1	2	3	4

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:
COMISIÓN: $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ **Tarde**

Algebra II - 2do Cuatrimestre 2019
Segundo Parcial (12/11/2019)

---

1. (2pts) Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ la transformación lineal dada por

$$T(x,y,z) = \begin{pmatrix} x+y+z & 2x-z \\ x-y+z & z-3y-2x \end{pmatrix}, \qquad x,y,z \in \mathbb{R}$$

Calcular $[T]_{B_1,B_2}$, donde las bases B_1 y B_2 son $B_1 = \{(1,1,0),(0,1,1),(1,0,1)\}$,

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right\}.$$

---

2. (3pts) Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la siguiente transformación lineal:

$$T(x,y,z) = (5x-y+5z, 2y, 2y-6x-6z), \qquad x,y,z \in \mathbb{R}.$$

(a) Calcular los autovalores de T y sus correspondientes autoespacios.

(b) Decidir si T es diagonalizable. En caso que lo sea, dar una base B de $\mathbb{R}^3$ tal que la matriz de T en dicha base sea diagonal.

---

3. (2pts) Consideramos $\mathbb{R}^4$ con el producto interno canónico. Sea

$$W = \{(w,x,y,z) \in \mathbb{R}^4 : w-x+2y-z = 3w+2x+5y-2z = 0\}.$$

- Encontrar una base ortogonal de W.
- Dar una base de $W^\perp$.

---

4. Determinar si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso la respuesta dada.

(a) (1pt) Sea $\mathbb{R}[t]_2$ el $\mathbb{R}$-espacio vectorial de polinomios de grado ≤ 2 con el producto interno

$$\langle ax^2+bx+c, a'x^2+b'x+c' \rangle = aa' + bb' + cc'.$$

Existe $p \in \mathbb{R}[t]_2$ tal que $\langle p, q \rangle = \int_{-22}^{45} q(x)dx$ para todo $q \in \mathbb{R}[t]_2$.

(b) (1pt) Si $T : \mathbb{Q}^3 \to \mathbb{Q}^3$ es una transformación lineal y $\det T = 0$, entonces 0 es autovalor de T.

(c) (1pt) Sea $A \in \mathbb{C}^{3\times 3}$ una matriz tal que su polinomio característico es $p_A = (x-2)(x^2+2)$. Entonces A es diagonalizable.

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS