

Técnicas Digitais para Computação

Minimização de Funções Booleanas
Método de Quine-McCluskey

Aula 13b

Método Quine-McCluskey

Exemplo:
Ordem ABCD

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Note: Uso de *Don't Cares*
na especificação da F.

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co l u n a 0
00 00 (0)
01 00 (4) 10 00 (8)
01 01 (5) 01 10 (6) 10 01 (9) 10 10 (1 0)
01 11 (7) 11 01 (1 3)
11 11 (1 5)

Método Quine-McCluskey

Exemplo:

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8)	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) 01 10 (6) 10 01 (9) 10 10 (10)	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) 11 01 (13)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) 01 10 (6) 10 01 (9) 10 10 (10)	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) 11 01 (13)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) 10 01 (9) 10 10 (10)	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) 11 01 (13)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) 10 10 (10)	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) 11 01 (13)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 0 0 (0) X	0- 0 0 (0 , 4) -0 0 0 (0 , 8)
01 0 0 (4) X 10 0 0 (8) X	01 0 - (4 , 5) 01 - 0 (4 , 6) 10 0 - (8 , 9) 10 - 0 (8 , 10)
01 0 1 (5) X 01 1 0 (6) X 10 0 1 (9) X 10 1 0 (10)	01 - 1 (5 , 7) -1 0 1 (5 , 13) 01 1 - (6 , 7) 1- 0 1 (9 , 13)
01 1 1 (7) 11 0 1 (13)	-1 1 1 (7 , 15) 11 - 1 (13 , 15)
11 1 1 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) 11 01 (13)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) X 11 01 (13)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) X 11 01 (13) X 11 11 (15)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) X 11 01 (13) X	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15)	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) X 11 01 (13) X 11 11 (15)	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0)X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4)X 10 00 (8)X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5)X 01 10 (6)X 10 01 (9)X 10 10 (1 0)X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7)X 11 01 (1 3)X	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (1 3 , 15)
11 11 (1 5)X	



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	1	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) X 11 01 (11) X 11 11 (15) X	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (11 , 15)



Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) 1- 01 (9 , 13)
01 11 (7) X 11 01 (13) X	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)
11 11 (15) X	

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1	Co lun a 2
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)	
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) X 01 -0 (4 , 6) 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)	01 - - (4 , 5 , 6 , 7)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) X 1- 01 (9 , 13)	-1 -1 (5 , 7 , 13 , 15)
01 11 (7) X 11 01 (13) X	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)	
11 11 (15) X		

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1	Co lun a 2
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)	
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) X 01 -0 (4 , 6) X 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)	01 - - (4 , 5 , 6 , 7)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) X -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) X 1- 01 (9 , 13)	-1 -1 (5 , 7 , 13 , 15)
01 11 (7) X 11 01 (13) X	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15)	
11 11 (15) X		

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1	Co lun a 2
00 00 (0) ✗	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)	
01 00 (4) ✗ 10 00 (8) ✗	01 0- (4 , 5) ✗ 01 -0 (4 , 6) ✗ 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)	01 -- (4 , 5 , 6 , 7)
01 01 (5) ✗ 01 10 (6) ✗ 10 01 (9) ✗ 10 10 (10) ✗	01 -1 (5 , 7) ✗ -1 01 (5 , 13) 01 1- (6 , 7) ✗ 1- 01 (9 , 13)	-1 -1 (5 , 7 , 13 , 15)
01 11 (7) ✗ 11 01 (13) ✗	-1 11 (7 , 15) 11 -1 (13 , 15) ✗	
11 11 (15) ✗		

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1	Co lun a 2
00 00 (0) X	0- 00 (0 , 4) -0 00 (0 , 8)	
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4 , 5) X 01 -0 (4 , 6) X 10 0- (8 , 9) 10 -0 (8 , 10)	01 -- (4 , 5 , 6 , 7)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5 , 7) X -1 01 (5 , 13) X 01 1- (6 , 7) X 1- 01 (9 , 13)	-1 -1 (5 , 7 , 13 , 15)
01 11 (7) X 11 01 (11) X	-1 11 (7 , 15) X 11 -1 (11 , 15) X	
11 11 (15) X		

Método Quine-McCluskey

Exemplo

cd \ ab	00	01	11	10
00	X	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	X	X	0
10	0	1	0	1

Co lun a 0	Co lun a 1	Co lun a 2
00 00 (0) X	0- 00 (0, 4) -0 00 (0, 8)	
01 00 (4) X 10 00 (8) X	01 0- (4, 5) X 01 -0 (4, 6) X 10 0- (8, 9) 10 -0 (8, 10)	01 - - (4, 5, 6, 7)
01 01 (5) X 01 10 (6) X 10 01 (9) X 10 10 (10) X	01 -1 (5, 7) X -1 01 (5, 13) X 01 1- (6, 7) X 1- 01 (9, 13)	-1 -1 (5, 7, 13, 15)
01 11 (7) X 11 01 (11) X	-1 11 (7, 15) X 11 -1 (11, 15) X	
11 11 (15) X		

Tabela de Cobertura ($m_y = 1$ apenas, nas colunas)

Tabela de Cobertura		4	5	6	8	9	10	13
	(0, 4) 0-0 0	X						
	(0, 8) -00 0				X			
	(8, 9) 100 -				X	X		
	(8, 10) 10- 0				X		X	
	(9, 13) 1-0 1					X		X
	(4, 5, 6, 7) 01 --	X	X	X				
	(5, 7, 13, 15) -1 -1		X					X

 **Implicantes primos essenciais**

Ferramenta de Minimização KARMA

- Acesse applet e executável no endereço:
 - www.inf.ufrgs.br/nangate
 - Selecione o link <Tools>
 - Execute o software KARMA 2.0
 - Como Applet ou
 - Instalando o executável
- Pratique exemplos de minimização, utilizando especificação de funções com “Don’t Cares”.