① Encuentre los valores de t tal que la siguiente expresion es válida en el siguiente intervalo $[0, \pi]$

$$\operatorname{sen}(t) + \operatorname{sen}(2t) = 0$$

$$\operatorname{Sen}(t) + 2\operatorname{sen}(t)\cdot\cos(t) = 0 \qquad S = \left\{ x = 0 \ \wedge \ x = \frac{2\pi}{3} \right\}$$

$$\operatorname{sen}(t)\left(1 + 2\cos(t)\right) = 0$$

$$\operatorname{sen}(t) = 0 \qquad 1 + 2\cos(t) = 0$$

$$\cos(t) = -\frac{1}{2}$$

② El intervalo se cumple para $\frac{4x^2}{\pi^2} \leq f(x) \leq \frac{\operatorname{sen}(x - \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}}$ en $[0, \pi/2]$, sin usar L'Hopital calcule el limite de $f(x)$

$$\lim_{x\to 0} \frac{4x^2}{\pi^2} \leq \lim_{x\to 0} f(x) \leq \lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x-\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \qquad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{4x^2}{\pi^2} \leq \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x) \leq \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}(x-\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}}$$

$$0 \leq \lim_{x\to 0} f(x) \leq \frac{-1}{\frac{\pi}{2}} \qquad \frac{4\cdot\frac{\pi^2}{4}}{\pi^2} \leq \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x) \leq 0$$

$$0 \leq \lim_{x\to 0} f(x) \leq -\frac{2}{\pi} \qquad 1 \leq \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x) \leq 0$$

③ $h(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 5 & \text{si } |x-4| \leq 1 \\ \ln(x-5) & \text{si } x > 5 \\ \frac{1}{x} & \text{puntos restantes} \end{cases}$

ⓐ Analice la continuidad de h en $\mathbb{R}$ y en caso de que h presente discontinuidades, clasifiquelas

ⓑ De la ecuacion de la recta tangente a h en el punto $x_0 = 2$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 5 & 3 \leq x \leq 5 \\ \ln(x-5) & x > 5 \\ \frac{1}{x} & \text{puntos restantes} \end{cases}$$

ⓐ $x = 0$

1. $f(0) = \nexists$

2. $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = \infty$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

h es discontinua en $x = 0$

Discontinuidad esencial

$x = 3$

1. $f(3) = 3^2 - 2\cdot 3 + 5 = 8$

2. $\lim_{x\to 3^+} x^2 - 2x + 5 = 8$

$\lim_{x\to 3^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$

h es discontinua en $x = 3$

Discontinuidad de salto

$x = 5$

$f(5) = 5^2 - 2\cdot 5 + 5 = 20$

$\lim_{x\to 5^+} \ln(x-5) = -\infty$

$\lim_{x\to 5^-} x^2 - 2x + 5 = 20$

h es discontinua en $x = 5$

Discontinuidad esencial

ⓑ $h(x) = \frac{1}{x}$ en $x = 2$, $h(2) = \frac{1}{2}$

$h'(x) = -\frac{1}{x^2}$, $h'(2) = -\frac{1}{4}$

$t(x) = ax + b$, $a = -\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}\cdot 2 + b \qquad t(x) = -\frac{1}{4}x + 1$

$\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + b$

$1 = b$

④ Usa aproximacion lineal para calcular: Hay un cubo de 1m de lado, sabiendo que puede tener un error de medicion de $10^{-2}m$.

ⓐ Calcule el volumen del cubo

ⓑ Calcule el area de una de sus caras

ⓐ $f(x) = x^3 \quad f'(x) = 3x^2 \qquad 10^{-2}m = \frac{1}{100}m$

$f\left(\frac{101}{100}\right) \simeq f(1) + f'(1)\left(\frac{101}{100} - \frac{100}{100}\right)$

$\simeq 1 + 3\left(\frac{1}{100}\right)$

$\simeq 1 + \frac{3}{100} = 1{,}003$

El volumen del cubo estará entre $0{,}997m^3$ y $1{,}003m^3$

ⓑ $f(x) = x^2 \quad f(x) = 2x$

$f\left(\frac{101}{100}\right) \simeq f(1) + f'(1)\left(\frac{101}{100} - \frac{100}{100}\right)$

$\simeq 1 + 2\left(\frac{1}{100}\right)$

$\simeq 1 + \frac{2}{100} = 1{,}002$

El area de una cara estará entre $0{,}998m^2$ y $1{,}002m^2$

5 Graficar con datos

⑥ Dada la funcion $f(t) = \frac{\ln(t^2)}{(t^2)}$

ⓐ Determine el dominio de f y de las ecuaciones de las asíntotas verticales y/o verticales (si las tiene)

ⓑ Encuentre los puntos críticos, los intervalos de crecimiento/decrecimiento y determine si tiene extremos

ⓒ Esboce la gráfica de f.

ⓐ Dom $f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

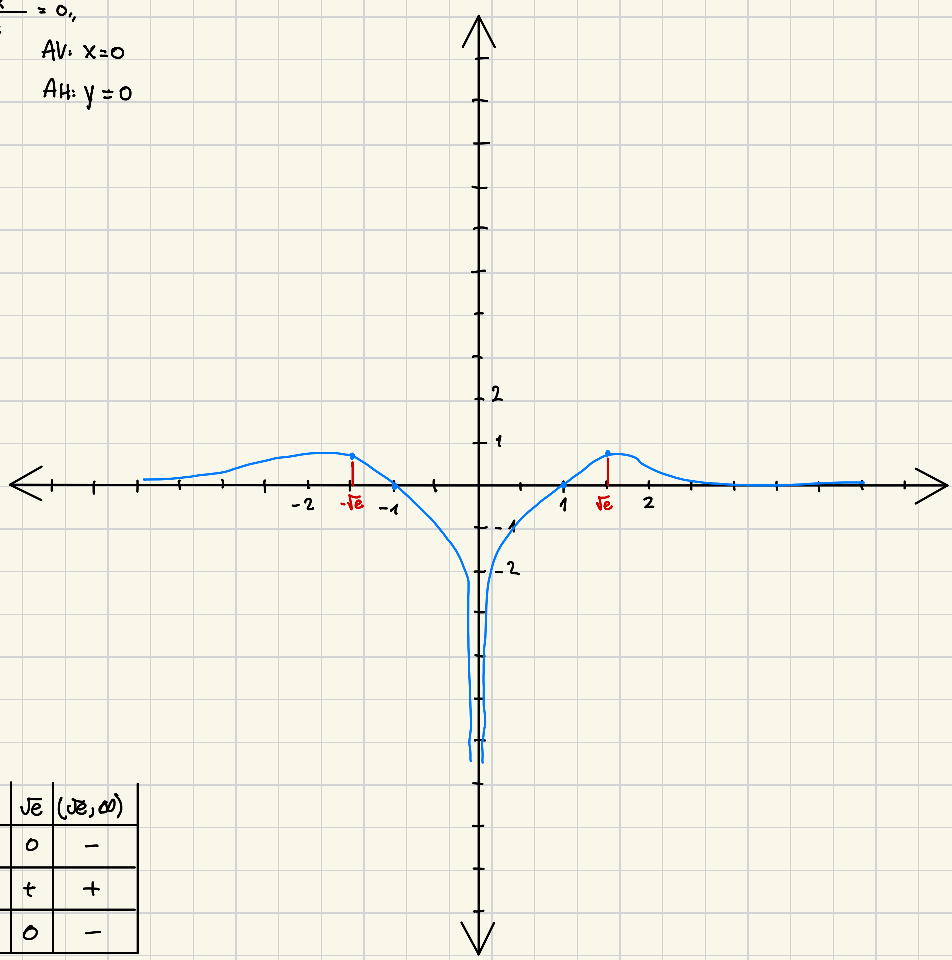
AV: $\lim_{t \to 0} \frac{\ln(t^2)}{t^2} = \lim_{t \to 0^+} \ln(t^2) \cdot \frac{1}{t^2} = -\infty$

AH: $\lim_{t \to \infty} \frac{\ln(t^2)}{t^2} \overset{L'H}{=} \lim_{t \to \infty} \frac{\frac{2x}{x^2}}{2t} = \lim_{t \to \infty} \frac{\frac{2}{x}}{2t} = 0$

$\lim_{t \to -\infty} \frac{\ln(t^2)}{t^2} \overset{L'H}{=} \lim_{t \to -\infty} \frac{\frac{2x}{x^2}}{2t} = \lim_{t \to -\infty} \frac{\frac{2}{x}}{2t} = 0$

AV: $x = 0$

AH: $y = 0$



ⓑ $f'(x) = \frac{\frac{2x}{x^2} \cdot x^2 - \ln(x^2) \cdot 2x}{x^4}$

$= \frac{\frac{2x^3}{x^2} - \ln(x^2) \cdot 2x}{x^4}$

$= \frac{2x - \ln(x^2) \cdot 2x}{x^4}$

$= \frac{x(2 - \ln(x^2) \cdot 2)}{x^4}$

$= \frac{2 - 2\ln(x^2)}{x^3}$

$2 - 2\ln(x^2) = 0$

$-2\ln(x^2) = -2$

$\ln(x^2) = 1$

$x^2 = e$

$x = \pm\sqrt{e}$

P.C: $\pm\sqrt{e}$

$f(x)$	$(-\infty, -\sqrt{e})$	$-\sqrt{e}$	$(-\sqrt{e}, 0)$	$(0, \sqrt{e})$	$\sqrt{e}$	$(\sqrt{e}, \infty)$
$2 - 2\ln(x^2)$	+	0	+	+	0	−
x^3	−	−	−	+	+	+
$f'(x)$	+	0	−	+	0	−

↗ max ↘ ↗ max ↘

⑦ Calcula la siguiente integral indefinida

$\int z^2 \arctan(z)\, dz$

$f(x) = \arctan(z)$ $\quad f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$g(x) = \frac{z^3}{3}$ $\quad g'(x) = z^2$

$\int f(x) \cdot g'(x) = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x)$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \int \frac{1}{1+z^2} \cdot \frac{z^3}{3}$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \int \frac{z^3}{3(1+z^2)}$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \frac{1}{3} \int \frac{z^3}{1+z^2}\, dz$

$u = 1 + z^2 \quad dx \quad u - 1 = z^2$

$du = 2z\, dz$

$\int \frac{z^{3\,2}}{u} \frac{du}{2z}$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \frac{1}{3} \int \frac{u-1}{2u}\, du$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \int \frac{u-1}{u}\, du$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \frac{1}{6} \int 1 - \frac{1}{u}\, du$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \frac{1}{6}\left(\int 1\, du - \int \frac{1}{u}\, du\right)$

$\arctan(z) \cdot \frac{z^3}{3} - \frac{1}{6} u - \frac{1}{6} \cdot \ln(u) + C$

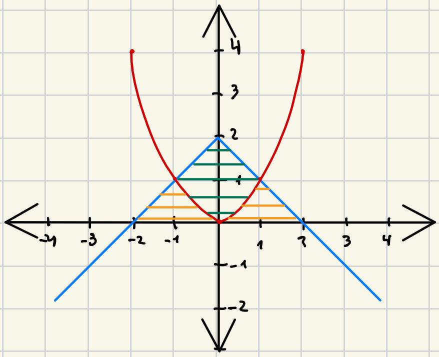
$\frac{\arctan(z) \cdot z^3}{3} - \frac{1}{6} z^2 - \frac{1}{6} \ln(1+z^2) + C$

⑧ Calcula y grafica el area encerrada por las curvas de estas funciones: $Y_1 = x^2$, $Y_2 = 2-|x|$

$$\int_{-1}^{1} 2-|x| \, dx - \int_{-1}^{1} x^2$$

$$\int_{-1}^{0} 2+x \, dx + \int 2-x \, dx - \int_{-1}^{1} x^2$$

$$2\int_{-1}^{0} x \, dx - 2\int_{1}^{0} x \, dx - \int_{-1}^{1} x^2$$



$$\frac{2x^2}{2}\Big|_{-1}^{0} \quad 0^2 - (-1)^2 = 1$$

$$\frac{2x^2}{2}\Big|_{0}^{1} \quad 1^2 - 0^2 = 1$$

$$\frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1} \quad \frac{1^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

El area encerrada entre las dos curvas es $\frac{4}{3}$