Q1)

$$\max z = -3x_1 + 2x_2 + x_4$$

s.t.

$$2x_1 - 3x_2 \quad + x_4 \le 0 \quad \Leftrightarrow y_1$$
$$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 \le 1 \quad y_2$$
$$-x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 \ge -8 \quad y_3$$
$$x_1 \ge 0$$
$$x_2, x_3 \le 0$$
x_4 آزاد

for each constrain we consider one variable
and since we have maximization problem, normal sing for each constrain is " <= "

Dual problem:
min w =0y1 +y2 -8y3
subject to
2 y1 -1 y2 -1 y3 >= -3
-3y1 +2 y2 +1 y3 <=   2
0 y1 +2 y2 -4 y3 <=   0
4 y1 -3 y2 +1 y3 =   1
and y1 , y2 >=0 , y3<=0

Q2)

Q2)

Min $z = C^T x$

s.t

$Ax = b$ $\Rightarrow$ Corresponding Dual variable : y_j $(1 \leq j \leq n)$

$x_j \leq u_j \quad \forall j = 1, \dots, n$ $\Rightarrow$ Corres Dual Var : y'_j $(1 \leq j \leq n)$

$x_j \geq l_j \quad \forall j = 1, \dots, n$ $\Rightarrow$ Corres Dual Var : y''_j $(1 \leq j \leq n)$

x_j : Free (unrestricted) $(1 \leq j \leq n)$

A' = restrictions Coefficient Matrix For Primal Problem $= \begin{bmatrix} A_{n \times n} \\ I_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}_{3n \times n}$

B = RHS coeff for Primal Problem $= \begin{bmatrix} b \\ u_j \\ l_j \end{bmatrix}_{3n \times 1}$

C = objective func for Primal Problem $= \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$

$\Rightarrow$ Dual Problem: $\quad Y := \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y'_1 \\ \vdots \\ y''_n \end{pmatrix}_{3n \times 1}$

Max $W = B^T Y$

s.t. $(A')^T = C \iff \begin{bmatrix} A^T & I_n & I_n \end{bmatrix} = C$

y_j : Free , $y'_j \leq 0$, $y''_j \geq 0$

since we have y_i' & y_i'' in i'th restriction in Dual Problem & y_i' & y_i'' have opposite sign we can satisfy i'th restriction.

So we have atleast one feasible sln &

Dual Problem is Not Infeasible $\blacksquare$

Q3)

II

$$\begin{aligned} &Max\ z = |2x_1 - 3x_2| \\ &s.t. \\ &4x_1 + x_2 \le 4 \\ &2x_1 - x_2 \le 0.5 \\ &x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

I

$$\begin{aligned} &Min\ z = |2x_1 - 3x_2| \\ &s.t. \\ &4x_1 + x_2 \le 4 \\ &2x_1 - x_2 \le 0.5 \\ &x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Q3) $|\beta| = \max(\beta, -\beta)$ $* \Rightarrow$

We can rewrite I with $*$ in the following way:

$$\begin{aligned} &\text{Min } Z = y \\ &\boxed{\begin{aligned} &y \geq 2X_1 - 3X_2 \\ &y \geq -(2X_1 - 3X_2) \end{aligned}} \\ &4X_1 + X_2 \leq 4 \\ &2X_1 - X_2 \leq 0{,}5 \\ &X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

که دو قید بالا که بر روی مقدار y گذاشته ایم تضمین میکند که مقدار برابر مقدار قدرمطلقی که اول داشتیم باشد ولی برای ماکسیمم این مدل سازی درست نیست و ما نیاز به متغییر باینری binary داریم .

به عبارت دیگر ، مساله اصلی جواب بهین داره برا ماکسیمم سازی خیلی راحت رو شکل میشه متوجه شد

اما اگر با w کار کنیم میگیم w بزرگتر مساوی |2X1-3X2| و این قید و هدف که ماکسیمم سازیه w رو میبره به سمت بیکرانی و جواب نادرست میشه

Thanks for your time

mohamadreza ardestani
9513004