

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
**INSTITUTO DE INFORMÁTICA**  
**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA APLICADA**  
**INF01154 - Redes de Computadores N**  
**Utilização de ferramentas analíticas e gráficas na representação e avaliação de um canal. Capacidade máxima de um canal segundo Nyquist e Shannon**

## **1. Objetivos**

Obter e manipular expressões analíticas que definam a capacidade e a eficiência de um canal. Obter curvas de desempenho de canais em função de seus parâmetros físicos. Determinar a banda passante  $B$  de uma linha de comunicação através de simulação. Determinar a capacidade máxima de um canal segundo o teorema de Nyquist e Shannon. Representar graficamente o Teorema de Nyquist em função do número de bits associados aos símbolos elétricos.

## **2. Revisão Teórica. SUMÁRIO**

1.	Análise de sinais.....	2
1.1	Introdução à equação da onda .....	2
1.2	Interferências entre ondas diferentes .....	3
1.3	Largura de banda .....	4
1.4	Largura de banda em centrais públicas de telefonia.....	6
2.	Modulação digital.....	8
2.1	Modulação com portadora analógica.....	8
2.1.1	Modulação ASK.....	9
2.1.2	Diferença entre baud e bit/s.....	11
2.1.3	Modulação multinível .....	11
2.1.4	Modulação FSK.....	12
2.1.5	Modulação PSK.....	12
2.2	Relembrando decibel .....	14
2.3	Constelações de modulação multinível .....	15
2.4	Referências .....	17
3.	A Máxima Capacidade de um Canal.....	18
3.1	Relembrando logaritmos.....	18
3.2	Teorema de Nyquist.....	18
3.3	Teorema de Shannon .....	19
3.4	Referências .....	19
4.	Atividades.....	20
4.1	Exercícios .....	20
4.2	Experiência .....	21

# 1. Análise de sinais

## 1.1 Introdução à equação da onda

Uma onda pode ser caracterizada através da seguinte equação:

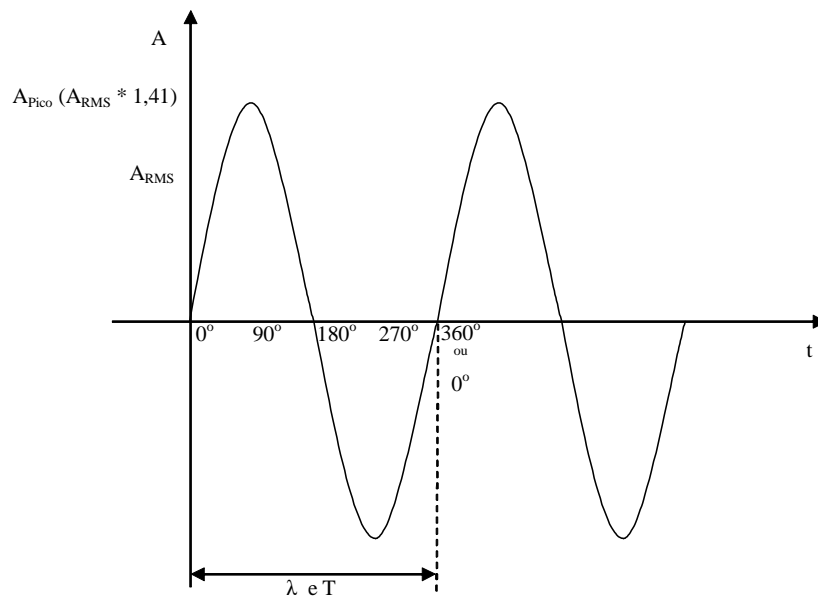
$$\alpha(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$$

$\alpha(t)$  = Amplitude instantânea da portadora no instante  $t$

$A$  = Amplitude máxima da portadora

$\omega_0$  = Frequência angular da portadora ( $2\pi f$ )

$\theta$  = Fase da portadora



A partir da equação da onda vista acima, vê-se que podemos variar três componentes da onda para imprimir uma informação na portadora. Assim, variando **amplitude**, **frequência** ou **fase** podemos "modular" a onda de acordo com a variação da onda moduladora (que contém a informação).

- Amplitude: a altura de uma onda
- Frequência: número de ciclos da onda por segundo (Hz = ciclos / s)
- Fase: Posição instantânea da onda, em graus.

Ainda na mesma onda, pode-se definir comprimento de onda ( $\lambda$ ), que significa a distância mínima que o ciclo se repete (em metros), e  $T$ , que é o período da onda, ou o tempo que leva para a onda efetuar um ciclo (em segundos).

Sabendo-se que a frequência é o inverso do período, chega-se, então, à seguinte equação:

$$\lambda = \frac{v}{f} \text{ ou } \lambda = v * T$$

No caso de propagação sonora de ondas, o ar é empurrado e rarefeito uma série de vezes por segundo, portanto, deve-se considerar a velocidade de deslocamento de uma onda sonora, que é  $v = 344 \text{ m/s}$ . No caso de ondas eletromagnéticas, deve-se considerar o período a velocidade da luz ( $v=c = 300.000 \text{ km/s}$ , ou  $v=c = 3.10^8 \text{ m/s}$ ).

A tabela a seguir mostra algumas relações entre frequência e comprimento de ondas eletromagnéticas.

<b>f (Hz)</b>	<b><math>\lambda</math> (m)</b>
10Hz	30.000 km
1kHz	300 km
1MHz	300 m
300 MHz	1 m (abaixo disso é considerado microondas)
1GHz	30 cm

**Pergunta:** qual o tamanho de uma antena dipolo de meia onda para aumentar o ganho de um dispositivo móvel 4G que trabalha na faixa de 2,5GHz?

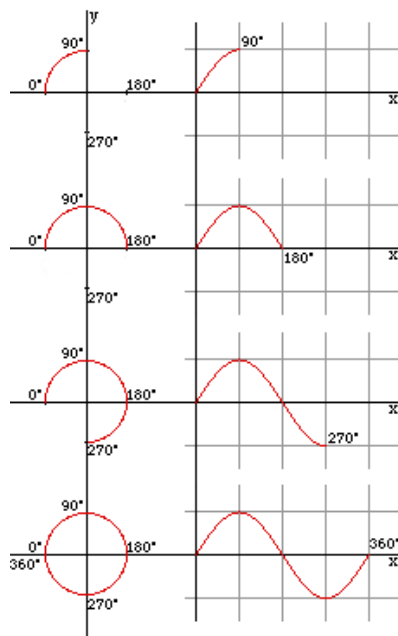
Na faixa das microondas, a onda já “fura” a troposfera, portanto, necessita visada direta. Abaixo disso a onda reflete na troposfera, percorrendo maiores distâncias.

A perda de potência cai de forma logarítmica. Perda de propagação =  $20\log(d) + 20\log(f) + 32,4$ , sendo  $d$  a distância em quilômetros e  $f$  a frequência em MHz. Para a frequência de 2,4GHz pode-se simplificar para: Perda de propagação =  $20\log(d) + 100$ . Uma tabela automática de cálculo em <http://hwagm.elhacker.net/calculo/calcularcance.htm>.

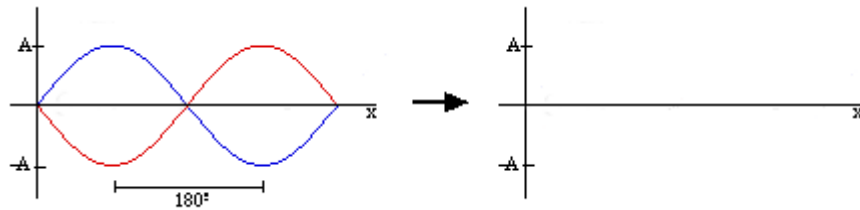
## 1.2 Interferências entre ondas diferentes

OBS: trecho a seguir vem de <http://www.eca.usp.br/prof/iazzetta/tutor/>.

Uma onda senoidal pode ser entendida como um movimento circular que se propaga ao longo de um eixo, o qual pode representar uma distância ou tempo, por exemplo.



A relação desse movimento com um ponto de referência é chamada de fase. Por exemplo, na figura abaixo as duas senóides estão defasadas em 180°.



Quando duas ondas são superpostas suas amplitudes são somadas algebricamente e a onda resultante dessa soma depende da fase. Assim, duas ondas de mesma frequência e amplitude  $A$  começando seus ciclos em zero grau, quer dizer em fase, vão resultar numa onda com mesma frequência e amplitude igual a duas vezes  $A$ . Mas se essas ondas estiverem defasadas, essa relação de amplitude é modificada. Para duas ondas de mesma frequência e amplitude, mas defasadas em  $180^\circ$ , as amplitudes estão exatamente opostas, cancelando-se totalmente:

Dizemos que diferenças de fase entre duas ondas geram **interferências construtivas**, quando a onda resultante tem amplitude maior que a das ondas individuais, ou **interferências destrutivas**, quando a amplitude da onda resultante é menor que a das ondas individuais.

Isso quer dizer que quando ondas sonoras interagem no ambiente elas estão se reforçando (interferência construtiva) ou cancelando (interferência destrutiva). Os sons que ouvimos no ambiente à nossa volta têm um comportamento complexo e raramente teremos um cancelamento total de uma determinada frequência devido às diferenças de fase.

As mesmas relações dadas para ondas senoidais de mesma frequência e amplitude são aplicadas também para a interação de outros tipos de onda com frequências e amplitudes diferentes.

Deve-se notar que os harmônicos e parciais que compõem um som complexo também podem ter fases diferentes. Embora essas diferenças determinem a forma da onda, nosso aparelho auditivo é pouco sensível a essas variações. De modo geral, somos bastante sensíveis a variações de frequência e amplitude, mas as relações de fase são pouco perceptíveis, a não ser indiretamente.

Por exemplo, duas senóides de frequência muito próxima, digamos 500Hz e 503Hz, entrarão e sairão de fase numa taxa de três vezes por segundo. Isso causa uma interferência periódica de reforço e cancelamento de amplitude. Esse fenômeno é chamado "batimento" e, nesse caso, a frequência do batimento é de 3 Hz. A sensação auditiva causada pelo batimento pode auxiliar na afinação de instrumentos de cordas, por exemplo. Quanto mais próxima a afinação de duas cordas soando juntas na mesma nota, menor a frequência do batimento gerado, que deverá desaparecer por completo quando elas estiverem perfeitamente afinadas.

**Demonstração:** Comparar e escutar a soma das duas senóides de 500 Hz e 503 Hz.

### 1.3 Largura de banda

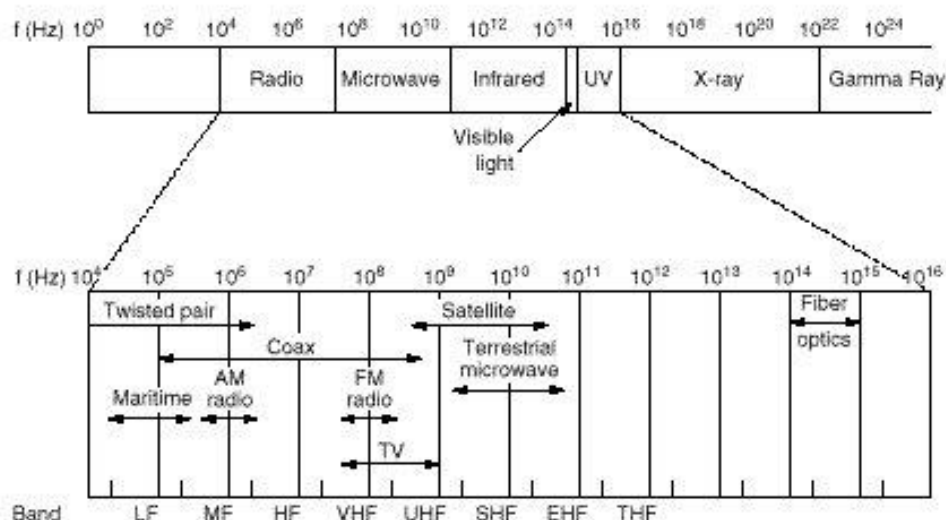
A largura de banda de um canal de comunicação é a diferença entre a maior e a menor frequência que pode ser utilizada por este canal.

Esta limitação pode ser física (devido ao tipo de meio físico utilizado) ou imposta através de filtros (como no canal telefônico).

Como exemplo de limitação de largura de banda imposta, temos o canal telefônico, que tem uma largura de banda de 4 kHz. Qualquer sinal acima disto é filtrado e descartado da transmissão. Isto é necessário no sistema telefônico devido ao fato da companhia telefônica

utilizar as mesmas linhas para transmitir mais de uma ligação telefônica simultaneamente, através da multiplexação por divisão de frequência, que será visto adiante.

Praticamente todo o espectro de frequência está dividido em bandas, reservado para rádio AM, rádio FM, polícia, satélite, faixa do cidadão, televisão, e assim por diante. A figura a seguir mostra uma parte do espectro de frequências [TAN 03], e as tabelas a seguir mostram alguns exemplos de utilização do espectro. Na página da Anatel tem a tabela de frequências padronizada no Brasil (<http://sistemas.anatel.gov.br/pdf/>).



A tabela a seguir mostra os canais de FM - Faixa de VHF

Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz	Canal	MHz
201	88,1	218	91,5	235	94,9	252	98,3	269	101,7	286	105,1
202	88,3	219	91,7	236	95,1	253	98,5	270	101,9	287	105,3
203	88,5	220	91,9	237	95,3	254	98,7	271	102,1	288	105,5
204	88,7	221	92,1	238	95,5	255	98,9	272	102,3	289	105,7
205	88,9	222	92,3	239	95,7	256	99,1	273	102,5	290	105,9
206	89,1	223	92,5	240	95,9	257	99,3	274	102,7	291	106,1
207	89,3	224	92,7	241	96,1	258	99,5	275	102,9	292	106,3
208	89,5	225	92,9	242	96,3	259	99,7	276	103,1	293	106,5
209	89,7	226	93,1	243	96,5	260	99,9	277	103,3	294	106,7
210	89,9	227	93,3	244	96,7	261	100,1	278	103,5	295	106,9
211	90,1	228	93,5	245	96,9	262	100,3	279	103,7	296	107,1
212	90,3	229	93,7	246	97,1	263	100,5	280	103,9	297	107,3
213	90,5	230	93,9	247	97,3	264	100,7	281	104,1	298	107,5
214	90,7	231	94,1	248	97,5	265	100,9	282	104,3	299	107,7
215	90,9	232	94,3	249	97,7	266	101,1	283	104,5	300	107,9
216	91,1	233	94,5	250	97,9	267	101,3	284	104,7		
217	91,3	234	94,7	251	98,1	268	101,5	285	104,9		

A tabela a seguir mostra os canais de TV - Faixa de VHF

Canal	MHz
1	41-47
2	54-60
3	60-66
4	66-72

Canal	MHz
5	76-82
6	82-88
7	174-180
8	180-186

Canal	MHz
9	186-192
10	192-198
11	198-204
12	204-210

Canal	MHz
13	210-216

A tabela a seguir mostra os canais de TV - Faixa de UHF

Canal	MHz
14	470-476
15	476-482
16	482-488
17	488-494
18	494-500
19	500-506
20	506-512
21	512-518
22	518-524
23	524-530
24	530-536
25	536-542
26	542-548
27	548-554

Canal	MHz
28	554-560
29	560-566
30	566-572
31	572-578
32	578-584
33	584-590
34	590-596
35	596-602
36	602-608
37	608-614
38	614-620
39	620-626
40	626-632
41	632-638

Canal	MHz
42	638-644
43	644-650
44	650-656
45	656-662
46	662-668
47	668-674
48	674-680
49	680-686
50	686-692
51	692-698
52	698-704
53	704-710
54	710-716
55	716-722

Canal	MHz
56	722-728
57	728-734
58	734-740
59	740-746
60	746-752
61	752-758
62	758-764
63	764-770
64	770-776
65	776-782
66	782-788
67	788-794
68	794-800
69	800-806

Exemplos de largura de banda comerciais

- Canais AM: 530 a 1700 kHz: largura de banda de 10 kHz
- Canais FM: 88 a 108 MHz: largura de banda de 200 kHz
- Canais de TV: largura de banda de 6 MHz

#### 1.4 Largura de banda em centrais públicas de telefonia

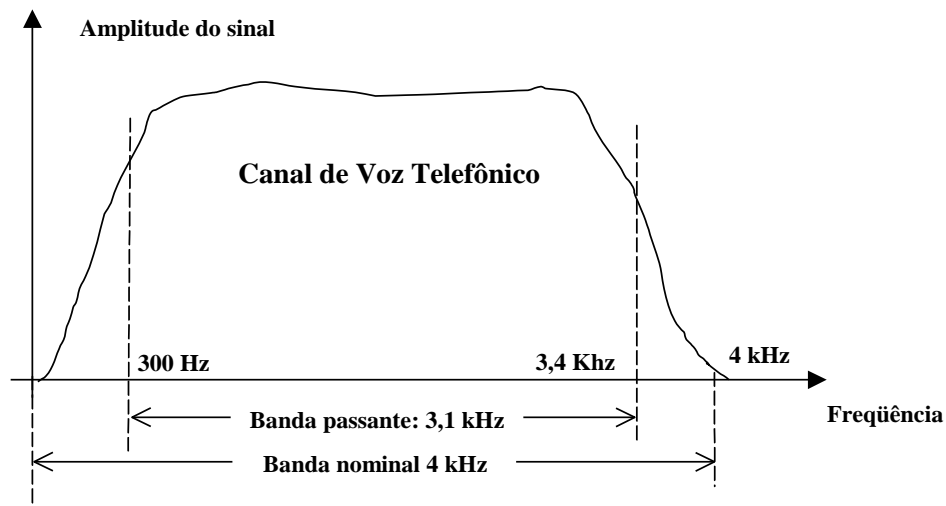
Os sinais de voz que partem do ser humano são analógicos e sonoros, ou seja, o ar é empurrado com mais ou menos intensidade, um determinado número de vezes por segundo, gerando uma onda que se propaga. Quando atinge um ouvido, este decodifica as ondas sonoras e as transforma em percepções ao cérebro, que identifica um padrão e monta uma mensagem.

A frequência da voz humana, ou seja, o número de vezes por segundo que o ar é empurrado, é dada pelas cordas vocais, gerando um som mais agudo (de maior frequência), ou mais grave (de menor frequência). Normalmente, o ser humano consegue emitir sinais sonoros aproximadamente entre 100 Hz e 8.000 Hz (8 kHz). Um ouvido humano perfeito consegue captar aproximadamente de 16 Hz a 18.000 Hz.

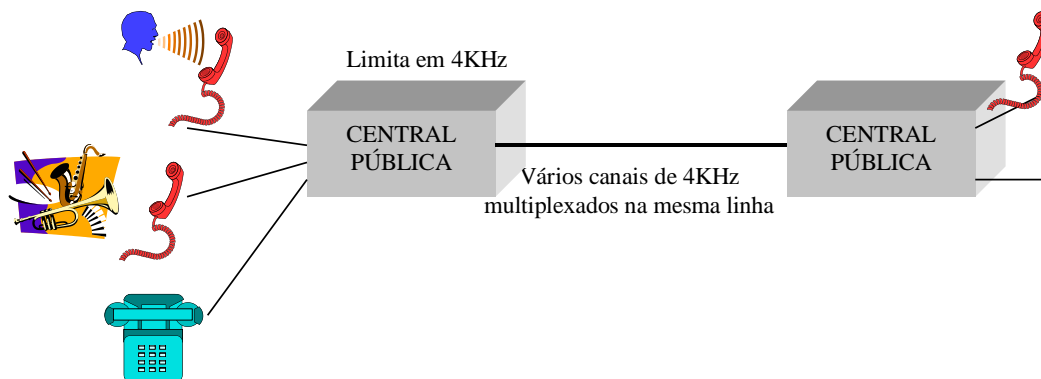
Entretanto, numa conversação normal, geralmente não se passa de 3 kHz. Assim, visando utilizar melhor o canal, criou-se uma largura de banda de 4 kHz para canais de telefonia, que é o que utilizamos atualmente em nossas ligações.

O motivo básico para isso é que o sistema de telefonia utiliza os canais de forma multiplexada<sup>1</sup>, necessitando alocar uma determinada largura de banda para cada canal de voz. Em testes práticos, julgou-se que a faixa de frequências entre 300Hz e 3400Hz permitia uma conversação normal. Desta forma, utiliza-se filtros eletrônicos para cortar sinais com frequências acima disto. O valor de 4 kHz é utilizado como uma tolerância para evitar interferências entre canais multiplexados lado a lado. A figura a seguir ilustra isso.

<sup>1</sup> Multiplexar é utilizar a mesma linha física para transmitir vários canais



Isso foi feito para conseguir mais ligações entre centrais públicas utilizando o mesmo meio físico, que é o princípio da multiplexação, visto através da figura a seguir.



Em resumo, pode-se concluir que foi criada uma limitação de 4 kHz nos canais de telefonia, a fim de poder multiplexar mais canais nas comunicações entre centrais públicas diferentes, gerando economia e dando uma resposta satisfatória ao usuário.

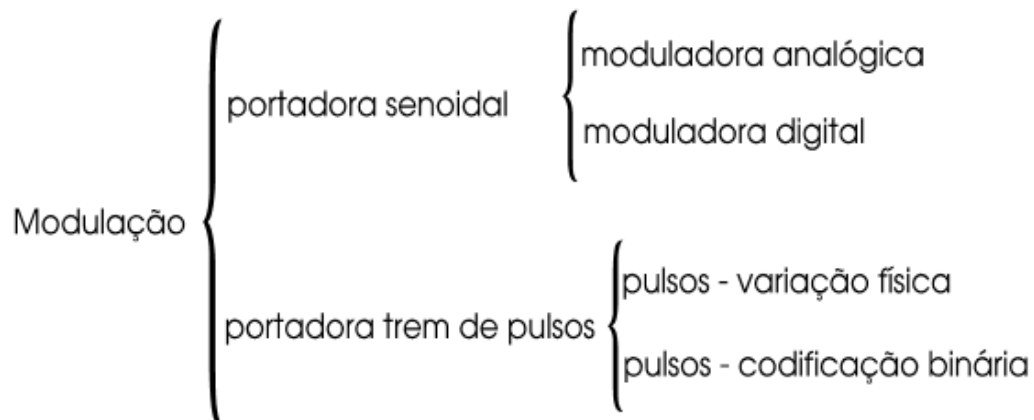
Exemplificando, caso você esteja assistindo ao vivo uma orquestra sinfônica e queira telefonar a uma pessoa para ela escutar como estão bonitas as músicas, tenha certeza que o seu interlocutor não vai conseguir perceber o que você está ouvindo, pois o som estará limitado em menos de 4 kHz, e instrumentos como o piano trabalham normalmente entre 20Hz a 7 kHz (chegando a 18 kHz), e o violino vai de 200Hz a 10 kHz (chegando a 20 kHz).

## 2. Modulação digital

A modulação é a variação das características de uma onda (**denominada portadora**) de acordo com outra onda ou sinal (**denominado sinal modulador**).

O objetivo do processo de modulação é imprimir uma informação em uma onda portadora, para permitir que esta informação seja transmitida no meio de comunicação.

Na tecnologia atual, existem dois tipos de portadora: portadora analógica (senóide) e a portadora digital (trem de pulsos). O sinal modulador pode ser analógico (como a voz) ou digital (dados).



**Sem Modulação = Transmissão em banda base.** Utiliza-se codificação do sinal para evitar problemas de sincronismo, que podem acontecer com sequências muito grandes de “0” ou “1”. Alguns exemplos são NRZ, NRZi, Manchester, AMI, MLT-3, entre outros. Muito utilizado em redes Ethernet, Fast Ethernet e em Fibra ótica.

### 2.1 Modulação com portadora analógica

Pode-se ter os seguintes tipos de modulação com portadora analógica:

- **Moduladora analógica:** AM (*Amplitude Modulation*) ou modulação em amplitude; FM (*Frequency Modulation*) ou modulação em frequência; PM (*Phase Modulation*) ou modulação em fase
- **Moduladora digital:** ASK (*Amplitude Shift Keying*) ou modulação por deslocamento de amplitude; FSK (*Frequency Shift Keying*) ou modulação por deslocamento de frequência; PSK (*Phase Shift Keying*) ou modulação por deslocamento de fase.

Em uma modulação AM, modifica-se a característica AMPLITUDE de uma portadora analógica (ver figura). A frequência da portadora está relacionada à banda da estação de rádio, enquanto a envoltória está relacionada à frequência “carregada”, ou ao áudio.





**Atividade:** Desenhe a modulação FM

A transmissão de dados em linhas telefônicas utilizando-se modems analógicos tem como base de funcionamento a existência de uma portadora analógica (com uma frequência menor que 4 KHz) e uma moduladora digital (sinal que se quer transmitir). Esse tipo de modulação digital também é utilizado em praticamente toda comunicação de dados wireless, como wimax (802.16), wi-fi (802.11), ADSL (com o OFDM), padrões de modulação em TV Digital, como o DVB e o ISDB, que se baseiam em OFDM, etc.

Para os objetivos deste curso, será analisado com maior profundidade a modulação ASK, FSK e PSK.

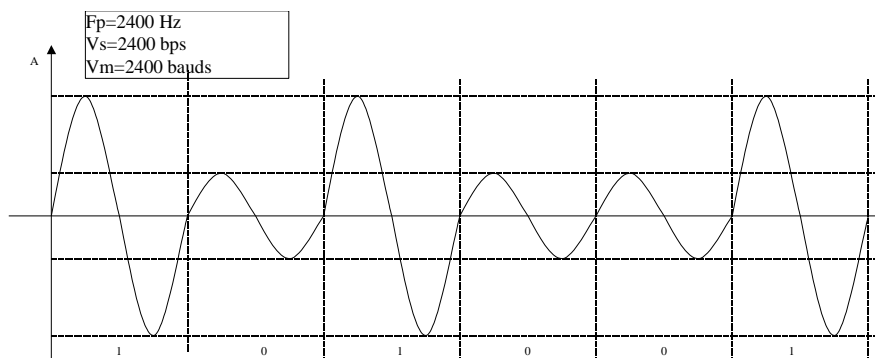
### 2.1.1 Modulação ASK

Primeiramente deve-se montar uma tabela fazendo uma equivalência entre o sinal que se deseja transmitir e o parâmetro da onda que vai ser variado (neste caso é a amplitude). Desta forma, cria-se um padrão que será impresso na portadora pelo transmissor e traduzido pelo receptor.

Por exemplo, suponha que para representar o nível lógico "1" seja utilizada uma amplitude de 5 Volts, e para representar o nível lógico "0" seja utilizada uma amplitude de 1 Volt.

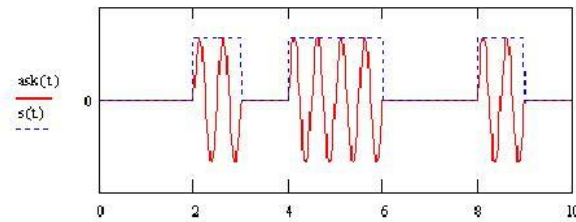
Além disto, estabeleceu-se que a frequência da portadora seria de 2400 Hz e a cada ciclo da onda portadora seria impressa uma nova informação, ou seja, ela iria carregar um bit por ciclo de onda, ou ainda, teria possibilidade de sofrer mudança de amplitude a cada ciclo de onda.

Supondo que existe a necessidade de transmitir a sequência de bits "101001" através da linha, a forma de onda resultante seria a seguinte:



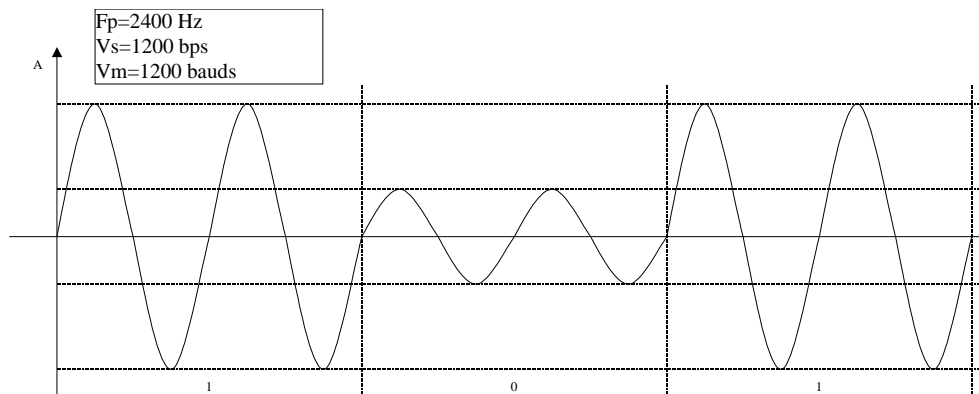
Observe que a cada ciclo está sendo enviado um bit de informação digital, conforme o padrão escolhido. Desta forma, como a portadora está a 2400 Hz, pode-se ver facilmente que está sendo transmitido um sinal na velocidade de 2400 bit/s.

Observe também que a comunicação foi possível graças ao estabelecimento de um padrão que seria conhecido pelo transmissor e pelo receptor. Na prática, existem organismos internacionais responsáveis por determinar os padrões que devem ser seguidos pelos fabricantes de modems. Exemplos são o ITU-T (*International Telecommunication Union*), e o EIA (*Electronic Industries Association*). Outro exemplo na próxima figura (<http://www.complextoreal.com/chapters/mod1.pdf>), onde pode-se ver a onda quadrada equivalente, referente ao sinal.

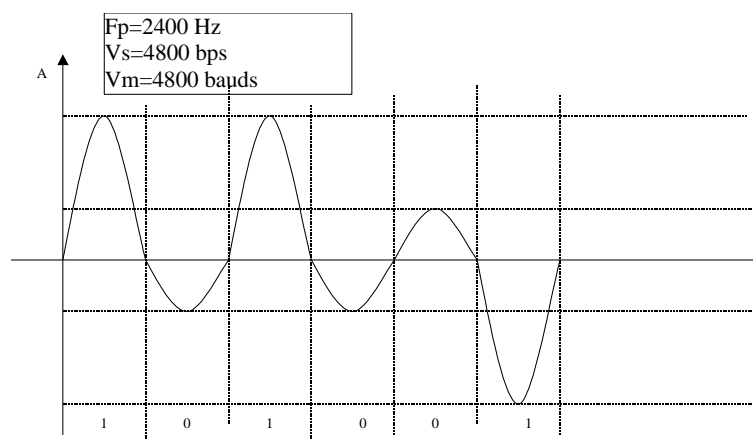


Não necessariamente a portadora carrega um bit por ciclo de onda. Na transmissão, pode-se considerar que estão sendo transmitidos **SÍMBOLOS**, e os símbolos podem significar um ou mais bits. Uma analogia é imaginar os símbolos como caixas, e dentro dessas caixas podem ser acomodados um ou mais bits. As figuras a seguir mostram um caso onde são necessários dois ciclos de onda para transmitir um bit, e outro caso onde é transmitido um bit a cada meio ciclo de onda. Observe que a amplitude e a frequência da portadora continuam sendo as do exemplo anterior.

### 2.1.1.1 DOIS CICLOS POR BIT



### 2.1.1.2 MEIO CICLO POR BIT



Não é possível imprimir uma informação em menos de meio ciclo. Portanto, temos que o máximo que pode-se transmitir da forma analisada acima é com a portadora no seu máximo (4 KHz) e dois bits impressos em cada ciclo de portadora. Temos assim um máximo possível de 8 Kbit/s nesse tipo de modulação. Porém, sabe-se que existem modems que utilizam velocidades maiores que estas, como 9600 bit/s, ou até 56 Kbit/s. Então, como eles fazem? A resposta para isto será respondida em seguida, quando se analisar modulação multinível.

Os exemplos acima mostram que a portadora varia de acordo com um padrão, podendo carregar consigo a informação digital. O número de ciclos que a portadora leva para ser modificada traz um novo conceito, que é a **velocidade de modulação**, cuja unidade é o **baud**.

### 2.1.2 Diferença entre baud e bit/s

A velocidade de modulação (medida em bauds) é o número de possíveis variações da onda portadora por segundo, ou seja, o número de vezes que se imprime a informação digital na onda portadora por segundo (a cada possível variação na onda portadora está se imprimindo uma informação digital).

A velocidade do sinal (medida em bit/s), indica o número de bits efetivamente transmitidos pelo canal de comunicação por segundo.

Até este momento, foi analisada a modulação **monobit**, onde a portadora carrega um bit a cada baud. Desta forma, temos que na modulação **monobit** o número de **bauds** é sempre igual ao número de **bit/s**. Após a análise de FSK e PSK, será vista a modulação multinível, onde a cada baud (ou variação da onda portadora), pode-se imprimir mais de um bit na onda portadora.

### 2.1.3 Modulação multinível

O objetivo da modulação multinível é transmitir a informação com maior velocidade, e para conseguir isto é impresso mais de um bit por variação da onda portadora.

Por exemplo, na modulação ASK **dibit**, em vez de criar-se uma tabela para os bits "1" e "0", cria-se uma tabela de amplitudes diferenciadas para os bits "00", "01", "10", e "11". Assim, cada variação na onda portadora carrega consigo mais de um bit.

A figura a seguir mostra um exemplo de ASK dibit, onde a seguinte tabela foi estabelecida como padrão entre transmissor e receptor:

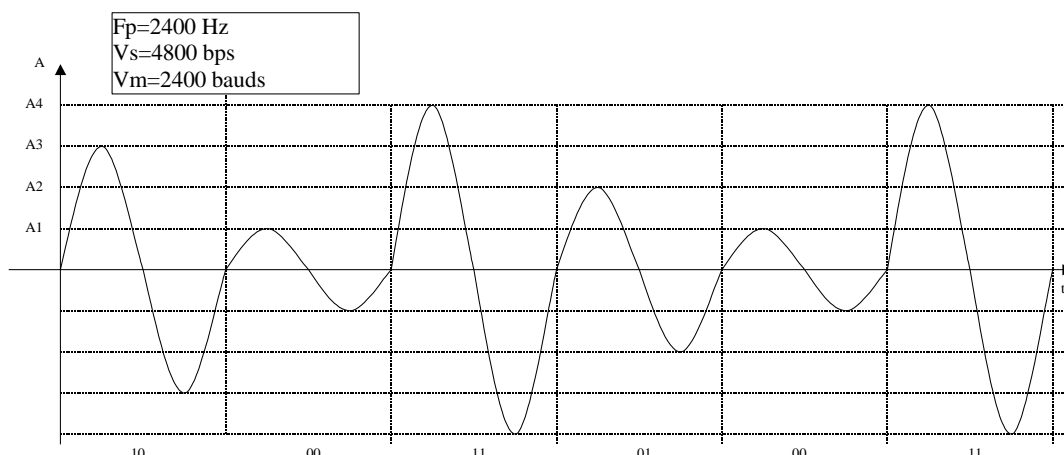
"00": 2V

"01": 4V

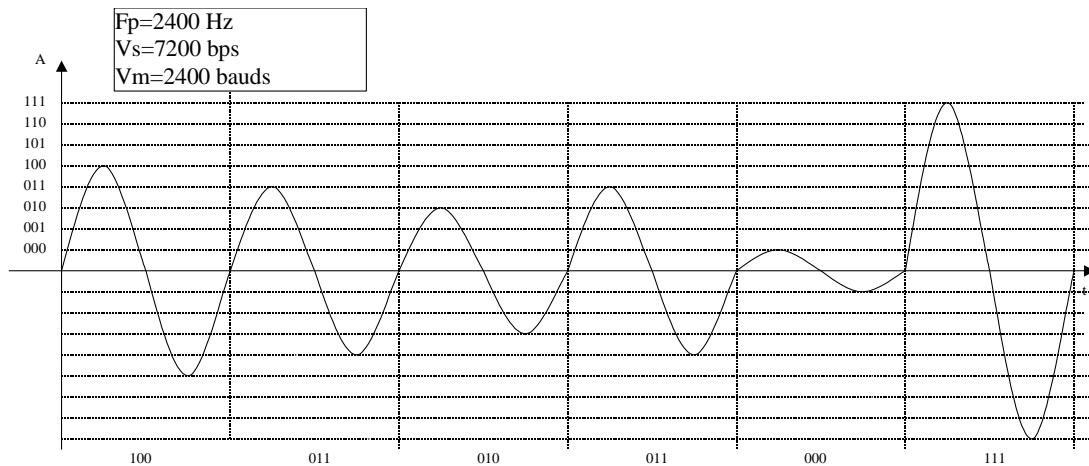
"10": 6V

"11": 8V

Além disto, o padrão convencionou que a portadora tivesse 2400 Hz e fosse variada a cada ciclo (2400 bauds). A figura a seguir ilustra a forma de onda resultante para transmitir a sequência de bits "100011010011".



Para aumentar mais ainda a velocidade do sinal, pode-se utilizar mais de dois bits por baud. A figura a seguir mostra uma modulação **tribit** em amplitude e sequência de bits "100011010011000111".



Na prática não é possível aumentar infinitamente o número de níveis para conseguir-se maior velocidade. Existem limitações devido à incidência de ruído na linha. Adiante será visto o teorema de Shannon, que determina a máxima velocidade do sinal na presença de ruídos.

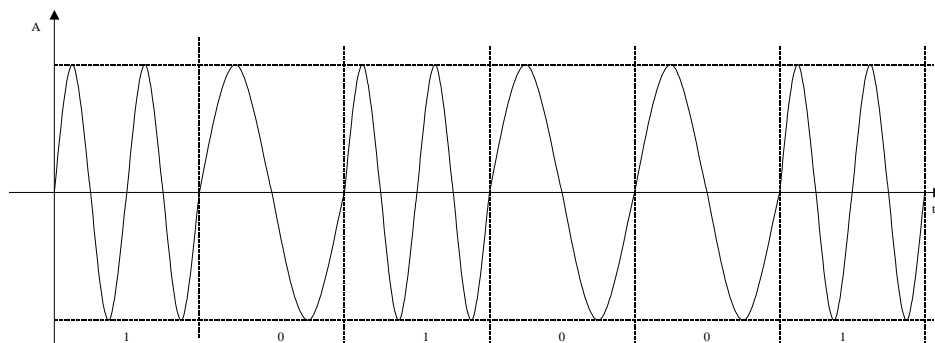
Adiante serão vistos outros tipos de modulação multinível, com combinações entre amplitude e fase.

### 2.1.4 Modulação FSK

Neste tipo de modulação, a característica da onda portadora que vai variar é a frequência, deixando a amplitude e a fase constantes.

Da mesma forma que na modulação ASK, a primeira coisa a ser feita é o estabelecimento de um padrão entre transmissor e receptor, para que a comunicação possa ser efetuada e haja entendimento entre eles.

O padrão para o exemplo a seguir é que o bit "0" corresponda à frequência de 1000 Hz e o bit "1" corresponda à frequência de 2000 Hz. Na prática, normalmente a portadora fica em uma frequência determinada e o bit "0" corresponde a uma frequência determinada abaixo da portadora, e o bit "1" a uma frequência acima da portadora, como mostra a figura a seguir.

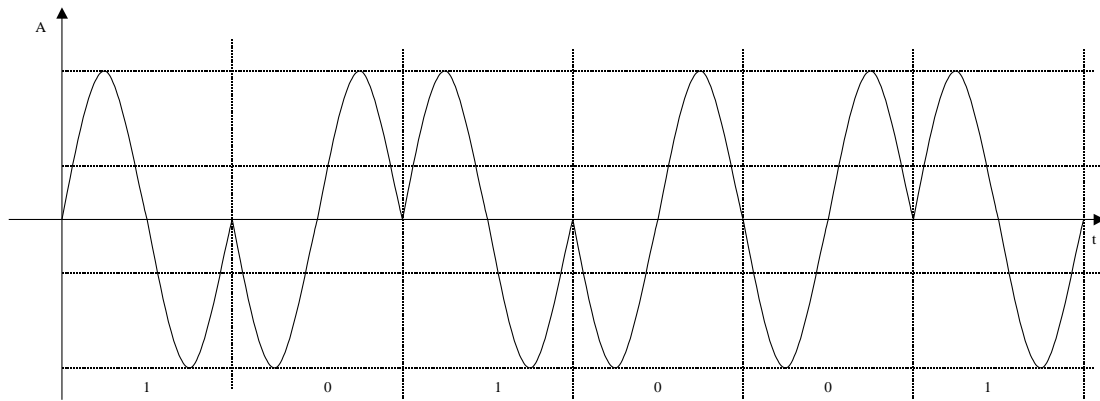


### 2.1.5 Modulação PSK

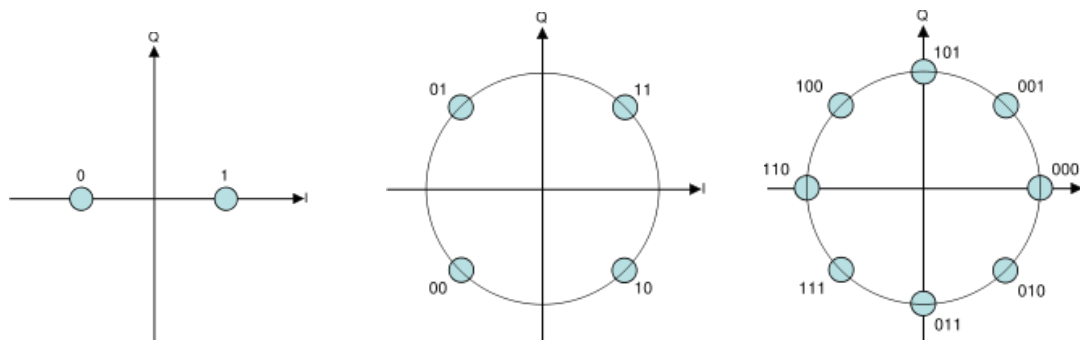
Na modulação PSK, a característica da onda portadora que vai variar é a fase, deixando a amplitude e a frequência constantes.

Da mesma forma que na modulação ASK, a primeira coisa a ser feita é o estabelecimento de um padrão entre transmissor e receptor, para que a comunicação possa ser efetuada e haja entendimento entre eles.

O padrão adotado na figura a seguir é que quando há uma troca do sinal digital de 1 para 0 ou de 0 para 1, inverte a fase, ou seja, soma 180°.



A figura a seguir ilustra a constelação do BPSK (*Binary Phase Shift Keying*), uma QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*) e 8-PSK<sup>2</sup>, que são respectivamente PSK monobit, PSK dibit e PSK tribit, como pode ser inferido pela figura, visto o número de níveis que cada modulação proporciona.



Devido ao ruído, com mais de 8 fases a taxa de erros é muito alta, dificultando a recuperação do sinal<sup>2</sup>. A figura a seguir ilustra o aumento na taxa de erros com o aumento no tipo de modulação. (C/N = Carrier to Noise, ou SNR = Signal to Noise Ratio). BER = Bit Error Rate.

**Pergunta:** Como fazer para melhorar a relação sinal-ruído do meio e aumentar a eficiência de transmissão?

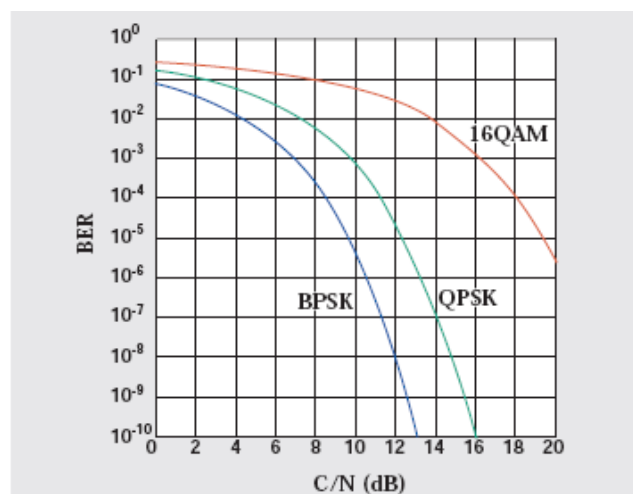


Figure 22: QPSK bit error rate (coherent detection; the noise bandwidth is the Nyquist bandwidth)

<sup>2</sup> <http://en.wikipedia.org/wiki/QPSK>

**Atividade:** Desenhe a transmissão do sinal “0010100111” em ASK dicit e PSK dicit, utilizando como base a frequência de 2400 Hz e a velocidade de modulação de 1200 bauds. Qual a taxa de transmissão?

## 2.2 Relembrando decibel

O dB é uma unidade logarítmica muito usada em telecomunicações, representando relações entre duas grandezas de mesmo tipo, como relações de potências, tensões ou outras relações adimensionais, principalmente pois:

- O ouvido humano tem resposta logarítmica (sensação auditiva versus potência acústica);
- Em telecomunicações, se usam números extremamente grandes ou pequenos. O uso de logaritmos facilita sua utilização.

Por definição, uma quantidade  $Q$  em dB é igual a 10 vezes o **logaritmo decimal** da relação de duas potências, ou seja :  $Q(\text{dB}) = 10 \log ( P_1 / P_2 )$ .

A tabela seguinte fornece alguns valores típicos :

Q(dB)	P1/P2
60	1.000.000
30	1.000
20	100
10	10
6	4
3	2
0	1
-3	0,5
-6	0,25
-10	0,1
-20	0,01
-30	0,001
-60	0,000001

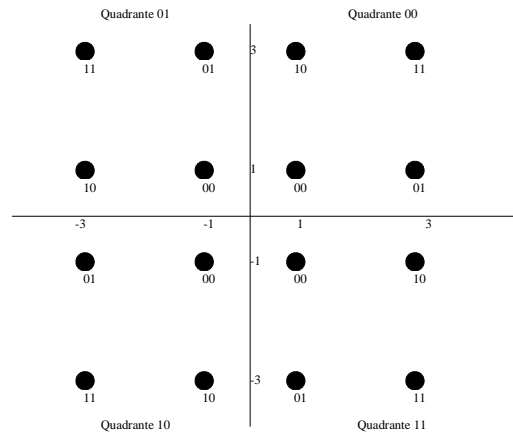
Observe que 0 dB (zero dB) equivale a uma relação de 1; 3 dB equivale a uma relação de 2 (em potência), e 10 dB equivale a uma relação de 10. Assim:

- 3 dB equivale a multiplicar por 2
- 10 dB equivale a multiplicar por 10
- 3 dB equivale a dividir por 2
- 10 dB equivale a dividir por 10

É fácil converter qualquer valor inteiro de dB na relação correspondente, usando apenas 3 e 10 dB. Por exemplo, 17 dB:  $17 = 10 + 10 - 3$  dB ou em unidades lineares  $10 \times 10 / 2 = 50$ . Portanto 17 dB equivale a uma relação de 50.

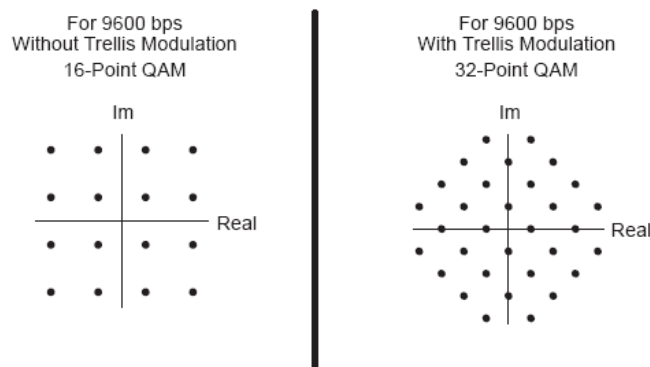
### 2.3 Constelações de modulação multinível

Outra possibilidade da modulação multinível é utilizar um misto entre dois tipos de modulação para transmitir o sinal. Um exemplo disto na prática é a modulação **tetrabit QAM** (*Quadrature Amplitude Modulation*) por amplitude/fase, onde a fase varia de 30 em 30°, e com três amplitudes distintas. Nem todas as fases e amplitudes são utilizadas, totalizando os 16 valores necessários à modulação tetrabit. A figura a seguir ilustra o que foi dito.

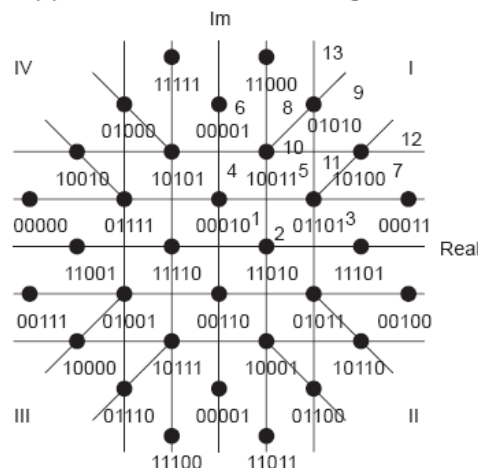


As formas de codificação atuais são baseadas fortemente em modulação por fase e amplitude. A recomendação do V.32 recomenda dois esquemas alternativos de modulação tetrabit a 9600 bit/s: um usando uma constelação de 16 pontos, e outra utilizando TCM (*Trellis Coded Modulation*), que é convolucional, ou seja, possui códigos de correção de erros embutida (apesar da constelação ser de 32 bits, continua sendo tetrabit, pois um deles é para correção de erros). A figura a seguir ilustra as duas constelações.

(a) V.32 Modems Constellations



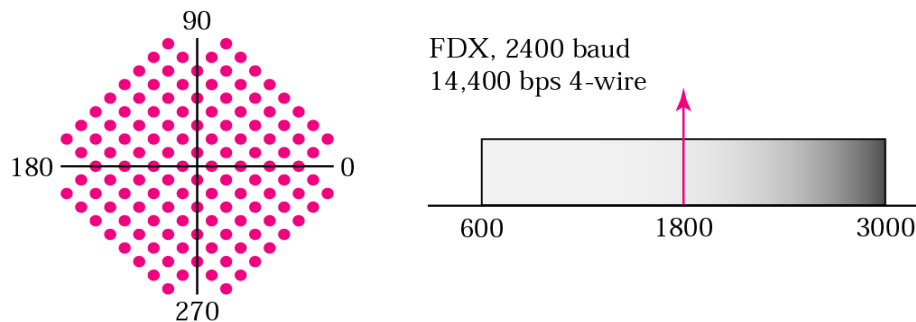
(b) V.32 Modems Constellation Regions



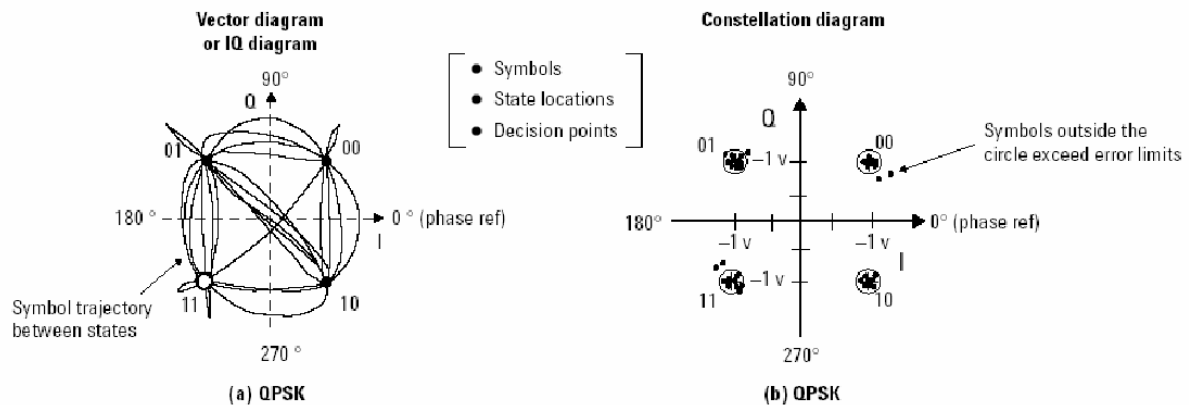
Each point corresponds to a 5-bit output symbol.

Quando se utiliza TCM numa constelação de 32 bits, os dados a serem transmitidos são divididos em grupos de quatro bits (tetrabit). Os primeiros dois bits são codificados para gerar um conjunto de 3 bits (redundância), e os outros dois bits são enviados diretamente ao estágio de saída. Isso é conhecido como um algoritmo de codificação convolucional, onde os quatro bits de entrada são transformados em cinco bits, que são mapeados numa constelação de 32 pontos. Na recepção, é utilizado o algoritmo de decodificação Viterbi para estimar os dados transmitidos [BIG].

A figura a seguir ilustra a constelação TCM do modem V.32bis, de 14.400 bit/s. A constelação é de 128 pontos (heptabit), porém um deles é utilizado para correção de erros, e se aproveita 6 bits em cada símbolo (hexabit). Assim, chega-se ao total do padrão (2400 bauds x 6 bits/Símbolo)



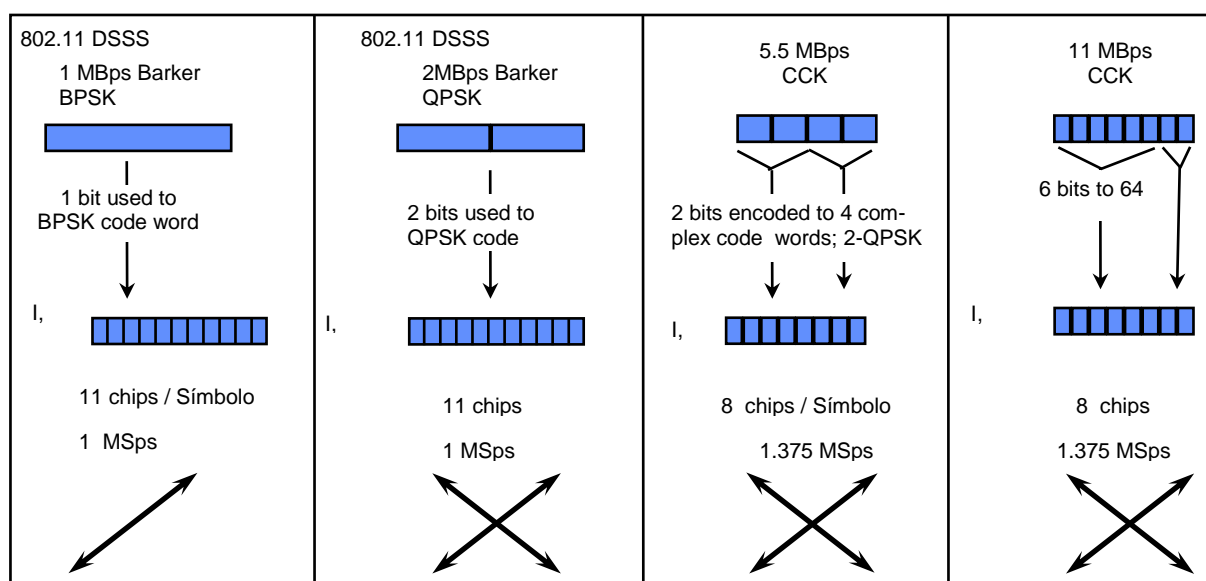
Existem equipamentos específicos para medir a qualidade da recepção, como mostra a figura a seguir, extraída de um curso da Agilent [MIC 04]



No padrão 802.11b, a modulação é alterada dinamicamente de 1Mbit/s até 11Mbit/s, se adaptando conforme a qualidade do sinal. A adaptação é feita alterando o tipo de modulação, conforme mostra a figura a seguir, podendo variar de **BPSK (monobit)**, **QPSK (dibit)**, **16QAM (tetrabit)** e **64QAM (hexabit)**+Dibit, virando Octabit. O número de “chips” do CDMA varia conforme a modulação, indo de 11 chips por bit a 8 chips por bit. Nesse último caso a taxa de transmissão de símbolos aumenta de 1 para 1,375 MS por segundo [FRA 04].

Conforme o código fica mais robusto, a relação sinal-ruído para detectar erros pode diminuir, como mostra a figura a seguir [NAK 03]. Nesta referência também podem ser vistos os cálculos matemáticos para se chegar a este resultado.





No 802.11a, utiliza-se o OFDM na faixa de 5GHz para efetuar a transmissão, com 48 subportadoras. A taxa de cada subportadora é de 250kbauds (coluna 6), resultando em um total de 12 Mbauds no canal ( $250k * 48$  subportadoras). A tabela ilustra suas possibilidades de transmissão. A taxa de dados é obtida multiplicando-se a taxa total (12Mbauds – coluna 7) pela modulação multinível (bits/ baud – coluna 2) e a razão de convolução – coluna 4. A taxa de entrada do codificador (coluna 5) é o número de bits físicos, porém parte dessa taxa é utilizada para correção de erros, não se transformando em taxa útil de dados (coluna 1).

Taxa Dados [Mbit/s]	Bits/ baud	Tipo de Modulação	Razão Códificador Convolução	Taxa Entrada codificador	Taxa por Subportadora [Kbaud]	Taxa total 48 subportadoras [Mbaud]	Alcance 50 mW [m]
6	1	BPSK	$\frac{1}{2}$	12	250	12	50,3 – 91,5
9	1	BPSK	$\frac{3}{4}$	12	250	12	45,7 – 50,3
12	2	QPSK	$\frac{1}{2}$	24	250	12	41,2 – 45,7
18	2	QPSK	$\frac{3}{4}$	24	250	12	38,1 – 41,2
24	4	16QAM	$\frac{1}{2}$	48	250	12	33,5 – 38,1
36	4	16QAM	$\frac{3}{4}$	48	250	12	27,4 – 33,5
48	6	64QAM	$\frac{2}{3}$	72	250	12	21,3 – 27,4
54	6	64QAM	$\frac{3}{4}$	72	250	12	14 – 18,3

## 2.4 Referências

- [BIG ] “Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications”. Ezio Biglieri, Dariush Divsalar, Peter J. McLane e Mavin K. Simon.
- [FRA 04] Franz, Luciano. Curso de Wireless. Computech. [www.vozedados.com.br/](http://www.vozedados.com.br/). 2004.
- [LAN 02] LANGTON, Charan. *All About Modulation, Part I*. Em [www.complextoreal.com](http://www.complextoreal.com), acesso em março de 2004. 38p.
- [MIC 04] Michaelis, Daniel. Conceitos de WLAN e WiMAX. Agilent Technologies. 2004.
- [NAK 03] Nakahara, Shunji. *Technologies and Services on Digital Broadcasting*. Modulation Systems (part 1). CORONA publishing co., Ltd. Broadcast Technology n. 14, 2003.

### 3. A Máxima Capacidade de um Canal

A máxima capacidade de um canal de transmissão de dados é a velocidade máxima do sinal de transmissão que pode passar através deste canal. A unidade desta medida é o bps (bit por segundo), e os teoremas básicos para encontrar esta velocidade máxima do sinal são o Teorema de Nyquist e o Teorema de Shannon.

#### 3.1 Relembrando logaritmos

1. Numerador igual à base:  $\text{Log}_b b = 1$
2. Exponenciação:  $\text{Log}_b n^x = x \cdot \text{log}_b n$
3. Mudança de base:  $\text{Log}_b n = \text{log}_a n / \text{log}_a b$
4. Exponenciação:  $b^{(\text{log}_b n)} = n$

#### 3.2 Teorema de Nyquist

Em 1924, Nyquist publicou uma equação determinando a máxima capacidade de um canal desconsiderando a existência do ruído branco. A equação é a seguinte:

$$MC_n = 2 \cdot B \cdot \log_2 N$$

- $MC_n$  = Máxima capacidade do canal por Nyquist
- $B$ : largura de banda, medida em Hz;
- $N$  = número de níveis do sinal

O valor de  $\log_2 N$  pode ser encarado como a modulação multinível utilizada, pois se  $N$  é o número de níveis,  $\log_2 N$  é a modulação multinível. Por exemplo, para um dibit, 2 bits por baud,  $N=4$  (4 níveis: 00, 01, 10 e 11).  $\log_2 4 \Rightarrow \log_2 2^2 \Rightarrow 2 \cdot \log_2 2 \Rightarrow 2 \cdot 1 \Rightarrow 2$ , ou seja, a própria modulação multinível.

Assim, para facilitar a fórmula, pode-se representar que:

$$MC_n = 2 \cdot B \cdot M_{mn}$$

$M_{mn}$ : modulação multinível que está sendo utilizada: monobit:  $M_{mn}=1$ ; dibit:  $M_{mn}=2$ ; tribit:  $M_{mn}=3$ ; tetrabit:  $M_{mn}=4$  e assim por diante.

A base do teorema diz que um canal com largura de banda  $B$  pode enviar no máximo  $2B$  valores de tensão diferentes por segundo, ou seja, no máximo pode-se alterar a onda portadora a cada meio ciclo a fim de transmitir um sinal binário.

Assim, por exemplo, caso a largura de banda de um canal seja de 4 KHz e o modem utilizado seja dibit, a máxima capacidade de transmissão de dados pela linha é de 16000 bps.

É importante ressaltar que o teorema de Nyquist não leva em consideração a existência de ruído. Assim, é possível teoricamente aumentar indefinidamente a taxa de transmissão do canal, simplesmente aumentando o número de níveis da modulação multinível. Entretanto, isto não é verdade, visto que quanto maior o número de níveis, mais difícil será a reconstrução correta do sinal na existência de ruído, pois os níveis ficam mais próximos entre si.

Para a transmissão digital, o processo é parecido. Nyquist provou que o número necessário de amostragens de um sinal analógico para poder ser totalmente recuperado no destino é de 2 vezes a largura de banda em Hertz.

### 3.3 Teorema de Shannon

O teorema de Shannon já leva em consideração a existência do ruído branco, impondo um limite para a máxima taxa de transmissão do canal, limitando a modulação multinível que pode ser utilizada.

Shannon provou, em 1948, que se um sinal está sendo enviado com uma potência  $S$  através de uma linha, e a potência do ruído é  $N$ , então a máxima capacidade de transmissão deste canal é:

$$MC_s = B \log_2(1 + S/N)$$

A razão entre a potência do sinal e a potência do ruído branco é conhecida como relação sinal-ruído, normalmente sendo expressa em decibéis (dB). Para extrair o valor real utilizado na fórmula de Shannon (número adimensional), deve-se utilizar a fórmula:

$$n^\circ \text{dB} = 10 \log_{10}(S/N)$$

Assim, por exemplo, um canal com largura de banda de 4KHz e uma relação sinal ruído de 30dB vai possuir uma máxima capacidade de transmissão calculada da seguinte forma:

primeiramente, deve-se passar de dB para relação entre potências: assim,  $10^{(30/10)} = 10^{\log_{10}(S/N)}$  e  $S/N = 1000$ . A seguir, aplica-se na fórmula de Shannon:

$MC_s = 4000 \log_2(1 + 1000) = > MC_s = 4000 (\log_{10} 1001 / \log_{10} 2) \Rightarrow MC_s = 39868 \text{ bps}$ . Desta forma, o máximo que pode ser transmitido através deste canal é 39868 bps, não podendo se utilizar um modem com velocidade de sinal superior a isto.

### 3.4 Referências

- /LAT 79/ Lathi, B. P.. Sistemas de Comunicação. Ed. Guanabara Dois. 1979.401p.
- /MOE 95/ Moecke, Marcos. **Curso de Telefonia Digital - Modulação por Código de Pulso**. Escola Técnica Federal de Santa Catarina São José. 1995. 23p.
- /MOE 95a/ Moecke, Marcos. **Curso de Telefonia Digital - Multiplexação por Divisão de Tempo e Transmissão Digital**. Escola Técnica Federal de Santa Catarina São José. 1995. 25p.
- /ROE 97/ Roesler, Valter. Desenvolvimento de um PABX digital e detalhes de seu funcionamento. **Revista Scientia**, Vol. 8 n. 2. Julho a dezembro de 1997. Ed. Unisinos. Pp 83-118.

## 4. Atividades

### 4.1 Exercícios

- Um fabricante fornece um modem segundo o padrão de transmissão V.34 bis do ITU-T (14 bits de dados / símbolo e capacidade de 33.600 bit/s). A transmissão acontece sobre um canal com relação sinal ruído de 40 dB. Considere o canal de voz com uma largura de banda nominal de 3,1 kHz. Determine:
  - Em percentual, o quanto este modem se aproxima do limite de Shannon?
  - Qual a taxa de baud do sistema?
  - O que mudaria em termos de capacidade máxima do canal e utilização do modem se a largura de banda fosse 2,4kHz?
- Um sistema de comunicação com modulação QAM usa uma constelação de símbolos com 6 bits/símbolo e uma portadora de 2.400 Hz que associa um símbolo (ou alteração de portadora) a cada período da onda portadora.
  - Determine a taxa de símbolos e a taxa de bits/s deste sistema.
  - Determine a duração de cada símbolo e de cada bit.
  - Sugira uma maneira de dobrar a capacidade do sistema sem alterar a taxa de baud.
- Obtenha uma curva  $MCn$  versus  $\log 2N$  (ou  $Mmn$ ) para a equação de Nyquist considerando um meio com largura de banda  $B$  igual a 3.000 Hz. **O que você pode concluir a partir do gráfico resultante? Detalhe sua resposta.**
- Apresente o teorema de Shannon de forma gráfica. Obtenha um gráfico  $MCs$  versus  $B$  (para  $B=0, 800\text{Hz}, 1600\text{Hz}, 2400\text{Hz}, 3200\text{Hz}$  e  $4000\text{Hz}$ ), supondo os seguintes valores para a relação sinal ruído: 70 dB, 50 dB, 30 dB e 10 dB (Nota:  $[\text{dB}]=10\log S/N$ ). **O que você pode concluir a partir do gráfico resultante? Detalhe sua resposta.**
- Em relação à figura a seguir: a) explique seu significado, deixando claro a diferença de eficiência nas transmissões BPSK, QPSK e 16QAM; b) Supondo que a estação transmissora possua uma potência que ofereça para a região alvo uma SNR de 18dB, qual a modulação que pode ser utilizada para obter uma taxa de erros de  $10^{-10}$ ? c) O que fazer para utilizar 16QAM com uma taxa de erros de  $10^{-10}$ ?

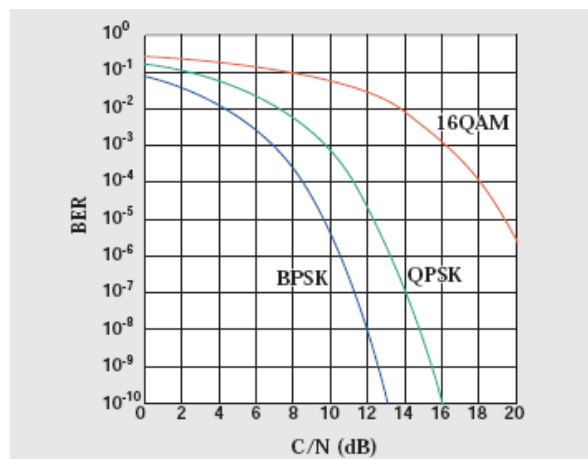


Figure 22: QPSK bit error rate (coherent detection; the noise bandwidth is the Nyquist bandwidth)

## 4.2 *Experiência*

Explore o applet Fourier Series disponível em <http://falstad.com/fourier/> e responda as questões.

1. Iniciar o applet deixando na tela uma onda senoidal de 100 Hz aproximadamente. Verificar o som da onda (habilitar “sound”). Alterar a frequência (*playing frequency*) e explicar o resultado. Teoricamente, qual a faixa de ondas audíveis para o ser humano?
2. Voltar a onda senoidal para 100Hz. Passar para onda quadrada. Explicar a necessidade de largura de banda na onda quadrada e determinar o motivo pelo qual acontece (passar o mouse sobre as componentes de frequência - senos e cossenos) e também alterar o número de termos (*number of terms*).
3. Desenhar uma onda própria (clicar e arrastar o mouse na onda) e verificar que ela se torna periódica, e pode ser aproximada por senos e cossenos (teorema de Fourier). Alterar diretamente algumas das componentes de frequência (primeiro baixas e depois altas) e ver o resultado na onda resultante. Inserir uma imagem da onda gerada (prtscreen). Explique os passos seguidos e resultados encontrados.
4. Para representar um pulso digital perfeito, seria necessário um número infinito de componentes de frequências crescentes e amplitudes cada vez menores. Quais as implicações desta necessidade para um sistema de transmissão real?
5. Qual a diferença em termos de número de componentes e formação (senos e cossenos) para gerar uma onda quadrada (*Square*), uma onda dente de serra (*Sawtooth*) e uma onda triângulo (*Triangle*)? Justifique.