

Funkcijų interpoliavimas:

Interpoliavimas daugianariais

Temoje aiškinama:

- **Interpoliavimo uždavinio formuluotė ir taikymo sritys;**
- Interpoliavimas daugianariais vienanarių bazėje. Hemingo metodas;
- **Interpoliavimas Lagranžo bazėje;**
- Čiobyševo interpoliavimas: „mažiausiai banguotas“ daugianaris;
- **Erdvėje duotos taškų sekos interpoliavimas. Parametrinis funkcijos vaizdavimas**

Interpoliavimo uždavinio formuluotė ir taikymo sritys

Funkcijų interpoliavimas. **Uždavinio** **formuluotė**

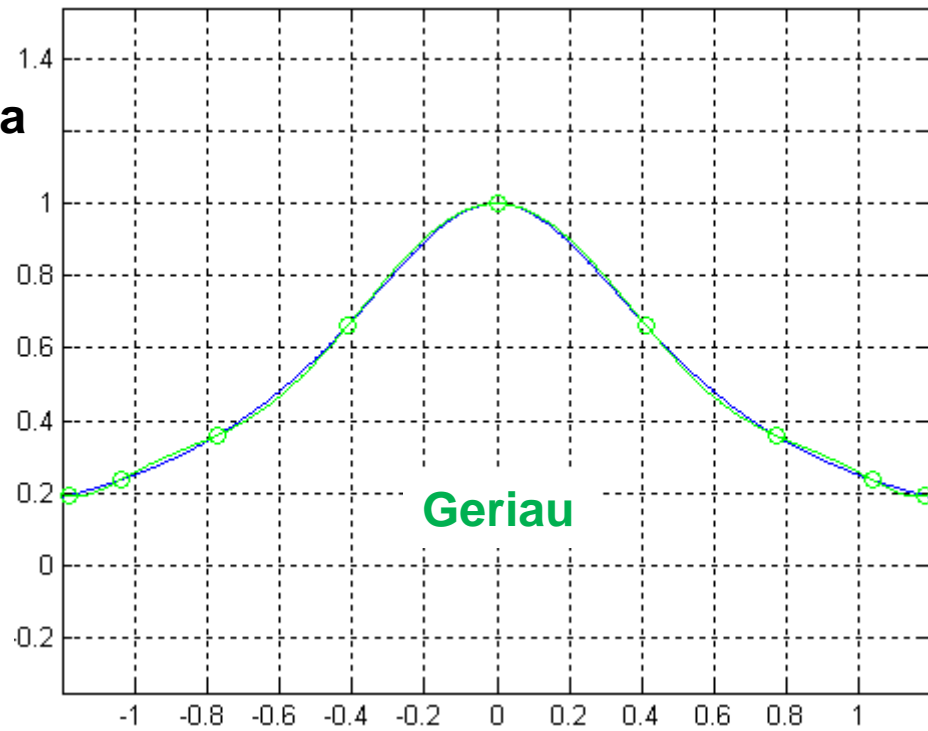
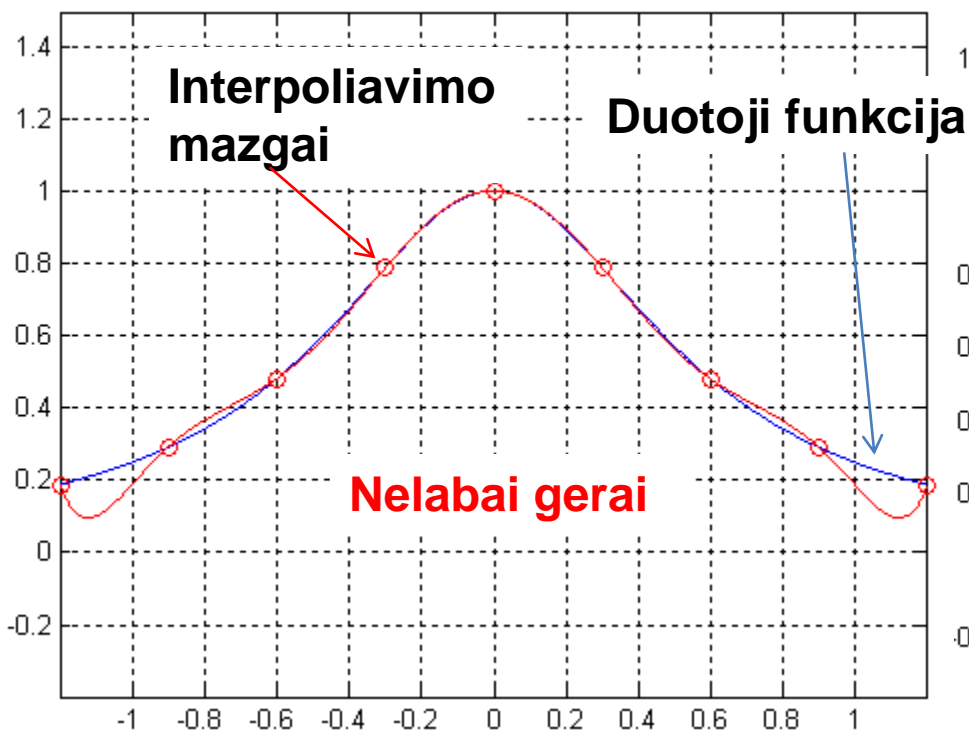
Interpoliavimas – tai tolydžiosios kreivės $y=f(x)$, einančios per duotus taškus, radimas.

1. kreivė $y=f(x)$ turi praeiti per visus duotus taškus (x_i, y_i) , t. y. $f(x_i)=y_i$, $i=0, 1, 2, \dots, n-1$; Jie vadinami *interpoliavimo mazgais*;
2. funkcijos $f(x)$ analitinė išraiška neturi būti labai sudėtinga;
3. funkcija $f(x)$ turi būti nesunkiai integruojama ir diferencijuojama;
4. funkcija $f(x)$ turi būti nesunkiai apskaičiuojama (pvz., jos parametrai apskaičiuojami pagal žinomas formules, arba sprendžiant tiesinių lygčių sistemą).

Dvi skirtingos interpoliavimo uždavinio sampratos:

- 1) Kai daugianariu interpoliuojame *iš anksto žinomą funkciją* pagal ant jos kreivės esančius interpoliavimo mazgus. Interpoliuojanti funkcija visame intervale turi galimai geriau atitikti duotosios funkcijos kreivės formą.

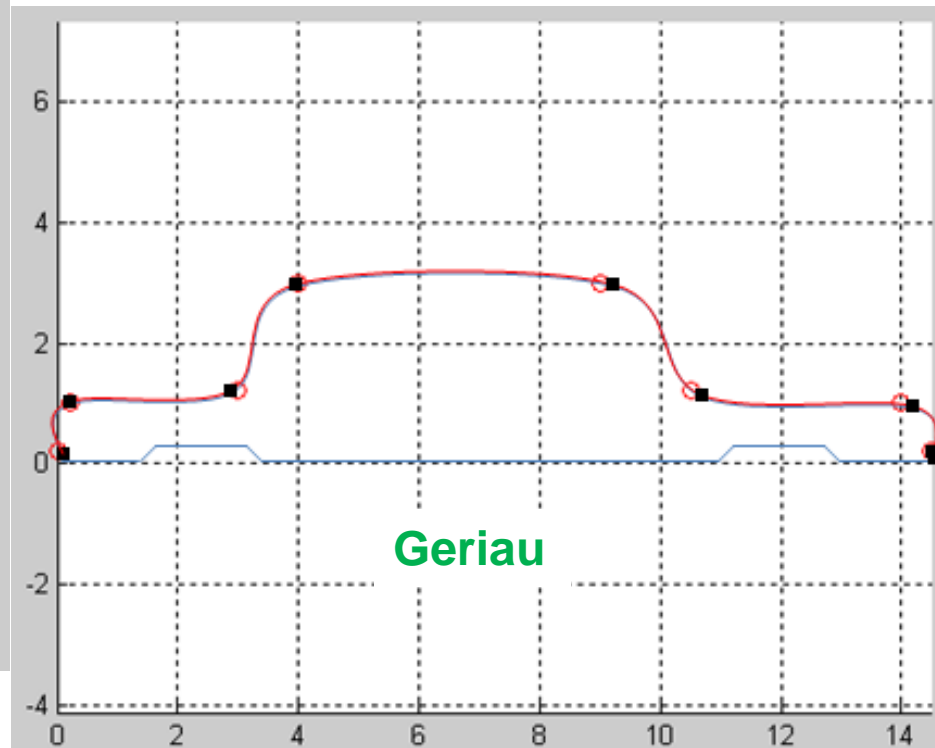
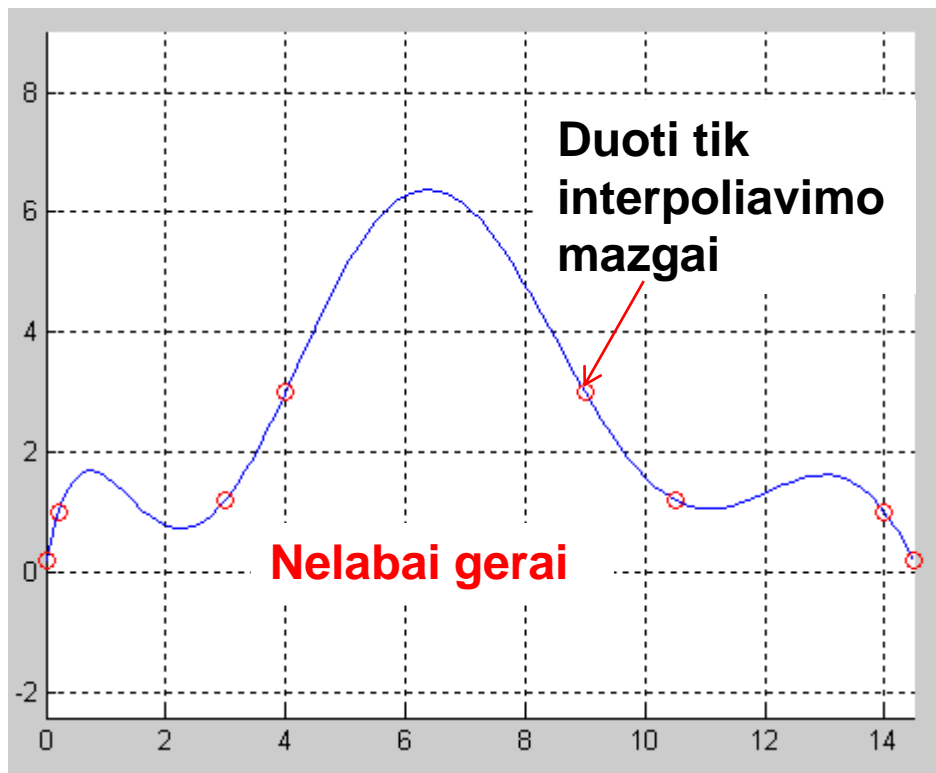
Formuluotė būdinga sprendžiant *matematinus ir inžinerinius uždavinius*, kai norime analitiškai sudėtingą arba nežinomos išraiškos funkciją pakeisti analitiškai paprastesne funkcija



Dvi skirtingos interpoliavimo uždavinio sampratos:

2) Kai duotos tik interpoliavimo mazgų koordinatės. Interpoliuojančios funkcijos geometrinei formai nenustatome griežtų matematinių atitikties kriterijų. Vadovaujames daugiau vizualiniu-estetiniu interpoliavimo kokybės suvokimu.

Formuluotė būdinga kompiuterinei grafikai, geometrinio dizaino ir pan. uždaviniams.




**Interpoliavimas daugianariais vienanarių bazėje.
Hemingo metodas**

Interpoliavimas daugianariais *vienanarių bazėje*

Duoti interpoliavimo mazgai: (x_i, y_i) , $y_i = f(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n-1$

Daugianario pavidalo interpoliuojanti funkcija

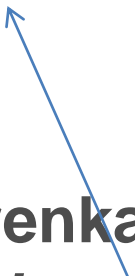
$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-1}x^{n-1} = \begin{bmatrix} 1 & x & \dots & x^{n-2} & x^{n-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-2} \\ a_{n-1} \end{Bmatrix}$$

 **Bazinės funkcijos**

Tiesinių lygčių sistema 

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & \dots & x_0^{n-1} \\ 1 & x_1 & \dots & x_1^{n-1} \\ & & \ddots & \\ 1 & x_{n-1} & \dots & x_{n-1}^{n-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{pmatrix}$$


 $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0$

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-1}x^{n-1} = \begin{bmatrix} 1 & x & \dots & x^{n-2} & x^{n-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-2} \\ a_{n-1} \end{Bmatrix}$$


- Interpoliuojančiam daugianariui sudaryti parenkamos tam tikros bazinės funkcijos. Čia buvo parinkta vienanarių bazė;
- Bendruoju atveju bazines funkcijas galima parinkti ir kitokias. Tačiau jos turi būti tiesiškai nepriklausomos
- Interpoliuojančio daugianario koeficientus galime apskaičiuoti, spręsdami tiesinių lygčių sistemą. Toks skaičiavimas vadinamas Hemingo metodu;
- Yra sukurti tobulesni ir mažiau skaičiavimų reikalaujantys būdai interpoliuojančiam daugianariui apskaičiuoti;

Interpoliavimas Lagranžo bazėje

Lagranžo išraiška interpoliuojančiam daugianariui apskaičiuoti (1)

$$f(x) = \sum_{j=1}^n L_j(x) y_j$$

Daugianarių tiek, kiek yra interpoliavimo mazgų

$$L_j(x), \quad i = \overline{0, n-1}$$

n-1 eilės daugianariai, kurie interpoliavimo mazguose įgauna reikšmes:

Nėra nario $(x-x_j)$, todėl daugianaris L_j virsta nuliu visuose interpoliavimo mazguose, išskyrus x_j

$$L_j(x_i) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{kai } i = j, \\ 0, & \text{kai } i \neq j. \end{cases}$$

Diskrečioji delta-funkcija

$$L_j(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{j-1})(x - x_{j+1}) \dots (x - x_n)}{(x_j - x_1)(x_j - x_2) \dots (x_j - x_{j-1})(x_j - x_{j+1}) \dots (x_j - x_n)}$$

$$L_j(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^{n-1} \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

Interpoliuojantį daugianarį užrašę Lagranžo bazinėmis funkcijomis ir sudarę lygčių sistemą koeficientams rasti, gauname:

$$f(x) = \begin{bmatrix} L_0(x) & L_1(x) & \dots & L_{n-1}(x) & L_{n-1}(x) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-2} \\ a_{n-1} \end{Bmatrix}$$

Bazinės funkcijos

$$\begin{bmatrix} L_0(x_0) & L_1(x_0) & \dots & L_{n-2}(x_0) & L_{n-1}(x_0) \\ L_0(x_1) & L_1(x_1) & \dots & L_{n-2}(x_1) & L_{n-1}(x_1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ L_0(x_{n-1}) & L_1(x_{n-1}) & \dots & L_{n-2}(x_{n-1}) & L_{n-1}(x_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{Bmatrix}$$

Bazinių funkcijų reikšmės interpoliavimo mazguose

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{Bmatrix}$$

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j L_j(x) = \sum_{j=0}^{n-1} y_j L_j(x)$$

Lagranžo išraiška interpoliuojančiam daugianariui apskaičiuoti (2)

- Matematinė prasme interpoliuojantis daugianaris yra žinomas, jeigu žinomos bazinės funkcijos ir koeficientai prie jų. Todėl interpoliavimo uždavinys išspręstas, kai užrašyta n formulių pavidalo

$$L_j(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{j-1})(x - x_{j+1}) \dots (x - x_{n-1})}{(x_j - x_0)(x_j - x_1) \dots (x_j - x_{j-1})(x_j - x_{j+1}) \dots (x_j - x_{n-1})}$$

- Norint interpoliuotą kreivę pavaizduoti grafiškai, to nepakanka. Interpoliuojanti kreivė atrodys glotniai tik tada, kai daugianariai bus apskaičiuoti ir pavaizduoti daugelyje taškų N , artimų vienas kitam. Tai **vaizdavimo taškai**. Dažniausiai $N \gg n$. Patogu Lagranžo daugianarių reikšmes pateikti matricos pavidale:

$$[\mathbf{L}]_{N \times n} = \begin{bmatrix} L_0(x_0) & L_1(x_0) & \dots & L_{n-1}(x_0) \\ L_0(x_0 + \Delta x) & L_1(x_0 + \Delta x) & \dots & L_{n-1}(x_0 + \Delta x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_0(x_0 + (N-1)\Delta x) & L_1(x_0 + (N-1)\Delta x) & \dots & L_{n-1}(x_0 + (N-1)\Delta x) \end{bmatrix}$$

Lagranžo išraiška interpoliuojančiam daugianariui apskaičiuoti (3)

$$\{\mathbf{F}\}_{N \times 1} = [\mathbf{L}]_{N \times n} \{\mathbf{y}\}_{n \times 1}$$

- Vektoriuje \mathbf{F} gautos reikšmės galima vaizduoti grafiškai, kaip funkcijos reikšmės ties vaizdavimo abscisėmis, ir gauti glotnios kreivės įspūdį;
- Jeigu žinoma matrica \mathbf{L} , ją galime naudoti pakartotinai, imdami vis kitas interpoliavimo mazgų ordinačių reikšmes y ;
- Jeigu pakanka pavaizduoti kreivę esant tik vienam y vektoriui, pakanka paeiliui apskaičiuoti matricos \mathbf{L} stulpelius, ankstesniųjų neišsaugant

$$\begin{Bmatrix} F(x_0) \\ F(x_0 + \Delta x) \\ \vdots \\ F(x_0 + (N-1)\Delta x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0(x_0) & L_1(x_0) & \cdots & L_{n-1}(x_0) \\ L_0(x_0 + \Delta x) & L_1(x_0 + \Delta x) & \cdots & L_{n-1}(x_0 + \Delta x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_0(x_0 + (N-1)\Delta x) & L_1(x_0 + (N-1)\Delta x) & \cdots & L_{n-1}(x_0 + (N-1)\Delta x) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{Bmatrix}$$

```
x=[0 1 2 3 4 5] % interpoliavimo mazgai
Y=[0 4 -2 -3 1 1]
x=0:0.01:5;      % vaizdavimo abscisiu vektorius
n=length(X)
```

```
F=0;
for j=1:n
    L=Lagranzo_daugianaris(X,j,x);
    F=F+L*Y(j);
end
```

```
function L=Lagranzo_daugianaris(X,j,x)
N=length(X);
L=1;
for i=1:n
    if i == j, continue, end
    L=L.*(x-X(i))/(X(j)-X(i));
end
return
end
```

$$\prod_{i=0, i \neq j}^{n-1} \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

j Lagranžo daugianaris pateikiamas kaip vektorius, kurio komponentės yra daugianario reikšmės esant visoms *vaizdavimo abscisėms*

$$\begin{Bmatrix} F(x_0) \\ F(x_0 + \Delta x) \\ \vdots \\ F(x_0 + (N-1)\Delta x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0(x_0) & L_1(x_0) & \cdots & L_{n-1}(x_0) \\ L_0(x_0 + \Delta x) & L_1(x_0 + \Delta x) & \cdots & L_{n-1}(x_0 + \Delta x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_0(x_0 + (N-1)\Delta x) & L_1(x_0 + (N-1)\Delta x) & \cdots & L_{n-1}(x_0 + (N-1)\Delta x) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{Bmatrix}$$

```
x=[0,1,1,0] # interpoliavimo mazgai
y=[0,0,1,1]
N=len(x)
ttt=np.linspace(0,5,500);
```

```
F=np.zeros(ttt.shape)
for i in range(0,N):
    LLL=LagranzoDaugianaris(t,i,ttt);
    F=F+LLL*X[i]
```

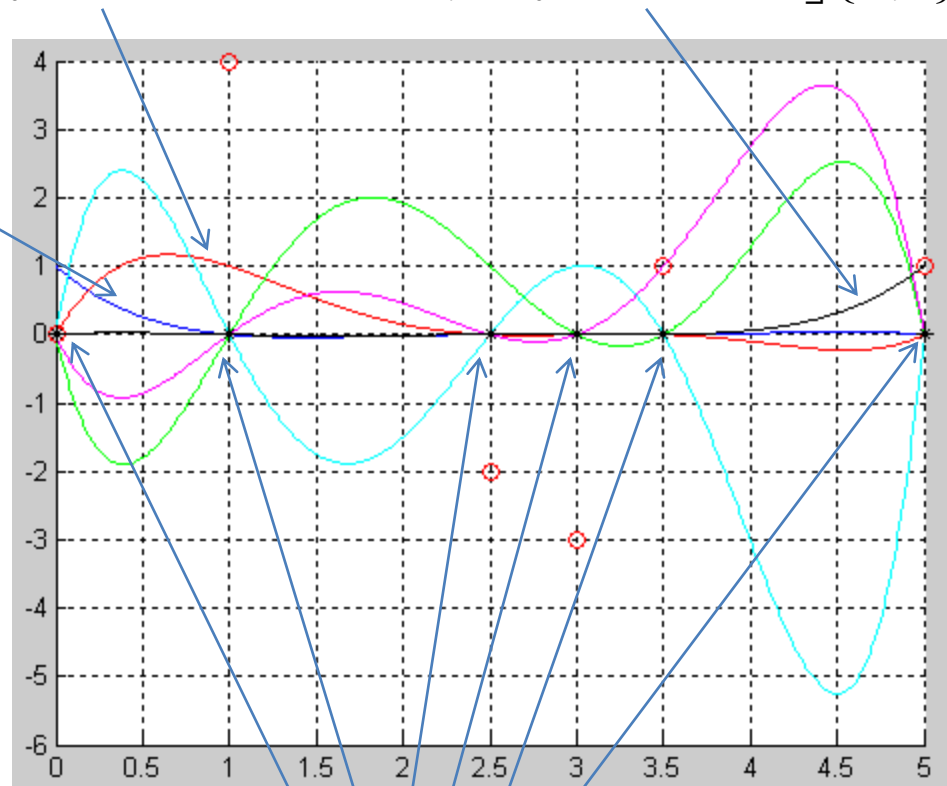
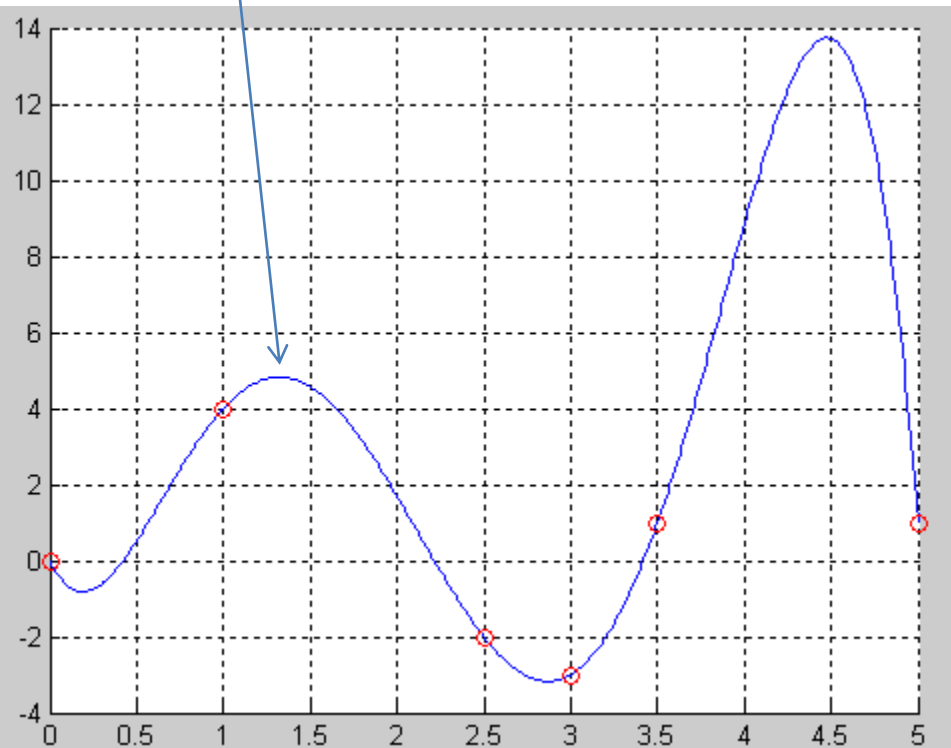
```
def LagranzoDaugianaris(X,j,xxx):
    N=size(X);
    L=np.ones(xxx.shape, dtype=np.double);
    for k in range(0,N):
        if (j != k): L=L*((xxx - X[k]) / (X[j] - X[k]))
    return L
```

$$\prod_{i=0, i \neq j}^{n-1} \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

j Lagranžo daugianaris pateikiamas kaip vektorius, kurio komponentės yra daugianario reikšmės esant visoms *vaizdavimo abscisėms*

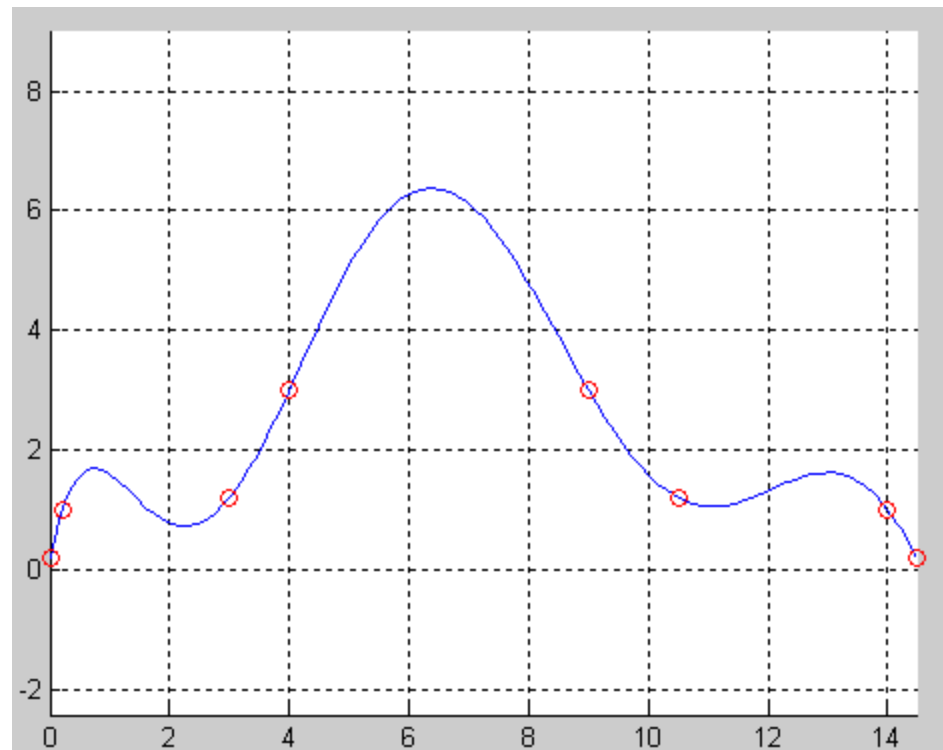
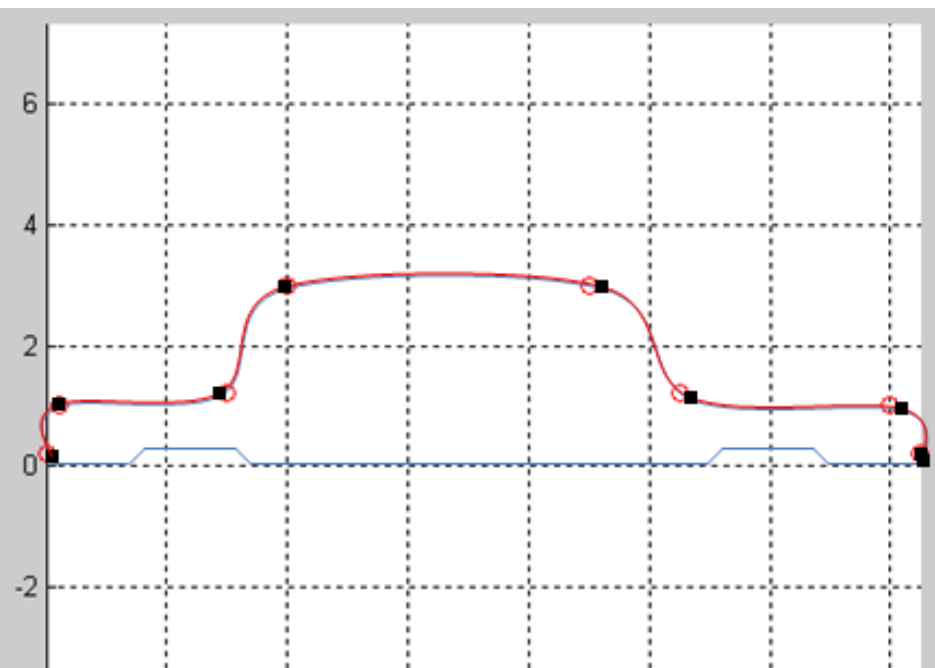
$$\begin{Bmatrix} F(x_0) \\ F(x_0 + \Delta x) \\ \vdots \\ F(x_0 + (N-1)\Delta x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0(x_0) & L_1(x_0) & \cdots & L_{n-1}(x_0) \\ L_0(x_0 + \Delta x) & L_1(x_0 + \Delta x) & \cdots & L_{n-1}(x_0 + \Delta x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_0(x_0 + (N-1)\Delta x) & L_1(x_0 + (N-1)\Delta x) & \cdots & L_{n-1}(x_0 + (N-1)\Delta x) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{Bmatrix}$$

Lagranžo bazinės
funkcijos



Interpoliavimo mazgų abscisės

- Interpoliuojant vienu daugianariu per visus interpoliavimo mazgus, kreivė yra visiškai glotni, “be defektų” (t.y. kiekviename interpoliavimo mazge pati funkcija ir visos jos išvestinės yra tolydžios);
- Jeigu interpoliavimo mazgų daug, kreivė neišvengiamai tampa labai banguota. Taip yra dėl aukštos Lagranžo daugianarių eilės;

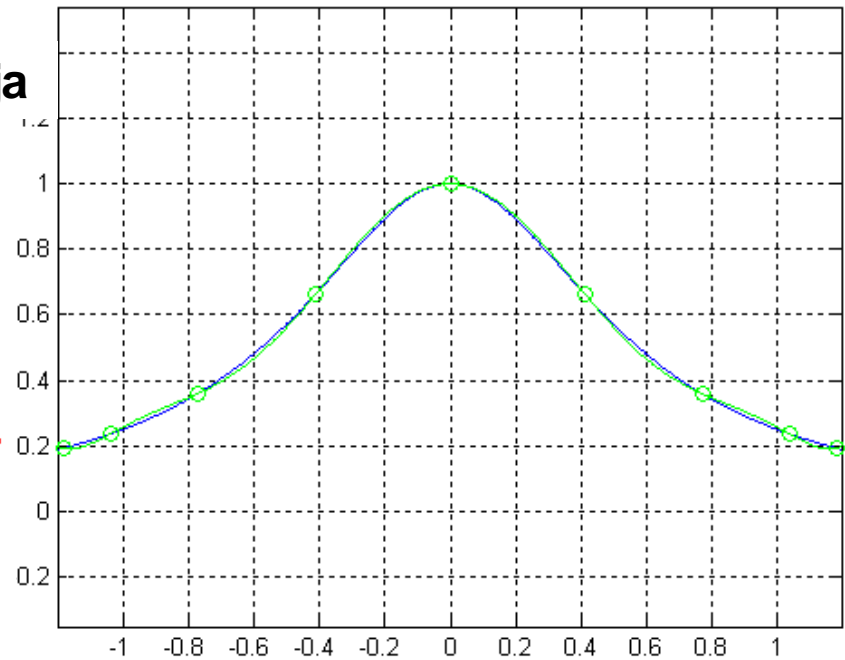
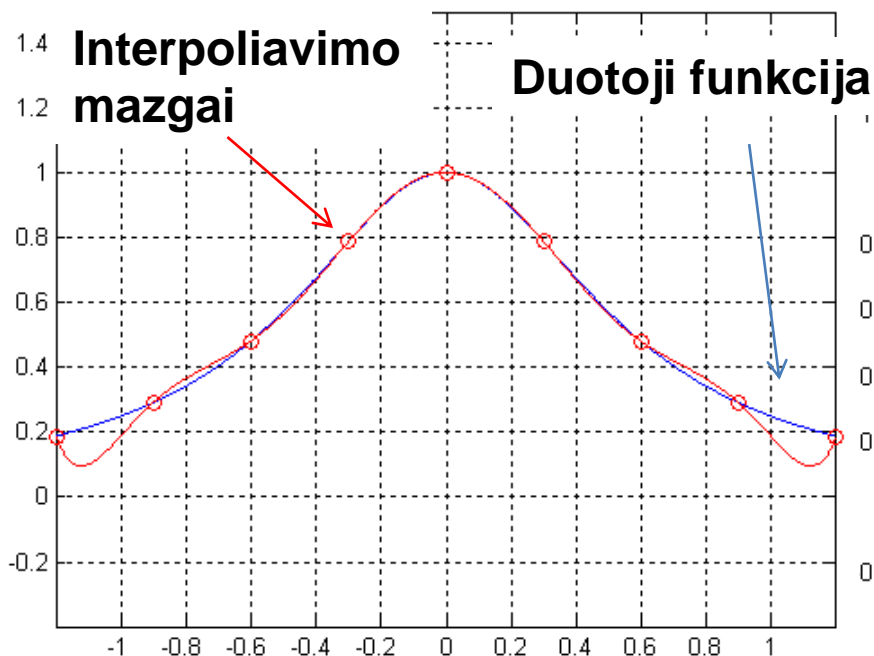


**Čiobyševo interpoliavimas:
„mažiausiai banguotas“ daugianaris**

- Be Lagranžo išraiškos, dar žinomos ir kitokios (Aitkeno, Nevilio, Niutono, Čiobyševo) išraiškos interpoliacinio daugianario koeficientams apskaičiuoti;
- Taikant bet kurią iš minėtų išraiškų gaunamas toks pats interpoliacinis daugianaris. Skiriasi tik koeficientų apskaičiavimo formulių pavidalai ir taikomos algebrinių veiksmų sekos(algoritmai);
- Viena ar kita išraiška gali būti matematiškai patogesnė, esant tam tikram taikomojo uždavinio pobūdžiui

Ciobyševo interpoliavimas. „Mažiausiai banguoto“ daugianario radimas.

- Kai daugianariu interpoliuojame *iš anksto žinomą funkciją*, interpoliuojančios funkcijos kreivė ir žinomos funkcijos kreivė dažniausiai skiriasi;
- Kreivių skirtingumas priklauso nuo parinktų interpoliavimo mazgų padėčių Ox ašyje;
- Kai interpoliavimo mazgai parenkami ant žinomos kreivės, abiejų kreivių sutaptis tuo geresnė, kuo mažiau „banguota“ interpoliuojanti funkcija



Čiobyševo interpoliavimo intervalas (1)

- Nagrinėjame funkciją, duotą intervale $-1 \leq x \leq 1$. Tai nemažina formuluotės bendrumo;
- Kai turime kitokį apibrėžimo intervalą $a \leq X \leq b$, pakanka pakeisti kintamąjį:

$$X = Ax + B;$$

$$x = -1 \Rightarrow X = a \Rightarrow a = -A + B;$$

$$x = 1 \Rightarrow X = b \Rightarrow b = A + B;$$

$$A = \frac{b-a}{2}; \quad B = \frac{b+a}{2}$$

$$X = \frac{b-a}{2}x + \frac{b+a}{2};$$

$$x = \frac{2X}{b-a} - \frac{b+a}{b-a}$$

Čiobyševo interpoliavimo intervalas (2)

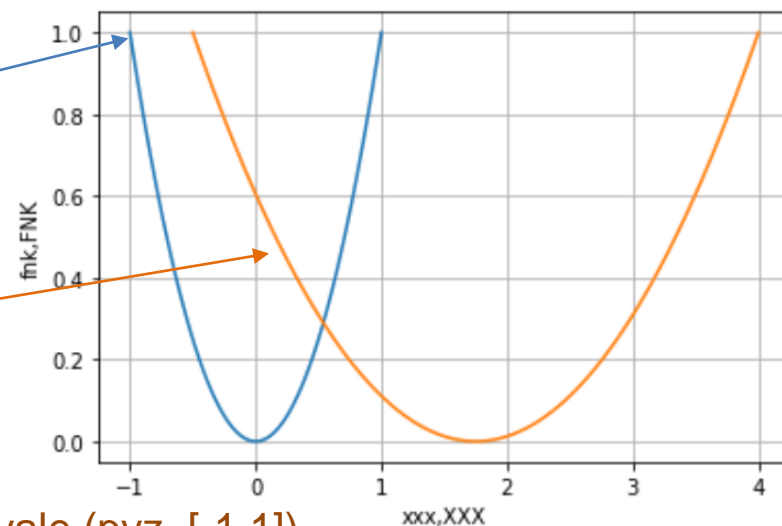
- Argumento iš intervalo $[-1,1]$ reikšmės į duotąjį intervalą $[a,b]$ perskaičiuojamos pagal formulę

$$X = \frac{b-a}{2}x + \frac{b+a}{2}, \quad -1 \leq x \leq 1$$

- Jeigu funkcija arba formulė $f(x)$ žinoma normuotame intervale $[-1,1]$, ji gali būti pavaizduota intervale $a \leq X \leq b$, pakeičiant kintamąjį

$$x = \frac{2X}{b-a} - \frac{b+a}{b-a}, \quad a \leq X \leq b$$

```
a=-0.5;b=4;  
xxx=np.linspace(-1,1,100);  
fff=fnk(xxx);  
plt.plot(xxx,fff);  
  
XXX=(b-a)/2*xxx+(b+a)/2;  
FFF=fnk(2*XXX/(b-a)-(b+a)/(b-a));  
plt.plot(XXX,FFF)
```



Tokiu būdu pasiekama, kad normuotame intervale (pvz., $[-1,1]$) duota formulė galėtų būti pritaikoma bet kuriame intervale $[a,b]$

Čiobyševo abscisės

- Čiobyševo interpoliavimo intervale $[-1,1]$ apskaičiuojamos nustatomos tokios interpoliavimo mazgų koordinatės, vadinamos *Čiobyševo abscisėmis*:

$$x_i = \cos \left(\frac{\pi(2i+1)}{2n} \right), \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

Čiobyševo abscises galima perskaičiuoti į duotąjį intervalą $[a,b]$:

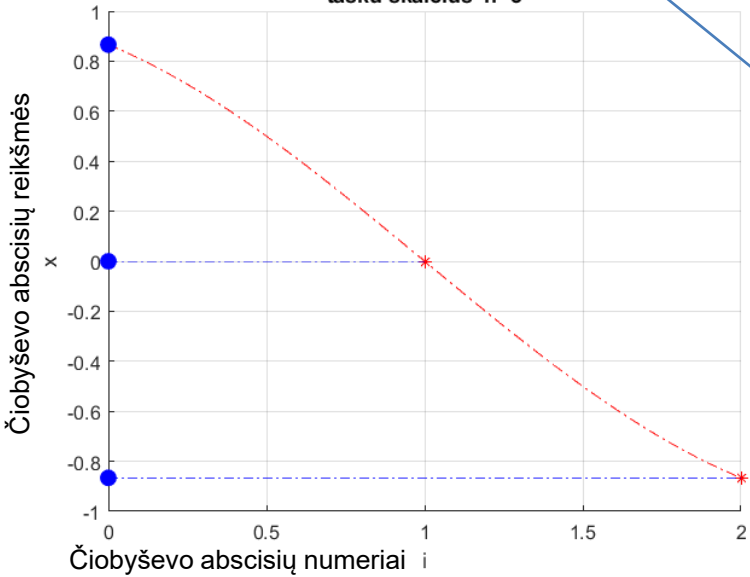
$$X_i = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} x_i, \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

- per funkcijos grafiko taškus ties Čiobyševo abscisėmis pravesta interpoliuojančio daugianario kreivė yra “mažiausiai banguota”, palyginus su tos pačios eilės daugianarių kreivėmis, pravestomis per kitaip išdėstytą tą patį skaičių interpoliavimo mazgų

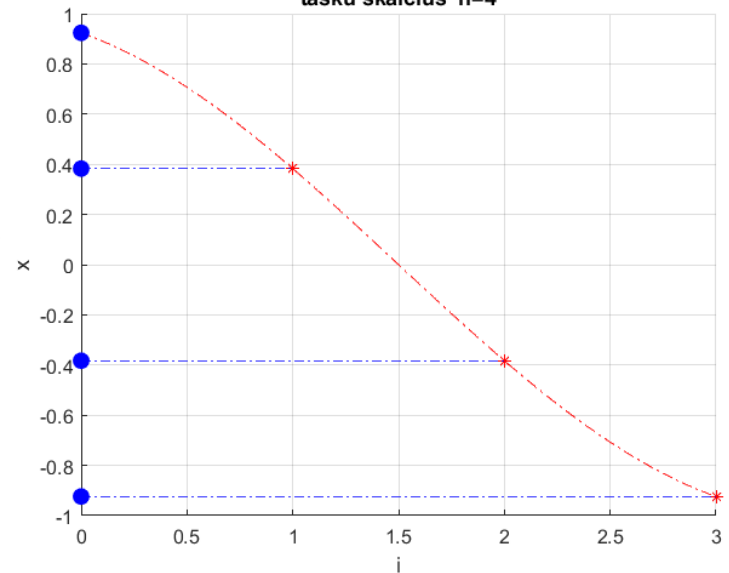
$$x_i = \cos\left(\frac{\pi(2i+1)}{2n}\right), \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$



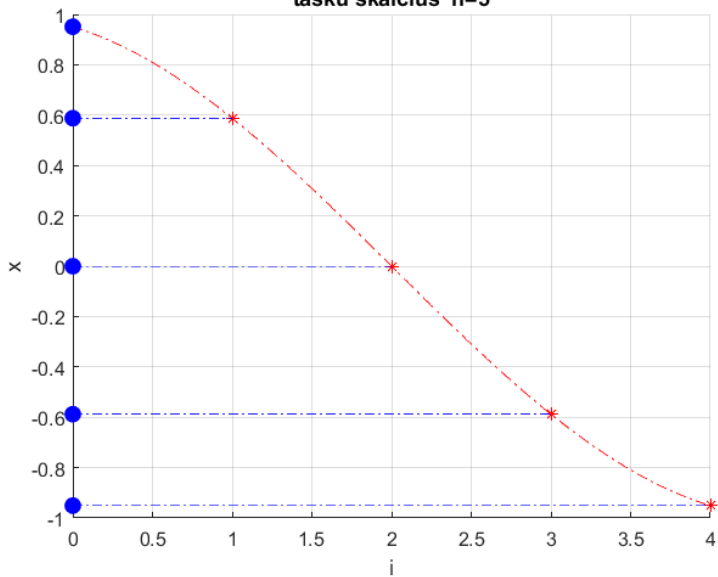
tasku skaicius n=3



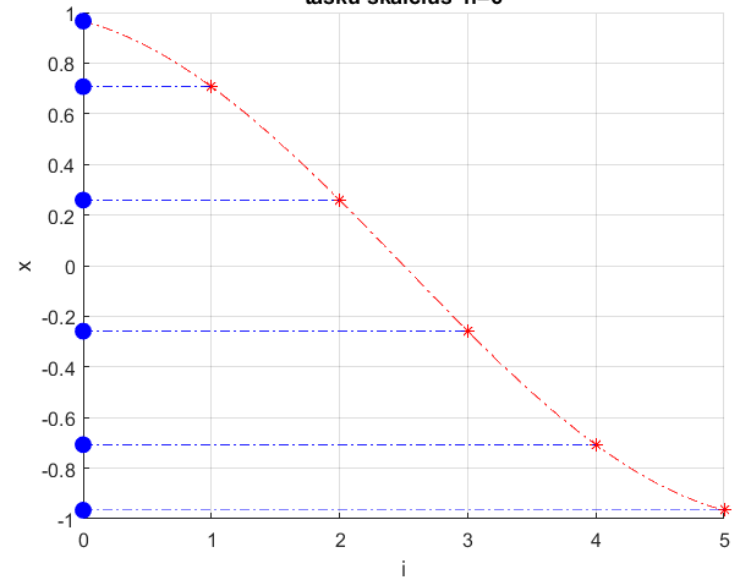
tasku skaicius n=4



tasku skaicius n=5



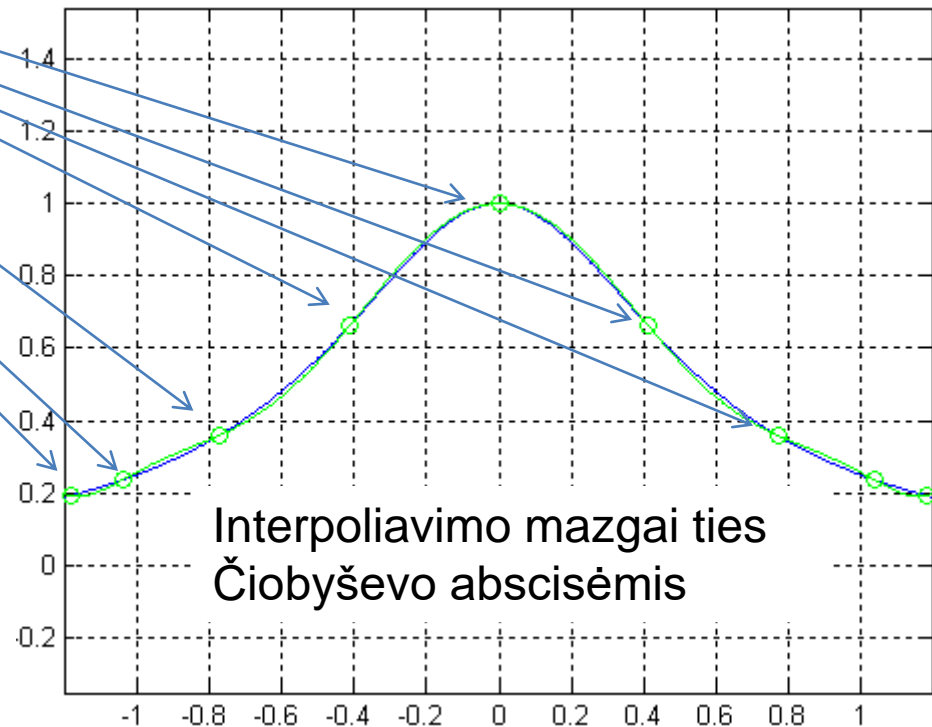
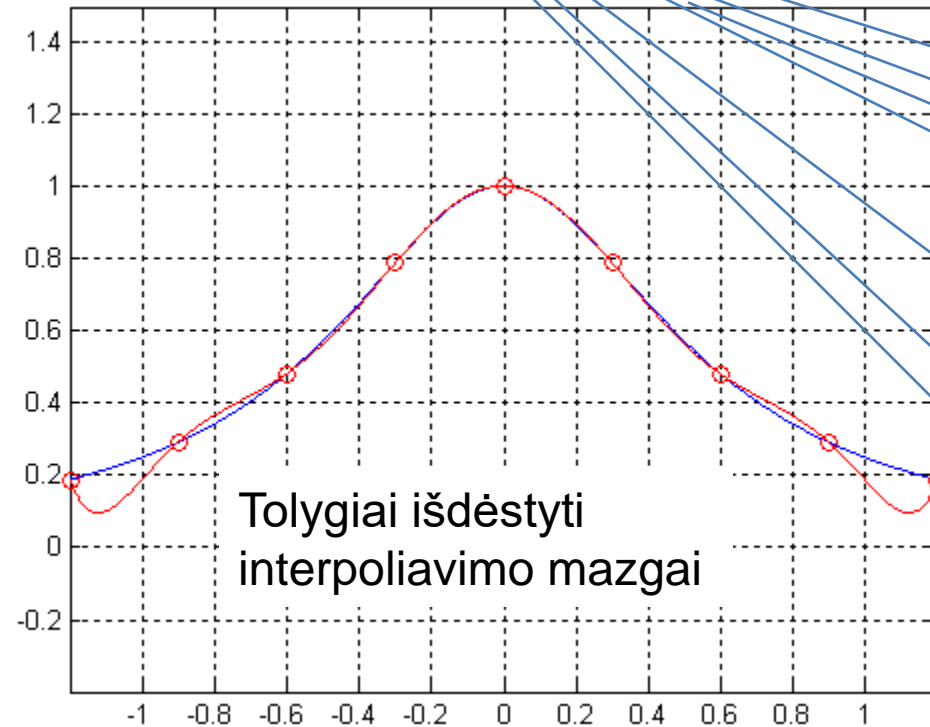
tasku skaicius n=6



“Mažiausiai banguoto” daugianario radimas

- Pagal duotą funkciją intervale $[a;b]$ norime nubrėžti n -os eilės daugianarį;
- Interpoliavimo mazgus reikia parinkti ties n -os eilės Čiobyšovo abscisėmis, perskaiciuotomis į intervalą $[a;b]$

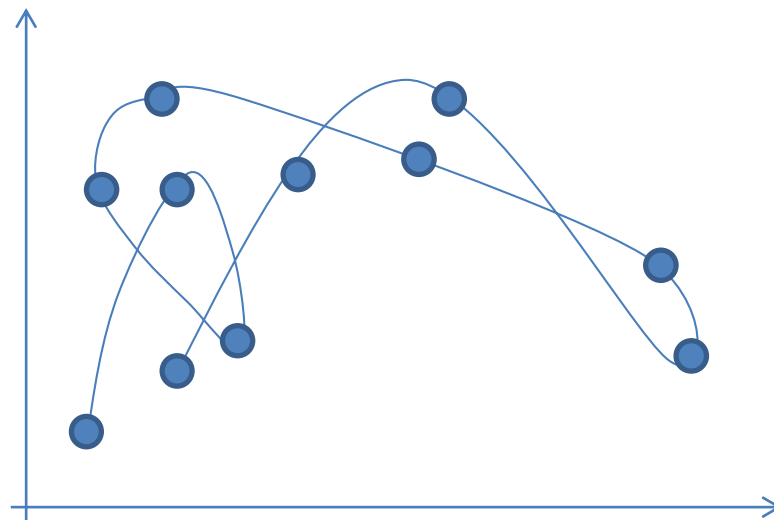
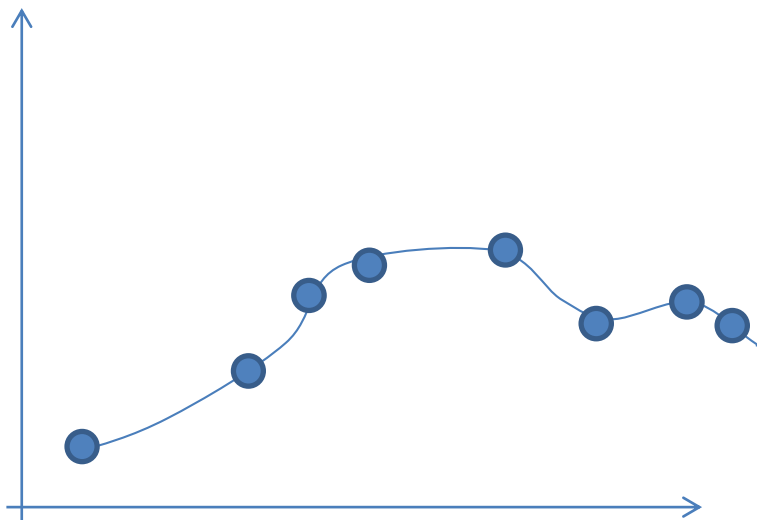
$$x_i = \frac{b-a}{2} \cos \left(\frac{\pi(2i+1)}{2n} \right) + \frac{b+a}{2}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$



**Erdvėje duotos taškų sekos interpoliavimas.
Parametrinis funkcijos vaizdavimas**

Erdvėje duotos taškų sekos interpoliavimas

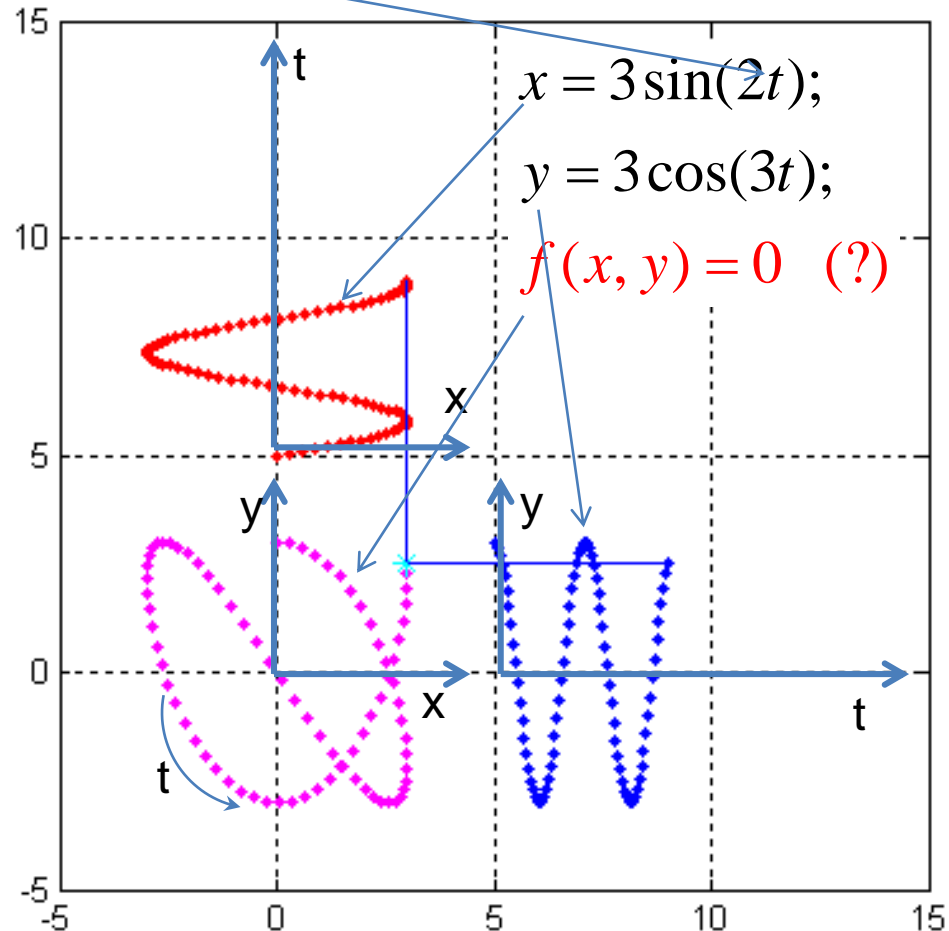
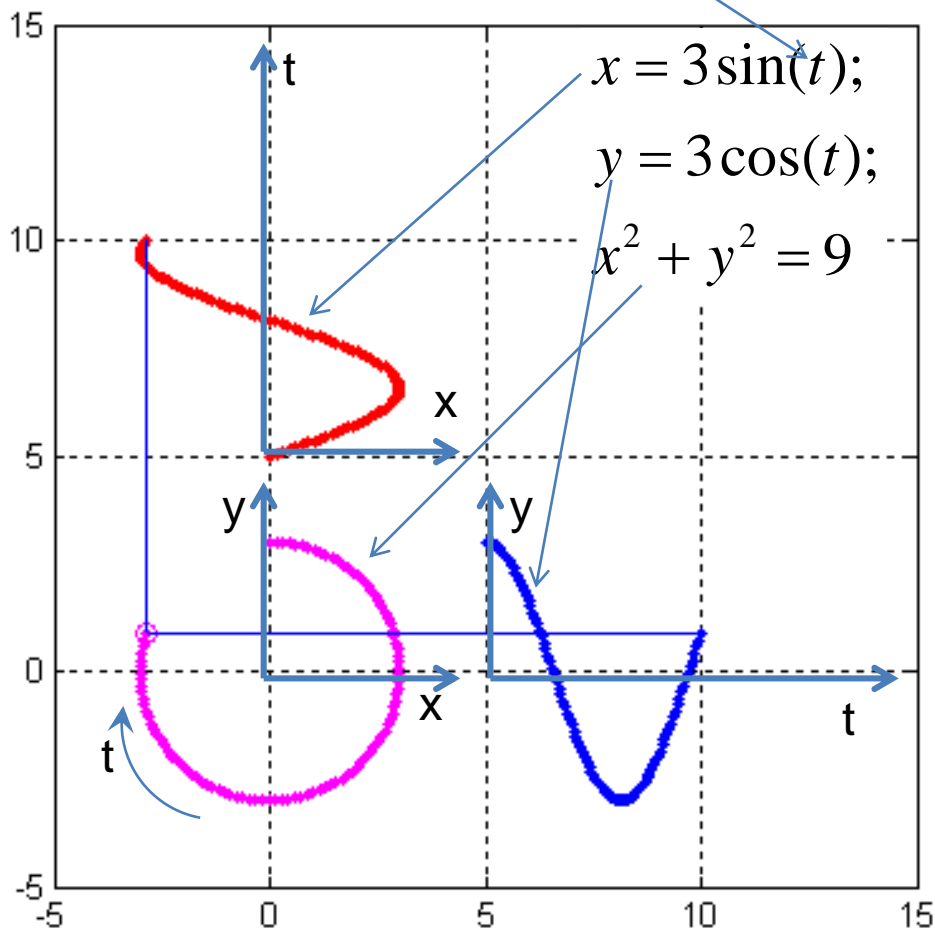
- Iki šiol nagrinėjome, kaip interpoliuoti funkcijos kreivę pagal duotas abscises;
- Laikėme, kad abscisių sekos reikšmės didėjančios;
- Toks priėjimas būtų netinkamas, jeigu interpoliavimo taškais siektume interpoliuoti ne funkcijos grafiką, tačiau bet kokią kreivę



Parametrinis funkcijos vaizdavimas 1

Pvz_SMA_7_4_Parametrinis_funkcijos_vaizdavimas

- Parametrinė funkcijos išraiška pavaizduoja, kaip **tolydžio** didėjant parametro reikšmei (pvz. *laikui bėgant*) **sukuriami** vis nauji funkcijos kreivei priklausantys taškai;



Parametrinis funkcijos vaizdavimas 2

- Priklausomybę $f(x,y)=0$ dažniausiai galima pakeisti parametrinėmis priklausomybėmis, ir atvirkščiai;

Keičiant funkcijos išraišką iš parametrinės į įprastinę, reikia algeбриškai eliminuoti parametą t . Jeigu išraiškos sudėtingos, tai gali būti nelengva. Tačiau jeigu reikia tik pavaizduoti funkciją, tą galima atlikti tiesiog pagal parametrinį pavidalą, tolydžio didinant t reikšmę

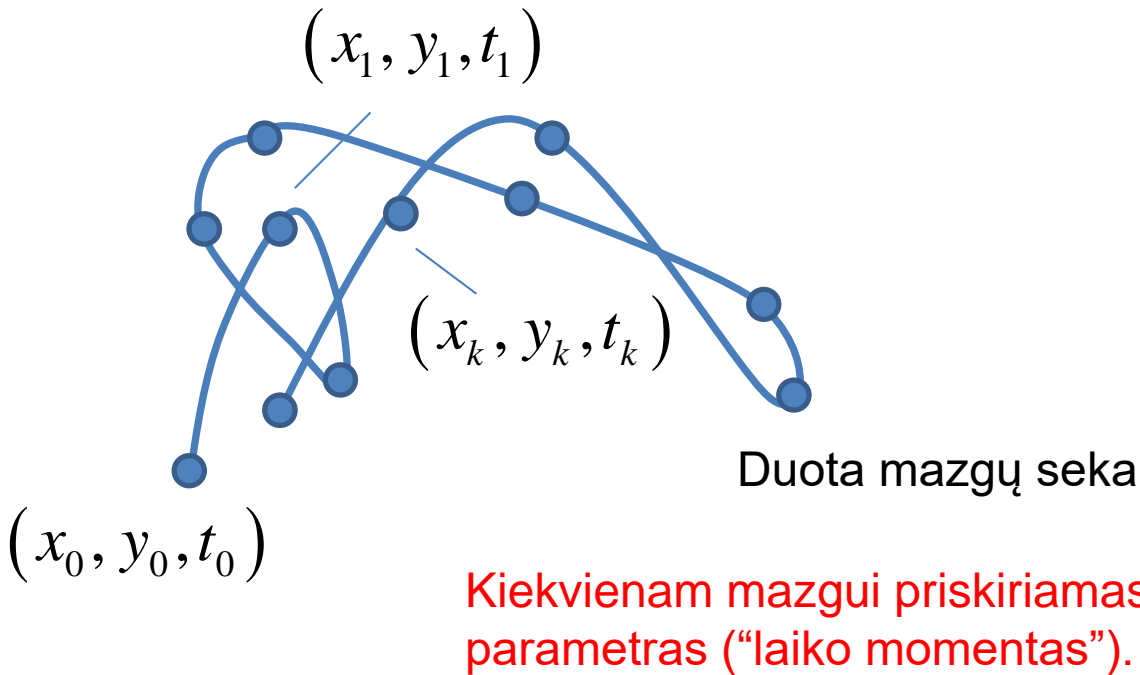
$$x = x(t); y = y(t) \quad \Rightarrow \quad f(x, y) = 0$$

$$x = R \cos(t); y = R \sin(t) \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 - R^2 = 0$$

$$y = f(x) \quad \Rightarrow \quad x = t; y = f(t)$$

Taip pakeisti galima visuomet, tačiau funkcijos išraiška išlieka iš esmės tokia pati.

Plokščiosios kreivės parametrinis pavidalas



$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_k & \cdots \\ y_0 & y_1 & \cdots & y_k & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t_0 & t_1 & \cdots & t_k & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x &= x(t); \\ y &= y(t) \end{aligned}$$



Interpoliuojamos dvi mazgų sekos.
Kiekvienos argumentas t yra didėjantis

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_k & \cdots \\ t_0 & t_1 & \cdots & t_k & \cdots \end{bmatrix}$$

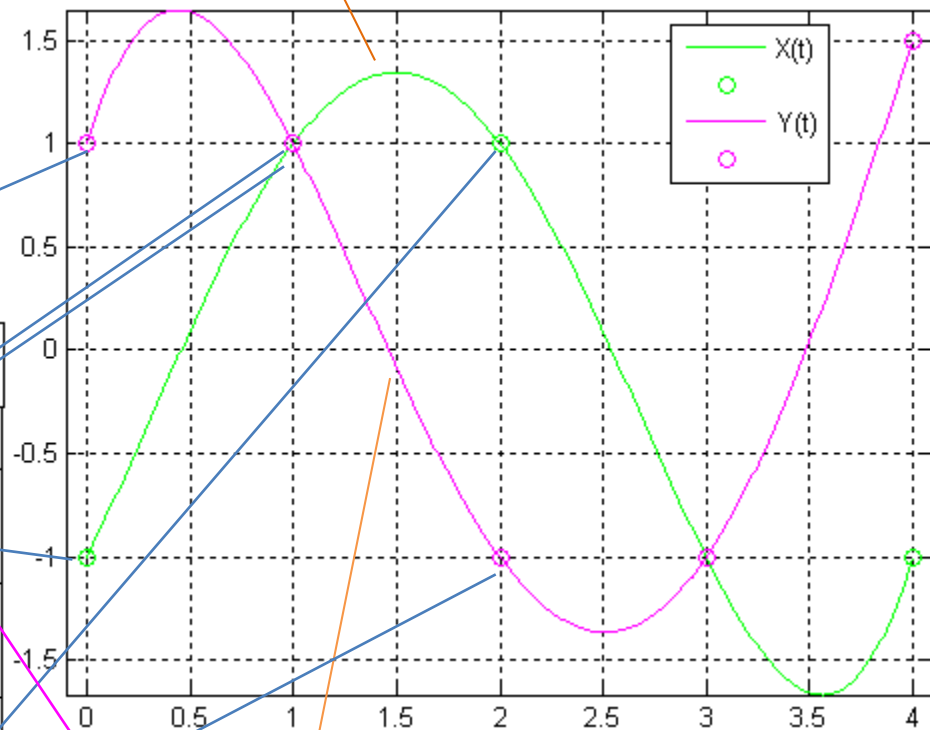
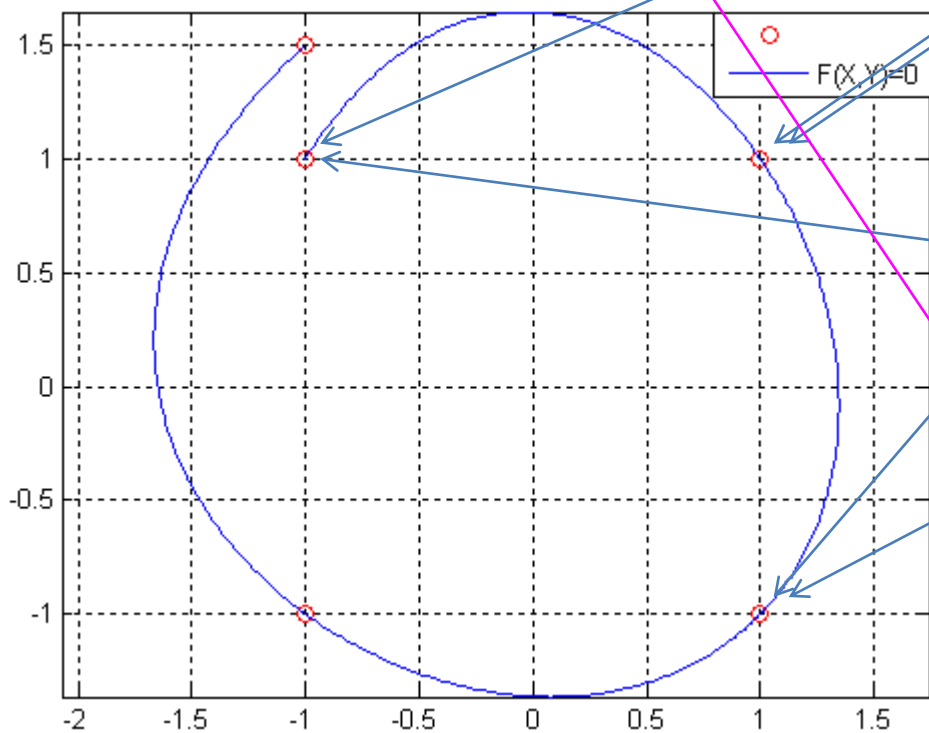
$$\begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_k & \cdots \\ t_0 & t_1 & \cdots & t_k & \cdots \end{bmatrix}$$

Pavyzdys

Duota mazgų seka:

$x = [-1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$
 $y = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1.5]$
 $t = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]$

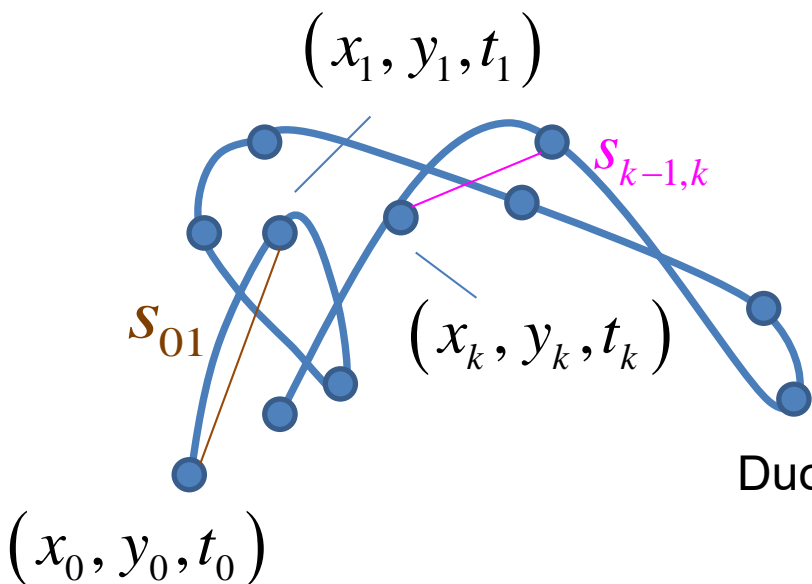
$x = [-1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$
 $t = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]$



$y = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1.5]$
 $t = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]$

Kokias parametro reikšmes priskirti?

- 1) Galima būtų imti bet kokią didėjančią reikšmių seką, pvz. $t=1,2,3,\dots,k,\dots$;
- 2) Galima parametro reikšmes priskirti, priklausomai nuo atstumo tarp gretimų interpoliavimo mazgų:



Duota mazgų seka

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_k & \cdots \\ y_0 & y_1 & \cdots & y_k & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & s_{01} & \cdots & \sum_{j=1}^k s_{j-1,j} & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x &= x(t); \\ y &= y(t) \end{aligned}$$



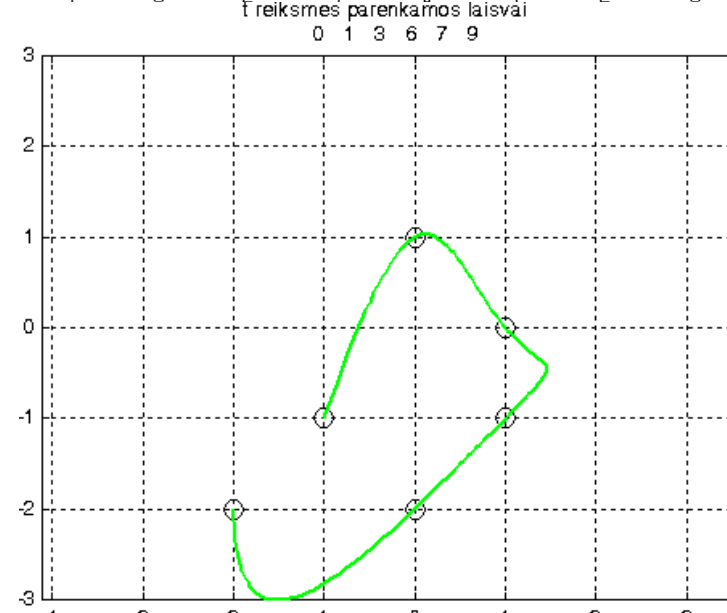
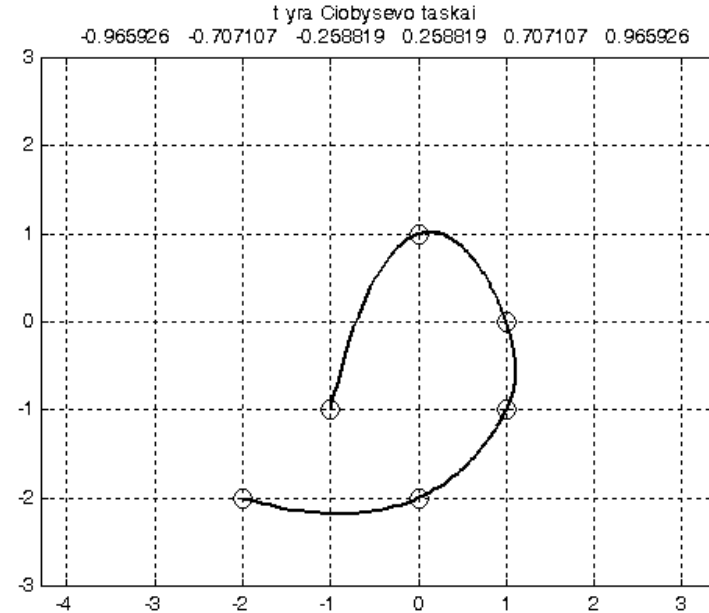
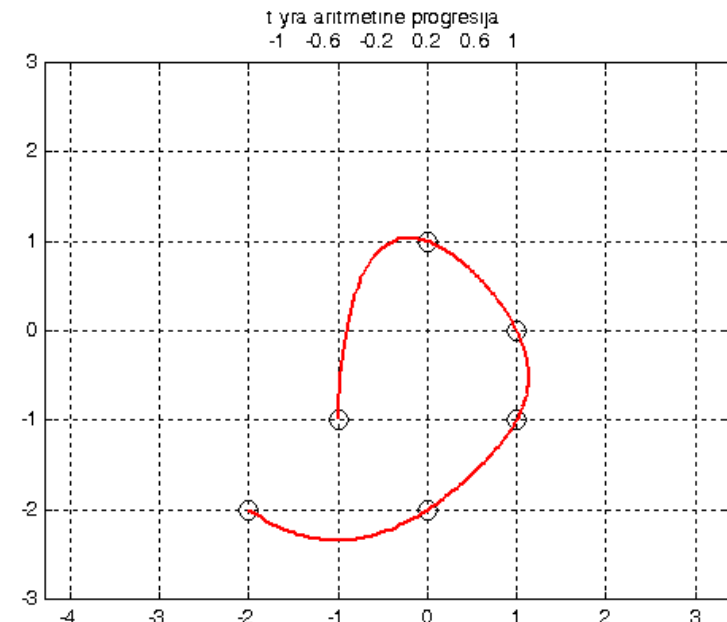
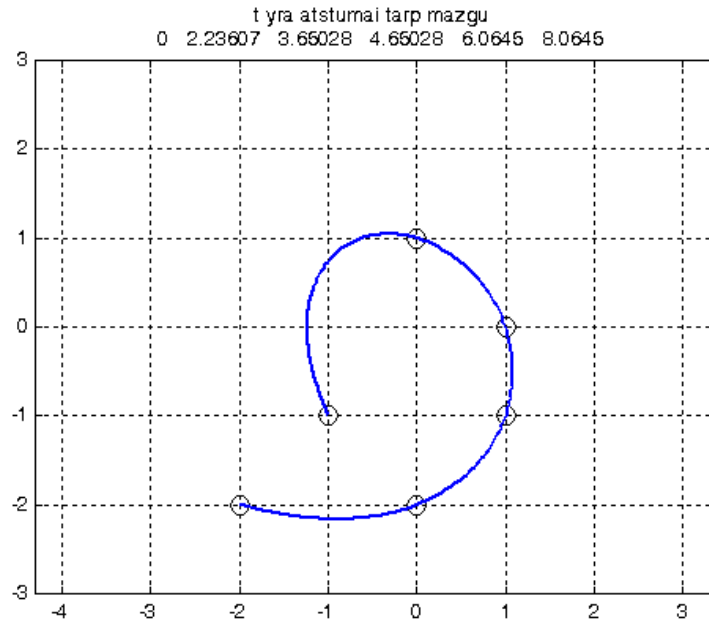
Interpoliuojamos dvi mazgų sekos

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_k & \cdots \\ 0 & s_{01} & \cdots & \sum_{j=1}^k s_{j-1,j} & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_0 & y_{21} & \cdots & y_k & \cdots \\ 0 & s_{01} & \cdots & \sum_{j=1}^k s_{j-1,j} & \cdots \end{bmatrix}$$

Kaip parametro reikšmės įtakoja interpoliuojančios kreivės formą:

[Pvz_SMA_7_6_Lagranzo_interpoliavimas_2D_parametrinis_mouse.m](#)
[Pvz_SMA_7_06_Lagranzo_interpoliavimas_2D_parametrinis_mouse.py](#)



SMA_07_Klausimai savikontrolei(1):

1. Apibūdinkite interpoliavimo uždavinį. Kas yra interpoliavimo mazgai;
2. Kas yra bazinė funkcija, kiek jų reikia naudoti, interpoliuojant per n duotų taškų;
3. Paaiškinkite, kaip sprendžiamas interpoliavimo uždavinys Hemingo metodu. Kokie jo privalumai ir trūkumai;
4. Kas yra Lagranžo funkcijos, sprendžiant interpoliavimo uždavinį. Kiek jų, kokia daugianarių eilė;
5. Kas yra vaizdavimo taškai;
6. Kuo pasižymi Čiobyševo interpoliavimo metodu gauta kreivė;
7. Kaip gaunami Čiobyševo interpoliavimo mazgai;
8. Kas yra parametrinis funkcijos vaizdavimas;
9. Kaip parenkama parametro reikšmių seka;
10. Kaip interpoliuojamos daugiareikšmės funkcijos