

Lista de Exercícios 4

1. Determine o valor verdade das proposição abaixo.
 - a) $x \in \{x\}$
 - b) $\{x\} \subseteq \{x\}$
 - c) $\{x\} \in \{x\}$
 - d) $\{x\} \in \{\{x\}\}$
 - e) $\emptyset \in \{x\}$
 - f) $\emptyset \subseteq \{x\}$
2. Sejam A, B e $C \subseteq \mathbb{U}$ conjuntos . Mostre que se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$ então $A \subseteq C$.
3. Sejam $A, B \subseteq \mathbb{U}$ conjuntos. Mostre que se $A \subseteq B$ então $A \cap B = A$ e $A \cup B = B$.
4. Seja $\mathbb{P}(A)$ o conjunto das partes de A . É verdade que se $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B)$ então $A = B$?
5. Verifique se os conjuntos abaixo são ou não conjunto das partes de algum conjunto. Caso afirmativo, explicita o conjunto.
 - a) \emptyset
 - b) $\{\emptyset, \{a\}\}$
 - c) $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$
 - d) $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
6. Sejam A, B e C conjuntos tais que
 - a) $A \cup C = B \cup C$. Podemos afirmar que $A = B$?
 - b) $A \cap C = B \cap C$. Podemos afirmar que $A = B$?
7. O que você pode dizer sobre A e B em cada caso abaixo:
 - a) $(A \cup B) = A$
 - b) $(A \cap B) = A$
 - c) $A - B = A$
 - d) $A \cap B = B \cap A$
 - e) $A - B = B - A$

8. Sejam $A, B \subseteq \mathbb{U}$. Mostre que $A \subseteq B$ se e somente se $\overline{B} \subseteq \overline{A}$.
9. Sejam $A, B, C \subseteq \mathbb{U}$ conjuntos. Mostre que:
- $(A \cap B) \subseteq A$
 - $A - B \subseteq A$
 - $A \cap (B - A) = \emptyset$
 - $A \cup (B - A) = A \cup B$
 - $\overline{A} - \overline{B} = B - A$
 - $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$
 - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 - $(A \cap B \cap C) \subseteq (A \cap B)$
 - $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$
 - $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$
 - $\overline{(A \cap B \cap C)} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$
 - $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
 - $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$
10. Sejam $A, B \subseteq \mathbb{U}$. Faça um diagrama de Venn para os seguintes conjuntos:
- $A \cup B$
 - $A \cap B$
 - $(A \cup B) - (A \cap B)$
 - $A - B$
 - $B - A$
 - $(A - B) \cup (B - A)$
11. Mostre que o conjunto do item c) e o conjunto do item f) do exercício anterior são iguais; ou seja $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$. Chamamos esse conjunto de diferença simétrica entre A e B e denotamos por $A \triangle B$.
12. Sejam $A, B \subseteq \mathbb{U}$. Mostre que:
- $A \triangle A = \emptyset$
 - $A \triangle \mathbb{U} = \overline{A}$
 - $A \triangle B = B \triangle A$
 - $(A \triangle B) \triangle B = A$

Prova 1 de 2007/2:

• **Questão 4** (1,5 pontos): Mostre que:

$$\overline{A \cup (B - A)} = \overline{A} - B.$$