\left(w_{m1}^0 a_1 + w_{m2}^0 a_2 + b_m^0 \right) \end{Bmatrix}$$



Jeigu DNT neurono aktyvavimo funkcija būtų tiesinė:

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \bullet \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{A}} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \tilde{\mathbf{b}}$$

- **DNT išėjime gautume tik įėjimų tiesines kombinacijas;**
- **Skirtingų svorių skaičius tebūtų lygus įėjimų ir išėjimų skaičių sandaugai. Pastovių signalų skaičius būtų lygus išėjimų skaičiui. Pavyzdyje pateiktu atveju turėtume tik 9 skaičius, valdančius DNT veikimą, *<u>nepriklausomai nuo neuronų skaičiaus;</u>***
- **Tokio DNT galimybės pertvarkyti įėjimo signalus į racionalius sprendimus būtų labai ribotos;**
- **Praktiškai taikomų DNT *<u>neuronų aktyvavimo funkcijos yra visuomet netiesinės</u>***

DNT mokymas: mokymo tikslo funkcija ir jos gradientas

DNT mokymas (training) (1)

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \quad \varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right)$$

- **DNT pagalba siekiame pavaizduoti tam tikrą realaus pasaulio sistemą, veikiančią pagal *iš anksto nežinomą dėsningumą (algoritmą)*. Galime tik išbandyti sistemą, stebėdami jos išėjimo signalus, esant duotiems įėjimo signalams;**

Uždavinio formuluotė: rasti tokius DNT ryšių svorius w ir pastovius signalus b, kad esant žinomam DNT įėjimo vektoriui $a^{(r)}$, DNT išėjime būtų gaunamas žinomas vektorius $s^{*(r)}$. Poros $a^{(r)}$, $s^{*(r)}$, k=1,2,... vadinamos *mokymo aibe;*

- **Jeigu mokymo aibės galia nemaža, *tikimasi*, kad DNT užtikrins įėjimo signalų pertvarkymo į išėjimus dėsningumą, neblogai atitinkantį tiriamos realios sistemos veikimą;**

- **Jeigu sistemos veikimo dėsningumo pavaizdavimas DNT pagalba bus sėkmingas, *tikimasi*, kad toks DNT pateiks teisingus (t.y. realią sistemą atitinkančius) išėjimus esant bet kokioms mokymo aibei nepriklausančioms įėjimų reikšmėms**

DNT mokymas (2)

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \quad \varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right)$$

Sukurti DNT, gerai atitinkantį realiai sistemai, nėra lengva:

1) **Įėjimų ir išėjimų skaičius dažniausiai būna žinomas pagal vaizduojamos realios sistemos pobūdį;**
2) **Empiriškai (t.y. iš patirties, bandydami) parenkame DNT struktūrą - neuronų skaičių, sluoksnių skaičių, neuronų aktyvavimo funkciją;**
3) **DNT svorius *w* ir pastovius signalus *b* nustatome _gradientiniais optimizavimo metodais_, minimizuodami suformuotą _tikslo funkciją_;**
4) **Tikslo funkcijos matematinė išraiška turi nustatyti, kiek duotai mokymo įėjimo aibei $a^{(r)}$ atitinkantys DNT išėjimo signalai $s^{(r)}$ yra artimi mokymo aibėje duotiems $s^{*(r)}$;**

DNT mokymo tikslo funkcija ir jos gradientas (1)

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right);$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{W}^1 \varphi\left(\mathbf{W}^0 \mathbf{a} + \mathbf{b}^0\right)$$

$$\left(\mathbf{a}^r, \mathbf{s}^{*r}\right)$$

Mokymo aibė

$$\left\{ \left.\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{b}^0}\right|^r a_l^r \right\}$$

$$\mathbf{s}^r = \mathbf{W}^1 \varphi\left(\mathbf{W}^0 \mathbf{a}^r + \mathbf{b}^0\right)$$

Esant įėjimams $\mathbf{a}^r$, gauti DNT išėjimai turi būti galimai artimesni mokymo aibėje duotiems išėjimams $\mathbf{s}^{*r}$

$$\min_{w_{ij}^1, w_{jk}^0, b_j^0} \Psi = \frac{1}{2} \sum_r \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right)^T \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right)$$

DNT mokymo tikslo funkcija ir jos gradientas (2)

Apskaičiuojant gradientą, reikalingos neuronų aktyvavimo funkcijų išvestinės. Kai aktyvavimo funkcijos parenkamos, panaudojant eksponentes, išvestinių išraiškos gaunamos nesudėtingos. Jos gali būti išreiškiamos per pačią funkciją

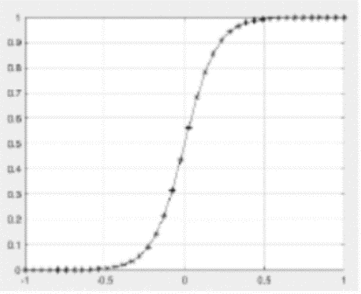
$$\varphi(x)=\frac{1}{1+e^{-x}};\ \frac{\partial\varphi}{\partial x}=-\frac{-e^{-x}}{\left(1+e^{-x}\right)^2}=\frac{1}{1+e^{-x}}\left(\frac{1+e^{-x}}{1+e^{-x}}-\frac{1}{1+e^{-x}}\right)=\varphi(x)\left(1-\varphi(x)\right);$$

$$\varphi(x)=\frac{1}{1+ae^{-cx}};\ \frac{\partial\varphi}{\partial x}=-\frac{-ace^{-cx}}{\left(1+ae^{-cx}\right)^2}=c\frac{1}{1+ae^{-cx}}\left(\frac{1+ae^{-cx}}{1+ae^{-cx}}-\frac{1}{1+ae^{-cx}}\right)=c\varphi(x)\left(1-\varphi(x)\right);$$

$$\varphi(x)=e^{-cx^2};\ \frac{\partial\varphi}{\partial x}=-2cxe^{-cx^2}=-2cx\varphi(x)$$

Toliau šioje paskaitoje naudosime tik „sigmoidines“ neuronų aktyvavimo funkcijas pavidalo

$$\varphi(x)=\frac{1}{1+ae^{-cx}};\ \frac{\partial\varphi}{\partial x}=c\varphi(x)\left(1-\varphi(x)\right)$$



DNT mokymo tikslo funkcija ir jos gradientas (3)

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \quad \varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right);$$

$$\min_{w_{ij}^1, w_{jk}^0, b_j^0} \Psi = \frac{1}{2} \sum_r \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)$$

Optimizuojama, priešinga gradientui kryptimi keičiant visus DNT svorius ir pastovius neuronų signalus

Gradiento komponentes patogu sugrupuoti tokia tvarka, kokia DNT matematiniame modelyje pateikiami DNT svoriai (jie yra optimizavimo kintamieji)

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{W}^1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial w_{11}^1} & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{12}^1} & \cdots & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{1m}^1} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial w_{21}^1} & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{22}^1} & \cdots & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{2m}^1} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial w_{31}^1} & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{32}^1} & \cdots & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{3m}^1} \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{W}^0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial w_{11}^0} & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{12}^0} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial w_{21}^0} & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{22}^0} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Psi}{\partial w_{m1}^0} & \frac{\partial \Psi}{\partial w_{m2}^0} \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{b}^0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial b_1^0} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial b_2^0} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Psi}{\partial b_m^0} \end{pmatrix}$$

DNT mokymo tikslo funkcijos gradiento formulės

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & \cdots & w_{2m}^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & \cdots & w_{3m}^1 \end{bmatrix} \varphi\left(\begin{bmatrix} w_{11}^0 & w_{12}^0 \\ w_{21}^0 & w_{22}^0 \\ \vdots & \vdots \\ w_{m1}^0 & w_{m2}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_m^0 \end{pmatrix} \right);$$

Matricų daugyba panariui

$$\min_{w_{ij}^1, w_{jk}^0, b_j^0} \Psi = \frac{1}{2} \sum_r \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)$$

$$\mathbf{g}^r = \mathbf{W}^0 \mathbf{a}^r + \mathbf{b}^0; \quad \mathbf{h}^r = \varphi\left(\mathbf{g}^r\right); \quad \mathbf{s}^r = \mathbf{W}^1 \bullet \mathbf{h}^r; \; \hat{\mathbf{h}}^r = c\mathbf{h}^r \odot \left(1 - \mathbf{h}^r\right) = \begin{Bmatrix} h_1^r \left(1 - h_1^r\right) \\ h_2^r \left(1 - h_2^r\right) \\ \vdots \\ h_m^r \left(1 - h_m^r\right) \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial w_{ij}^1} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{s}^r} \frac{\partial \mathbf{s}^r}{\partial w_{ij}^1} = \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \left[\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} & j & & \end{array} \\ \begin{array}{c} i \\ \\ \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right] \mathbf{h}^r = \sum_r \left(s_i^r - s_i^{*r} \right) h_j^r$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial b_k^0} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{s}^r} \frac{\partial \mathbf{s}^r}{\partial b_k^0} = \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \bullet \mathbf{W}^1 \bullet \frac{\partial \mathbf{h}^r}{\partial \mathbf{g}} \odot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial b_k^0} = \sum_r \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \bullet \mathbf{W}^1 \bullet \left[\hat{\mathbf{h}}^r \odot \left(\begin{array}{c c} \begin{array}{c} \\ k \\ \\ \end{array} & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \right) \right] = c \sum_r \left(\left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \bullet \mathbf{W}_{:,k}^1 \right) \bullet h_k^r (1 - h_k^r)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial w_{kl}^0} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{s}^r} \frac{\partial \mathbf{s}^r}{\partial w_{kl}^0} = \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \bullet \mathbf{W}^1 \bullet \frac{\partial \mathbf{h}^r}{\partial \mathbf{g}} \odot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial w_{kl}^0} = \sum_r \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \bullet \mathbf{W}^1 \bullet \left[\hat{\mathbf{h}}^r \odot \left(\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} & l \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ k \\ \\ \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right) \right] = c \sum_r \left(\left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r} \right)^T \bullet \mathbf{W}_{:,k}^1 \right) \bullet h_k^r (1 - h_k^r) a_l^r$$

DNT mokymo tikslo funkcijos gradiento formulės, užrašytos matricomis

$$\frac{\partial\Psi}{\partial w_{ij}^{1}} = \frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{s}^{r}}\frac{\partial \mathbf{s}^{r}}{\partial w_{ij}^{1}} = \sum_{r}\left(s_i^r - s_i^{*r}\right)h_j^r$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{W}^{1}} = \sum_{r}\left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right)^T \bullet \mathbf{h}^r$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial b_{k}^{0}} = \frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{s}^{r}}\frac{\partial \mathbf{s}^{r}}{\partial b_{k}^{0}} = c\sum_{r}\left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right)^T \bullet \mathbf{W}_{:,k}^{1} \bullet h_k^r(1-h_k^r)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{b}^{0}} = \sum_{r}\left(\left(\mathbf{W}^{1}\right)^{T}\left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right)\odot\hat{\mathbf{h}}^r\right)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial w_{kl}^{0}} = \frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{s}^{r}}\frac{\partial \mathbf{s}^{r}}{\partial w_{kl}^{0}} = c\sum_{r}\left(\left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right)^T \bullet \mathbf{W}_{:,k}^{1}\right)\bullet h_k^r(1-h_k^r)a_l^r$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{W}^{0}} = \sum_{r}\left[\left\{\left.\frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{b}^{0}}\right|^{r} a_1^r\right\}, \quad \left\{\left.\frac{\partial\Psi}{\partial \mathbf{b}^{0}}\right|^{r} a_2^r\right\}\right]$$

DNT mokymas *atgalinio sklidimo (backpropagation)* metodu

- Pastebėta, kad pagal gradientą atnaujinant tuo pat metu visus DNT svorius ir pastovius signalus, tikslo funkcijos minimumo paieška trunka labai ilgai. Gradiento reikšmės pagal skirtingas DNT ryšių svorių grupes būna labai skirtingos, todėl bet kuris parinktas žingsnio dydis negali būti tinkamas visiems svoriams tuo pačiu metu;
- Racionaliau kiekvieną DNT svorių atnaujinimo žingsnį skaidyti į keletą etapų, kiekvieno iš kurių metu atnaujinamos tik vienos svorių grupės reikšmės;
- Apskaičiuojant sekančiai svorių grupei atitinkantį gradientą, imamos prieš tai buvusiuose etapuose jau atnaujintos kitų svorių grupių reikšmės;
- Svorių grupių reikšmių atnaujinimo tvarka yra tokia:
  - atnaujinamos iš neuronų į DNT išėjimus vedančių ryšių svorių reikšmės;
  - atnaujinamos pastovių signalų į nulinio sluoksnio neuronus reikšmės;
  - atnaujinamos iš DNT įėjimų į nulinio sluoksnio neuronus vedančių ryšių svorių reikšmės
- Iš čia kilo „atgalinio sklidimo“ (backpropagation) pavadinimas. Svorių grupių reikšmės atnaujinamos, pradedant nuo DNT išėjmo ir baigiant DNT įėjimo ryšių svoriais

DNT mokymo *atgalinio sklidimo (backpropagation)* algoritmas

- Pirmuoju etapu apskaičiuojamas tikslo funkcijos gradientas pagal svorius $\mathbf{W}^1$ ir atnaujinamos jų reikšmės

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{W}^1} = \sum_r \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right) \bullet \mathbf{h}^r, \qquad \mathbf{W}^1 = \mathbf{W}^1 - \Delta w^1 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{W}^1}$$

- Pagal DNT matematinio modelio formulę iš naujo apskaičiuojami DNT išėjimai

$$\mathbf{s}^r = \mathbf{W}^1 \varphi\left(\mathbf{W}^0 \mathbf{a}^r + \mathbf{b}^0\right)$$

panaudojant pirmajame etape jau atnaujintas $\mathbf{W}^1$ reikšmes. Apskaičiuojamas gradientas pagal svorius $\mathbf{b}^0$ ir atnaujinamos jų reikšmės

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{b}^0} = \left(\mathbf{W}^1\right)^T \sum_r \left(\mathbf{s}^r - \mathbf{s}^{*r}\right) \odot \hat{\mathbf{h}}^r, \qquad \mathbf{b}^0 = \mathbf{b}^0 - \Delta \mathrm{b}^0 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{b}^0}$$

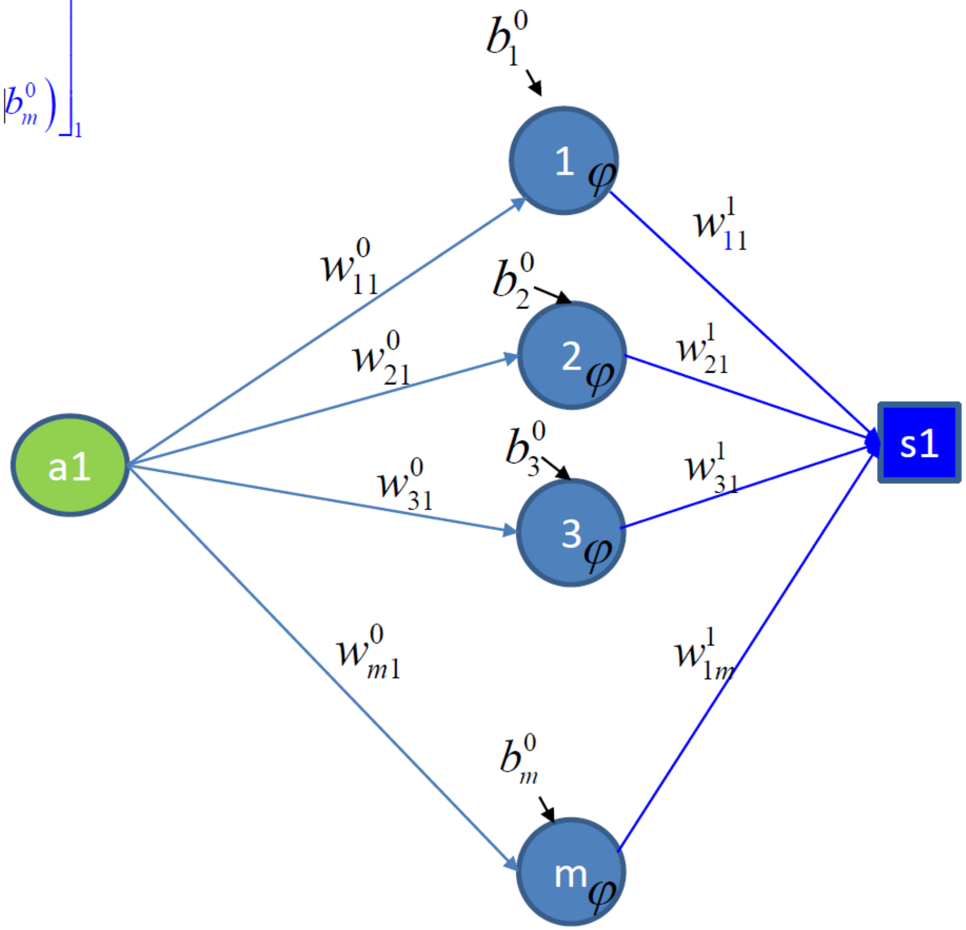
- Pagal DNT matematinio modelio formulę iš naujo apskaičiuojami išėjimai $\mathbf{s}^r$ panaudojant ankstesniuose etapuose jau atnaujintus $\mathbf{W}^1$ ir $\mathbf{b}^0$ reikšmes. Apskaičiuojamas gradientas pagal svorius $\mathbf{W}^0$ ir atnaujinamos jų reikšmės:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{W}^0} = \sum_r \left[\left\{ \left.\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{b}^0}\right|^r a_1^r \right\}, \left\{ \left.\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{b}^0}\right|^r a_2^r \right\} \right], \qquad \mathbf{W}^0 = \mathbf{W}^0 - \Delta \mathrm{w}^0 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{W}^0}$$

DNT pavyzdys

Vieno įėjimo ir vieno išėjimo DNT

$$s_1 = \begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & \cdots & w_{1m}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi\left(aw_{11}^0 + b_1^0\right) \\ \varphi\left(aw_{21}^0 + b_2^0\right) \\ \vdots \\ \varphi\left(aw_{m1}^0 + b_m^0\right) \end{bmatrix}_1$$

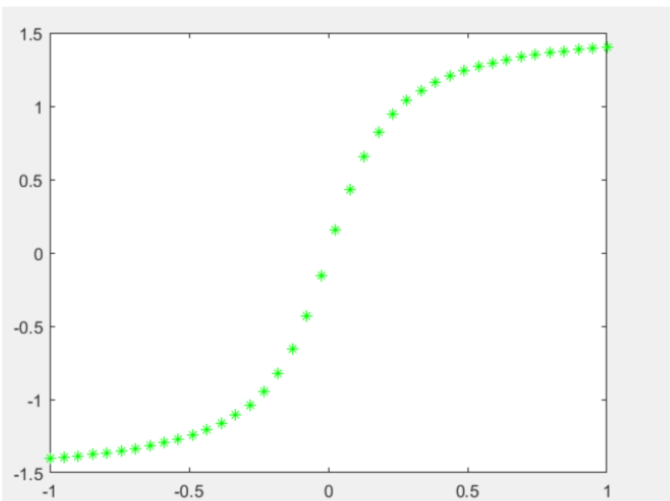


DNT pavyzdys 1

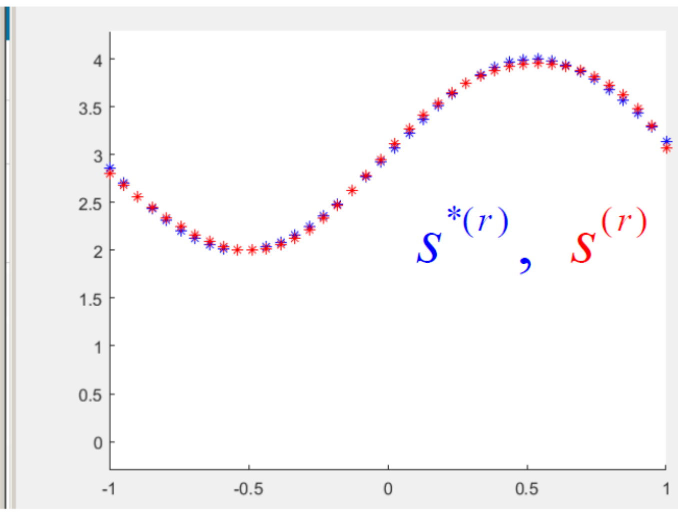
SMA_6_10_DNT_1i_1o.m

Apmokysime DNT suformuoti atsaką pagal tam tikrą parinktą matematinę funkciją f . DNT „nežino“ kokia tai funkcija, tačiau privalo galimai geriau atkurti jos reikšmes, optimizuodamas DNT svorius pagal mokymo aibę.

Suformuojama apmokymo aibė $s^{*(k)} = f(a^{(k)})$



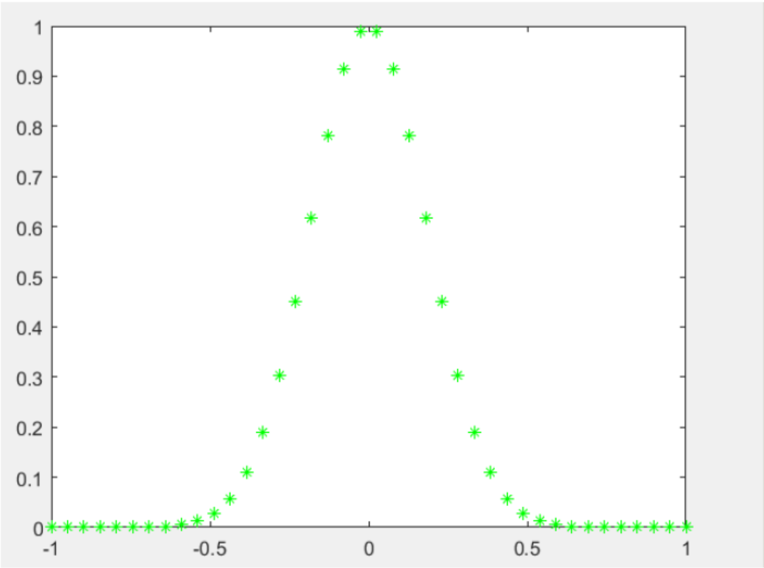
Neurono aktyvavimo funkcija

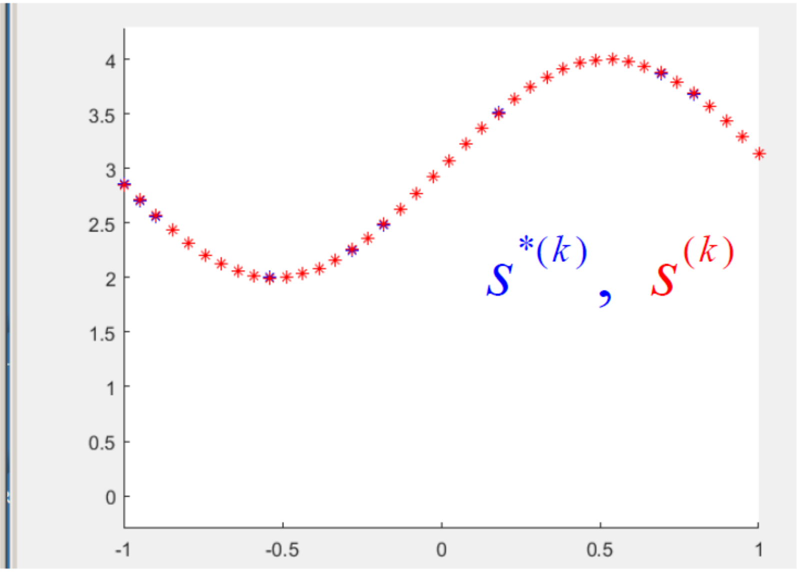


Apmokymo funkcija
sin(3*a)+3
ir DNT atsakas, esant apmokymo įėjimams

W1 =	3.6296	2.0910	2.0910	1.7823	1.7823
W0 =	-0.7763	-0.1716	-0.1716	0.3063	0.3063
B0 =	1.0245	-0.1267	-0.1267	0.0300	0.0300

DNT pavyzdys 1



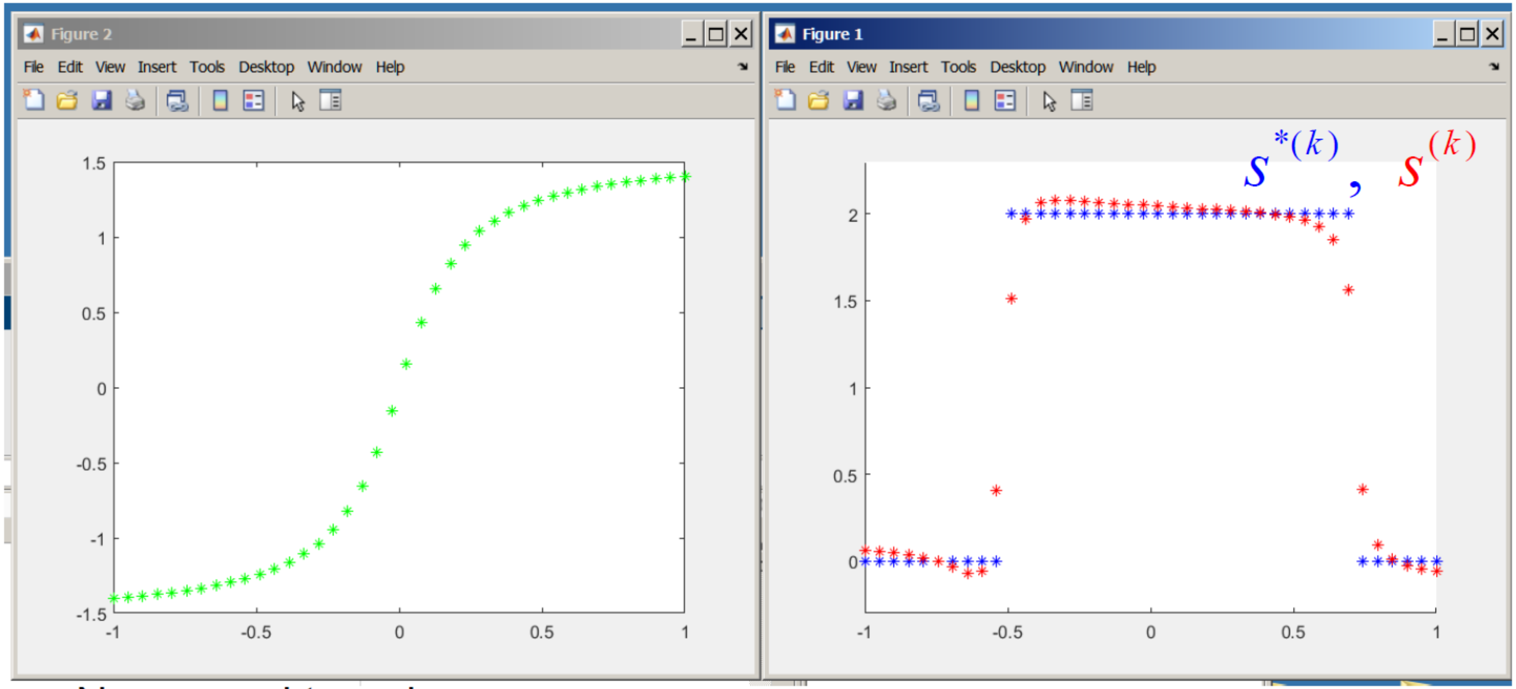


Neurono aktyvavimo funkcija

Apmokanti funkcija
sin(3*a)+3
ir DNT atsakas, esant apmokymo įėjimams

W1 =	1.1321	1.1521	1.1521	1.4440	1.4440
W0 =	0.0067	-0.4211	-0.4211	0.3246	0.3246
B0 =	-0.0365	-0.5666	-0.5666	-0.1701	-0.1701

DNT pavyzdys 1



Neurono aktyvavimo funkcija

Apmokanti funkcija
sign(3*(a+0.5))-sign(2*(a-0.7))
ir DNT atsakas, esant apmokymo įėjimams

W1 =	4.6664	-0.3433	-0.3433	-2.0316	-2.0316
W0 =	2.7534	7.2318	7.2318	2.1964	2.1964
B0 =	1.4335	-5.2028	-5.2028	1.1545	1.1545

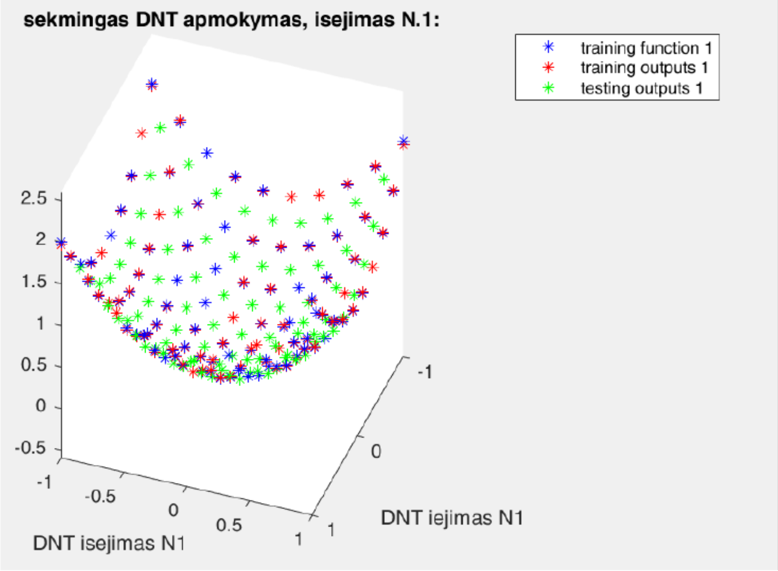
DNT pavyzdys 2

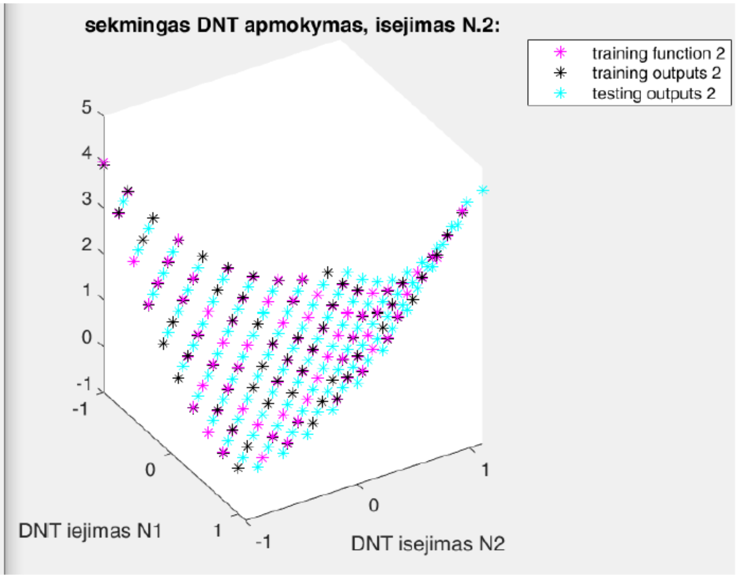
SMA_6_10_DNT_2i_2o.m

Apmokysime DNT suformuoti atsaką pagal parinktas dvi funkcijas f1 ir f2 . Funkcijų reikšmės gaunamos 1-ame or 2-ame DNT išėjimuose. DNT „nežino“ kokios tai funkcijos, tačiau privalo galimai geriau atkurti jų reikšmes, optimizuodamas DNT svorius pagal mokymo aibę.

Apmokymo funkcijos:

F1=x1^2+x2^2; F2=(x1+x2)^2



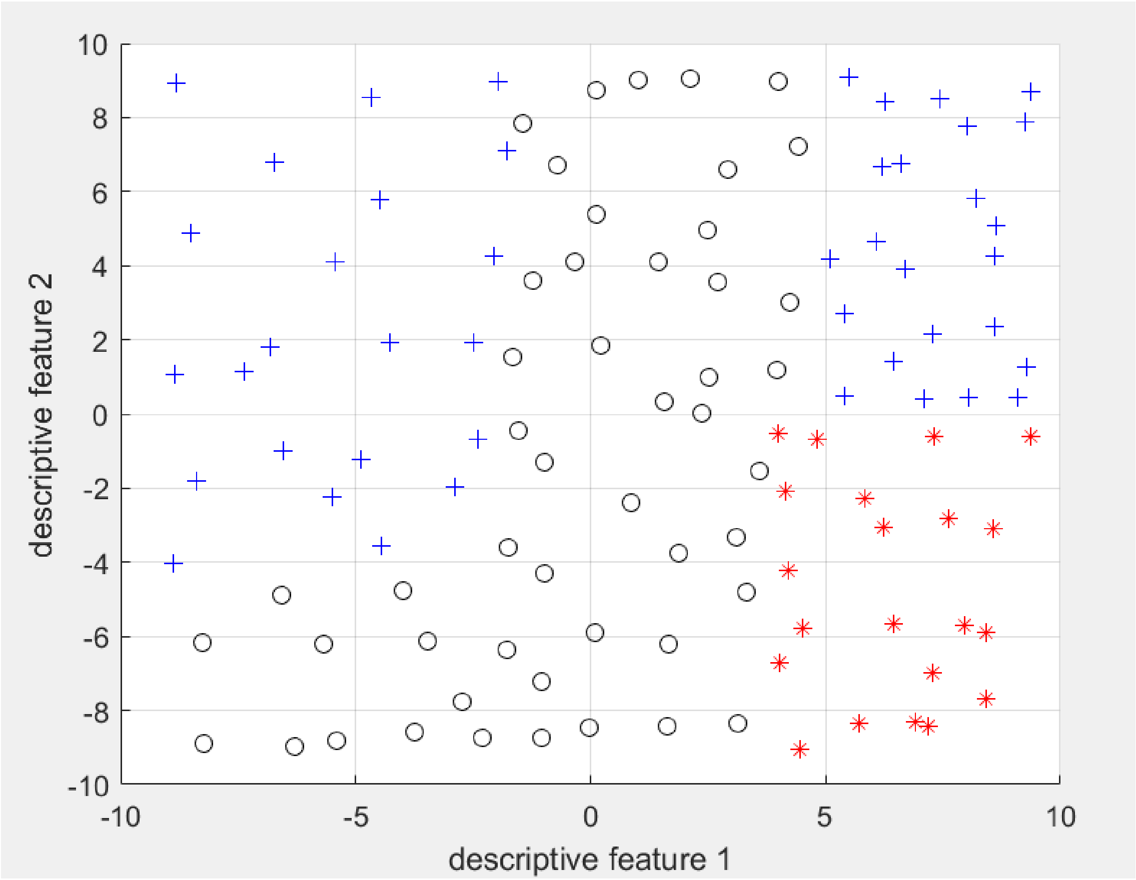


DNT atsakas išėjime N1, esant apmokymo ir testavimo įėjimams

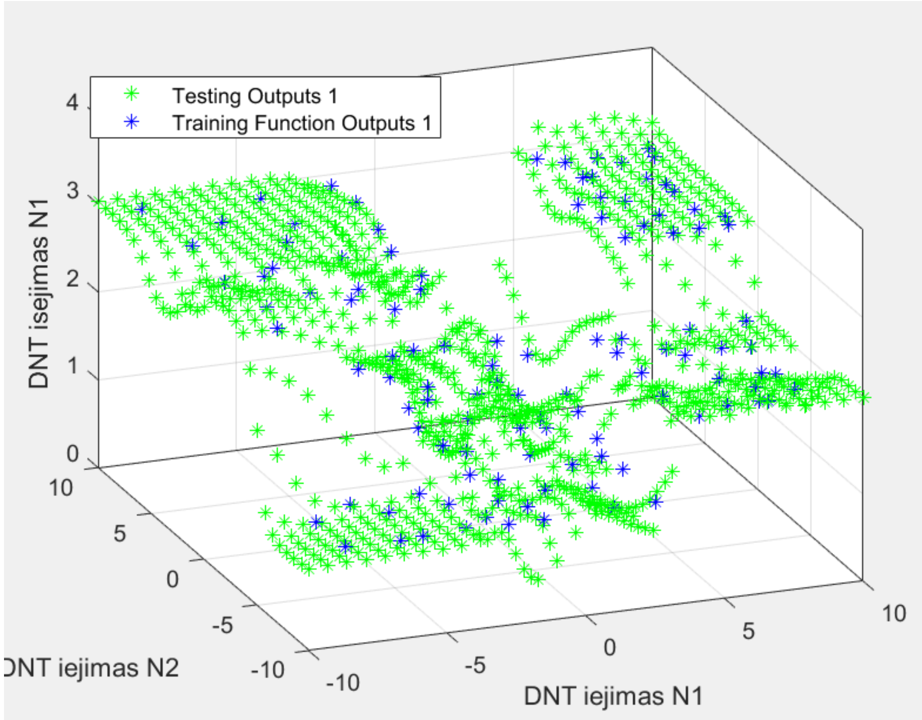
DNT atsakas išėjime N2, esant apmokymo ir testavimo įėjimams

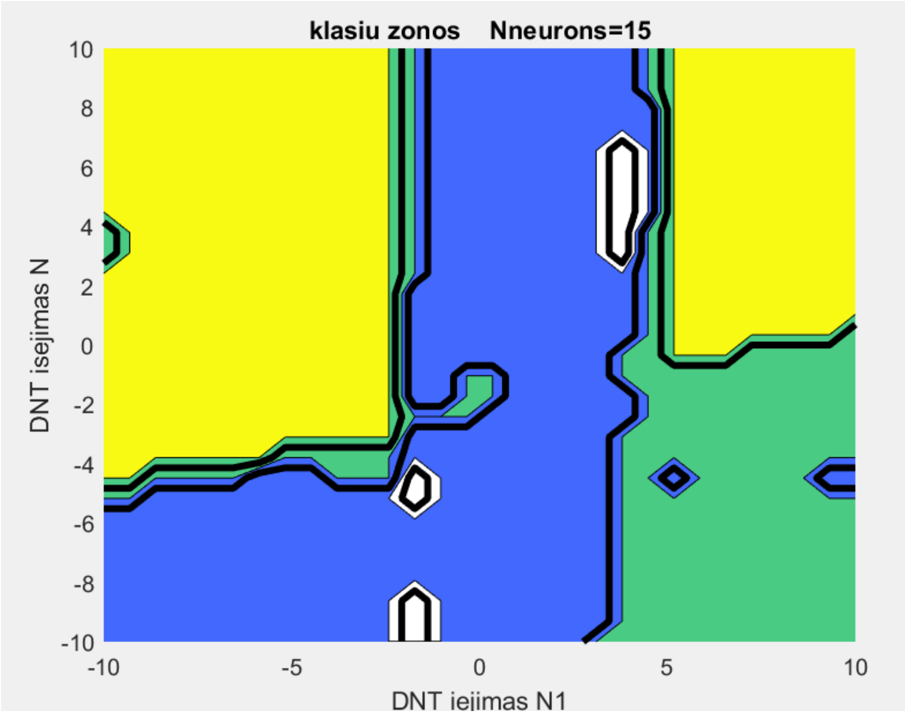
DNT pavyzdys 3 – klasifikavimas(1)

SMA_6_13_DNT_2i_1o_Classification.m



DNT pavyzdys 3 – klasifikavimas(2)





SMA_06_2_ Klausimai savikontrolei:

1. Paaiškinkite dirbtinio neuroninio tinklo sandarą;
2. Kas yra neurono aktyvavimo funkcija;
3. Paaiškinkite koeficientų matricas DNT matematiniame modelyje;
4. Kuo ypatingas atvejis, kai neurono aktyvavimo funkcija yra tiesinė;
5. Ką reiškia DNT mokymas;
6. Paaiškinkite DNT mokymo tikslo funkcijos išraišką;
7. Paaiškinkite DNT mokymo tikslo funkcijos gradiento išraiškoje naudojamus matricas ir vektorius;
8. Kuo skiriasi DNT mokymo algoritmas pagal gradientą ir atgalinio sklidimo metodu;
9. Kodėl atgalinio sklidimo algoritmu DNT apmokomas greičiau