

## INF01046 – Fundamentos de processamento de imagens

### Aula 22 – Morfologia

Horacio E. Fortunato

Instituto de Informática  
Universidade Federal de Rio Grande do Sul  
Porto Alegre – RS

hefortunato@inf.ufrgs.br

Link do curso: <http://www.inf.ufrgs.br/~hefortunato/cursos/INF01046>

2º semestre de 2009



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Processamento Digital de Imagens - Nesta disciplina

### Sensores e Aquisição de imagens



- Sistema visual Humano
- Modalidade de Imagens
- Câmeras Digitais

### Processamento para a interpretação humana



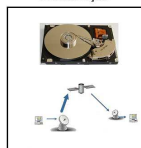
- Realce de Imagens:
  - Processamento de histograma
  - Filtragem espacial
  - Filtragem no domínio da frequência
- Restauração de Imagens:
  - Remoção de ruído
  - Remoção de borramento
- Espaços de Cores
- Imagens em Alta Faixa Dinâmica

### Percepção por máquina



- Detecção de linhas e bordas
- Limiarização
- Segmentação

### Armazenamento e Comunicação



- Compressão de imagens



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Morfologia

Ferramenta apropriada para:

- Extração de componentes úteis na descrição e representação de formas:

- Fronteiras
- Esqueletos
- Fecho convexo

- Pré e pós-processamento:

- Filtragem morfológica
- Afinamento
- Poda ("prunning")



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Morfologia

As operações morfológicas podem ser definidas para serem aplicadas em:

- Imagens binárias
- Imagens em níveis de cinza

Iniciaremos o estudo das operações morfológicas utilizando exclusivamente imagens binárias

A continuação apresentaremos o equivalente das operações básicas para imagens em níveis de cinza



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Teoria de conjuntos - Conceitos básicos

sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$ : os elementos de  $A$  e  $B$  são pares ordenados:  
 $a = (x, y)$

Definições:

A união de  $A$  e  $B$ , denotada por  $A \cup B$ , é definida como:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

A interseção de  $A$  e  $B$ , denotada por  $A \cap B$ , é definida como:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

O complemento do conjunto  $A$  é definido como

$$A^c = \{x \mid x \notin A\}$$

A diferença entre dois conjuntos  $A$  e  $B$ , denotada por  $A - B$ , é definida como:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\} = A \cap B^c$$

A translação de  $A$  por  $x = (x, y)$ , denotada por  $(A)_x$ , é definida como:

$$(A)_x = \{c \mid c = a + x, \text{ para } a \in A\}$$

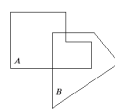
A reflexão de  $B$ , denotada por  $\hat{B}$ , é definida como:

$$\hat{B} = \{x \mid x = -b, \text{ para } b \in B\}$$

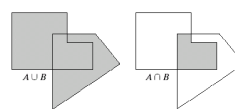


Horacio E. Fortunato (UFRGS)

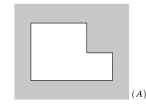
## Teoria de conjuntos - Conceitos básicos



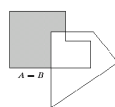
União



Interseção



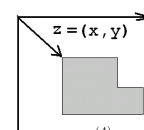
Complemento



Diferença



Reflexão de B



Translação de A por z

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Operações Lógicas em imagens binárias

$p$	$q$	$p \text{ AND } q$ (also $p \cdot q$ )	$p \text{ OR } q$ (also $p + q$ )	$\text{NOT } q$ ( $\neg q$ ) (also $\bar{q}$ )
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

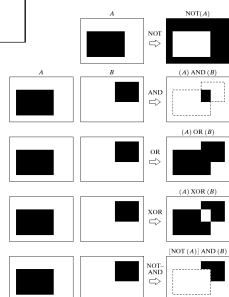
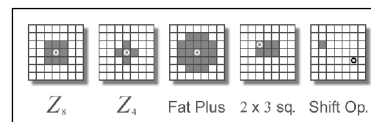


FIGURE 9.3 Some logic operations between binary images. Black represents binary 1s and white binary 0s at this example.

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

## Elementos estruturantes

Um elemento estruturante é uma imagem pequena, utilizada para definir operações morfológicas em imagens.



## Dilatação ( Dilation )

sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$

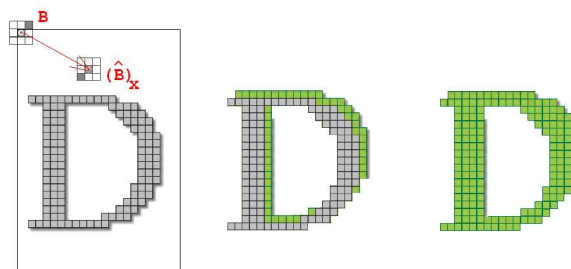
A dilatação de  $A$  por  $B$ , denotada por  $A \oplus B$ , é definida como:

$$A \oplus B = \{x \mid (B)_x \cap A \neq \emptyset\}$$

$B$  é chamado de elemento estruturante da dilatação



## Dilatação



## Dilatação - Prop. De Associatividade

A Dilatação é associativa:

$$A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$$

Se um elemento estruturante pode ser expressado como:

$$B = B1 \oplus B2$$

Então

$$A \oplus B = (A \oplus B1) \oplus B2$$

A propriedade de associatividade pode ser utilizada para otimizar a implementação de algoritmos de cálculo.

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## Dilatação - Exemplo

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



0	1	0
1	1	1
0	1	0

FIGURE 9.5 (a) Sample text of poor resolution with broken characters (magnified view). (b) Structuring element. (c) Dilation of (a) by (b). Broken segments were joined.

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

## Erosão ( Erosion )

sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$   
 A erosão de  $A$  por  $B$ , denotada por  $A \ominus B$ , é definida como:  
 $A \ominus B = \{x \mid (\hat{B})_x \subseteq A\}$

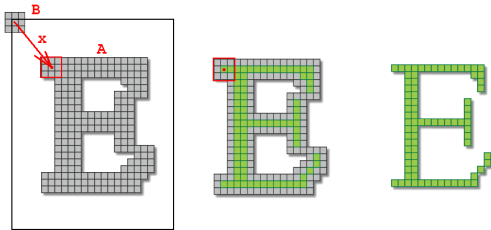


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Erosão

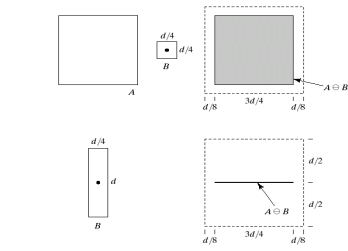
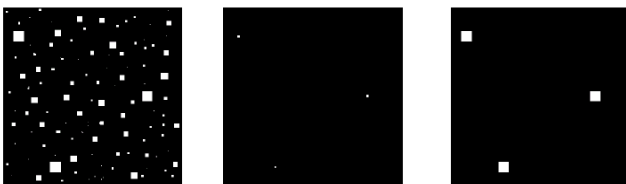


FIGURE 9.6 (a) Set A, (b) Square structuring element, (c) Erosion of A by B, shown shaded, (d) Elongated structuring element, (e) Erosion of A using this element.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Erosão, Dilatação - Exemplo



$A$   $A \ominus B$   $(A \ominus B) \oplus B$

$B = \text{ones}(13 \times 13)$

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Relação entre Dilatação e Erosão

Das definições de Dilatação:

$$A \oplus B = \{x \mid (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset\}$$

e Erosão:

$$A \ominus B = \{x \mid (\hat{B})_x \subseteq A\}$$

Pode ser deduzida a seguinte relação:

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

A relação estabelece que uma **Erosão** pode ser calculada utilizando um algoritmo de **Dilatação** operando sobre o **complemento** do conjunto de interesse.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Abertura ( Opening )

sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$   
 A abertura de  $A$  por um elemento estruturante  $B$ , denotada por  $A \circ B$ , é definida como:

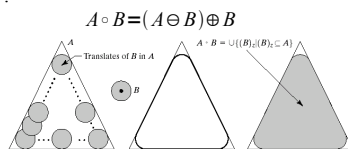


FIGURE 9.8 (a) Structuring element B "rolling" along the inner boundary of A (the dot indicates the origin of  $B$ ). (c) The heavy line is the outer boundary of the opening. (d) Complete opening (shaded).

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Fechamento ( Closing )

sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$   
 O Fechamento de  $A$  por um elemento estruturante  $B$ , denotado por  $A \cdot B$ , é definida como:

$$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$$

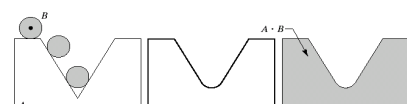


FIGURE 9.9 (a) Structuring element B "rolling" on the outer boundary of set A, (b) Heavy line is the outer boundary of the closing, (c) Complete closing (shaded).

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Abertura e Fechamento - Exemplos

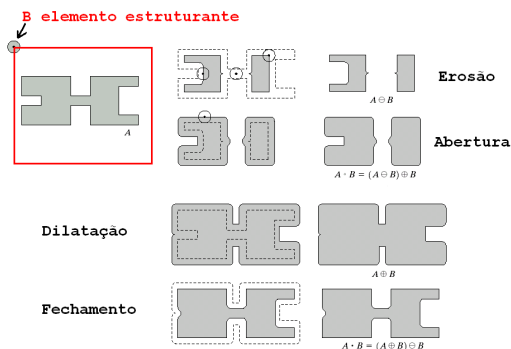


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Exemplos

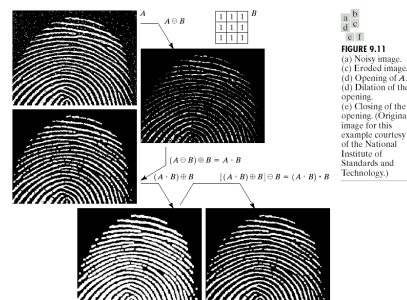


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Transformada Hit-or-miss

A transformada Hit or Miss permite localizar padrões de pixels. Procura padrões de pixels no foreground (  $B_1$  ) e no Background (  $B_2$  ) simultaneamente.

sejam  $A$  e  $B_1$  e  $B_2$  subconjuntos de  $\mathbb{Z}^2$

seja  $B = (B_1, B_2)$

Onde  $B_1$  é algum objeto em  $A$  e  $B_2$  é o marco do objeto

A transformada Hit – ou – Miss de  $A$  por  $B$ , denotada por  $A * B$ , é definida como:

$$A * B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo:

As matrizes  $B_1$  e  $B_2$  localizam pixels em forma de "mais", por exemplo o encontro de uma linha vertical com uma horizontal de um pixel de largura



2inf

Horacio E. Fortunato (UFRGS)

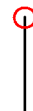
## Transformada Hit-or-miss

Exemplo:

As matrizes  $B_1$  e  $B_2$  localizam extremos superiores de linhas verticais de um pixel de largura

$$B1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



2inf

Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Transformada Hit-or-miss pixels don't care

Pixels don't care aparecem como zero nos dois elementos estruturantes.

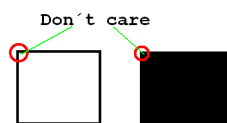
$$B1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nenhuma exigência é feita para estes pixels, na imagem podem aparecer como um ou zero.

$$B2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo:

As matrizes  $B_1$  e  $B_2$  localizam extremos superiores esquerdos, nenhuma condição é imposta ao pixel inferior direito do elementos estruturantes.



2inf

Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Usos Práticos de Morfologia

Nesta seção apresentaremos alguns exemplos de aplicações das operações morfológicas em imagens binárias:

- Extração de fronteiras
- Preenchimento de regiões
- Extração de componentes conectados
- Fecho conexo
- Afinamento (thinning)
- Espessamento
- Esqueletos
- Poda ( pruning )

2inf

Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Extração de Fronteiras

Dada uma imagem binária e um objeto A dentro da imagem, podemos identificar a fronteira de A como a diferença entre A e A "erosionada" com um elemento estruturante B apropriado:

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

a b  
c d

**FIGURE 9.13** (a) Set A. (b) Structuring element B. (c) A eroded by B. (d) Boundary, given by the set difference between A and its erosion.

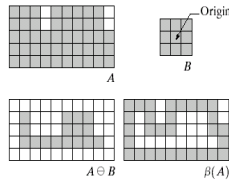
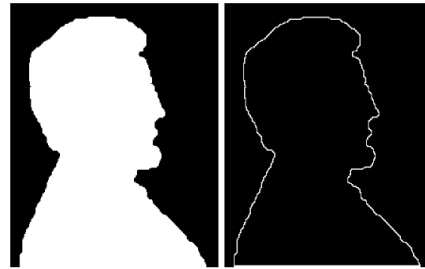


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



## Extração de Fronteiras - Exemplo



**FIGURE 9.14** (a) A simple binary image, with 1's represented in white. (b) Result of using Eq. (9.5-1) with the structuring element in Fig. 9.13(b).

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



## Preenchimento de Regiões ( Dilatação condicional )

A dilatação condicional, aplica a operação de dilatação a um objeto e depois calcula a intersecção do objeto resultante com alguma mascara. Desta forma pode controlar-se os limites do crescimento do objeto:

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k=1,2,3, \dots$$

**FIGURE 9.15** Region filling. (a) Set A. (b) Complement of A. (c) Structuring element B. (d) Initial point inside the boundary. (e)-(h) Various steps of Eq. (9.5-2). (i) Final result (union of (a) and (h)).

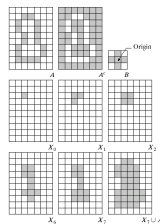
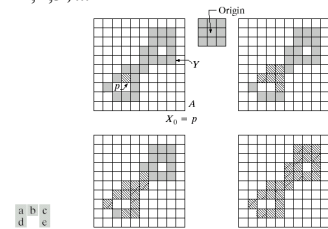


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



## Extração de componentes Conectados ( Dilatação condicional )

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \quad k=1,2,3, \dots$$



**FIGURE 9.17** (a) Set A showing initial point p (all shaded points are valued 1, but are shown different from p to indicate that they have not yet been found by the algorithm). (b) Structuring element. (c) Result of first iterative step. (d) Result of second step. (e) Final result.

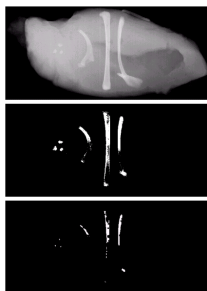
Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



## Extração de componentes Conectados Exemplo

a b  
c d

**FIGURE 9.18** (a) X-ray image of chicken fillet with bone fragments. (b) Thresholded image. (c) Image eroded with a 5x5 structuring element of 1's. (d) Number of pixels in the connected components of (c). (Image courtesy of NTB Elektronische Geräte GmbH, Diepholz, Germany, www.atbncg.com.)



Connected component	No. of pixels in connected comp.
01	11
02	9
03	9
04	30
05	133
06	1
07	1
08	743
09	7
10	11
11	11
12	9
13	9
14	674
15	85

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



## Fecho Convexo ( Convex Hull )

- Pode ser construído mediante a aplicação sucessiva da transformada Hit or Miss com um conjunto de elementos estruturantes.

- A transformada é aplicada iterativamente até que o algoritmo converja.

- Pode limitar-se as dimensões externas da região de crescimento.

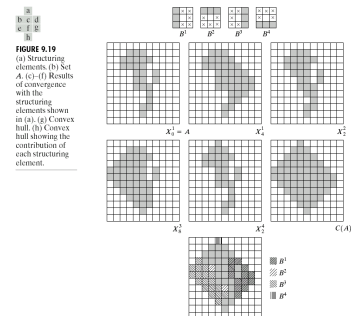
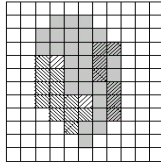


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)



## Fecho Convexo



**FIGURE 9.20** Result of limiting growth of convex hull algorithm to the maximum dimensions of the original set of points along the vertical and horizontal directions.

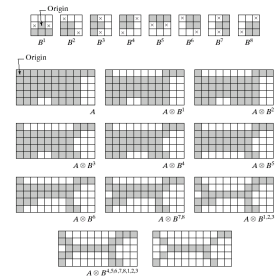
Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Afinamento - ( Thinning )

A aplicação sucessiva da transformada Hit or Miss com um conjunto de elementos estruturantes, pode ser utilizada para afinar um objeto



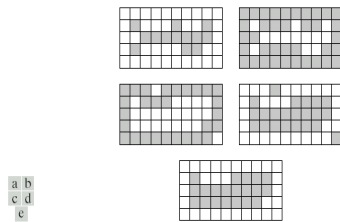
**FIGURE 9.21** (a) Sequence of rotated structuring elements used for thinning. (b) Set  $A$ . (c) Result of thinning with the first element. (d)-(i) Results of thinning with the next seven elements (there was no change between the seventh and eighth elements). (j) Result of using the first element again (there were no changes for the next two elements). (k) Result after convergence. (l) Conversion to  $m$ -connectivity.

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Espessamento através do Afinamento do fundo



**FIGURE 9.22** (a) Set  $A$ . (b) Complement of  $A$ . (c) Result of thinning the complement of  $A$ . (d) Thickened set obtained by complementing (c). (e) Final result, with no disconnected points.

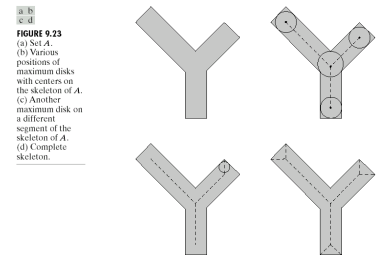
Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Esqueletos

• Podem ser construídos mediante a aplicação sucessiva de operações de erosão e aberturas



**FIGURE 9.23** (a) Set  $A$ . (b) Various positions of maximum disks with centers on the skeleton of  $A$ . (c) Another maximum disk on a different segment of the skeleton of  $A$ . (d) Complete skeleton.

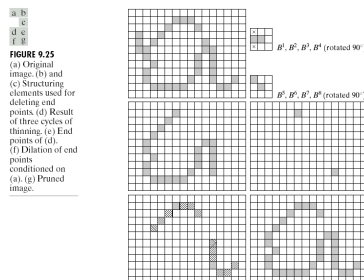
Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Poda ( Pruning )

- Poda é uma operação utilizada para remover extremos "parasitas"
- Estes extremos "parasitas" aparecem frequentemente em esqueletos ou após de operações de afinamento.
- Podem ser removidos mediante a aplicação de operações de afinamento com elementos estruturantes especiais



**FIGURE 9.25** (a) Original image. (b) and (c) Structuring elements used for deleting end points. (d) Result of three cycles of thinning. (e) End points of (d). (f) Dilation of end points conditioned on (a). (g) Pruned image.

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Resumo

**TABLE 9.2** Summary of morphological operations and their properties.

Operation	Equation	Comments (The Roman numerals refer to the structuring elements shown in Fig. 9.26).
Translation	$(A)_z = \{w   w = a + z, \text{ for } a \in A\}$	Translates the origin of $A$ to point $z$ .
Reflection	$\hat{B} = \{w   w = -b, \text{ for } b \in B\}$	Reflects all elements of $B$ about the origin of this set.
Complement	$A^c = \{w   w \notin A\}$	Set of points not in $A$ .
Difference	$A - B = \{w   w \in A, w \notin B\} = A \cap \hat{B}^c$	Set of points that belong to $A$ but not to $B$ .
Dilation	$A \oplus B = \{z   (B)_z \cap A \neq \emptyset\}$	"Expands" the boundary of $A$ . (I)
Erosion	$A \ominus B = \{z   (B)_z \subseteq A\}$	"Contracts" the boundary of $A$ . (I)
Opening	$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$	Smooths contours, breaks narrow isthmuses, and eliminates small islands and sharp peaks. (I)
Closing	$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$	Smooths contours, fuses narrow breaks and long thin gulfs, and eliminates small holes. (I)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Resumo ( Cont )

Hit-or-miss transform	$A \odot B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$ $= (A \ominus B_1) - (A \oplus B_2)$	The set of points (coordinates) at which, simultaneously, $B_1$ found a match ("hit") in $A$ and $B_2$ found a match in $A^c$ .
Boundary extraction	$\beta(A) = A - (A \ominus B)$	Set of points on the boundary of set $A$ . (I)
Region filling	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A; X_0 = p$ and $k = 1, 2, 3, \dots$	Fills a region in $A$ , given a point $p$ in the region. (II)
Connected components	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A; X_0 = p$ and $k = 1, 2, 3, \dots$	Finds a connected component $Y$ in $A$ , given a point $p$ in $Y$ . (I)
Convex hull	$X_k^i = (X_{k-1}^i \oplus B^i) \cup A; i = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, 3, \dots; X_0^i = A$ ; and $D^i = X_{conv}^i$	Finds the convex hull $C(A)$ of set $A$ , where "conv" indicates convergence in the sense that $X_k^i = X_{k-1}^i$ . (III)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Resumo ( Cont )

Operation	Equation	Comments (The Roman numerals refer to the structuring elements shown in Fig. 9.26).
Thinning	$A \otimes B = A - (A \ominus B)$ $= A \cap (A \ominus B)^c$  $A \otimes \{B\} = ((\dots((A \otimes B^1) \otimes B^2) \dots) \otimes B^n)$ $\{B\} = \{B^1, B^2, B^3, \dots, B^n\}$	Thins set $A$ . The first two equations give the basic definition of thinning. The last two equations denote thinning by a sequence of structuring elements. This method is normally used in practice. (IV)
Thickening	$A \odot B = A \cup (A \ominus B)$  $A \odot \{B\} = ((\dots((A \odot B^1) \odot B^2) \dots) \odot B^n)$  ..	Thickens set $A$ . (See preceding comments on sequences of structuring elements.) Uses IV with 0's and 1's reversed.

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

**TABLE 9.2**  
Summary of morphological results and their properties.  
(continued)

## Resumo ( Cont )

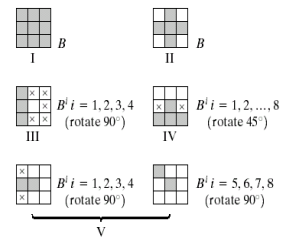
Skeletons	$S(A) = \bigcup_{k=0}^{\infty} S_k(A)$ $S_k(A) = \bigcup_{i=0}^k \{(A \ominus B^i) \times B^i\}$ Reconstruction of $A$ : $A = \bigcup_{k=0}^{\infty} (S_k(A) \otimes B^k)$	Finds the skeleton $S(A)$ of set $A$ . The last equation indicates that $A$ can be reconstructed from its skeleton subsets $S_k(A)$ . In all three equations, $k$ is the value of the iterative step after which the set $A$ erodes to the empty set. The notation $(A \ominus B^k)$ denotes the $k$ th iteration of successive erosion of $A$ by $B$ . (I)
Pruning	$X_1 = A \otimes \{B\}$ $X_2 = \bigcup_{i=1}^k (X_1 \otimes B^i)$ $X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A$ $X_4 = X_1 \cup X_3$	$X_4$ is the result of pruning set $A$ . The number of times that the first equation is applied to obtain $X_1$ must be specified. Structuring elements $V$ are used for the first two equations. In the third equation $H$ denotes structuring element $I$ .

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Resumo - Elementos estruturantes



**FIGURE 9.26** Five basic types of structuring elements used for binary morphology. The origin of each element is at its center and the x's indicate "don't care" values.

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Morfologia Imagens em níveis de cinza

• Nesta seção apresentaremos o equivalente para imagens em níveis de cinza das operações morfológicas básicas:

- Dilatação
- Erosão
- Abertura
- Fechamento

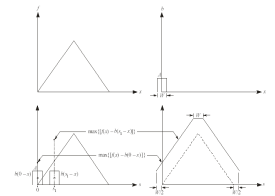


Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Dilatação

A dilatação em níveis de cinza de  $f$  por  $b$ , denotada por  $f \oplus b$ , é definida como:  
 $f \oplus b(s, t) = \max\{f(s-x, t-y) + b(x, y) \mid (s-x, t-y) \in D_f; (x, y) \in D_b\}$   
 $b$  é chamado de elemento estruturante da dilatação

- Normalmente se utiliza  $b(x, y) = 0$  e a Dilatação consiste em procurar o máximo da imagem na vizinhança de cada pixel.
- Os pixels da vizinhança utilizados estão definidos pela máscara  $D_b$  (o domínio de  $b$ )



$$f \oplus b(s, t) = \max\{f(s-x, t-y) \mid (x, y) \in D_b\}$$

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

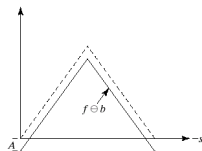
## Erosão

A Erosão em níveis de cinza de  $f$  por  $b$ , denotada por  $f \ominus b$ , é definida como:

$$f \ominus b(s, t) = \min \{ f(s-x, t-y) + b(x, y) \mid (s-t), (t-y) \in D_f; (x, y) \in D_b \}$$

$b$  é chamado de elemento estruturante da erosão

- Normalmente se utiliza  $b(x, y) = 0$  e a Erosão consiste em procurar o mínimo da imagem na vizinhança de cada pixel.
- Os pixels da vizinhança utilizados estão definidos pela máscara  $D_b$  (o domínio de  $b$ )



$$f \ominus b(s, t) = \min \{ f(s-x, t-y) \mid (x, y) \in D_b \}$$

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)



## Dilatação e Erosão - Exemplos

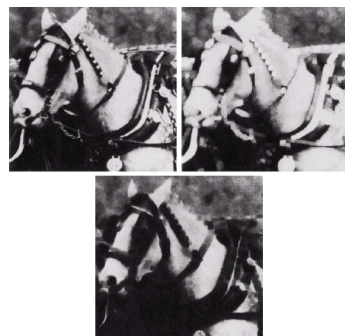


FIGURE 9.29 (a) Original image. (b) Result of dilation. (c) Result of erosion. (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)



## Abertura e Fechamento

A abertura e fechamento de imagens em níveis de cinza possuem a mesma forma que as análogas no caso binário

Abertura:  $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$

Fechamento:  $A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$

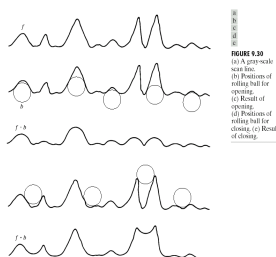


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)



## Abertura e Fechamento - Exemplos



FIGURE 9.31 (a) Opening and (b) closing of Fig. 9.29(a). (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)



## Algumas aplicações de Morfologia em Imagens em níveis de cinza

Nesta seção apresentaremos alguns exemplos de aplicações das operações morfológicas em imagens em níveis de cinza:

- Suavização morfológica
- Gradiente morfológico
- Transformada Top-Hat
- Granulometria

Horacio E. Fortunato (UFRGS)



## Suavização Morfológica

- Obtida realizando uma abertura seguida de um fechamento
- Remove ou atenua tanto artefatos claros como escuros ou ruído



FIGURE 9.32 Morphological smoothing of the image in Fig. 9.29(a). (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.

Horacio E. Fortunato (UFRGS)





## Gradiente Morfológico

- Obtido realizando a diferença entre uma abertura e um fechamento

$$g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$$

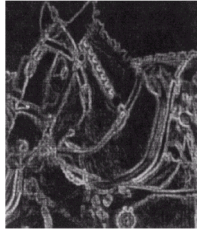


FIGURE 9.33 Morphological gradient of the image in Fig. 9.29(a). (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Transformada "Top-Hat"

- A chamada transformada morfológica "Top-Hat" ("Cartola") de uma imagem, é útil para enfatizar o detalhe na presença de sombreamento
- O elemento estruturante utilizado possui forma cilíndrica ou em forma de paralelepípedo com o topo achatado
- Denotada por  $h$ , é definida como:  $h = f - (f \ominus b)$  ( $\ominus$ : Abertura)



FIGURE 9.34 Result of performing a top-hat transformation on the image of Fig. 9.29(a). (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Segmentação por Textura

- Obtida realizando
  - Fechamento ate eliminar os objetos menores
  - Abertura ate unir os objetos maiores
  - Limiarização
  - Detecção de bordas

FIGURE 9.35 (a) Original image, (b) Image showing boundary between regions of different texture. (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

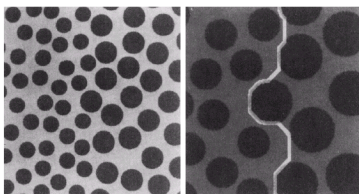


Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Granulometria

- Obtida realizando
  - Operações de abertura com elementos estruturantes de tamanho crescente
  - A diferença entre a imagem original e a imagem após a abertura é computada
  - Um histograma é construído com o resultado das diferenças para cada tamanho de elemento estruturante

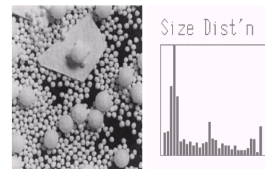


FIGURE 9.36 (a) Original image consisting of overlapping particles; (b) size distribution. (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

Imagem extraída do livro: Digital image processing 2ed, Gonzales e woods.



Horacio E. Fortunato (UFRGS)

## Processamento Digital de Imagens - Tarefas

### Tarefas Novas:

- Leia o Capítulo 9 ( aula 22 ) do livro Gonzalez, R. & Woods 2da Ed. ( em Inglês )
- Faça os exercícios do Capítulo 9 ( aula 22 ) do livro Gonzalez, R. & Woods 2da Ed. ( em Inglês )

**Nota Importante:** No livro Gonzalez, R. & Woods em português os capítulos possuem número diferente

Livro Gonzalez, R. & Woods 2ª Ed. ( em Inglês ):  
**Gonzalez, R. & Woods, R. Digital Image Processing 2ª Ed. Prentice Hall, 2002.**  
 Link do curso: <http://www.inf.ufrgs.br/~hefortunato/cursos/INF01046>



Horacio E. Fortunato (UFRGS)