

## «بسمه تعالی»

### «تکلیف شماره ۳ درس بهینه‌سازی ترکیبیاتی ترم اول ۱۴۰۱-۱۴۰۰»

**سوال اول:** قضیه ۵-۲ را ثابت کنید.

راهنمایی: به برهان خلف، فرض کنید  $A$  کاملاً تک‌کالبدی نباشد و فرض کنید  $B$  کوچکترین زیرماتریس مربعی  $A$  است که برای آن  $\det(B) \notin \{1, -1, 0\}$  ماتریس  $B$  نمی‌تواند شامل یک ستون با فقط یک درایه غیرصفر باشد، چون با فرض آنکه  $B$  کوچکترین زیرماتریس مربعی با ویژگی مورد نظر است، در تناقض می‌باشد. بنابراین  $B$  در هر ستون دو مؤلفه غیرصفر دارد. اکنون، در ماتریس  $B$ ، سطرهاى متعلق به  $\mathbb{I}_1$  را با یکدیگر جمع و سپس، سطرهاى متعلق به  $\mathbb{I}_2$  را از آن کم کنید و نشان دهید سطرهاى  $B$  وابسته خطی‌اند.

#### قضیه ۵-۲: شرط کافی برای ویژگی کاملاً تک‌کالبدی

ماتریس  $A$  با درایه‌های ۱، ۰ و -۱ کاملاً تک‌کالبدی است اگر

(۱) هر ستون آن حداکثر دو درایه غیرصفر داشته باشد،

(۲) مجموعه سطرهاى ماتریس  $A$  را بتوان به دو گروه مجزای  $\mathbb{I}_1$  و  $\mathbb{I}_2$  به صورت زیر تقسیم

کرد:

- اگر در یک ستون، دو درایه غیرصفر هم‌علامت هستند، اندیس سطری یکی در  $\mathbb{I}_1$  و دیگری در  $\mathbb{I}_2$  باشد.

- اگر در یک ستون دو درایه غیرصفر هم‌علامت نیستند، اندیس سطری هر دو در یکی از دو مجموعه  $\mathbb{I}_1$  یا  $\mathbb{I}_2$  باشد.

**سوال دوم:** مسأله کاربردی برنامه‌ریزی درسی که در صفحات ۲۹۷ تا ۳۰۷ آمده با دقت مطالعه کنید.

مدل را در GAMS پیاده‌سازی کنید و کنترل کنید که به جواب‌های کتاب برسید.

سپس، مدل را به گونه‌ای تغییر دهید که فرضی که در بند اول تذکر ۸-۱ آمده رعایت گردد.

**مهلت تحویل:** جمعه ۲۸ آبان ۱۴۰۰ ساعت ۲۳:۵۹

**شیوه تحویل:** سامانه مدیریت یادگیری به آدرس [Courses.aut.ac.ir](http://Courses.aut.ac.ir)

**موفق و پیروز باشید - هوشمند**