

文章编号: 1007 130X(2006)02 0044 04

基于海浪谱的 Gerstner 波浪模拟^{*}

Modeling Gerstner Waves Based on the Ocean Wave Spectrum

刘 洁¹, 邹北骥², 周洁琼¹, 朱 岳¹

LIU Jie¹, ZOU Bei ji², ZHOU Jie qiong¹, ZHU Yue¹

(1. 湖南大学计算机与通信学院, 湖南 长沙 410083; 2. 中南大学信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

(1. School of Computer and Communications, Hunan University, Changsha 410083;

2. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

摘 要: 本文从海洋学现有的观测和研究成果出发, 结合海浪的 Gerstner 模型, 提出一种风力作用下的基于海浪谱的三维 Gerstner 海浪模型。首先, 通过分析 Gerstner 模型各个参数的随机性, 利用海浪谱和方向谱相关公式, 获得固定风速下模型各随机参数值, 建立固定风速下的海浪模型; 然后, 在此基础上进一步构造了基于海浪谱的风力模型, 模拟了风力作用下的海浪; 最后, 采用基于视图的网格拓扑结构, 实现了海浪的实时绘制。实验结果表明, 该模型不仅能更真实地模拟海浪, 还具有较好的交互性。

Abstract Starting from the observation and research results of oceanography, combining with the 3D Gerstner waves model, we present a Gerstner waves model under wind force based on spectrum. First, on the basis of analyzing all parameters of the Gerstner model, all parameters at a fixed speed can be obtained from the spectrum, thus the basic ocean waves shape is constructed. Then, a wind model based on the spectrum is established to simulate ocean waves under wind force. At last, with the topology based on the view point method, a real time ocean waves scene is achieved. This method not only simulates ocean waves more truly, but also has better interaction.

关键词: 海浪谱; Gerstner 模型; 波浪模拟; 风力模型

Key words: spectrum of ocean waves; gerstner model; ocean waves simulation; wind force model

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

1 引言

自然现象的建模和实时绘制是近年来计算机图形学的研究热点与难点之一。与其它自然现象相比, 海浪运动的随机性和海域的广阔性给海浪模拟带来了一定困难, 尽管如此, 仍吸引了不少国内外专家学者进行研究。海浪的建模一般从三个角度出发: 一是从物理的角度出发, 通过求解流体动力学方程组(简称 NS 方程组), 对海浪内部各质点的运动加以描述, 在计算机上产生各种海浪数据用于研究, 如 Kass^[1] 和 Komen^[2] 等提出的方法。这类方法精确度高, 效果真实, 适用范围广, 但要耗费大量的时间, 难以满足实时性的要求。二是从海浪的几何形状出发, 采用三角函数

和参数方程表示海浪曲面, 根据人为的需要设置海浪参数来表示海浪, 如 Peachy^[3]、Fournier^[4] 和 郇来斌^[5] 等提出的方法。这类方法简单、形象, 可以实时生成海浪, 但真实感不强。三是从海洋观测的结果出发, 采用适当的海浪谱反演方法模拟海浪, 如 Mastin^[6]、Tessendorf^[7]、杨怀平^[8] 和 Wang^[9] 等提出的方法。这类方法通常依赖于复杂的数学模型和大量的运算, 与第一类方法相比, 运算量较小, 更适合实时动画的生成, 且其参数是由长期的海洋观测结果计算得出的, 具有较强真实性; 缺点是普遍将海面作为高度场建模, 即海面上每个点只有一个高度, 适合实现平静的海面。

本文在学习和掌握已有算法的基础上, 兼顾实时性与真实感, 提出一种风力作用下的基于海浪谱的 3D Gerstner

^{*} 收稿日期: 2005 03 08; 修订日期: 2005 04 08

基金项目: 国家 973 课题资助项目(2004CB719404)

作者简介: 刘洁(1980-), 女, 广西桂林人, 硕士, 研究方向为计算机图形学; 邹北骥, 教授, 博士生导师, 研究方向为计算机图形学、图像处理、软件工程技术等; 周洁琼, 硕士, 研究方向为计算机图形学; 朱岳, 硕士, 研究方向为计算机图形学。

通讯地址: 510006 广东省广州市番禺区广州大学城广州大学实验中心; Tel: 13360029065; E mail: jessi_710@163.com

Address: Guangzhou University Experiment Center, Guangzhou University City, Panyu District, Guangzhou, Guangdong 510006, P. R. China

海浪模型。通常海浪谱的反演采用高度场建模,不能模拟波峰卷曲的那部分海浪,且与海浪波峰较陡峭,波谷较平坦的物理特性不符。Gerstner 模型可以解决这个问题,但其参数是人为设定的,要得到逼真的海浪需要经过多次试验。海浪谱是多年来国内外海洋学的研究成果,体现了真实的海浪数据。因此,本文采用基于海浪谱的 Gerstner 反演方法来建立海浪的基本模型。由于采用的海浪谱仅能描述固定风速下浪高稳定的海浪,考虑风对水质点产生的作用,本文进一步构造了基于海浪谱的风力模型,模拟了风力作用下的海浪;最后采用基于视点的网格拓扑结构对海浪进行绘制,使本文实现的海浪演示系统具有较强的实时性和交互性。实验结果表明,该算法不仅能表现真实的海浪数据,还能表现更多海浪物理特性,在实时性的基础上较好地兼顾了真实感和交互性。

2 海浪谱的基本理论

海浪谱 $S_{PM}(\omega)$ 是通过采用特殊的谱分析法分析长期观测得到的海浪要素如波高、周期等得到的,描述的是作为随机过程的海浪的能量相对于其组成波的频率分布。目前,国内外已提出了大量的海浪谱。本文采用 PM 谱^[9],该谱表现的是充分发展的海洋(当海浪波高的方差基本稳定时,即能量的获取与消耗基本平衡时,称之为充分发展的海洋)。

$$S_{PM}(\omega)=\frac{8.1\times10^{-3}g^2}{w^5}\exp\left[-0.74\left(\frac{g}{uw}\right)^4\right] \quad (1)$$

其中, g 是重力加速度,值为 9.8; u 为海面上 19.5 m 高处 的风速; w 为角频率。对式 (1) 求导,得出谱峰 $w_{max}=8.656/u$ 。

PM 谱是一种一维谱,实际的海面是三维的,能量分布在广阔的频率和方向范围内,式 (1) 仅能描述能量随频率的分布,因此必须定义方向谱函数 $D(\theta)$ 。该函数只需满足 $\int_{-\pi}^{\pi} D(\theta) d\theta=0$ 即可,本文采用 ITTC(国际船模试验池会议)建议的方向谱函数,其形式为:

$$D(\theta)=\frac{2}{\pi}\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2)$$

通常把海洋能量的频率分布和方向分布看作是无关的,因此可用海浪谱函数和方向谱函数的乘积表示海浪的能量分布函数。将式 (1) 和式 (2) 代入,得:

$$\begin{aligned} S(w,\theta)&=S_{PM}(w)D(\theta)=\\ &\frac{8.1\times10^{-3}g^2}{w^5}\exp\left[-0.74\left(\frac{g}{uw}\right)^4\right]\frac{2}{\pi}\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

3 基于海浪谱的 3D Gerstner 海浪模型

3.1 基于海浪谱的 3D Gerstner 波反演

经典的 Gerstner 模型从动力学的角度描述了海浪各质点的运动,于 1986 年被 Fournier^[4] 首次引入计算机图形图像领域,其数学表示如下:

$$\begin{aligned} x&=x_0-r\sin(kx_0-wt) \\ y&=y_0+r\cos(kx_0-wt) \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) 只考虑时刻 t 时单个波经过的情况,该波的波

幅、波数、角频率分别为 r,k,w 。线性海浪理论认为,海浪是由多个不同波幅和不同角频率的波线性迭加而成。因此,易将式 (4) 扩展到以下三维离散形式:

$$\begin{aligned} x&=x_0-\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^m\cos\theta_ja_{ij}\sin(k_i(x_0\cos\theta_j+z_0\sin\theta_j)-w_it) \\ y&=y_0+\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^ma_{ij}\cos(k_i(x_0\cos\theta_j+z_0\sin\theta_j)-w_it) \\ z&=z_0-\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^m\sin\theta_ja_{ij}\sin(k_i(x_0\cos\theta_j+z_0\sin\theta_j)-w_it) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,定义 xz 平面为水面静止时的平面, x 轴正向朝右, z 轴正向朝外, y 轴为垂直方向,正向朝上,海面上的每一个点 (x,y,z) 都绕其静止时的位置 (x_0,y_0,z_0) 作圆周运动。 a_{ij} 是组成波的波幅; k_i 是波数; w_i 是角频率,并在 xz 水平面上沿 x 轴成 θ_j 角方向传播; n 为频率的划分个数; m 为方向的划分个数。

定义了海浪模型后,下一步就是如何从海浪谱中获取所需参数。当各参数设定好之后,依照固定的时间步长 Δt 依次改变时间参数 t 就可得到运动的海浪。

3.1.1 波幅

根据波动理论,波幅 a 和频谱 w 之间存在关系^[8]:

$$a_{ij}=\sqrt{2S(w_i,\theta_j)\Delta w\Delta\theta} \quad (6)$$

其中, $S(w_i,\theta_j)$ 是海浪能量的分布函数,采用式 (3) 的形式; Δw 和 $\Delta\theta$ 分别是 w 和 θ 的增量。要得出波幅,需要选取适当的角频率间隔 Δw 、方向间隔 $\Delta\theta$ 、代表频率 w_i 和代表方向角 θ_i 。

3.1.2 角频率仿真范围、间隔及划分个数

根据线性海浪理论,各种海浪频谱都是窄带谱,频率很低和很高的海浪其波幅都不是很大,大幅的波浪明显集中在某一段频率范围内,如图 1 所示。当风速增大时,海浪谱的低频部分增多,谱宽度减少,其谱曲线下的面积增大,波高显著增加,海浪变得混沌、更无规则性。因此,只要选取最具有代表性的一段频率进行仿真,就足以满足随机海浪的仿真精度。

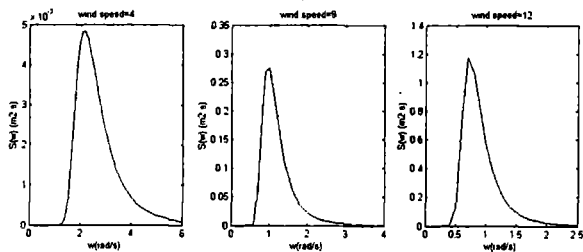


图1 使用 Matlab 绘制不同风速下的 PM 谱能量分布

通常情况下,海浪频率间隔的划分采用频率等分法或能量等分法,本文采用频率等分法。频谱划分间隔 Δw 的选取取决于所要求的精度。频率间隔越大,海浪的组成波数目越少,波浪的细节丢失较严重;频率间隔越小,海浪的组成波越多,所需要的时间就越多,实时性就越低。因此,必须在实时性和逼真性中选取一个最佳拟合点。通常情况下,八个组成波叠加的海浪就可以满足人的视觉效果。

由于考虑到风的作用 本文根据国内外海洋学中风力对海面状态的影响来确定频率仿真范围。表 1 给定了不同等级风速下本文所采取的频率仿真范围、频率间隔及划分个数。

表 1 各种海浪的仿真范围、角频率间隔及划分个数的选取

浪级	海面状态	风速	W_{max}	频率仿真范围	角频率间隔	划分个数
1	小波	< 5.5	> 1.57	$1.2 \sim 6.0$	0.2	24
2	轻浪	$5.5 \sim 8$	$1.57 \sim 1.07$	$0.6 \sim 4.0$	0.2	17
3	中浪	$8 \sim 11.5$	$1.07 \sim 0.71$	$0.4 \sim 2.5$	0.1	21
4	大浪	$11.5 \sim 14$	$0.71 \sim 0.62$	$0.4 \sim 1.8$	0.1	14
5	巨浪	$14 \sim 17$	$0.62 \sim 0.51$	$0.3 \sim 1.4$	0.05	22
6	狂涛	> 17	< 0.51	$0.2 \sim 1.2$	0.005	20

3.1.3 波数 k

波数 k 表示单个波的传播方向,数值上 $k=2\pi/\lambda$ 。由线性波动理论,在不考虑表面张力的情况下,数值上波数 k 和角频率 ω 满足如下关系^[7],即 $\omega^2=gk \tanh(kD)$ (其中, g 为重力加速度, D 为水深);当水深大于波长的一半时,可简化得到 $k=\omega^2/g$ 。

3.1.4 方向角 θ 与方向区间的划分

方向角 θ 显示了单个波的传播方向。由上述定义,可得出 $\vec{k}=(2\pi/\lambda)\times(\cos\theta, \sin\theta)$ 。理论上, θ 可选取 $0\sim2\pi$ 中的任意值,但实际海洋能量多分布在风向两侧 $\pi/2$ 的范围内。因此,只要模拟 $[\vec{W}-\pi/2\sim\vec{W}+\pi/2]$ 之间的方向角即可, \vec{W} 是风的传播方向。方向区间的划分采用等分法,将方向划分为 m 个方向,即:

$$\Delta\theta=\pi/m, \theta_j=\vec{W}-\pi/2+\Delta\theta(j-0.5), j<m \quad (7)$$

3.2 风对海浪的影响

由于 PM 谱仅表示固定风速下海浪趋于稳定时,海洋能量相对频率的分布,因此,采用上述方法只能模拟指定风速下的海浪,不能模拟风速变化时的海浪。风作为海浪运动的动力,研究海浪的运动必须考虑当风变化时风对海浪的影响。

以水质点作为研究对象,水质点的运动本质上是同时受到动力(如风力等)和复原力(如重力等)共同作用的结果。由于风的行为比较复杂,很难精确模拟风的运动。考虑到风作为一种动力,其实是使水质点产生位移。因此,可以认为风力能产生某种波,使水质点随之运动。由于海浪可看作是由多个不同波幅和不同角频率的波线性迭加而成的,因此,风也可看作是产生这些波的源动力。这些波的波幅为 a_i , 波数为 k_i , 角频率为 ω_i , 传播方向为 θ_i 。它们对每个质点产生的位移用式(5)表示。

另一方面,风对海浪产生的能量等价于所有波波幅的平方,即 $S_2-S_1=\sum a_{\vec{q}}^2/2$ 。其中, S_2 是风速变化后海浪的能量, S_1 是风速变化前海浪的能量, S_1 和 S_2 对角频率的分布都满足 PM 谱。因此,构造风力模型 F , 实质上就是构造风速变化时海浪能量分布的逐渐变化过程。由海浪谱的理论可知,当风速改变时,海洋能量分布主要在频率和方向上变化。所以,风力模型 F 就是各组成波波幅在不同频率和方向上的变化。

根据表 1 中的频率仿真范围,风速变化前后的仿真范

围可能不同,即风速改变对原组成波产生影响的同时可能会生成一部分新的组成波,原有的部分组成波的波幅也可能衰减至 0 而被除去。根据频率仿真范围的变化,可将风力模型 F 分为三种情况:

设海面风速由 \vec{u}_1 改变为 \vec{u}_2 , a'_i 为 \vec{u}_2 达到稳定时第 i 个波的波幅,可用式(6)计算得出; Δa_0 为风速变化为 1 时单位时间内单个波的波幅的平均增量。

(1) 按照 $|\vec{u}_2|$ 的频率范围,增加不在 $|\vec{u}_1|$ 频率范围的那部分波,其波数、传播方向、初相按照 3.1 节中的方法生成,波幅开始为 0 随着时间的变化而逐渐增加,即:

$$a_i=a_i+(|U_2|-|U_1|)\Delta t\Delta a_0, a_i<a'_i \quad (8)$$

(2) 对不在 $|\vec{u}_2|$ 频率仿真范围内的组成波,其波幅随着时间的变化衰减至 0,即:

$$a_i=a_i-\Delta t\Delta a_0, a_i>0 \quad (9)$$

(3) 对于 $|\vec{u}_1|$ 和 $|\vec{u}_2|$ 仿真频段的交集部分,需要考虑波的方向角是否在仿真的范围内,即 $\vec{u}_2-\pi/2\leq\theta_i\leq\vec{u}_2+\pi/2$;若不在,则波幅采用式(9)计算;若在,只简单地对其波幅进行衰减或者增加, $a_i=a_i+(|U_2|-|U_1|)\Delta t\Delta a_0$,直到 $a_i\approx a'_i$ 。

这样,就满足了实际海浪随风速变化越快,其波幅也变化越快的特点。

4 海浪的绘制

在实现三维海浪的动画时,海浪是否逼真取决于图像的真实感和实时性。通常模拟的海域比较广阔,计算量大,因此实时性尤为重要。为加快虚拟场景的绘制速度,目前主要采用“可见性判定”和“细节层次模型”(LOD)两种技术。前者要对无穷海域裁剪,需要庞大的存储空间;后者在不影响画面视觉效果的前提下,通过逐次简化景物的表面细节来减少场景的几何复杂性。但海浪空间范围广阔,需要模拟范围很大的网格。若要保证较好的图像质量,必须采用较细分辨率的网格,相应的计算量就随之增加,难以实时模拟海浪。若采用粗分辨率的网格,就会丢失部分海浪细节。另一方面,若采用规则的海面网格,不考虑视点位置的影响,则当视点在海面上移动时,很难获得满意的图像质量。

基于上述几个原因,本文采用基于视点的不规则网格拓扑结构来实现海浪绘制,如图 2 所示。其基本思想是将面积为 $M\times N$ 的网格划分为 n 层,视线对应网格的中心点,网格随着视线的移动而移动。考虑到人的视觉自然原则,离视线越近的物体越清楚,越远越模糊。因此,在划分网格时,离网格中心越近,网格数目越多,网格分辨率越高;离网格中心越远,网格数目越少,网格分辨率越低。第 i 层的网格数为 $M\times N/2^i(1\leq i\leq n)$,第 n 层的网格数为 $M\times N/2^{n-1}$ 。设 d 为第一层中的网格代表的实际距离,第 i 层

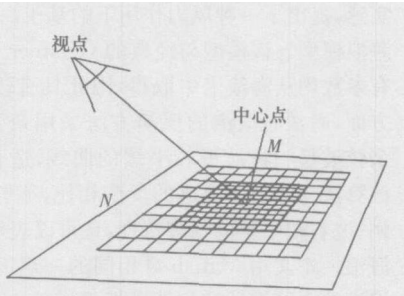


图 2 海浪网格结构

中的网格代表的实际距离为 $d \cdot 2^{i-1}$ ($1 \leq i \leq n$)。使用 $M \times N$ 个网格, n 个层次就可以表示实际大小为 $(M \times N) \cdot (n+1) \cdot d/2$ 的海域。这样, 只需要少量的网格就可以表示较大范围的海域。由于网格随着视点的移动而移动, 这避免了对无穷海域的剪裁, 节省了存储空间。只要选择适当的网格大小和层数就可以在减少计算量的同时达到要求的绘制结果。本文采用 128×128 个网格, 三个层次获得了较好的结果。

该方法的特点是能基于视点实时生成多层次网格, 离视点近的海面划分的网格数目多, 网格小; 离视点远的海面划分网格数目少, 网格大。近处的海面呈现出较好的几何真实感, 同时, 远处的海面被自动地进行了平滑。由于网格随着视点移动而移动, 可以表现出更多的海浪细节。如果采用这种不规则的网格拓扑结构绘制海浪, 当视点在海面上移动时, 海浪的绘制速度和逼真度并没有降低, 也没有明显的图像跳变现象。由于该方法不需要很多网格, 计算量小, 用户可以通过键盘实时控制海浪的模拟区域, 容易在个人计算机上实现。

5 结果及算法分析

本文采用基于海浪谱的 3D Gerstner 海浪模型构造海浪, 并根据海浪谱引入风对海浪的作用, 用基于视点的网络拓扑结构实时绘制海浪, 如图 3 所示。用户可以通过键盘操作改变海面的风速和视点的位置, 系统根据用户键盘操作实时生成海浪, 海浪仿真度较高。该场景采用 128×128 个网格、三个层次的拓扑结构实时绘制。该系统使用 OpenGL 和 VC 开发, 其硬件配置为奔腾 1.8GHz, 图形加速卡为 GeForce4 Ti 4200。

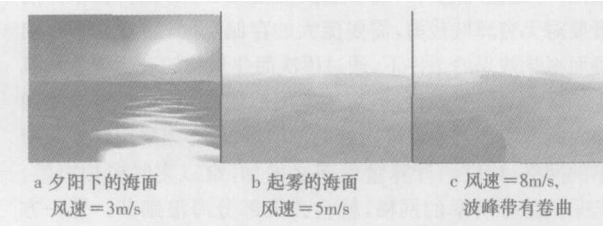


图 3 运行结果

本文在分析现有模型缺点的基础上, 兼顾实时性和真实感, 提出了一种风力作用下的基于海浪谱的 3D Gerstner 海浪模型。该模型与经典的 Gerstner 模型相比, 由于其所有参数均从海浪谱中取得, 因此具有较强的真实性。另一方面, 通常海浪谱的反演方法采用余弦波等高度场建模。余弦波是一种波形较平缓的曲线, 适合模拟平静的海浪。该算法与通常海浪谱的反演相比, 能够表现海浪波峰较陡峭、波谷较平坦的物理特性, 且可以表示波峰卷曲的那部分海浪。本文用 Matlab 对相同的一组海浪谱数据分别用海浪谱的余弦波反演和基于海浪谱的 3D Gerstner 海浪模型反演进行比较。由图 4 易得出, 海浪谱的余弦波反演的海浪曲线较平滑, 而采用基于海浪谱的 3D Gerstner 模型反演的海浪曲线波峰较陡峭, 波谷较平坦, 反映了海浪的物理特征, 且在某些地方出现叠加。由海浪谱构造的风力模型可模拟风速变化时的海面状况, 而用户可以通过键盘控制风速变化, 具有较强的交互性。采用基于视点的网格拓扑结

构进行绘制, 网格随着视点的移动而移动, 只用少量的网格就可以绘制大范围的海域, 节省了存储空间, 并具有较好的交互性。

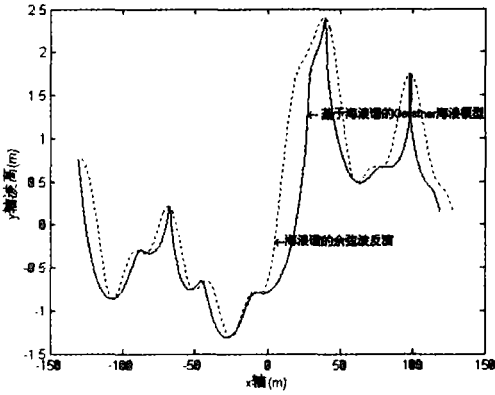


图 4 用 Matlab 对风速为 8 的海浪谱进行反演

6 结束语

本文在分析现有海浪模型的基础上, 根据海浪谱理论, 提出了一种风力作用下的基于海浪谱的 3D Gerstner 模型, 详细讨论了如何从海浪谱中求出该模型的各个参数; 并且, 根据风在海浪运动中的作用, 提出了一种基于 PM 谱的风力模型; 采用基于视点的网格拓扑结构进行绘制, 并在个人计算机上运行, 取得了较好的结果。但是, 该模型没有考虑碎浪和破浪的绘制, 有待于进一步改进。

参考文献:

[1] M Kass, G Miller. Rapid, Stable Fluid Dynamic for Computer Graphics[J] . Computer Graphics, 1990, 24(4): 49-56.
[2] G J Komen, L Cavaleri, M Donelan, et al. Dynamics and Modeling of Ocean Waves[M] . London: Cambridge University Press, 1996.
[3] D R Peachy. Modeling Wave and Surf[J] . Computer Graphics(Proc of SIGGRAPH ' 86), 1986, 65-74.
[4] A Fournier, T Reeves. A Simple Model of Ocean Waves[J] . Computer Graphics(Proc of SIGGRAPH ' 86), 1986, 20(4): 75-84.
[5] 鄢来斌, 李思昆, 张秀山. 海浪实时生成技术研究[J] . 计算机辅助设计与图形学学报, 2000, 12(9): 715-719.
[6] G A Martin, P A Watterberg, J F Mareda. Fourier Synthesis of Ocean Scenes[J] . IEEE Computer Graphics and Applications, 1987, 7(3): 16-23.
[7] J Tessendorf. Simulating Ocean Water[A] . Siggraph Course Notes[C] . 1999.
[8] 杨怀平, 孙家广. 基于海浪谱的波浪模拟[J] . 系统仿真学报, 2002, 14(9): 1175-1178.
[9] Changbo Wang, Zhangye Wang. Real Time Simulation of Ocean Wave Based on Cellular Automata[A] . CAD /Graphics' 2003[C] . 2003.
[10] W J Pierson, L Moskowitz. A Proposed Spectral form for Fully Developed Wind Seas Based on Similarity Theory of S A Kilaigorodskii[J] . Journal of Geophysical Research, 1964, 69: 5181-5190.