combinatorial optimization

Mohammadreza Ardestani 9513004, Mohammad Bornosi 9713007

This assignment has been done with collaboration of both team members.

Exercise 1:

اندیس‌های زیر را تعریف می‌کنیم:

$i = 1, \dots, 7$ اندیس دروس با احتساب گروه‌های مختلف

$t = 1, \dots, 5$ اندیس بازه‌های زمانی

$j = 1,2,3,4$ اندیس انواع اتاق‌ها

پارامترهای زیر را تعریف می‌کنیم:

p_i: جمعیت در درس i

~~n_j: تعداد اتاق نوع j~~

cap_j: ظرفیت اتاق نوع j

نیاز به ارائه داشته باشد

$a_{i,t}$: پارامتر باینری که اگر درس i در بازه زمانی t ارائه ~~شود~~، یک و در غیر این صورت صفر است.

$c_{i,j}$: جریمه تخصیص درس i به اتاق نوع j جریمه اختصاص یکی از ساعت های ریکونست شده از درس آی به کلاس نوع جی

TH(i) : تعداد زمان هایی که کلاس آی ام نیاز داره

متغیرهای تصمیم را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

δ_i: متغیر باینری که اگر درس i ارائه شود، یک و در غیر این صورت، صفر است.

~~$y_{i,j}$: متغیر باینری که اگر درس i به اتاق j تخصیص یابد، یک و در غیر این صورت، صفر است.~~

Y_ t,j,i :	متغیر باینری که اگر زمان تی ام از کلاس جی ام به درس آی ام اختصاص یافته باشد 1 میشود

We formulate the problem in the following way:

$$\min Z = M\sum_{i=1}^{7}(1-\delta_i) + \sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{7}\left(100\times c_{i,j}\times x_{tji}\right)$$

s.t.

$$1)\quad \delta_i = \max\left\{\left[\left(\sum_{t=1}^{5}\sum_{j=1}^{4} x_{tji}\right) - TH(i)+1\right],\ 0\right\}$$

یعنی اگر حتی یکی از زمان‌های مورد نیاز درس i ام براش اتاق پیدا نشده بود "آن درس i ام" کلاً برگزار نشده در نظر گرفته شود

$$2)\quad \sum_{i=1}^{7} x_{tji} \leqslant 1 \ ;\ \forall t, j$$

یعنی یک ساعت مشخص از یک کلاس مشخص تنها به یک درس اختصاص داده شود و نه بیشتر

$$3)\quad \sum_{j=1}^{4} x_{tji} = 0 \ ;\ \forall t, i : a(t,i)=0$$

یعنی اگر درس i ام در زمان t ام کلاس نیاز نداره حتماً کلاسی هم ما بهش اختصاص ندیم (این شرط جلوگیری میکنه از این که شرط 1 یک منطقی براش به وجود بیاد، به عبارتی اگر ما برای درس i ام در زمان اشتباهی کلاس اختصاص بدیم شرط 1 مقدار δ_i را اشتباه محاسبه می‌شد)

$$4)\quad x_{tji} = 0 \quad \forall i, j : P_i > CaP_j$$

کلاسی که ظرفیت آن کمتر از ظرفیت مورد نیاز درس باشد را کنسل می‌کنیم

اما یک چالش اصلی پیاده‌سازی قید شماره 1 به صورت خطی است که ما به این صورت آن را بازنویسی کرده‌ایم ⇐

$$0.1\,(1-\delta_i) \leqslant TH(i) - \sum_{t}^{5}\sum_{j}^{4} x_{tji} \ ;\ \forall i$$

$$TH(i) - \sum_{t}^{5}\sum_{j}^{4} x_{tji} \leqslant 4\times(1-\delta) \ ;\ \forall i$$

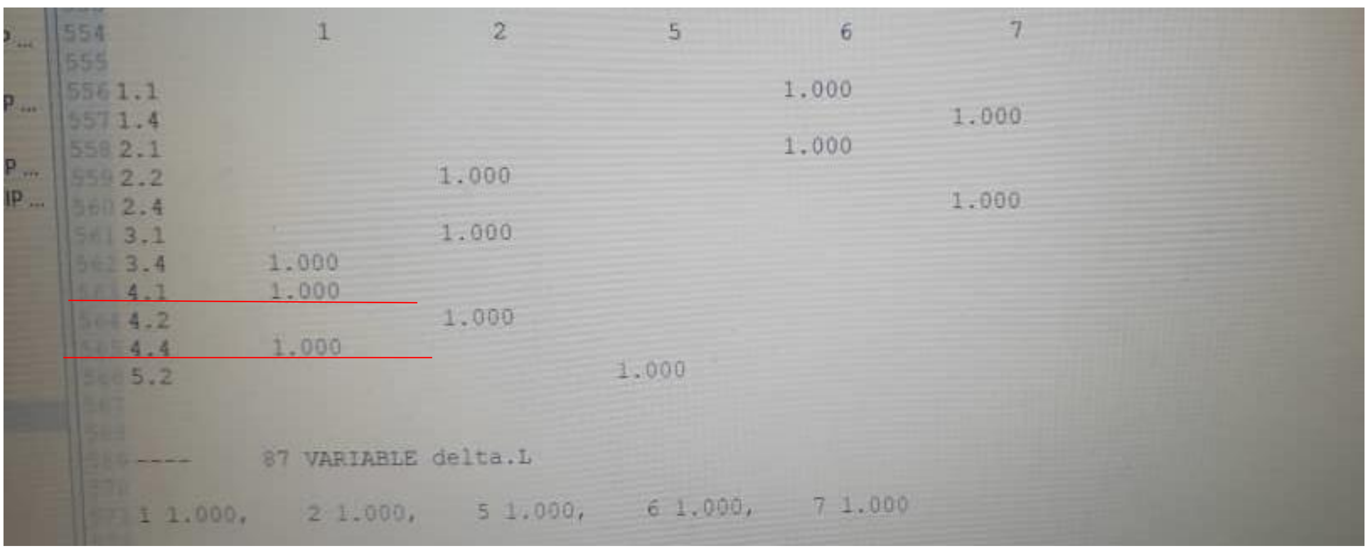
یک عدد کوچک مناسب

یک عدد بزرگ مناسب

Still the above picture needs another constraint:

$$\sum_{j=1}^{k} \gamma_{tji} \leq 1 \quad \forall\, t = 1, \dots, \omega \;, \; i = 1, \dots, v$$

It says,for each class at each time we can at most alocate 1 room to it. Had it not been for the above constraint, we would have had the following issue, which the model has held class #1 at t=4 in two different room(room #4 and #1).



	1	2	5	6	7
1.1				1.000	
1.4					1.000
2.1				1.000	
2.2		1.000			
2.4					1.000
3.1		1.000			
3.4	1.000				
4.1	1.000				
4.2		1.000			
4.4	1.000				
5.2			1.000		

---- 87 VARIABLE delta.L

1 1.000, 2 1.000, 5 1.000, 6 1.000, 7 1.000

Gams output:

```
606
607
608 ----      91 VARIABLE z.L                    =      1802.000
609
610 ----      91 VARIABLE x.L
611
612              1            2            5            6            7
613
614 1.1                                             1.000
615 1.4                                                          1.000
616 2.1                    1.000
617 2.2                                                          1.000
618 2.3                                             1.000
619 2.4       1.000
620 3.1       1.000
621 3.4                    1.000
622 4.1       1.000
623 4.4                    1.000
624 5.2                                1.000
625
626
627 ----      91 VARIABLE delta.L
628
629 1 1.000,    2 1.000,    5 1.000,    6 1.000,    7 1.000
630
631
```

Note that the value of M should be determined properly in a way that the model should try to hold classes as mush as posible. For this purpose, we set M = 601, which is 1 score more than the cost that we have to pay for the biggest penalty.

This result means we have to hold classes number 1, 2, 5, 6, and 7 as their corresponding time and room are outlines in lines 614 to 624 in the above picutre.

Exercise 2:

I have to mention that we, me and mohammad Bornosi, explained out model and our Gams code for this exercise in the class. we, however, real-quick explain that again:

$$\min z = \sum_{(i,j)\in A} c_{i,j}\,\delta_{i,j}$$

t_i نوبت ملاقات شهر i

$$\delta_{i,j}\begin{cases} 1 & \text{یال } (i,j) \text{ در کوتاه‌ترین مسیر باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

s.t.

$$\sum_{i\in N:(O,i)\in A} \delta_{O,i} - \sum_{i\in N:(i,O)\in A} \delta_{i,O} = 1$$

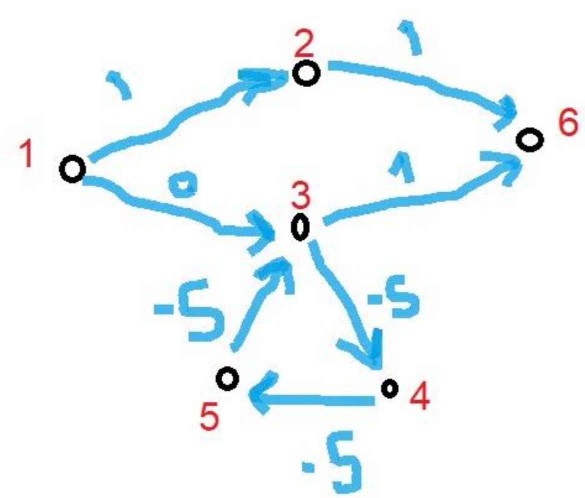
$$\sum_{i\in N:(i,D)\in A} \delta_{i,D} - \sum_{i\in N:(D,i)\in A} \delta_{D,i} = 1$$

$$\sum_{i\in N:(i,j)\in A} \delta_{i,j} = \sum_{i\in N:(j,i)\in A} \delta_{j,i} \quad \forall j\in N: j\neq O, D$$

$$t_O = 0$$

$$t_i - t_j + n\,\delta_{i,j} \leq n-1 \quad \forall i,j\in N: i\neq j,\ j\neq O$$

The example that we use for setting parameters:



GAMS implementation:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.2	.	.	1.000	1.000
1.3	.	1.000	1.000	EPS
1.4	.	.	1.000	EPS
1.5	.	.	1.000	EPS
1.6	.	.	1.000	EPS
2.3	.	.	1.000	EPS
2.4	.	.	1.000	EPS
2.5	.	.	1.000	EPS
2.6	.	.	1.000	1.000
3.2	.	.	1.000	EPS
3.4	.	.	1.000	-5.000
3.5	.	.	1.000	EPS
3.6	.	1.000	1.000	1.000
4.2	.	.	1.000	EPS
4.3	.	.	1.000	EPS
4.5	.	.	1.000	-5.000
4.6	.	.	1.000	EPS
5.2	.	.	1.000	EPS
5.3	.	.	1.000	-5.000
5.4	.	.	1.000	EPS
5.6	.	.	1.000	EPS
6.2	.	.	1.000	EPS
6.3	.	.	1.000	EPS
6.4	.	.	1.000	EPS
6.5	.	.	1.000	EPS

This result exactly matches our anticipation. It says, we have to go from 1 to 3 and then from 3 to 6, which is the shortest path.

Thanks for your time.