INF01 118

UFRGS

Técnicas Digitais para Computação

Funções Booleanas: Mintermos e Maxtermos

Aula 10

1. Mintermos e Maxtermos - Introdução

- Definição de uma função booleana através de uma tabela-verdade

expressão algébrica da função F = soma dos termos-produto para os quais F = 1

- **Mintermo** = termo-produto no qual cada variável aparece exatamente 1 vez, complementada (se bit da tabela = 0) ou não (se bit da tabela = 1)
- Tabela-verdade de função com n variáveis tem 2^n mintermos

- Para 3 variáveis

X	Y	Z	Termo-Produto	Mintermo
0	0	0	$\overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}$	m0
0	0	1	$\overline{X}\,\overline{Y}Z$	m1
0	1	0	$\overline{X}Y\overline{Z}$	m2
0	1	1	$\overline{X}YZ$	m3
1	0	0	$X\overline{Y}\,\overline{Z}$	m4
1	0	1	$X\overline{Y}Z$	m5
1	1	0	$XY\overline{Z}$	m6
1	1	1	XYZ	m7

- **Maxtermo = termo-soma no qual cada variável aparece exatamente 1 vez, complementada (se bit da tabela = 1) ou não (se bit da tabela = 0)**
- **n variáveis => 2^n maxtermos**

$Mj = \overline{mj}$ ⇒ $M1 = X + Y + \overline{Z}$, $m1 = \overline{X} \,.\, \overline{Y} \,.\, Z$ ⇒ **DeMorgan**

X	Y	Z	Termo-Produto	Termo-Soma	Maxtermo
0	0	0	$\overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}$	$X + Y + Z$	M0
0	0	1	$\overline{X}\,\overline{Y}Z$	$X + Y + \overline{Z}$	M1
0	1	0	$\overline{X}Y\overline{Z}$	$X + \overline{Y} + Z$	M2
0	1	1	$\overline{X}YZ$	$X + \overline{Y} + \overline{Z}$	M3
1	0	0	$X\overline{Y}\,\overline{Z}$	$\overline{X} + Y + Z$	M4
1	0	1	$X\overline{Y}Z$	$\overline{X} + Y + \overline{Z}$	M5
1	1	0	$XY\overline{Z}$	$\overline{X} + \overline{Y} + Z$	M6
1	1	1	XYZ	$\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$	M7

2. Representação de Funções Booleanas por Mintermos e Maxtermos

- **Expressão algébrica de função booleana dada por tabela-verdade = soma lógica dos mintermos que produzem 1 na função**

- **Exemplo**

X	Y	Z	F	$\overline{F}$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

$$F = \overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z} + \overline{X}Y\overline{Z} + X\overline{Y}Z + XYZ = m0 + m2 + m5 + m7 = \Sigma m\ (0,2,5,7)$$

$\overline{F} = \Sigma m\ (1,3,4,6)$ (os mintermos que faltam em F)

$\overline{\overline{F}} = \overline{m1 + m3 + m4 + m6} = \overline{m1} \,.\, \overline{m3} \,.\, \overline{m4} \,.\, \overline{m6} = M1 \,.\, M3 \,.\, M4 \,.\, M6$

- **Portanto**

  F = ΠM (1,3,4,6) **produto lógico dos maxtermos que produzem 0 na função**

- **Tomando uma função que não é uma soma de mintermos** $E = \overline{Y} + \overline{X}\,\overline{Z}$

  pode-se obter a forma de soma dos mintermos através da tabela-verdade

X	Y	Z	E
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$E = \Sigma\ m\ (0,1,2,4,5)$$

soma de mintermos
produto de maxtermos

"formas - padrão" de expressões algébricas (também ditas "formas canônicas")

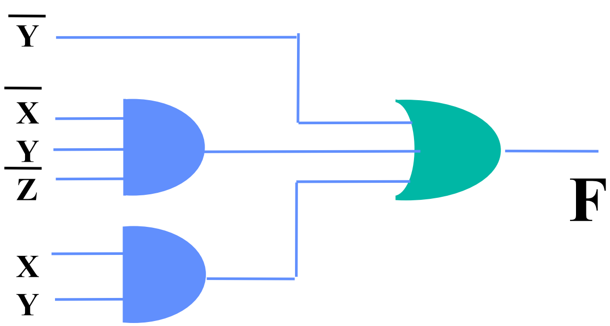
- **soma de mintermos contém**
  - **máximo número de termos-produto**
  - **máximo número de literais em cada termo**

3. Soma de Produtos (SDP)

- **Uma forma de soma de mintermos pode ser simplificada para uma soma de produtos, reduzindo-se número de termos e de literais.**
    - **manipulação algébrica**
    - **outras técnicas**
- **Soma de produtos (SDP) contém termos com 1 , 2 , ... , n literais**
- **Exemplo** $F = \overline{Y} + \overline{X}Y\overline{Z} + XY$

3 termos
- **1 termo com 1 literal**
- **1 termo com 2 literais**
- **1 termo com 3 literais**

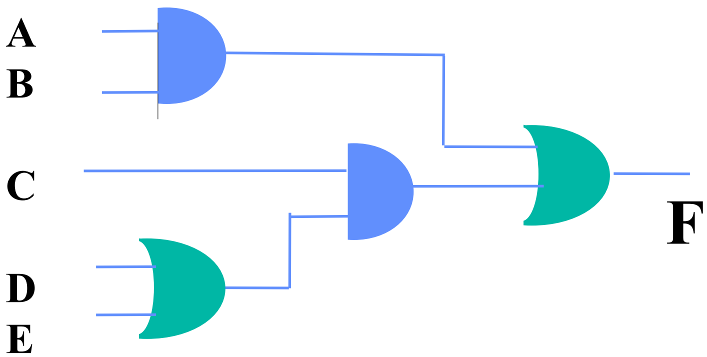
- **Circuito Lógico**



Circuito tipo AND-OR.
Esta é uma implementação em 2 níveis (...)

- Tomando uma expressão que não é SDP

F = AB + C (D + E)

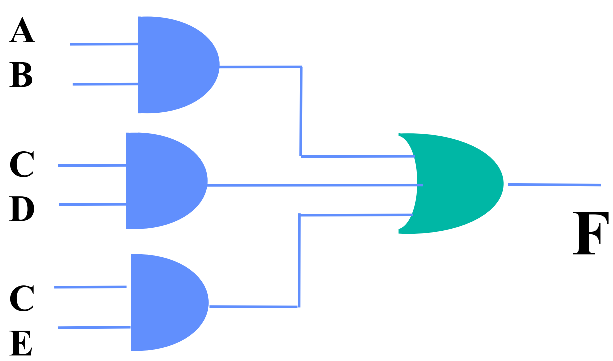


Esta é uma implementação em 3 níveis
4 portas, 8 entradas

tempo de propagação máximo =
3 x tempo de uma porta

- Convertendo para uma SDP

F = AB + C (D + E)
= AB + CD + CE

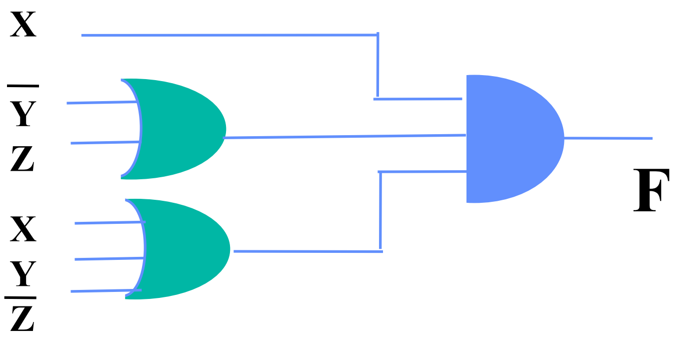


implementação em 2 níveis
4 portas, 9 entradas

tempo de propagação máximo =
2 x tempo de uma porta

4. Produto de Somas

- Exemplo $F = X.(\overline{Y} + Z).(X + Y + \overline{Z})$
- Circuito Lógico



Implementação também em 2 níveis
circuito tipo OR-AND