Nome:
Cartão:

Prova 2

Dicas gerais:

- Lê todas as questões antes de começar e pergunta em caso de dúvidas.
- Responde a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.
- Em questões de formulação: documenta o significado de todas variáveis e restrições.

Questão 1 (Formulação, 2 pt)
Formule um programam que resolve o problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas idênticas ($P \parallel C_{\max}$): dado n tarefas com tempo de processamento t_i, $1 \leq i \leq n$, e m máquinas queremos encontrar uma alocação de tarefas a máquinas tal que o duração total é minimizado. A duração total é definido pelo tempo de término da última tarefa.
Exemplo: Supõe que temos três tarefas com tempo de processamento $t_1 = 1$h, $t_2 = 1$h e $t_3 = 2$h e duas máquinas. Alocando tarefas 1 e 3 na primeira máquina e tarefa 2 na segunda, o processamento termina após 3h na primeira e após 1h na segunda maquina e a duração total é 3h. Alocando tarefas 1 e 2 na primeira máquina e tarefa 3 na segunda o processamento termina após 2h nas duas máquinas que é igual a duração total.

Questão 2 (Formulação, 2 pt)
Dado um grafo não-direcionado $G = (V, A)$ um *conjunto dominante* D é um subconjunto do conjunto de vértices V tal que cada vértice ou faz parte de D ou possui um vizinho que faz parte de D. Formule um programa inteira que encontra o menor conjunto dominante.

Questão 3 (Dualidade, 2 pt)
Supõe que o dual do programa linear $P : \max\{c^t x \mid Ax \leq b_1, x \geq 0\}$ possui uma solução viável. É possível que P é ilimitado? É possível que o programa linear $\max\{c^t x \mid Ax \leq b_2, x \geq 0\}$ é ilimitado? (Observe que o lado direito mudou para b_2.) Justifique a resposta.

Questão 4 (Analise de sensibilidade, 2 pt)
O dicionário final na solução de

$$\begin{aligned} \textbf{maximiza} \quad & -5x_1 + 5x_2 + 13x_3 \\ \textbf{sujeito a} \quad & -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 20 \\ & 12x_1 + 4x_2 + 10x_3 \leq 90 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

é

$$\begin{array}{rrrrr} z = & 100 & & -2x_3 & -5x_4 \\ \hline x_2 = & 20 & +x_1 & -3x_3 & -x_4 \\ x_5 = & 10 & -16x_1 & +2x_3 & +4x_4 \end{array}$$

(com variáveis de folga x_4 e x_5). Usa análise de sensibilidade para responder as seguintes perguntas:

a) Qual a solução ótima caso a função objetivo é modificada para $-4x_1 + 5x_2 + 13x_3$?

b) Substituindo o coeficiente 5 de x_2 na função objetivo por $5 + t$, quais os limites de t tal que a solução atual mantem se ótima? Qual a função objetivo em função de t?

Questão 5 (Método Simplex dual, 2 pt)
Supõe que adicionamos a restrição

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 50$$

no programa linear da questão anterior. Insere essa restrição no dicionario final (chama a variável de folga x_6) e usa o método Simplex dual para determinar a nova solução e o novo valor da função objetivo.

Dica:
Após a solução de um sistema linear, temos o dicionário ótimo

$$\begin{aligned} z &= z^* - (y_N^*)^t x_N \\ x_B &= x_B^* - B^{-1} N x_N \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} x_B^* &= B^{-1} b \\ y_N^* &= ((B^{-1}N)^t c_B - c_N) \\ z^* &= c_B^t B^{-1} b \end{aligned}$$