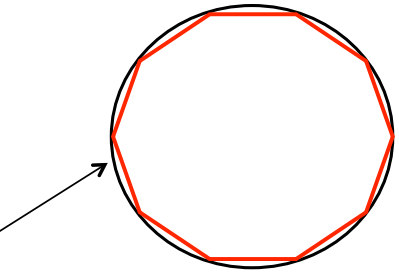
- INF01047 -

Rasterização de Triângulos e Polígonos em Geral

UFRGS

Rasterização de Polígonos

- Em Computação Gráfica, os polígonos “dominam o mundo!”
- Duas razões:
  - Podemos representar qualquer superfície com erro controlável
  - Simplicidade e entendimento matemático ajudam nos algoritmos



UFRGS

Rasterização de Polígonos

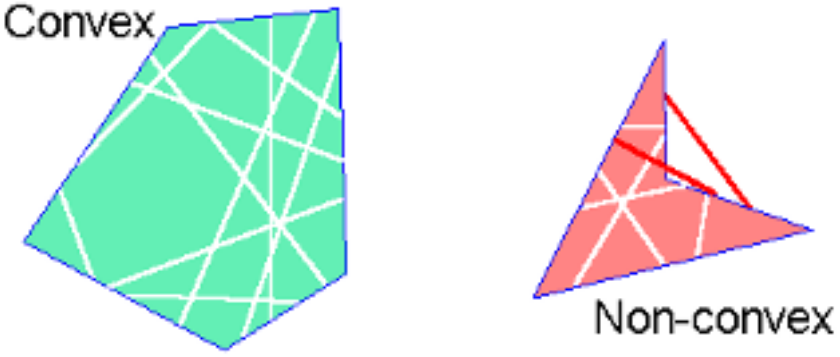
- Triângulo é a unidade mínima para representar um polígono
- Todo polígono pode ser dividido em triângulos
- Triângulos são garantidamente
  - Planares
  - Convexos

O que exatamente significa ser convexo?

UFRGS

Formas Convexas

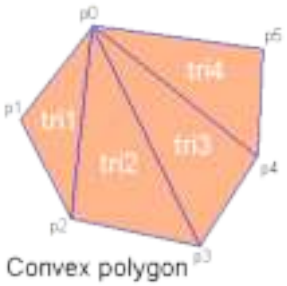
- Uma figura geométrica é convexa se e somente se qualquer segmento ligando dois pontos quaisquer da borda estiver inteiramente contido na figura



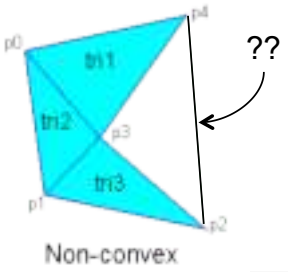
UFRGS

Triangularização

- Polígonos convexos são facilmente *triangularizáveis*

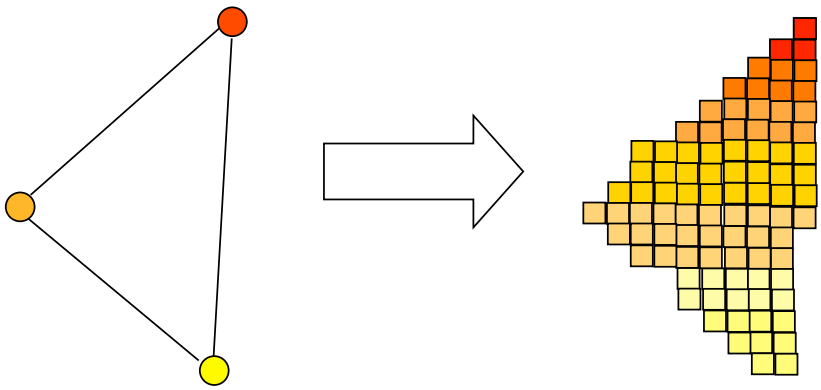


- Polígonos côncavos são mais difíceis



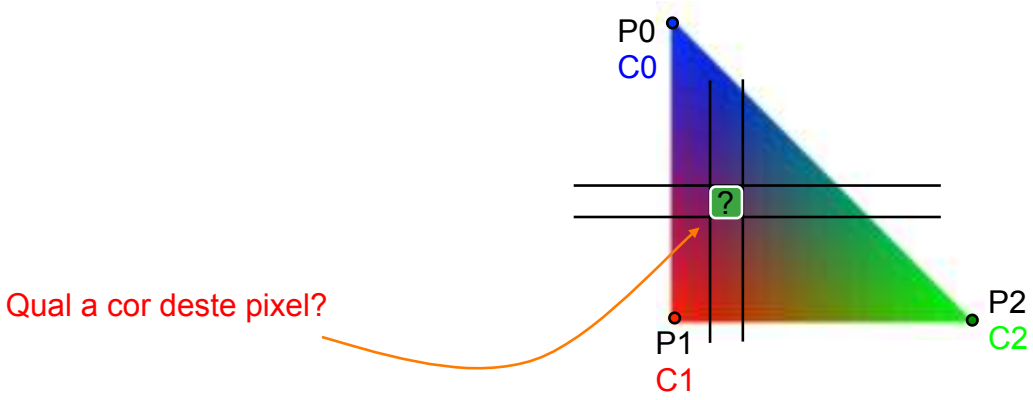
Rasterização de Triângulos

- Converter a representação matemática do triângulo em pixels
- Preencher o interior do triângulo



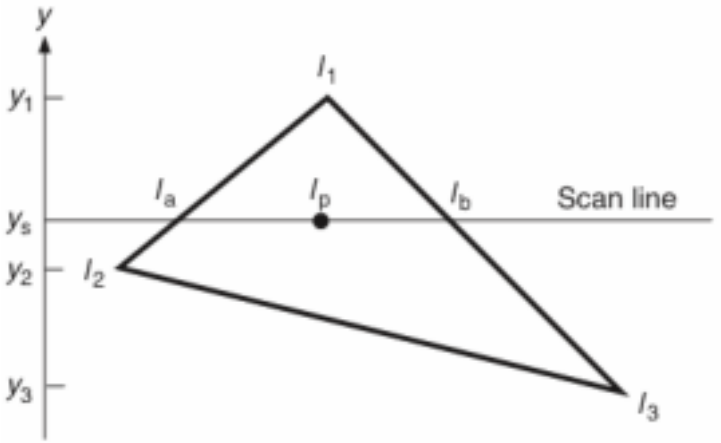
Interpolação dos Valores

- Usualmente neste processo interpolam-se valores definidos apenas para os vértices (ex: cores RGB)
- Cálculo da cor nos demais pixels que compõem o triângulo a partir das cores nos vértices



Interpolação dos Valores Internos

- Interpolação Linear, a partir dos valores nos vértices
- Conhecidos: I1, I2 e I3



$$I_a = I_1 - (I_1 - I_2)\frac{y_1 - y_s}{y_1 - y_2}$$

$$I_b = I_1 - (I_1 - I_3)\frac{y_1 - y_s}{y_1 - y_3}$$

$$I_p = I_b - (I_b - I_a)\frac{x_b - x_p}{x_b - x_a}$$

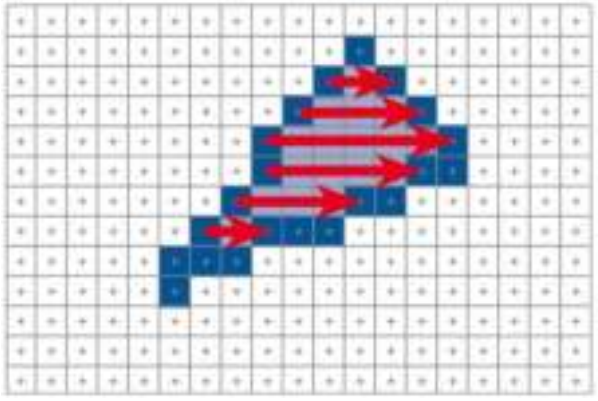
Rasterização de Triângulos

- O hardware atual utiliza basicamente duas técnicas para rasterização de triângulos:
  - Edge walking (“caminhamento pelas arestas”)
  - Edge equation (“equações de arestas”)

UFRGS

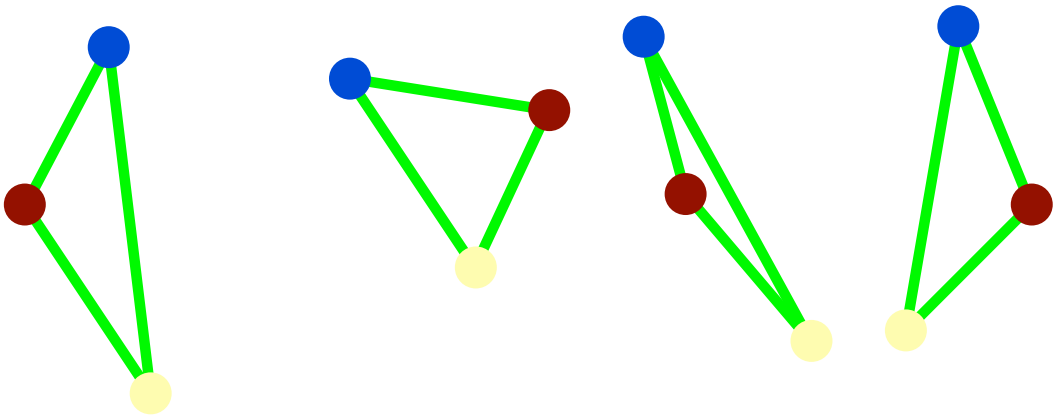
Edge Walking

- Idéia Básica:
  - Desenha arestas da fronteira do triângulo
  - Preenche os intervalos horizontais (chamados *spans*) para cada linha de *scan* que pertence às arestas
  - Interpola a medida que avança



UFRGS

Tipos de Triângulos

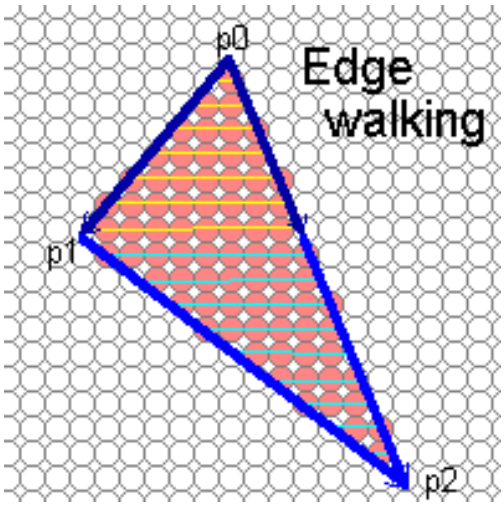


Como determinar os spans? Onde começar?

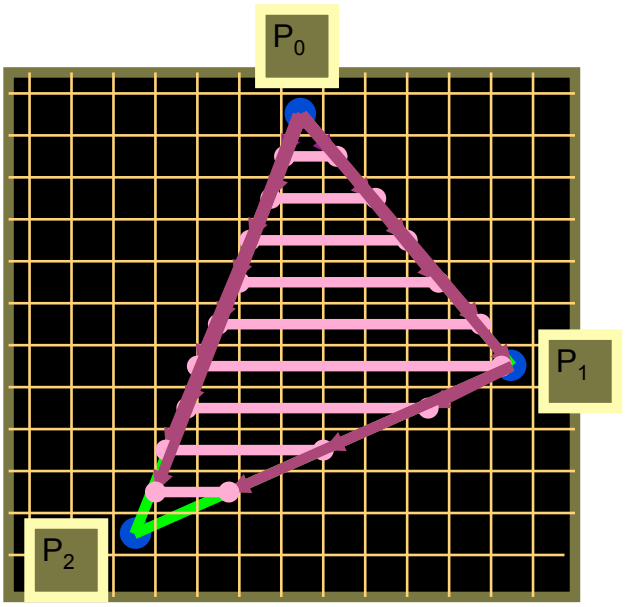
Qual o vértice especial nestes triângulos?

Edge Walking: Detalhes

- Ordena os 3 vértices em x e y
- A partir do vértice com maior y
  - Para cada linha de *scan*, encontrar os pixels à esquerda e à direita
  - Preenche cada linha até que limite inferior seja atingido
  - Proceder no sentido para baixo (diminui y)



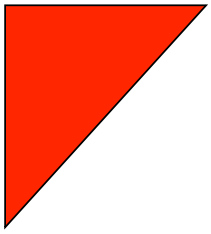
Edge Walking



UFRGS

Edge Walking

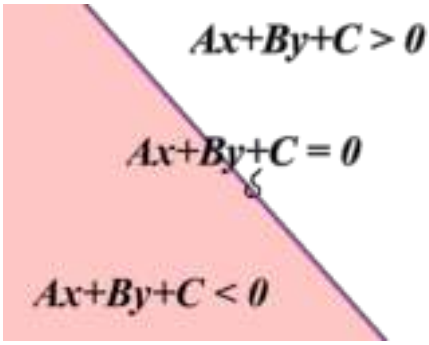
- Vantagem
  - rápido
  - pode ser implementado em hardware
- Desvantagens
  - Muitos casos especiais para serem testados e tratados separadamente
  - Ex: y constante (uma aresta paralela as linhas de *scan*)



UFRGS

Edge Equations

- Uma equação de aresta nada mais é do que a equação da linha que define a aresta
- Usamos a propriedade de divisão do espaço pelas retas para saber em que lado do triângulo estamos

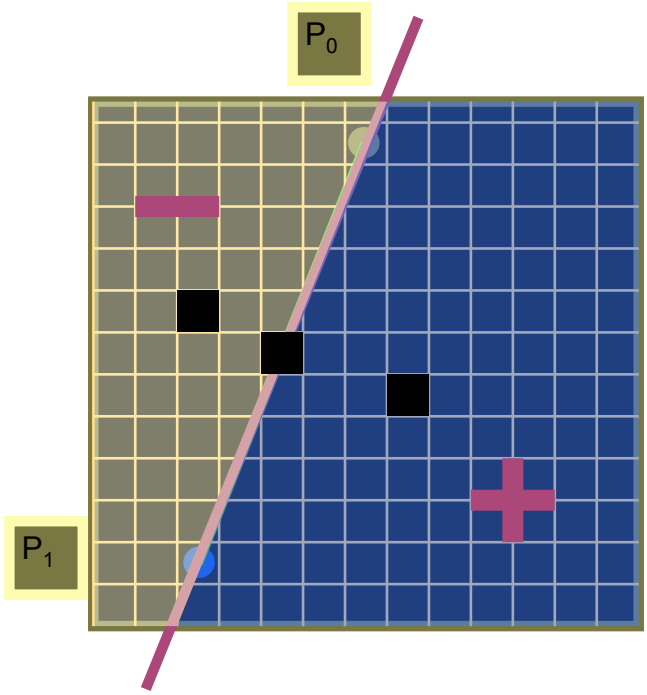


Edge Equations

Qual o valor da equação para:

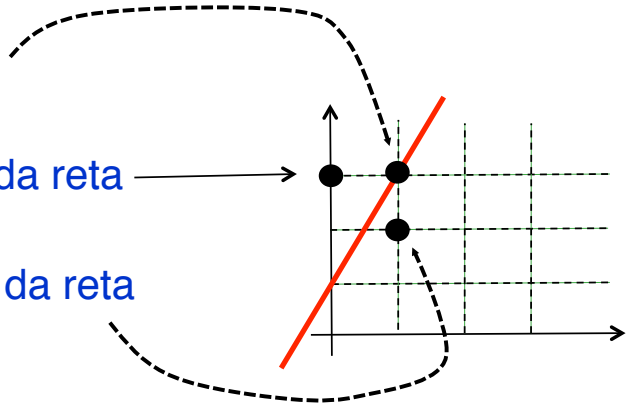
- Parte cinza
- Parte azul
- Linha limite

- O que acontece se invertermos P0 e P1?



Divisão do Espaço por Retas

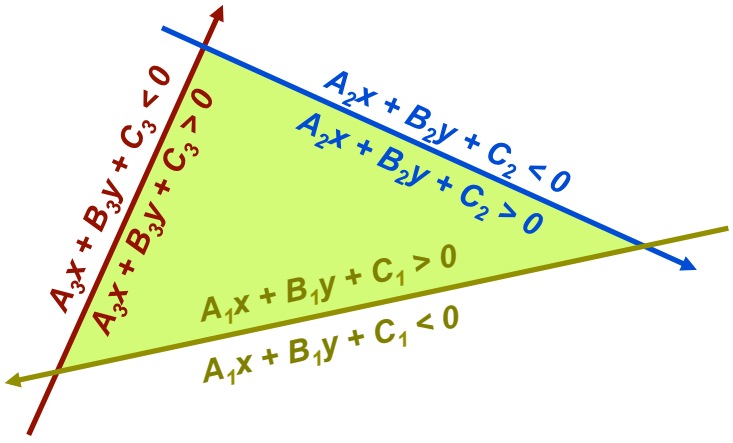
- Uma reta divide o espaço em 3 situações possíveis:
  - Pontos na reta
  - Pontos “acima” da reta
  - Pontos “abaixo” da reta
- Ex: y-2x-1=0
  - P1(1,3) na reta
    3-2*1-1=0
  - P2(0,3) acima da reta
    3-2*0-1>0
  - P3(1,2) abaixo da reta
    2-2*1-1<0



UFRGS

Edge Equations

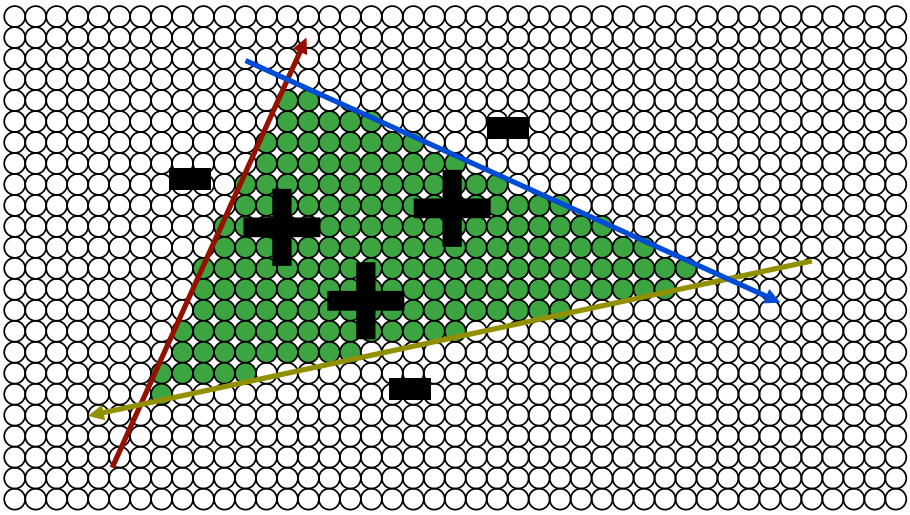
- Um triângulo pode ser definido como a intersecção de 3 semi-espaços positivos



UFRGS

Edge Equations

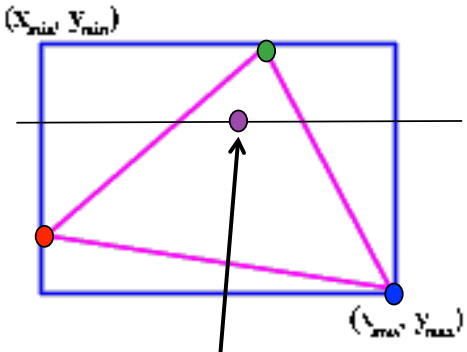
- Vamos renderizar apenas os pixels (na fig abaixo em verde) para os quais as equações dão resultado positivo



Contra quais pixels testar?

Edge Equations

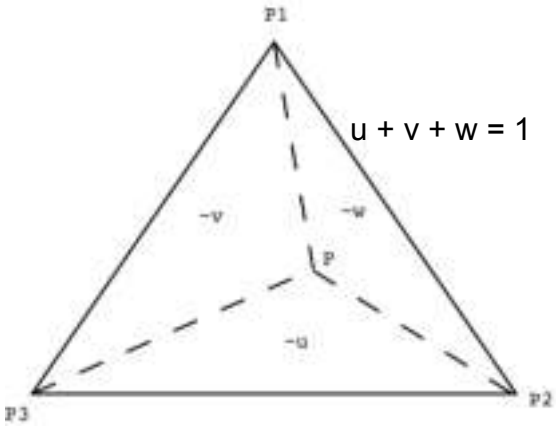
- Calcular a caixa-limite do triângulo
- Calcular as equações das retas a partir dos vértices
  - Ser consistente na definição do lado interno ou positivo
- Para todos os pixels dentro da caixa-limite:
  - "pinta" apenas os pixels para os quais as 3 equações derem resultado positivo



Como calcular a cor do pixel interno se não temos as cores nos extremos da scan line (como acontece com o "edge walking")?

Alternativa usando Coord. Baricêntricas

- Ponto P pode ser expresso por `(u,v,w)` que é invariante
- Permanecem as mesmas após transformações afim
- Cálculo:



$$u = \frac{area(PP_2P_3)}{area(P_1P_2P_3)} \qquad v = \frac{area(P_1PP_3)}{area(P_1P_2P_3)} \qquad w = \frac{area(P_1P_2P)}{area(P_1P_2P_3)}$$

Na revisão matemática vimos em aula uma maneira fácil de encontrar todas estas áreas.

UFRGS

Rasterização com Coord Baricêntricas

- Calcula caixa-limite
- Para cada pixel nas linhas de *scan* da caixa-limite calcula coordenadas baricêntricas
  - Se a soma das coord baricêntricas = 1 desenha o pixel
  - Senão, ponto é externo ao triângulo

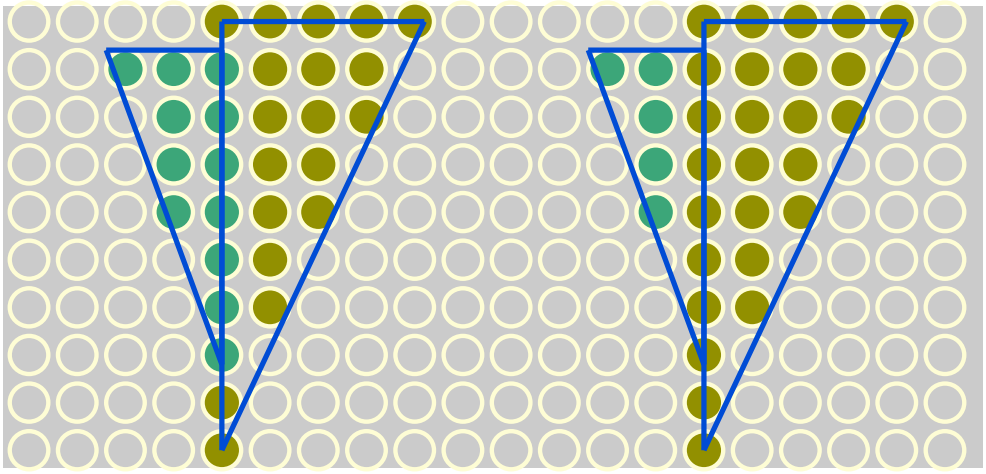
UFRGS

Problemas: Rasterização de Triângulos

- Exatamente quais pixels devem ser “ligados”?
  - Pixels dentro dos limites das arestas
- E como ficam os pixels exatamente NAS arestas? E compartilhados?

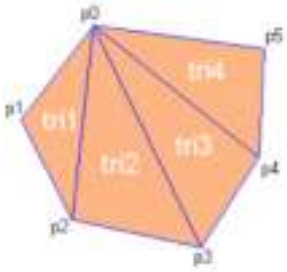
Problemas: Rasterização de Triângulos

- E como ficam os pixels exatamente NAS arestas?
  - A ordem de desenho não deve importar
  - Utilizar uma regra para manter consistência
  - Exemplo: desenha apenas pixels na aresta esquerda e topo, mas não na direita ou base

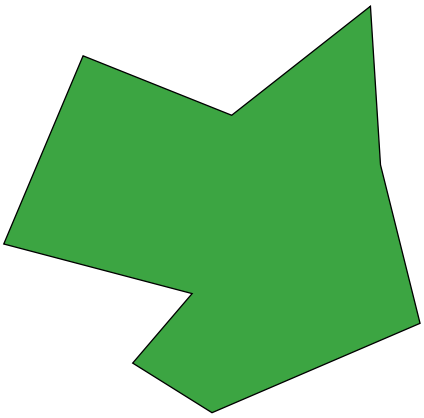


Rasterização de Polígonos em Geral

- Triangularizar o polígono e utilizar uma das técnicas de rasterização de triângulos

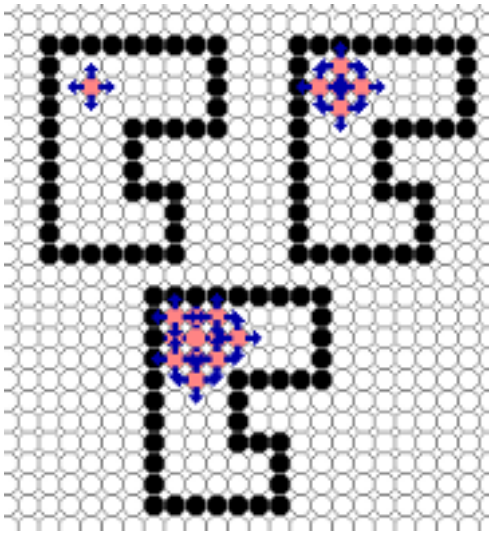


- Rasterizar diretamente o polígono



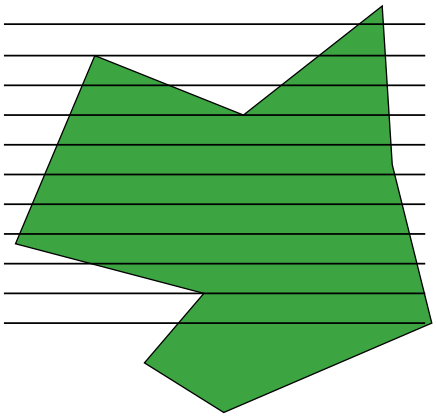
Rasterizando diretamente o polígono

- Métodos de preenchimento
  - *Exs: Boundary Fill*, *Flood Fill*
  - "Atuam" ao nível do pixel
  - Interessantes para aplicações do tipo *painting*
  - A partir de um pixel garantidamente dentro do polígono, visita recursivamente os vizinhos até encontrar a borda ou pixels já visitados



Rasterizando diretamente o polígono

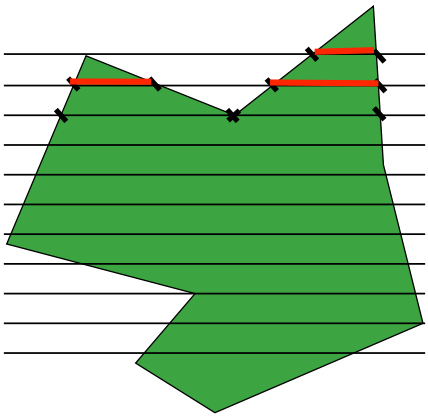
- Métodos Scanline
  - "Atuam" no nível dos polígonos, trabalham com a definição geométrica dos objetos
  - Melhor performance



UFRGS

Algoritmos *scanline-fill*

- Calcula a intersecção entre a scanline com as arestas do polígono
- Preencher entre pares de intersecções

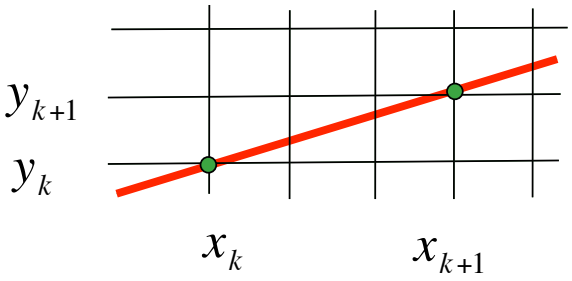


Interior determinado por pares de intersecção

UFRGS

Algoritmos *scanline-fill*

- Explora coerência (partes se relacionam)
- Inclinação da aresta é constante de uma *scanline* para a próxima
- A intersecção da aresta com o próximo x pode ser obtida incrementalmente. Porque?



Algoritmos *scanline-fill*

$$m = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k}$$

$$y_{k+1} - y_k = 1$$ ← Diferença entre 2 scanlines

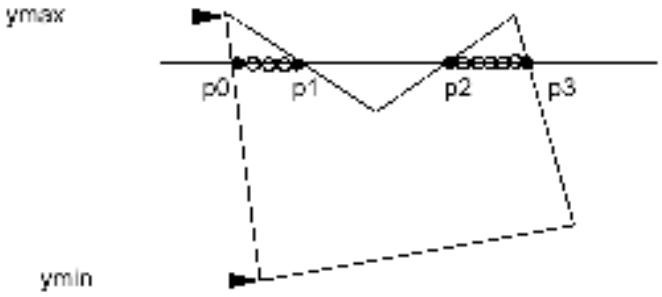
$$m = \frac{1}{x_{k+1} - x_k}$$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \qquad x_{k+1} = x_k + \frac{dx}{dy}$$

Algoritmos *scanline-fill*

- Algoritmo básico

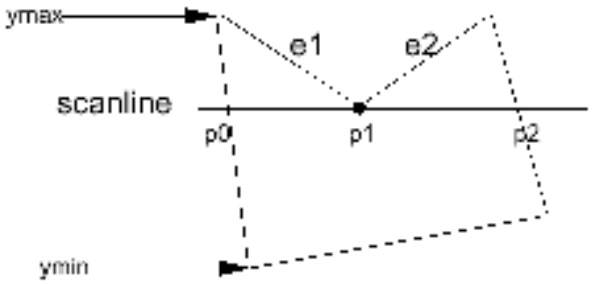
```
for y = ymin to ymax
    1.intercepta scanline y com cada aresta
    2.ordena intersecções de acordo com a coordenada x
      [p0,p1,p2,p3]
    3.preenche entre os pares de coordenadas
      (p0->p1, p2->p3, …)
```



Algoritmos *scanline:* complicadores

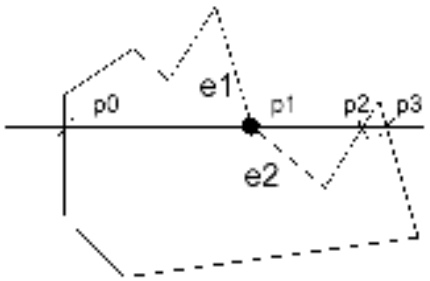
- Intersecção é o ponto final de uma aresta
- Pontos de intersecção: (p0, p1, p2) ???
  - (p0,p1)(p1,p2): tomamos os pares
  - Se computarmos a intersecção da *scanline* com a aresta *e1* e *e2*, pegaremos o ponto p1 duas vezes:

Caso 1



Algoritmos *scanline:* complicadores

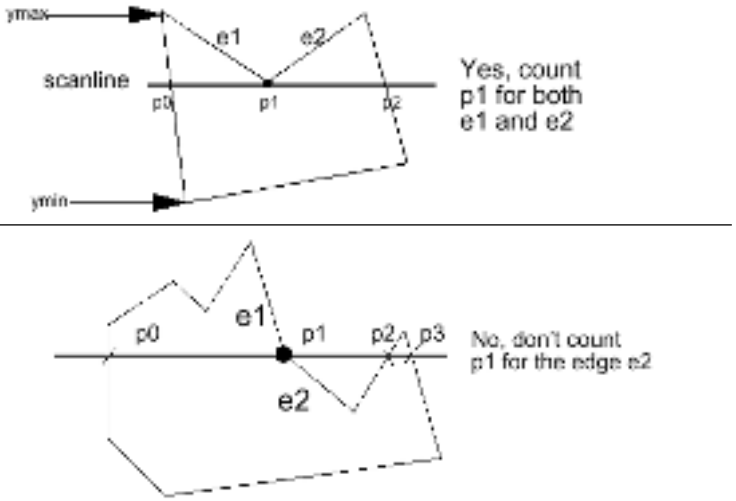
Caso 2



- (p0,p1)(p1,p2)(p2,p3)
- Não podemos contar o ponto p1 duas vezes, pois seriam pintados os pixels entre p1 e p2.
- Deve-se considerar (p0,p1)(p2,p3), ou seja, contar p1 apenas uma vez

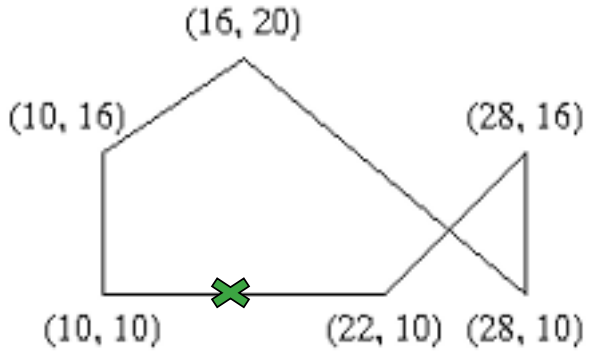
Algoritmos *scanline:* complicadores

- Conclusão:
  - Se a intersecção corresponder a *ymin* das arestas, considere-a
  - Caso contrário, não.



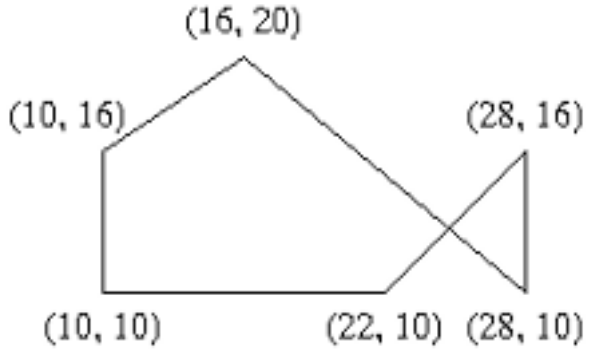
Algoritmos *scanline:* complicadores

- Arestas horizontais não são resolvidas pelo algoritmo, tratadas em separado



Exemplo do algoritmo

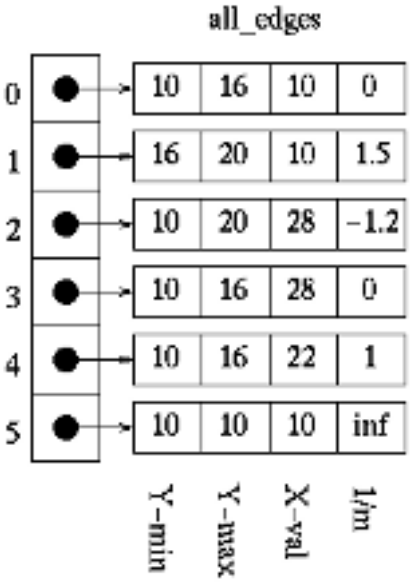
- Iniciar a tabela de arestas.
- Determinar para cada aresta: ymin, ymax; o valor de interseção de x (para o menor y); e 1/m



ordered_vertices

0	(10, 10)
1	(10, 16)
2	(16, 20)
3	(28, 10)
4	(28, 16)
5	(22, 10)

Tabela Global de Arestas



- A montagem da tabela global de arestas deve:
  - Ordenar em ordem crescente em função de ymin e x
  - Eliminar as arestas horizontais (m=0)

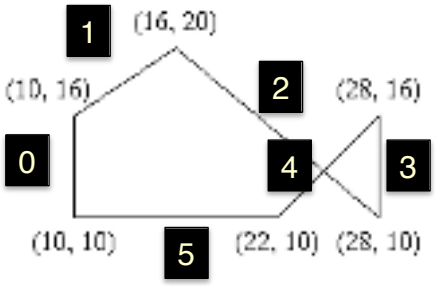
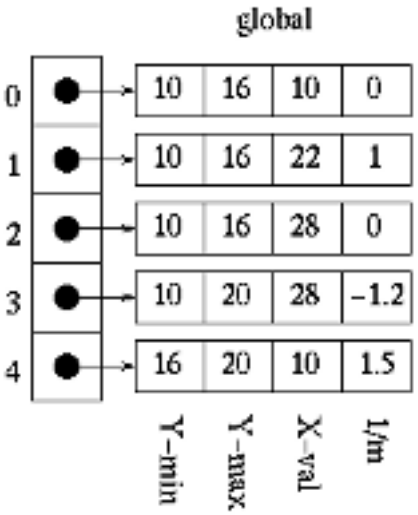
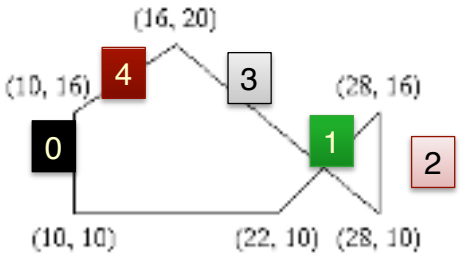


Tabela Global de Arestas

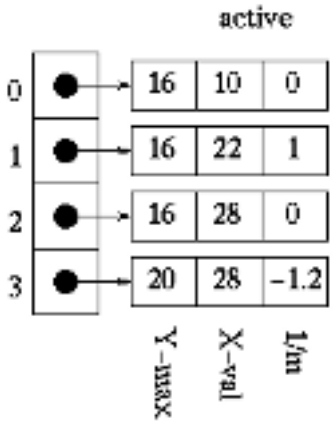


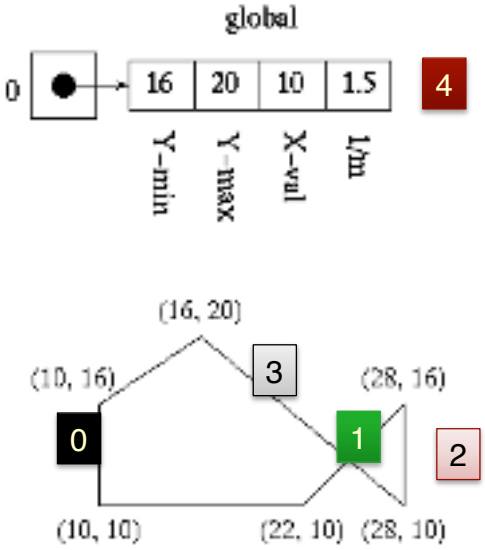


A seguir, será construída a lista de arestas ativas (*active edge list*) para cada linha de scanline. Esta lista contém todos as arestas que são cortadas por uma linha (*scanline*)

Lista de Arestas Ativas

Como a lista global começa com y=10, montamos a lista de arestas ativas com todas arestas com y = 10 . Resta, na tabela global, a aresta que inicia em y=16.





As arestas 0,1,2,3 estão "ativas" para a scanline com y=10 e ficarão assim até y=16.

Algoritmo

- A cada y:
  - O algoritmo ordena os "x-val" das arestas na lista de arestas ativas e preenche os trechos da scan line entre pares de x
  - Atualiza x-val somando o incremento
  - Verifica se há arestas que estão terminando nessa linha de varredura (y = ymax), para excluí-las da lista de arestas ativas
- Incrementa y para o próximo passo, e verifica se há arestas iniciando nessa nova linha, incluindo-as na lista de arestas ativas