① Considere la función $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{4x^2}$

ⓐ Determine los puntos de discontinuidad de f, clasifíquelos, y determine las ecuaciones de todas las asíntotas que posea

ⓑ Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f, los máximos y/o mínimos locales

ⓒ Determine los intervalos donde f es cóncava o convexa. ¿Hay puntos de inflexión?

ⓓ Esboce el gráfico de f teniendo en cuenta lo realizado en los incisos anteriores. ¿Existe máximo o mínimo global? Determine la imagen de f.

$$f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{4x^2}=\frac{4x^2-x}{4x^3}=\frac{\cancel{4x}(x-\frac{1}{4})}{\cancel{4x^3}}=\frac{x-\frac{1}{4}}{x^2}$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{4x^2}=0$$
$$\frac{1}{x}=\frac{1}{4x^2}$$
$$\frac{4x^2}{x}=1$$
$$4x=1$$
$$x=\frac{1}{4}$$

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{8x}{16x^4}=-\frac{1}{x^2}+\frac{x}{2x^4}=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2x^3}$$

$$f''(x)=+\frac{1\cdot 2x}{x^4}-\frac{6x^2}{4x^6}=+\frac{2x}{x^4}-\frac{6x^2}{4x^6}=\frac{2}{x^3}-\frac{3}{2x^4}$$

ⓐ $x\neq 0$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x-\frac{1}{4}}{x^2}=-\infty$$

disc. esencial

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x-\frac{1}{4}}{x^2}=-\infty$$

AV: $x=0$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-\frac{1}{4}}{x^2}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{1}{2x}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x-\frac{1}{4}}{x^2}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{1}{2x}=0$$

AH: $y=0$

ⓑ $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2x^3}$

$$=\frac{-2x+1}{2x^3}$$

P.C: $x=0$, $x=\frac{1}{2}$

$$-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2x^3}=0$$
$$-2x+1=0$$
$$x=\frac{-1}{-2}$$
$$x=\frac{1}{2}$$

$f(x)$	$(-\infty,0)$	0	$(0,\frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2},\infty)$
$-2x+1$	+	∄	+	4	−
$2x^3$	−	∄	+	4	+
$f'(x)$	−	∄	+	0	−
	↘		↗	max	↘

$\frac{1}{2}$ es max local

no hay min local

Es decreciente en los intervalos $(-\infty,0)$ y $(\frac{1}{2},\infty)$

Es creciente en el intervalo $(0,\frac{1}{2})$

ⓒ $f''(x)=\frac{2}{x^3}-\frac{3}{2x^4}$

$$=\frac{4x-3}{2x^4}$$

P.I: $x=0$, $x=\frac{3}{4}$

$$4x-3=0$$
$$x=\frac{3}{4}$$

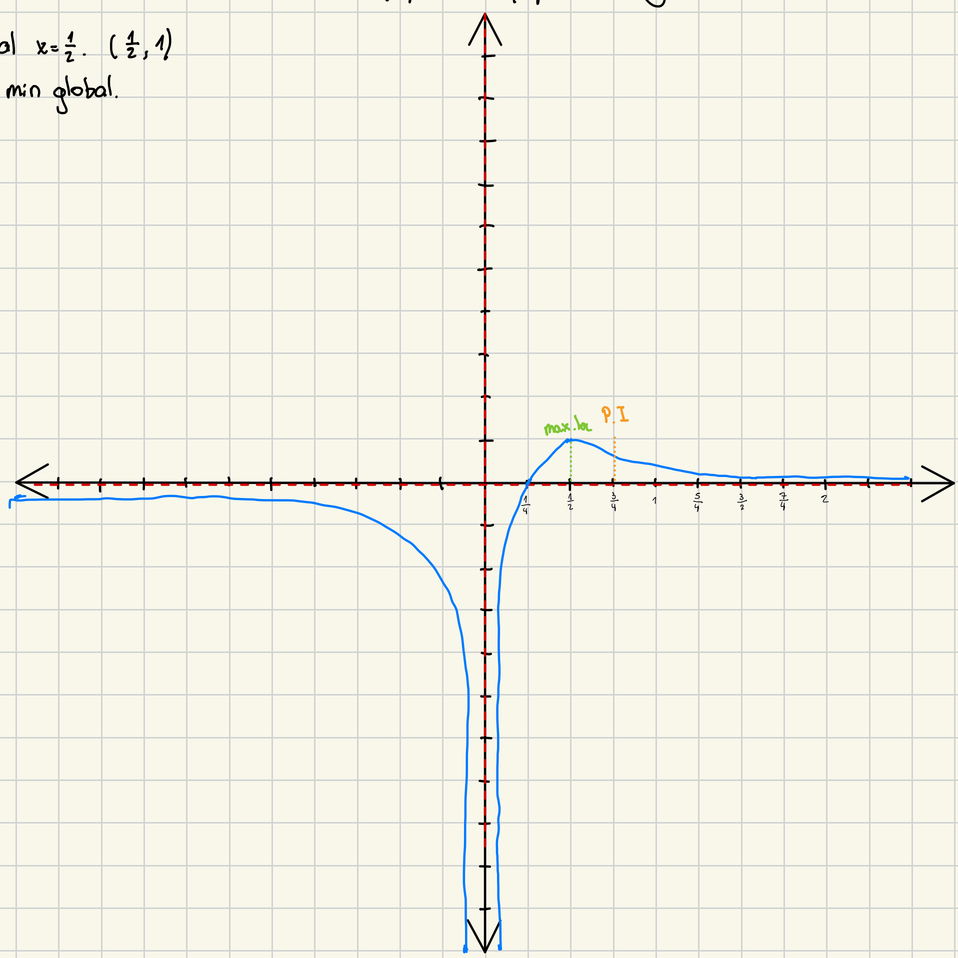
$f(x)$	$(-\infty,0)$	0	$(0,\frac{3}{4})$	$\frac{3}{4}$	$(\frac{3}{4},\infty)$
$4x-3$	−	∄	−	0	+
$2x^4$	+	∄	+		+
$f'(x)$	−	∄	−	0	+
	∩		∩		∪

Es cóncava hacia abajo en los intervalos $(-\infty,0)$ y $(0,\frac{3}{4})$

Es cóncava hacia arriba en el intervalo $(\frac{3}{4},\infty)$

ⓓ max global $x=\frac{1}{2}$. $(\frac{1}{2},1)$

no existe min global.



② Calcule los siguientes límites

ⓐ $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{3x-1} - \sqrt{2+5x}$ ind $\infty - \infty$

$$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{3x-1} - \sqrt{2+5x} \cdot \frac{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{3x-1} - \sqrt{2+5x}) \cdot (\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x})}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{3x-1 + \cancel{\sqrt{3x-1}\sqrt{2+5x}} - \cancel{\sqrt{2+5x}\sqrt{3x-1}} - 2 - 5x}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{3x-1-2-5x}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x-3}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{2+5x}} \quad \text{ind } \frac{-\infty}{\infty}$$

$$\overset{L'H}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{-2}{\frac{3}{2\sqrt{3x-1}} + \frac{5}{2\sqrt{2+5x}}} = -\infty \,//$$

ⓑ $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1-\cos(x) - x}{x(1-\cos(x))}$ ind $\frac{0}{0}$

$$\overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\operatorname{sen}(x) - 1}{1-\cos(x) + \operatorname{sen}(x)} = -\infty \,//$$

③ Calcule los siguientes integrales

ⓐ $\int (1+2x\sqrt{7-x})\, dx$

$$\int 1\, dx + 2\int x\sqrt{7-x}\, dx$$

$\int f(x)\cdot g'(x) = f(x)\cdot g(x) - \int f'(x)\cdot g(x)$

I LATE

$f(x) = x \quad f'(x) = 1$

$g'(x) = (7-x)^{\frac{1}{2}} \quad g(x) = \frac{(7-x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{2(7-x)^{\frac{3}{2}}}{3}$

$$= x + 2\left(x \cdot \frac{2(7-x)^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2}{3}\int (7-x)^{\frac{3}{2}} dx\right)$$

$$= x + 2\left(x \cdot \frac{2(7-x)}{3} - \frac{2}{3}\frac{(7-x)^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\right)$$

$$x + 2\left(x \frac{2(7-x)}{3} - \frac{4}{15}(7-x)^{\frac{5}{2}}\right)$$

$$x + \frac{4}{3}\cdot x \cdot (7-x) - \frac{8}{15}(7-x)^{\frac{5}{2}} + C \,//$$

ⓑ $\int \frac{5\ln(x)+1}{2\cdot x\cdot \ln(x)}\, dx$

$u = \ln(x)$

$du = \frac{1}{x}\, dx$

$du = \frac{1}{x}\, dx$

$du = \frac{dx}{x}$

$$= \int \frac{5\ln(x)+1}{2\ln(x)} \frac{dx}{x}$$

$$= \int \frac{5u+1}{2u}\, du$$

$$= \int \frac{5u}{2u} + \frac{1}{2u}\, du$$

$$= \frac{5}{2}\int 1\, du + \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\, du$$

$$= \frac{5}{2}u + \frac{1}{2}\ln|u| + C$$

$$= \frac{5}{2}\ln(x) + \frac{1}{2}\ln|\ln(x)| + C \,//$$

④ Estime el valor de $\sqrt{24{,}5}$ usando una aproximación lineal

$f(x) = \sqrt{x} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f(24{,}5) \simeq f(25) + f'(25)(24{,}5 - 25)$$

$$\simeq 5 + \frac{1}{10}\cdot(-0{,}5)$$

$$\simeq 5 + \frac{1}{10}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\simeq 5 + \frac{1}{10}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$5 - \frac{1}{20} \,//$$