① Considere las funciones $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}-\{-4\}$, $g(x)=\frac{x-2}{x+4}$. El dominio de la composición $g\circ f$ es:

a. $\mathbb{R}-\{-2,2,4\}$ ✗

b. $\mathbb{R}-\{-4\}$ ✗

c. $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ ✓

d. Ninguna de las anteriores ✗

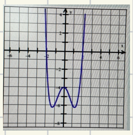
e. $\mathbb{R}-\{-2\}$ ✗

$$(g\circ f)(x)=\frac{-x^2-2}{-x^2+4}$$

$-x^2+4=0$
$-x^2=-4$
$x^2=4$
$x=\pm\sqrt{4}$
$x=\pm 2$

$-(x^2)-2$
$-(2^2)-2=6$
$-((-2)^2)-2=6$

2. Considere la siguiente función y marque la opción correcta:



a. La función de la figura es impar ✗

b. La función de la figura es par ✓

c. La función de la figura no es par ni impar ✗

d. Ninguna opción es verdadera ✗

③ Considere la siguiente ecuación de una circunferencia y diga cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta:

$x^2-6x+y^2+y=-9$

a. Su radio es igual a 3 y su centro se encuentra en $(3,\frac{1}{3})$ ✗

b. Su radio es igual a $\frac{1}{4}$ y su centro se encuentra en $(\frac{1}{2},3)$ ✗

c. Su radio es igual a $\frac{1}{2}$ y su centro se encuentra en $(-\frac{1}{2},3)$ ✗

d. Su radio es igual a $\frac{1}{4}$ y su centro se encuentra en $(2,\frac{1}{4})$ ✗

e. Su radio es igual a $\frac{1}{2}$ y su centro se encuentra en $(3,\frac{1}{2})$ ✗

f. Su radio es igual a $\frac{1}{2}$ y su centro se encuentra en $(3,-\frac{1}{2})$ ✓

$(x-3)^2-9+(y+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}=-9$

$(x-3)^2+(y+\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$

$C=(3,-\frac{1}{2})$

$r=\frac{1}{2}$

④ La función $f(x)=\sqrt{25-x^2}$ es biyectiva si:

a. $f:\mathbb{R}_{\geq 5}\to\mathbb{R}$ ✗

b. $f:[-5,5]\to\mathbb{R}_{\geq 0}$ ✗

c. $f:\mathbb{R}_{\geq 0}\to\mathbb{R}$ ✗

d. $f:\mathbb{R}_{\geq 5}\to\mathbb{R}_{\geq 0}$ ✗

e. $f:[-5,0]\to[0,5]$ ✓

⑤ Resolver la siguiente ecuación y elegir la respuesta correcta.

$$\frac{6}{4x^2+x-3}=\frac{1}{x^2+x-1}$$

a. $x_1=3$ y $x_2=-\frac{1}{2}$ ✗

b. $x_1=\frac{3}{4}$ y $x_2=-1$ ✗

c. $\mathbb{R}$ ✗

d. Ninguna de las otras opciones es correcta. ✓

e. No tiene solución en los reales ✗

$6(x^2+x-1)=4x^2+x-3$
$6x^2+6x-6=4x^2+x-3$
$2x^2+5x-3=0$

$\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 2\cdot(-3)}}{4}$

$\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4}$ → $x_1=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $x_2=-\frac{12}{4}=-3$

⑥ Encuentre todos los valores de $t\in\mathbb{R}$ que cumplen que:

a. $t=\frac{5\pi}{12}+\pi k \lor t=\frac{\pi}{12}+\pi k \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

b. $t=-\frac{5\pi}{6}+2k\pi \lor t=\frac{\pi}{6}+2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

c. $t=-\frac{\pi}{6}$ ✗

d. $t=-\frac{5\pi}{12}+\pi k \lor t=-\frac{\pi}{12}+\pi k \quad k\in\mathbb{Z}$ ✓

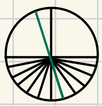
e. $t=-\frac{\pi}{12}+\pi k \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

f. $t=-\frac{5\pi}{12}+2k\pi \lor t=\frac{\pi}{6}+2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

$\text{sen}(2t+\pi)=\frac{1}{2}$

$2t+\pi=\frac{\pi}{6}+2k\pi$
$2t=\frac{\pi}{6}-\frac{6\pi}{6}+2k\pi$
$2t=-\frac{5\pi}{6}+2k\pi$
$t=-\frac{5\pi}{12}+k\pi$

$2t+\pi=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$
$2t=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$
$=-\frac{\pi}{12}+k\pi$



⑦ La función $f(x)=\frac{(x^2-1)(x^2-5x+6)}{(x^2+5x+4)(x^2-9)}$ tiene asíntotas verticales en:

a. $x=3$ y $x=1$ ✗

b. $x=3$ y $x=-3$ ✗

c. $x=-4$ y $x=-3$ ✓

d. $x=2$, $x=4$, $x=-3$ ✗

e. $x=1$, $x=4$, $x=3$ y $x=-3$ ✗

$x^2-5x+6 \to \frac{5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 1\cdot 6}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}$ → $x_1=3$, $x_2=2$

$x^2+5x+4 \to \frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2}=\frac{-5\pm 3}{2}$ → $x_1=-1$, $x_2=-4$

$$f(x)=\frac{(x^2-1)(x-3)(x-2)}{(x^2-9)(x+1)(x+4)}$$

$x=1$
$\cancel{x=-1}$
$\cancel{x=3}$
$x=2$

$\cancel{x=3}$
$x=-3$
$\cancel{x=-1}$
$x=-4$

⑧ Calcular el siguiente limite $\lim_{x\to 0^-} \frac{1-\sqrt{1+x}}{x}$

a. $+\infty$ ✗

b. Indeterminado ✗

c. $-\frac{1}{2}$ ✓

d. $\frac{1}{2}$ ✗

e. $-\infty$ ✗

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1-\sqrt{1+x}}{x} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0^-} \frac{\frac{1}{2\sqrt{1+x}}}{1} = -\frac{1}{2}$$

⑨ ¿Que valor de c hace que la siguiente funcion sea continua en todos los reales?

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2-c & \text{si } x<1 \\ cx & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$$

a. $c=4$ ✗

b. $c=3$ ✗

c. $c=2$ ✗

d. $c=5$ ✗

e. $c=1$ ✓

$$\lim_{x\to 1^+} cx = c \qquad c = 2-c$$
$$2c = 2$$
$$\lim_{x\to 1^-} 2x^2-c = 2-c \qquad c=1$$

⑩ Es posible demostrar usando el teorema del Valor intermedio que la ecuacion $\cos(x) = \ln(x)$ tiene al menos una solucion real?

a. No es posible, pues $\ln(x)$ no es continua para todos los reales ✗

b. Si es posible, eligiendo el intervalo $[0,\pi]$ donde aplicar el teorema. ✗

c. Si es posible, eligiendo el intervalo $[1,\pi]$ en donde aplicar el teorema ✓

d. No es posible, porque $\ln(x)$ no esta definida para numeros negativos ✗

e. Ninguno de los items es correcto. ✗

⑪ Resolver la siguiente ecuacion y elegir la opcion correcta

$$\frac{1}{3}\log_3(x^3) + 5\log_3(\sqrt[5]{x-8}) = 2$$

a. $\mathbb{R}$ ✗

b. No tiene solución ✗

c. $x=8$ ✗

d. $x=9$ ✓

e. $x=-1$ y $x=9$ ✗

$$\frac{1}{3}\log_3(x^3) + 5\cdot\frac{1}{5}\log_3(x-8) = 2$$
$$\log_3(x^3) + 3\log_3(x-8) = 6$$
$$\log_3(x^3) + \log_3(x-8)^3 = 6$$
$$\log_3(x^3\cdot(x-8)^3) = 6$$
$$x^3\cdot(x-8)^3 = 3^6$$
$$(x\cdot(x-8))^3 = 3^6$$
$$x^2-8x = 3^2$$
$$x^2-8x-9 = 0$$

$$\frac{8\pm\sqrt{8^2-4\cdot 1\cdot(-9)}}{2}$$
$$\frac{8\pm\sqrt{64+36}}{2}$$
$$\frac{8\pm 10}{2} \begin{cases} x_1 = 9 \\ \cancel{x_2 = -1} \end{cases}$$

⑫ ¿Cual de estas funciones es derivable en $x=0$?

a. $f(x) = \begin{cases} x^2\operatorname{sen}(1/x) & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$ ✓

b. $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(1/x) & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$ ✗

c. $f(x) = \begin{cases} x\operatorname{sen}(1/x) & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$ ✗

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$
$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2\operatorname{sen}(\frac{1}{x})}{x}$$
$$\lim_{x\to 0} x\operatorname{sen}(\tfrac{1}{x})$$

$$\Rightarrow -1 \leq \operatorname{sen}(\tfrac{1}{x}) \leq 1 \qquad \lim_{x\to 0} -x = 0$$
$$-x \leq x\operatorname{sen}(\tfrac{1}{x}) \leq x \qquad \lim_{x\to 0} x = 0$$

⑬ ¿En cual de los intervalos la funcion $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{10}{3}x^3 + 9x$ tiene exactamente un maximo local y global (absoluto) y un mínimo local y global (absoluto)

a. $[-6,6]$ ✗

b. $[-2,2]$ ✗

c. $\mathbb{R}$ ✗

d. $[-3,1]$ ✗

e. $[3,3]$ ✓

f. $[-1,3]$ ✗

g. $[-1,1]$ ✗

$$f'(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = x^2\left(x^2 - 10 + \frac{9}{x^2}\right)$$

$$u = x^2$$
$$u^2 - 10u + 9$$
$$\frac{10\pm\sqrt{(10)^2-4\cdot 1\cdot 9}}{2}$$
$$\frac{10\pm\sqrt{100-36}}{2}$$
$$\frac{10\pm 8}{2} \begin{cases} u_1 = 9 \\ u_2 = 1 \end{cases}$$

$x^2 = 9$, $x = \pm\sqrt{9}$, $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

$x^2 = 1$, $x = \pm\sqrt{1}$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1$

Como la funcion esta definida para todos los $\mathbb{R}$ por ser un polinomio, ademas de eso es un polinomio de grado impar, por lo que sabemos que cuando $x\to-\infty$, la funcion tiende a $-\infty$ y cuando $x\to\infty$, la funcion tiende a ∞, por lo que -3 es un max, -1 es un min, 1 es un max y 3 es un min. La única forma de tener un máximo y mínimo absoluto y un máximo y mínimo local es acotando la funcion en $[-2,2]$, asi $x=-2$ sera max local y $x=2$ sera min local y -1 min absoluto y 1 max absoluto

⑭ Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la siguiente funcion

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

a. Crece en $(-\infty,\infty)$ y no decrece nunca ✗

b. Crece en $(-1,1)$ y decrece en $(-\infty,-1)$ y $(1,\infty)$ ✓

c. Decrece en $(-1,1)$ y crece en $(-\infty,-1)$ y $(1,\infty)$ ✗

d. Decrece en $(-\infty,\infty)$ y no crece nunca ✗

e. Decrece en $(-\infty,1)$ y crece en $(1,\infty)$ ✗

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \qquad \operatorname{Dom} f = \{x\in\mathbb{R}\}$$

$$f'(x) = \frac{1(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{(x^2+1)-2x^2}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$$
$$f'(x) = 0 \quad x=1,\ x=-1$$

$f(x)$	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,1)$	1	$(1,\infty)$
$-x^2+1$	−	0	+	0	−
$(x^2+1)^2$	+	+	+	+	+
$f'(x)$	−	0	+	0	−
	↘	min	↗	max	↘

⑮ Determinar los intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo de la siguiente funcion $f(x)=x^3+1$

a. Cóncava hacia abajo en $(-\infty,0)$ y cóncava hacia arriba en $(0,\infty)$ ✓

b. Cóncava hacia abajo en $(-\infty,-1)$ y $(0,1)$ cóncava hacia arriba en $(-1,0)$ y $(1,\infty)$ ✗

c. Cóncava hacia arriba en $(-\infty,-1)$ y Cóncava hacia abajo en $(-1,\infty)$ ✗

d. Cóncava hacia arriba en $(-\infty,-1)$ y $(0,1)$ y cóncava hacia abajo en $(-1,0)$ ✗

e. Cóncava hacia arriba en $(-\infty,0)$ y cóncava hacia abajo en $(0,\infty)$ ✗

$f(x)=x^3+1$

$f'(x)=3x^2$

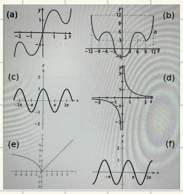
$f''(x)=6x$

$f''(x)=0,\ x=0$

$f(x)$	$(-\infty,0)$	0	$(0,\infty)$
$6x$	$-$	0	$+$
	$\cap$		$\cup$

⑯ Teniendo en cuenta solo el rango de valores de x en los que estan graficados estas funciones, indicar cual de las funciones cumple con todas las condiciones

- No tiene asíntotas
- Tiene 3 intervalos de crecimiento en su dominio
- Tiene mas de un punto de corte con el eje x
- Tiene mas de 4 puntos críticos
- No todos sus puntos críticos cumplen con $f'(x)=0$



a ✗ d ✗

b ✓ e ✗

c ✗ f ✗

⑰ Calcule el siguiente límite

a. ∞ ✗

b. $-\infty$ ✗

c. 0 ✗

d. -1 ✗

e. 1 ✓

$$\lim_{x\to1^+}\frac{\ln(x-1)}{\ln(\text{sen}(x-1))}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to1^+}\frac{\frac{1}{x-1}}{\frac{\cos(x-1)}{\text{sen}(x-1)}}=\lim_{x\to1^+}\frac{\text{sen}(x-1)}{\cos(x-1)(x-1)}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to1^+}\frac{\cos(x-1)}{-\text{sen}(x-1)\cdot(x-1)+\cos(x-1)}=\lim_{x\to1^+}\frac{\cos(x-1)}{\cos(x-1)}=1$$

⑱ Utilizando la aproximacion lineal de $f(x)=x^5-x^4+x^3-x^2+x$ en $a=1$, encuentre el valor aproximado de $f(1.1)$ y diga si se esta cometiendo error por defecto o exseso

a. 1,03 defecto ✗

b. $1+\frac{3}{10}$, defecto ✓

c. $1+\frac{3}{10}$, exeso ✗

d. 0.7, exeso ✗

e. $1-\frac{3}{10}$, defecto ✗

$f'(x)=5x^4-4x^3+3x^2-2x+1$

$f(1,1)\simeq f(1)+f'(1)(1,1-1)$

$\simeq(1^5-1^4+1^3-1^2+1)+(5\cdot1^4-4\cdot1^3+3\cdot1^2-2\cdot1+1)\left(\frac{1}{10}\right)$

$\simeq 1+(5-4+3-2+1)\left(\frac{1}{10}\right)$

$1+\frac{3}{10}$

⑲ Evalúe la integral $\int\frac{5}{x^2}\text{sen}\left(\frac{5}{x}\right)dx$ con la sustitución $u=-\frac{5}{x}$ y marque el resultado correcto

a. $\frac{5}{2x}+\frac{1}{4}\text{sen}\left(\frac{5}{x}\right)+C$ ✗

b. $-\frac{5}{x}+\sin^3\left(\frac{10}{x}\right)+C$ ✗

c. $\frac{5}{2x}+\frac{1}{2}\sin\left(\frac{5}{x}\right)+C$ ✗

d. $-\frac{5}{x}+\frac{1}{2}\sin\left(\frac{10}{x}\right)+C$ ✗

e. Ninguna opcion es correcta ✓

f. $-\frac{5}{2x}+\frac{1}{4}\sin\left(\frac{10}{x}\right)+C$ ✗

$u=-\frac{5}{x}$

$du=\frac{5}{x^2}$

$\frac{du\,x^2}{5}=dx$

$\int\text{sen}(u)\,du$

$-\cos(u)+C$

$-\cos\left(\frac{5}{x}\right)+C$

Esta mal, la opcion correcta es la f.

⑳ Si f es la antiderivada de $x\sqrt{x^2-1}$, tal que $f(2)=0$ ¿Cual es el valor de $f(1)$?

a. 0 ✗

b. $\sqrt{2}$ ✗

c. Ninguna de las anteriores ✗

d. $\sqrt{3}$ ✗

e. $-\sqrt{3}$ ✓

f. $-\sqrt{2}$ ✗

$\int x\sqrt{x^2-1}$

$u=x^2-1$

$du=2x\,dx$

$\frac{du}{2x}=dx$

$\frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}\,du$

$\frac{1}{2}\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+C$

$\frac{1}{3}u^{\frac{3}{2}}+C$

$\frac{1}{3}(x^2-1)^{\frac{3}{2}}+C$

$f(2)=0$

$\frac{1}{3}(2^2-1)^{\frac{3}{2}}+C=0$

$\frac{1}{3}3^{\frac{3}{2}}+C=0$

$3^{\frac{1}{2}}+C=$

$C=-3^{\frac{1}{2}}$

$C=-\sqrt{3}$

$f(1)=\frac{1}{3}(1^2-1)-\sqrt{3}$

$f(1)=-\sqrt{3}$

(21) Considere la siguiente grafica y diga cual de las afirmaciones es verdadera

a. Ninguna de las demas afirmaciones es verdadera ✓

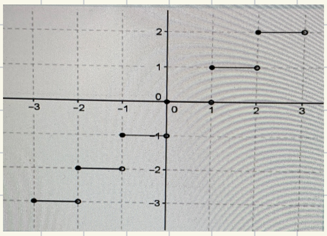
b. 0 no pertenece al contradominio o imagen de f ✗

c. Esta grafica no representa una funcion ✗

d. El contradominio o imagen de f es $[-3,3]$ ✗

e. 0 no pertenece al dominio de f ✗

f. El dominio de f es $D_f = \{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$ ✗



(22) Considere las funciones $f(x)=\sqrt{x}$ y $g(x)=x^2+2x+1$. Si $x<-1$, entonces $f\circ g$ es igual a:

a. $-x-1$ ✓

b. $x+2\sqrt{x}+1$ ✗

c. $-x-2\sqrt{x}-1$ ✗

d. $x+1$ ✗

$g(x) = x^2+2x+1 = (x+1)^2$

$f\circ g(x) = f(g(x))$ $\quad x\geq -1$

$\sqrt{(x+1)^2} = |x+1| \begin{cases} x+1 & \text{si } x\geq -1 \\ -(x+1) & \text{si } x<-1 \end{cases}$

(23) Considere la siguiente grafica de una circunferencia y diga cual de las ecuaciones enumeradas a continuacion es la correspondiente a dicha circunferencia

a. $x^2-2x+y^2-3y+3=0$ ✗

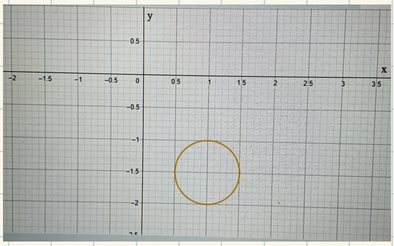
b. $(x-1)^2+(y+\frac{3}{2})^2=\frac{1}{2}$ ✗

c. $(x+\frac{3}{2})^2+(y-1)^2=\frac{4}{4}$ ✗

d. $x^2-y^2-2x+3y-3=0$ ✗

e. $x^2+y^2-2x+3y+3=0$ ✓

f. $x^2-2x+1+y^2+3y+\frac{9}{4}=0$ ✗



$(x-1)^2+(y+\frac{3}{2})^2=\frac{1}{4}$

a. $x^2-2x+y^2-3y=-3$

$(x-1)^2-1+(y-\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}=-3$

$(x-1)^2-1+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{1}{4}$

d. $x^2-2x-y^2+3y-3=0$

$(x-1)^2-1-(y+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}=3$

e. $x^2+y^2-2x+3y+3=0$

$(x-1)^2-1+(y+\frac{3}{2})-\frac{9}{4}=-3$

$(x-1)^2+(y+\frac{3}{2})^2=\frac{1}{4}$

(24) La funcion $f(x)=\frac{x+1}{x-4}$ $\quad f: D\longrightarrow \mathbb{R}-\{1\}$ es inversible si D es:

a. Ninguna de las opciones

b. $D=\{x\in\mathbb{R} \mid x>3\}$ ✓

c. $D=\{x\in\mathbb{R} \mid x<\frac{1}{2}\}$ ✗

d. $D=\mathbb{R}$ ✗

e. $D=Dom(f)$ ✗

$f(x)=\frac{x+1}{x-4}$ $\quad x\neq 4$

$x=\frac{y+1}{y-4}$

$x=\frac{y+1}{y-4}$

$x(y-4)=y+1$

$xy-4x=y+1$

$xy-y=4x+1$

$y(x-1)=4x+1$

$y=\frac{4x+1}{x-1}$ $\quad x\neq 1$

(25) Resolver la siguiente ecuacion y elegir la respuesta correcta.

a. $\mathbb{R}$ ✗

b. $x=-\frac{1}{6}$ ✗

c. No tiene Solución en $\mathbb{R}$ ✗

d. Ninguna de las opciones es correcta ✓

e. $\mathbb{R}-\{-\frac{1}{6},\frac{5}{2}\}$ ✗

$\frac{x-3}{2x-5}=\frac{3x+1}{6x+1}$

$(x-3)(6x+1)=(3x+1)(2x-5)$

$6x^2+x-18x-3=6x^2-15x+2x-5$

$6x^2-17x-3=6x^2-13x-5$

$2=4x$

$\frac{2}{4}=x$

$\frac{1}{2}=x$

(26) Encuentre los valores de $x\in\mathbb{R}$ que cumplen que

a. $x=\frac{\pi}{12}+2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

b. $x=\frac{\pi}{12}-\frac{2k\pi}{3} \vee x=\frac{\pi}{4}-\frac{2k\pi}{3} \quad k\in\mathbb{Z}$ ✓

c. $x=\frac{\pi}{4} \vee x=\frac{3\pi}{4} \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

d. $x=\frac{\pi}{12}+2k\pi \vee \frac{\pi}{4}+2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

e. $x=\frac{\pi}{4}-\frac{2k\pi}{3} \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

f. $x=\frac{\pi}{6}-\frac{2k\pi}{3} \vee x=2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$ ✗

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-3x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\pi}{2}-3x=\frac{\pi}{4}$

$=\frac{\pi}{4}-\frac{2\pi}{4}$

$-3x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$

$x=\frac{\pi}{12}-\frac{2k\pi}{3}$

$\frac{\pi}{2}-3x=-\frac{\pi}{4}$

$-3x=-\frac{3\pi}{4}+2k\pi$

$x=\frac{\pi}{4}-\frac{2k\pi}{3}$

(27) La funcion $f(x)=\frac{(x^3-1)(-4x^2-5x+6)}{(x^2-3x+4)(4x^3-9)}$ tiene asintotas horizontales en

a. $y=1$ ✗

b. $y=\frac{1}{4}$ ✗

c. $y=0$ ✗

d. no tiene ✗

e. $y=-1$ ✓

$\lim_{x\to\infty}\frac{(x^3-1)(-4x^2-5x+6)}{(x^2-3x+4)(4x^3-9)}=\lim_{x\to\infty}\frac{-4x^5-5x^4+6x^3+4x^2+5x-6}{4x^5-9x^2-12x^4+27x+16x^3-36}=\lim_{x\to\infty}\frac{-4x^5-5x^4+6x^3+4x^2+5x+6}{4x^5-12x^4+16x^3-9x^2+27x-36}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{-20x^4-20x^3+18x^2+8x+5}{20x^4-48x^3+48x^2-18x+27}$

$\overset{L'H}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{-80x^3-60x^2+36x+8}{80x^3-144x^2+96x-18}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{-240x^2-120x+36}{240x^2-288x+96}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{-480x-120}{480x-288}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{-480}{480}=-1$

(28) Elegir la respuesta incorrecta respecto a la siguiente funcion.

a. $\lim_{x\to -1} f(x) = 0$ ✗

b. $\lim_{x\to \infty} f(x) = \infty$ ✗

c. $\lim_{x\to -3} f(x) = 8$ ✗

d. $\lim_{x\to -2} f(x) = \frac{1}{3}$ ✓

(29) ¿Cual es el intervalo mas grande (o union de intervalos) en el que la siguiente función es continua

a. $(-\infty,4]\cup[4,\infty)$ ✗

b. $(-\infty,-4)\cup(4,\infty)$ ✗

c. $(-\infty,4)\cup(4,\infty)$ ✓

d. $(-\infty,0)\cup[4,\infty)$ ✗

e. $(-\infty,-4]\cup[4,\infty)$ ✗

$$h(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-4} & x \neq 4 \\ 9 & \text{si } x = 4 \end{cases}$$

(30) Utilizando el teorema del valor intermedio ¿En cual o cuales intervalos que estan listados debajo, se esta completamente seguro de que $f(x) = 2^x - x - 5$ tiene al menos una raiz

a. $[2,4]$ ✗

b. $[1,2]$ ✗

c. $[-6,-4]$ ✗

d. En los intervalos de a y b ✗

e. En los intervalos de a y c ✓

$2^x - x - 5$

a. $2^2-2-5 < x < 2^4-4-5$

$-3 < x < 7$

c. $2^{-6}+6-5 < x < 2^{-4}+4-5$

$1+\frac{1}{2^6} < x < -1+\frac{1}{2^4}$

(31) Resolver la siguiente ecuacion y elegir la respuesta correcta

a. $\mathbb{R}$ ✗

b. $x=3$ y $x=-2$ ✗

c. No tiene solucion ✗

d. $x=3$ ✓

e. $x=2$ ✗

$$\frac{1}{3}\log_2((x-2)^3) + 5\log_2(\sqrt[5]{x+1}) = 2$$

$$\frac{1}{3}\log_2((x-2)^3) + \log_2(x+1) = 2$$

$$\log_2((x-2)^3) + 3\log_2(x+1) = 6$$

$$\log_2((x-2)^3) + \log_2((x+1)^3) = 6$$

$$\log_2((x-2)^3(x+1)^3) = 6$$

$$(x-2)^3(x+1)^3 = 2^6$$

$$((x-2)(x+1))^3 = 64$$

$$(x-2)(x+1) = \sqrt[3]{64}$$

$$(x-2)(x+1) = 4$$

$$x^2-x-2 = 4$$

$$x^2-x-6 = 0$$

$x_1 = 3$
$x_2 = -2$

$\log_b x = a \;=\; a^b$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1^2-4\cdot1\cdot(-6)}}{2}$$

$$\frac{1\pm 5}{2} \begin{cases} x_1 = 3 \\ \cancel{x_2 = -2} \end{cases}$$

el argumento del log no puede ser menor a 0

(32) ¿Cual de estas funciones es derivable en $x=0$?

a. $g(x) = |x^2|$ ✓

b. $f(x) = |x|$ ✗

c. $h(x) = \frac{1}{x}$ ✗

(33) ¿Cual de las opciones satisface con mayor exactitud el comportamiento de la función $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$ en el intervalo $[0,2]$?

$f(0) \leq f(c) \leq f(2)$

$1 \leq c \leq 4 + \frac{16}{3} - 6 + 1$

$1 \leq c \leq \frac{13}{3}$

$f'(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$

a. Tiene un maximo local y global (absoluto) y un mínimo global (absoluto)

b. Tiene un máximo global (absoluto), 1 mínimo global (absoluto) y no tiene ni minimos ni maximos locales

c. Tiene 2 minimos locales, un maximo local, un minimo global (absoluto) y no tiene maximo global (absoluto)

d. Tiene 1 mínimo local, un maximo local, un mínimo global (absoluto) y tiene un maximo global (absoluto)

e. Tiene 1 mínimo local y global y un maximo global

f. Tiene 2 mínimos locales, un maximo local, un mínimo global (absoluto) y un máximo global (absoluto)

(34) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la siguiente funcion

$$f(x) = \frac{x}{1+x}$$

a. Decrece en $(-\infty,-1)$ y $(-1,\infty)$ y no crece nunca ✗

b. Decrece en $(-\infty,-1)$ y crece en $(-1,\infty)$ ✓

c. Decrece en $(-1,0)$ y decrece en $(-\infty,-1)$ y $(0,\infty)$ ✗

d. Crece en $(-\infty,-1)$ y decrece en $(-1,\infty)$ ✗

e. Crece en $(-\infty,-1)$ y $(-1,\infty)$ y no decrece nunca ✗

(25) Determinar los intervalos de concavidad hacia arriba y concavidad hacia abajo de la siguiente funcion $f(x)=\frac{x^3}{x^2+1}$

a. Concava hacia abajo en $(-\infty,\infty)$

b. Concava hacia arriba en $(-\infty,-\sqrt{3})$ y $(0,\sqrt{3})$ y Concava hacia abajo en $(-\sqrt{3},0)$ y $(\sqrt{3},\infty)$ ✓

c. Concava hacia arriba en $(-\infty,-\sqrt{3})$ $3,\infty)$ y concava hacia abajo $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$

d. Concava hacia abajo $(-\infty,-\sqrt{3})$ y $(0,\sqrt{3})$ y Concava hacia en $(-\sqrt{3},0)$ y $(\sqrt{3},\infty)$

e. Concava hacia abajo en $(-\infty,-\sqrt{3})$ y $(\sqrt{3},\infty)$ y concava hacia arriba en $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$

$$f'(x)=\frac{3x^2(x^2+1)-x^3\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$=\frac{3x^4+3x^2-2x^4}{(x^2+1)^2}$$

$$=\frac{x^4+3x^2}{(x^2+1)^2}$$

$$f''(x)=\frac{(4x^3+6x)\cdot(x^2+1)^2-(x^4+3x^2)(2(x^2+1)\cdot 2x)}{(x^2+1)^4}$$

$$=\frac{(x^2+1)((4x^3+6x)\cdot(x^2+1)-((x^4+3x)\cdot 4x)}{(x^2+1)^4}$$

$$=\frac{(4x^3+6x)(x^2+1)-(4x^5+12x^3)}{(x^2+1)^3}$$

$$=\frac{\cancel{4x^5}+4x^3+6x^3+6x-\cancel{4x^5}-12x^2}{(x^2+1)^3}$$

$$=\frac{10x^3-12x^2+6x}{(x^2+1)^3} \quad \times$$

$$\frac{-2x^3+6x}{(x^2+1)^3} \quad ✓$$

$-2x^3+6x$

$x(-2x^2+6)$: $x_1=0$, $x_2=\sqrt{3}$, $x_3=-\sqrt{3}$

$f(x)$	$(-\infty,-\sqrt{3})$	$-\sqrt{3}$	$(-\sqrt{3},0)$	0	$(0,\sqrt{3})$	$\sqrt{3}$	$(\sqrt{3},\infty)$
$x(-2x^2+6)$	+	0	−	0	+	0	−
$(x^2+1)^3$	+	+	+	+	+	+	+
$f''(x)$	+	0	−	0	+	0	−
	$\cup$		$\cap$		$\cup$		$\cap$