

Máquina de Turing como Processador de Funções

Teoria da Computação

INF05501

Processando Funções

- Vimos que Máquinas de Turing podem ser utilizadas como **reconhecedores de linguagens**
- Outra abordagem é o seu uso para **processar funções**
- Estudo é **restrito** às funções que mapeiam **palavras de um alfabeto Σ em uma palavra do mesmo alfabeto**
- Entretanto, **maioria das funções pode ser transformada em uma função deste tipo**

Função Turing-Computável

Uma função **parcial** $f : (\Sigma^*)^n \rightarrow \Sigma^*$ é dita *função Turing-computável* (ou *função computável*) se existe uma Máquina de Turing $M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \triangleright)$ que computa f .

Ou seja:

- Para $(w_1, w_2, \dots, w_n) \in (\Sigma^*)^n$, tem-se que a palavra de entrada é $\triangleright w_1 w_2 \dots w_n$

Função Turing-Computável (cont.)

- Se f é *definida* para a entrada $\triangleright w_1 w_2 \dots w_n$, então, ao processá-la:
 - M *para*, aceitando ou rejeitando a entrada
 - *Conteúdo da fita* é (ignorando-se os β) $\triangleright w$, sendo que $w \in \Sigma^*$
- Se f é *indefinida* para a entrada, então M fica em *loop infinito*

Função Turing-Computável (cont.)

- Note a **diferença** entre as definições de **função computável** e **função computada**
- É considerado, como **resultado** do processamento de M somente o **conteúdo gravado na fita**
- Logo, é perfeitamente **válido** um processamento que **pare em um estado não-final**

Função Turing-Computável Total

Uma função total

$$f : (\Sigma^*)^n \rightarrow \Sigma^*$$

é dita *função Turing-computável total* (ou *função computável total*) se existe uma Máquina de Turing

$$M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \triangleright)$$

que computa f e *sempre para para qualquer entrada*

Exemplo 1

A função (total)

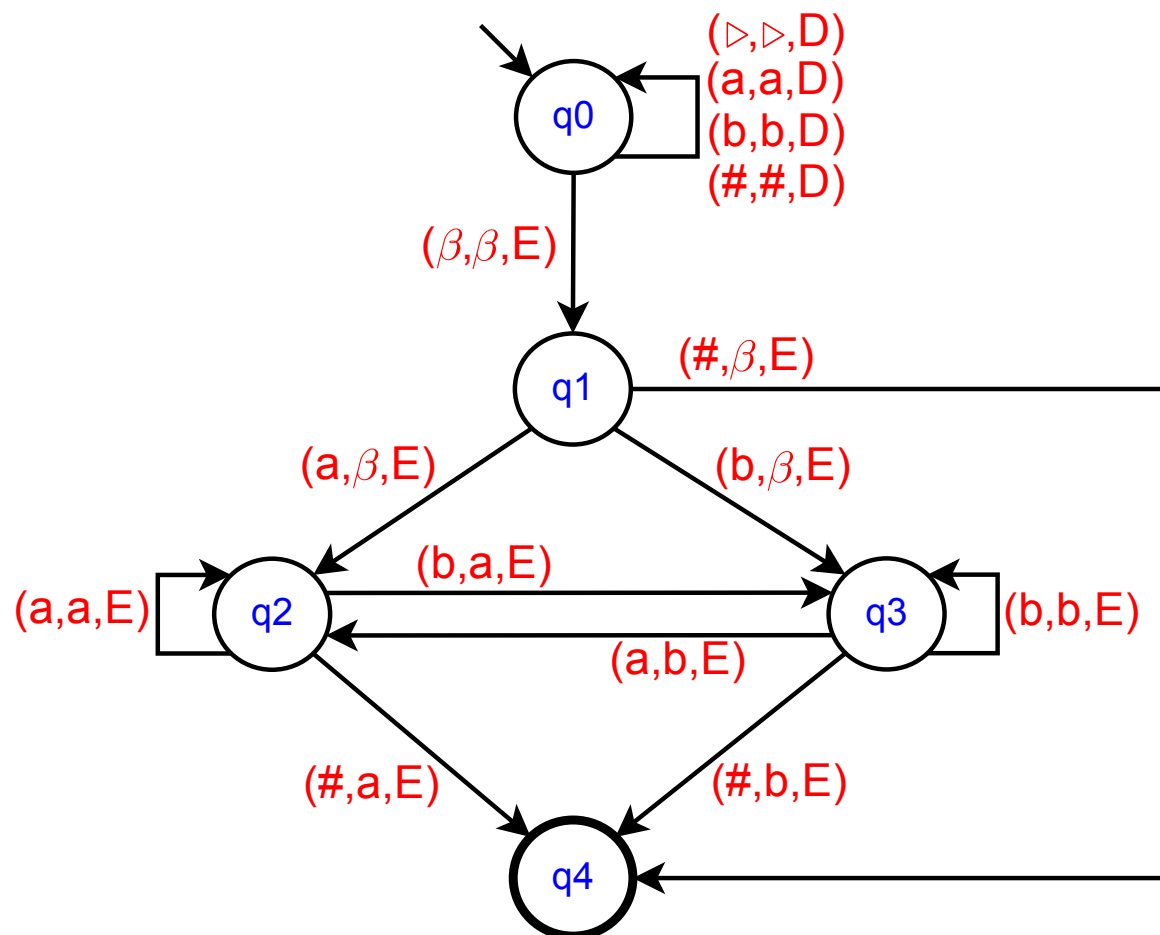
$$\textit{concatena} : (\{a, b\}^*)^n \rightarrow \{a, b\}^*$$

é tal que associa ao par (w_1, w_2) a palavra w_1w_2 . A Máquina de Turing

$$\textit{Conc} = (\{a, b, \#\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Pi, q_0, \{q_4\}, \emptyset, \beta, \triangleright)$$

processa esta função

Qual seria o algoritmo implementado pela máquina *Conc*?



Qual é a matriz de transição equivalente?

Exemplo 2

A função (total)

$$soma_bin : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}^*$$

é tal que associa um par de valores binários de um dígito ao valor da sua soma binária. A Máquina de Turing

$$SomaBin = (\{0, 1, +\}, \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_{10}\}, \Pi, q_0, \{q_{10}\}, \{A, B\}, \beta, \triangleright)$$

processa esta função

Qual seria o algoritmo implementado pela máquina *SomaBin*?

Tarefa para 10/05/2010

1. Usando **ambas** as ferramentas vistas em aula, desenvolva Máquinas de Turing que reconheçam as seguintes linguagens:
 - (a) $Eq = \{w | w \text{ tem o mesmo número de símbolos } a \text{ e } b\}$
 - (b) $B = \{w\#w | w \in \{0, 1\}^*\}$
 - (c) Complemento da linguagem Eq
2. Construa uma Máquina de Turing que processe a função $soma_bin2 : (\{0, 1\}^*)^2 \rightarrow \{0, 1\}^*$, que produz a soma binária de dois valores binários de 2 dígitos