

### Reikalavimai ataskaitoms:

1. Ataskaitos keliamos į Moodle iki gynimo dienos.
2. Ataskaitoje pateikiama:
  - a. užduotis;
  - b. teorinė dalis: naudotų algoritmų aprašymas, pseudo kodai arba programinio kodo fragmentai realizuojantys konkretų algoritmą;
  - c. atliktų užduočių rezultatai, komentarai ir darbo apibendrinimas.
  - d. programos, realizuojančios užduotis, aprašymas (pateikiamas kaip priedas. Galima įtraukti flowchart diagramas, aprašyti kaip pateikiami išvedami duomenys, vartotojo vadovą).

### 1 Bendroji sąlyga.

1. Žemiau pateikti uždaviniai paprastųjų diferencialinių lygčių sistemų sprendimui. Remdamiesi tame pačiame faile pateiktų fizikinių dėsnių aprašymais, nurodytam variantui sudarykite diferencialinę lygtį arba lygčių sistemą. Lygties ar lygčių sistemos sudarymą paaiškinkite ataskaitoje.
2. Diferencialinę lygtį (arba lygčių sistemą) išspręskite Eulerio ir IV eilės Rungės ir Kutos metodais.
3. Keisdami metodo žingsnį įsitikinkite, kad gavote tikslų sprendinį. Atsakykite į uždavinyje pateiktus klausimus. Tuo pačiu metodu naudojant skirtingus žingsnius gautus sprendinius pavaizduokite viename grafike. Palyginkite metodus tikslumo prasme.
4. Keisdami metodo žingsnį nustatykite didžiausią žingsnį, su kuriuo metodas išlieka stabilus. Tuo pačiu metodu naudojant skirtingus žingsnius gautus sprendinius pavaizduokite viename grafike. Palyginkite metodus stabilumo prasme.
5. Patikrinkite gautą sprendinį su MATLAB standartine funkcija ode45, Python scipy.integrate bibliotekos funkcija solve\_ivp ar kitais išoriniais šaltiniais. Tame pačiame grafike turi būti pateikti realizacijose ir naudojant išorinius šaltinius gauti sprendiniai.

### 2 Niutono dinamikos dėsniai

Judančio kūno matematiniam modelyje taikomi Niutono dėsniai.

Pirmasis Niutono dėsnis teigia, kad egzistuoja tokios atskaitos sistemos, kurių atžvilgiu kūnai juda tiesiai ir tolygiai arba yra rimties būsenoje, kai jų neveikia kiti kūnai (kai kūną veikiančių jėgų suma lygi nuliui).

Antrasis Niutono dėsnis teigia, kad pagreitis  $\vec{a}$ , kuriuo juda kūnas yra tiesiogiai proporcingas kūną veikiančiai jėgai  $\vec{F}$  ir atvirkščiai proporcingas to kūno masei  $m$ .

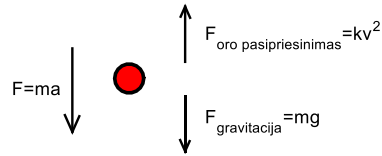
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Žinome, kad greitis yra pirmoji kelio funkcijos  $s(t)$  išvestinė, o pagreitis – pirmoji greičio funkcijos  $v(t)$  išvestinė (antroji kelio funkcijos  $s(t)$  išvestinė), t.y.  $\frac{ds}{dt} = v$ ,  $\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a$ .

Uždaviniuose naudokite laisvojo kritimo pagreitį  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

*Uždavinio pavyzdys.*

$m_1$  kg masės parašiutininkas iššoka iš lėktuvo (įrangos masė nevertinama). Pasiekęs  $h_0$  m aukštį parašiutininkas išskleidžia parašiutą. Tuo metu jo greitis lygus  $v_0$  m/s. Oro pasipriešinimo jėga proporcinga greičio kvadratui, o proporcingumo koeficientas lygus  $k$  kg/m. Raskite, kaip kinta parašiutininko greitis.



1 pav. Kūną veikiančių jėgų schema.

Remiantis Niutono dėsniais sudaroma lygtis:

$$F = F_{\text{gravitacija}} - F_{\text{oro pasipriesinimas}}$$

Po pertvarkymų sprendžiama diferencialinė lygtis:  $\frac{dv}{dt} = \frac{mg - kv^2}{m}$

### 3 Uždavinys variantams 1-10

Sujungti  $m_1$  ir  $m_2$  masių objektai iššaujami vertikalčiai į viršų pradiniu greičiu  $v_0$ . Oro pasipriešinimo koeficientas sujungtiems kūnams lygus  $k_s$ . Praėjus laikui  $t_s$ , objektai pradeda judėti atskirai. Oro pasipriešinimo koeficientai atskirai judantiems objektams atitinkamai yra  $k_1$  ir  $k_2$ . Oro pasipriešinimas proporcingas objekto greičio kvadratui. Raskite, kaip kinta objektų greičiai nuo 0 s iki  $t_{max}$ . Kada kiekvienas objektas pasieks aukščiausią tašką ir pradės leistis?

1 Lentelė. Uždavinyje naudojami dydžiai.

Varianto numeris	$m_1$ , kg	$m_2$ , kg	$v_0$ , m/s	$k_s$ , kg/m	$t_s$ , s	$k_1$ , kg/m	$k_2$ , kg/m	$t_{max}$ , s
1	0,2	0,4	80	0,015	1	0,02	0,005	15
2	0,15	0,2	70	0,01	2	0,05	0,001	10
3	0,07	0,2	50	0,015	3	0,05	0,01	10
4	0,5	0,25	100	0,002	2	0,02	0,04	15
5	0,6	0,2	200	0,01	2	0,02	0,015	15
6	0,1	0,5	60	0,01	1	0,01	0,005	10
7	0,3	0,3	60	0,005	2	0,05	0,01	10
8	0,05	0,3	100	0,01	3	0,05	0,01	10
9	0,4	0,8	50	0,001	2	0,02	0,02	10
10	0,8	0,8	200	0,01	2	0,02	0,005	15

### 4 Uždavinys variantams 11-20

$m_1$  masės parašiutininkas su  $m_2$  masės įranga iššoka iš lėktuvo, kuris skrenda aukštyje  $h_0$ . Po  $t_g$  laisvo kritimo parašius išskleidžiamas. Oro pasipriešinimo koeficientas laisvo kritimo metu lygus  $k_1$ , o išskleidus parašius –  $k_2$ . Taria, kad paliekant lėktuvą parašiutininko greitis lygus 0 m/s, o oro pasipriešinimas proporcingas parašiutininko greičio kvadratui. Raskite, kaip kinta parašiutininko greitis nuo 0 s iki nusileidimo. Kada ir koku greičiu parašiutininkas pasiekia žemę? Kokiam aukštyje išskleidžiamas parašius?

2 Lentelė. Uždavinyje naudojami dydžiai.

Varianto numeris	$m_1$ , kg	$m_2$ , kg	$h_0$ , m	$t_g$ , s	$k_1$ , kg/m	$k_2$ , kg/m
11	100	15	3000	40	0,5	10
12	70	15	4000	40	0,1	5
13	50	15	3500	35	0,1	7
14	125	25	2000	20	0,5	10
15	120	10	2800	25	0,25	10
16	90	15	3500	40	0,5	3
17	85	10	2500	35	0,2	10
18	60	15	3500	25	0,1	7
19	75	10	2200	30	0,3	10
20	120	15	2800	35	0,15	10

**5 Uždavinys variantams 21-30**

$m$  masės sviedinys iššaunamas vertikaliai į viršų pradiniu greičiu  $v_0$  iš aukščio  $h_0$ . Žinoma, kad oro pasipriešinimas proporcingas sviedinio greičio kvadratui, o proporcingumo koeficientas lygus  $k_1$ , kai sviedinys kyla, ir  $k_2$ , kai sviedinys leidžiasi. Kokį maksimalų aukštį ir kada pasieks sviedinys? Kada sviedinys nusileis ant žemės?

3 Lentelė. Uždavinyje naudojami dydžiai.

Varianto numeris	$m$ , kg	$v_0$ , m/s	$h_0$ , m	$k_1$ , kg/m	$k_2$ , kg/m
21	0,5	50	30	0,015	0,05
22	10	100	30	0,05	0,01
23	2	60	15	0,1	0,5
24	0,2	50	100	0,01	0,005
25	5	80	5	0,15	0,6
26	0,5	80	20	0,1	0,4
27	10	100	100	0,01	0,05
28	3	60	50	0,1	0,4
29	1	100	30	0,2	0,5
30	0,5	70	100	0,005	0,02