

«بسمه تعالی»

«تمرینات مروری»

تمرینات زیر بنا به درخواست برخی از دانشجویان تنظیم شده است.
در واقع، دانشجویانی که در اوایل کلاسهای مجازی نمره مطلوبی را از تکالیف کسب نکرده‌اند، می‌توانند با تحویل تمرینات مروری، بخشی از نمره تکالیف (تا سقف ۹۰ نمره) را جبران کنند.
لذا، تحویل تمرینات مروری اختیاری می‌باشد.
در صورتی که تمایل به انجام تمرینات مروری دارید، مهلت و شیوه تحویل به شرح زیر است:
مهلت تحویل: ۱۶ خرداد ۹۹ ساعت ۲۲ (زمان تمدید نمی‌شود)
شیوه تحویل: سامانه courses.aut.ac.ir

سوال ۱: شهرداری دو نوع از زمین را کنترل می‌کند. زمین ۱، ۳۰۰ جریب و زمین ۲، ۱۰۰ جریب است. هر جریب از زمین ۱ را می‌توان برای فضای سبز یا شکار یا هر دو استفاده کرد. هر جریب از زمین ۲ را می‌توان برای فضای سبز یا اطراق کردن یا هر دو استفاده کرد. هزینه (برحسب صد دلار) و نیروی انسانی (بر حسب نفر-روز) مورد نیاز جهت نگهداری یک جریب از هر زمین و سود (بر حسب هزار دلار) در هر جریب برای استفاده‌های ممکن در جدول زیر آمده است. سرمایه‌ای معادل ۱۵۰۰۰۰ دلار و نیروی کار معادل ۲۰۰ نفر-روز در اختیار است. چگونه زمین‌ها باید به استفاده‌های مختلف تخصیص یابد تا بیشترین سود از دو نوع زمین به دست آید؟ در این خصوص، یک LP ارائه کنید.

| سود | نیروی انسانی | هزینه | |
|------|--------------|-------|----------------------|
| ۰,۲ | ۰,۱ | ۳ | فضای سبز روی زمین ۱ |
| ۰,۴ | ۰,۲ | ۳ | شکارگاه روی زمین ۱ |
| ۰,۵ | ۰,۲ | ۴ | هر دو روی زمین ۱ |
| ۰,۰۶ | ۰,۰۵ | ۱ | فضای سبز روی زمین ۲ |
| ۰,۰۹ | ۵ | ۳۰ | محل اطراق روی زمین ۲ |
| ۱,۱ | ۱,۰۱ | ۱۰ | هر دو روی زمین ۲ |

سوال ۲: دستگاه زیر مفروض است. نقطه گوشه‌ای $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ با چه انتخاب‌هایی برای مجموعه BV متناظر خواهد بود؟
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_4 &= 3 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= 3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

سوال ۳: یک کارخانه در ۶ درجه (۱ تا ۶) آهک می‌فروشد. قیمت فروش هر پوند در جدول ۱ آمده است. آهک به کمک کوره تولید می‌شود. اگر یک کوره برای یک شیفت ۸ ساعته کار کند، مقدار آهک تولید شده (بر حسب پوند) در هر درجه، به قرار جدول ۲ است. هزینه کوره برای یک شیفت ۸ ساعته برابر ۱۵۰ دلار است. مدیریت شرکت معتقد است هرروز می‌تواند به اندازه مقادیر جدول ۳ (بر حسب پوند) فروش داشته باشد.

ممکن است آهک تولید شده در کوره توسط هر کدام از فرآیندهای جدول ۴ تحت عملیات مجدد قرار گیرد. برای مثال، با صرف هزینه یک دلار، یک پوند آهک درجه ۴ قابل تبدیل به نیم پوند آهک درجه ۵ و نیم پوند آهک درجه ۶ است. در پایان هرروز آهک‌های اضافی باید دور ریخته شوند و هزینه از بین بردن آن‌ها در جدول ۵ داده شده است. یک LP برای ماکزیمم‌سازی سود روزانه شرکت ارائه کنید.

جدول ۱

| درجه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|------------|----|----|----|----|----|----|
| قیمت(دلار) | ۱۲ | ۱۴ | ۱۰ | ۱۸ | ۲۰ | ۲۵ |

جدول ۲

| درجه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|-----------------|---|---|---|-----|---|---|
| میزان تولید شده | ۲ | ۳ | ۱ | ۱,۵ | ۲ | ۳ |

جدول ۳

| درجه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| میزان تولید شده | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۳۵ | ۲۵ | ۵۰ |

جدول ۴

| ورودی (۱ پوند) | خروجی | هزینه (دلار برای ۱ پوند ورودی) |
|----------------|-----------------|--------------------------------|
| درجه ۱ | ۰,۳ پوند درجه ۳ | ۲ |
| | ۰,۲ پوند درجه ۴ | |
| | ۰,۳ پوند درجه ۵ | |
| | ۰,۲ پوند درجه ۶ | |
| درجه ۲ | ۱ پوند درجه ۶ | ۱ |
| درجه ۳ | ۰,۸ پوند درجه ۴ | ۱ |
| درجه ۴ | ۰,۵ پوند درجه ۵ | ۱ |
| | ۰,۵ پوند درجه ۶ | |
| درجه ۵ | ۰,۹ پوند درجه ۶ | ۲ |

جدول ۵

| درجه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|
| هزینه از بین بردن | ۳ | ۲ | ۳ | ۲ | ۴ | ۲ |

سوال ۴: مسئله زیر را با روش M بزرگ حل کنید.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 2x_1 - x_2 \\ \text{s.t. } 2x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\ -x_1 + x_2 &\geq 1 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

سوال ۵: جدول بهینه مسئله ماکزیم سازی زیر را در نظر بگیرید و مجموعه همه جواب‌های بهین آن را مشخص کنید.

| کل متغیرها/BV | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | RHS |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| z | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 15 |
| x_2 | 3 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 4 |
| x_3 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 5 | 1 | -3 | 10 |

سوال ۶: مسئله زیر را با روش دوفازی حل کنید.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 2x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{s.t. } 3x_1 + x_2 - 2x_3 &\leq 8 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 &\geq 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 &\geq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

سوال ۷: مسأله مینیم سازی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= 5x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{s.t. } x_1 + 4x_2 + x_3 &\leq b_1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &\geq b_2 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

جدول بهین آن نیز به صورت زیر است.

| کل متغیرها/BV | x_1 | x_2 | x_3 | s_2 | s_1 | RHS |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| z | -3 | -1 | 0 | -1 | 0 | a |
| s_1 | -1 | b | 0 | 1 | 1 | 4 |
| x_3 | 2 | c | 1 | -1 | 0 | 2 |

الف) B^{-1} و $c_{BV}^T B^{-1}$ را بدست آورید.

ب) مقادیر a, b, c, b_1, b_2 را بدست آورید.