

**Lista de Exercícios 5**

1. Sejam  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  e  $B = \{5, 6, 8, 10\}$ . Para cada relação  $R_i \subseteq A \times B$  abaixo:
  - explicita os elementos da relação
  - faça uma representação matricial da relação
  - determine o domínio da relação
  - determine a imagem da relação
  - classifique a relação: injetora, sobrejetora, total e funcional
  - a)  $R_1 = \{(x, y); y \text{ é divisível por } x\}$
  - b)  $R_2 = \{(x, y); xy = 40\}$
  - c)  $R_3 = \{(x, y); y = x + 3\}$
  - d)  $R_4 = \{(x, y); y = 2x\}$
  - e)  $R_5 = \{(x, y); x \leq y\}$
2. Sejam  $A = \{a, e, i, o, u\}$ . Dê um exemplo de uma relação em  $A$  que é:
  - a) injetora
  - b) sobrejetora
  - c) total
  - d) funcional
  - e) injetora e não total
  - f) funcional e sobrejetora
3. Seja  $A = \{a, b, c\}$ . Determine a representação matricial das seguintes relações em  $A$ .
  - a)  $R_1 = \{(a, a), (a, b), (a, c)\}$
  - b)  $R_2 = \{(a, b), (b, a), (b, b), (c, c)\}$
  - c)  $R_3 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, c), (c, c)\}$
  - d)  $R_4 = \{(a, c), (c, a)\}$
4. Quais das relações acima são reflexivas, anti-simétricas, simétricas, ou transitivas?

5. Como podemos usar a representação matricial de uma relação para determinar se a relação possui a propriedade
- a) reflexiva
  - b) simétrica
  - c) transitiva
6. Seja  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ . Classifique as relações em  $A$  abaixo.
- a)  $S_1 = \{(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
  - b)  $S_2 = \{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
  - c)  $S_3 = \{(0, 0), (1, 1)(1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$
  - d)  $S_4 = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1)(1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)\}$
7. Classifique as relações abaixo, dadas por sua representação matricial. Justifique sua resposta.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8. Faça o grafo das relações  $S_1, S_2, S_3, S_4, T, M, N$ .
9. Seja  $A$  um conjunto e  $R \subseteq A \times A$ . Mostre que:
- a) Se  $R$  é reflexiva, então  $R$  é total.
  - b) Se  $R$  é reflexiva, então  $R$  é sobrejetora.
10. Seja  $A$  um conjunto e  $R \subseteq A \times A$ . Prove ou dê um contra-exemplo:
- a) Se  $R$  é simétrica e transitiva, então  $R$  é reflexiva.
  - b) Se  $R$  é funcional então  $R$  não é transitiva.