

Parcial

III

① Considere la función $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{4x^2}$

② Determine las puntos de discontinuidad de f , clasifíquelos, y determine las ecuaciones de todas las asíntotas que parea

③ Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f , las máximas y/o mínimas locales

④ Determine los intervalos donde f es cóncava o convexa. ¿Hay puntos de inflexión?

⑤ Esboce el gráfico de f teniendo en cuenta lo realizado en los incisos anteriores. ¿Existe máximo o mínimo global? Determine la imagen de f .

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{4x^2} = \frac{4x^2 - x}{4x^3} = \frac{4x(x - \frac{1}{4})}{4x^3} = \frac{x - \frac{1}{4}}{x^2}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{4x^2} = 0$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4x^2}$$

$$\frac{4x^2}{x} = 1$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2x}{4x^3} = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^2} = \frac{-2 + 1}{2x^2} = -\frac{1}{2x^2}$$

$$f''(x) = +\frac{1 \cdot 2x}{x^4} - \frac{0 \cdot x^2}{4x^6} = \frac{2x}{x^4} - \frac{0x^2}{4x^6} = \frac{2}{x^3} - \frac{0}{2x^6}$$

⑥ $x \neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \frac{1}{4}}{x^2} = -\infty$$

AV: $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - \frac{1}{4}}{x^2} = -\infty$$

disc. esencial

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \frac{1}{4}}{x^2} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} = 0 //$$

AH: $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \frac{1}{4}}{x^2} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x} = 0 //$$

⑦ $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^2}$ P.I.: $x = 0, x = \frac{1}{2}$

$$-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^2} = 0$$

$$-2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$f(x)$	$(-\infty, 0)$	0	$(0, \frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2}, \infty)$
$-2x + 1$	+	\nexists	+	4	-
$2x^3$	-	\nexists	+	4	+
$f'(x)$	-	\nexists	+	0	-

$\frac{1}{2}$ es max local
no hay min local

Es decreciente en los intervalos $(-\infty, 0)$ y $(\frac{1}{2}, \infty)$
Es creciente en el intervalo $(0, \frac{1}{2})$

$$f''(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{2x^4}$$

P.I.: $x = 0, x = \frac{3}{4}$

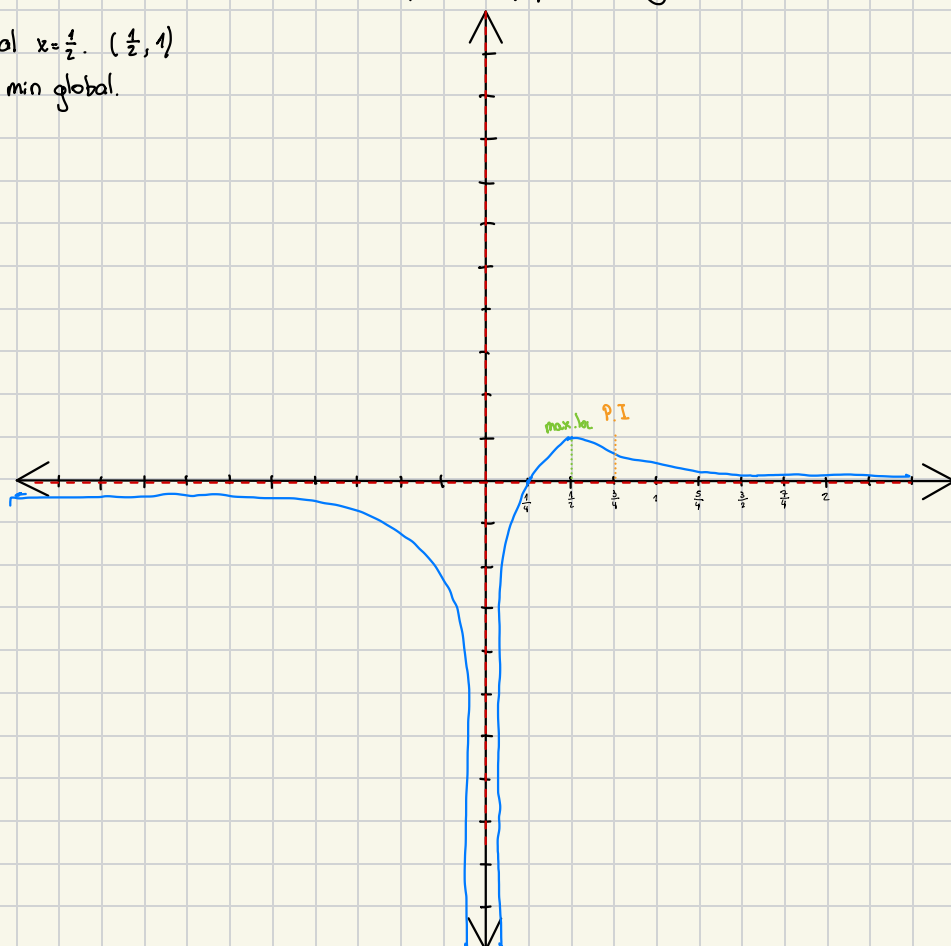
$$4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$f(x)$	$(-\infty, 0)$	0	$(0, \frac{3}{4})$	$\frac{3}{4}$	$(\frac{3}{4}, \infty)$
$4x - 3$	-	\nexists	-	0	+
$2x^4$	+	\nexists	+		+
$f''(x)$	-	\nexists	-	0	+

Es cóncava hacia abajo en los intervalos $(-\infty, 0)$ y $(0, \frac{3}{4})$
Es cóncava hacia arriba en el intervalo $(\frac{3}{4}, \infty)$

⑧ max global $x = \frac{1}{2}$. $(\frac{1}{2}, 1)$
no existe min global.



② Calcular los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{3x-1} - \sqrt{2+5x}$ ind $\infty - \infty$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{3x-1} - \sqrt{2+5x} \cdot \frac{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{3x-1} - \sqrt{2+5x}) \cdot (\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x})}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1 - \sqrt{2+5x} - \sqrt{2+5x} \sqrt{3x-1} - 2-5x}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1-2-5x}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x-3}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}} \quad \text{ind } \frac{-\infty}{\infty}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2}{\frac{3}{2\sqrt{3x-1}} + \frac{5}{2\sqrt{2+5x}}} = -\infty //$$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos(x) - x}{x(1 - \cos(x))}$ ind $\frac{0}{0}$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x) - 1}{1 - \cos(x) + \sin(x)} = -\infty //$$

③ Calcular los siguientes integrales

a) $\int (1+2x\sqrt{7-x}) dx$

$$\int 1 dx + 2 \int x\sqrt{7-x} dx \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) \cdot g'(x) = f(x) \cdot g'(x) - \int f'(x) \cdot g(x) \\ \text{I L A T E} \end{array} \right.$$

$$= x + 2 \left(x \cdot \frac{2(7-x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \int (7-x)^{\frac{3}{2}} dx \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = x \quad f'(x) = 1 \\ g'(x) = (7-x)^{\frac{1}{2}} \quad g(x) = \frac{(7-x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{2(7-x)^{\frac{3}{2}}}{3} \end{array} \right.$$

$$= x + 2 \left(x \cdot \frac{2(7-x)}{3} - \frac{4}{15} (7-x)^{\frac{5}{2}} \right)$$

$$= x + \frac{4}{3} \cdot x \cdot (7-x) - \frac{8}{15} (7-x)^{\frac{5}{2}} + C //$$

b) $\int \frac{5 \ln(x) + 1}{2 \cdot x \cdot \ln(x)} dx$

$$u = \ln(x)$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$= \int \frac{5 \ln(x) + 1}{2 \ln(x)} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$dx = \frac{dx}{x}$$

$$= \int \frac{5u + 1}{2u} du$$

$$= \int \frac{5u}{2u} + \frac{1}{2u} du$$

$$= \frac{5}{2} \int 1 du + \frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du$$

$$= \frac{5}{2} u + \frac{1}{2} \ln|u| + C$$

$$= \frac{5}{2} \ln(x) + \frac{1}{2} \ln|\ln(x)| + C //$$

④ Estimar el valor de $\sqrt{29.5}$ usando una aproximación lineal

$$f(x) = \sqrt{x} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(29.5) \approx f(25) + f'(25)(29.5 - 25)$$

$$\approx 5 + \frac{1}{10} (4.5)$$

$$\approx 5 + \frac{1}{10} \left(\frac{9}{2} \right)$$

$$\approx 5 + \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{9}{2} \right)$$

$$5 - \frac{1}{10} //$$