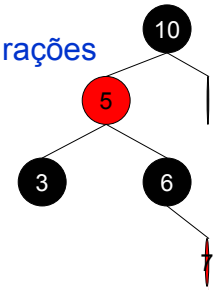
Árvores Rubro-Negras (Vermelho-Preta)

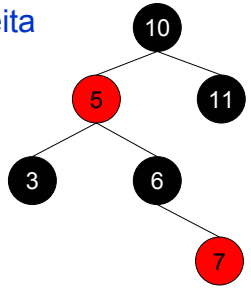
Árvores Rubro-Negras

- *Árvore Binária de Pesquisa* (ABP) com nodos coloridos de vermelho e preto
  - Árvore balanceada
    - Qualquer caminho da raiz até as folhas, **nenhum caminho será maior que duas vezes o comprimento de qualquer outro**
      - **Aproximadamente balanceada**
  - Número menor de rotações/reestruturações
    - Comparada com AVL



Estrutura da Árvore

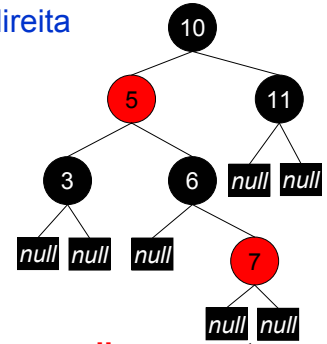
- Cada nodo contem os seguintes campos:
  - Chave
  - Ponteiro para subárvores esquerda
  - Ponteiro para subárvores direita
  - Cor



- Propriedade
  - Todo nodo da árvore é ou **vermelho** ou **preto**

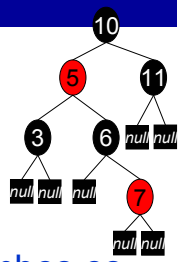
Estrutura da Árvore

- Cada nodo contem os seguintes campos:
  - Chave
  - Ponteiro para subárvores esquerda
  - Ponteiro para subárvores direita
  - Cor



- Propriedade
  - Todo nodo da árvore é ou **vermelho** ou **preto**

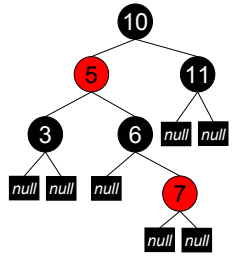
Propriedades



I. Todo nodo é vermelho ou preto
II. A raiz é preta
III. Toda folha (*null*) é preta
IV. Se um nodo é vermelho, então ambos os seus filhos são pretos
V. Para cada nodo, todos os caminhos desde um nodo até as folhas descendentes contêm o mesmo número de nodos pretos

BALANCEAMENTO

Propriedades - RESUMO



- RAIZ
  - A raiz é preta
- NODOS EXTERNOS
  - Todo nodo externo é preto (*null*)
- NODOS INTERNOS
  - Os filhos de um nodo vermelho são pretos
- PROFUNDIDADE
  - Todos os *nodos externos* têm a mesma **profundidade preta** que é definida como o número de ancestrais pretos menos 1

INSERÇÃO

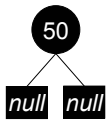
Inserção

- Encontra a posição na árvore
  - Substitui *null* pelo nodo a ser inserido
  - Novo nodo possui 2 filhos *null*
- Primeiro nodo (RAIZ) **50**
  - **PRETO**
- demais nodos
  - **VERMELHO**

Inserção

- Encontra a posição na árvore
  - Substitui *null* pelo nodo a ser inerido
  - Novo nodo possui 2 filhos *null*
- Primeiro nodo (RAIZ)
  - **PRETO**
- demais nodos
  - **VERMELHO**

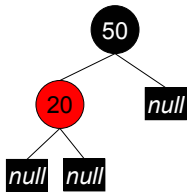
20



Inserção

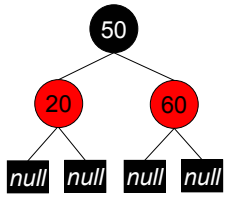
- Encontra a posição na árvore
  - Substitui *null* pelo nodo a ser inerido
  - Novo nodo possui 2 filhos *null*
- Primeiro nodo (RAIZ)
  - **PRETO**
- demais nodos
  - **VERMELHO**

60



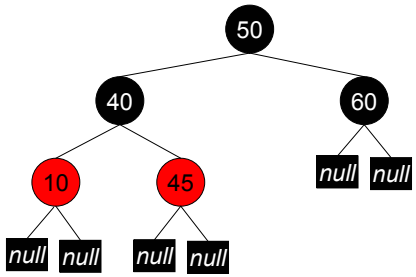
Inserção – regra básica

- Encontra a posição na árvore
  - Substitui *null* pelo nodo a ser inerido
  - Novo nodo possui 2 filhos *null*
- Primeiro nodo (RAIZ)
  - **PRETO**
- demais nodos
  - **VERMELHO**



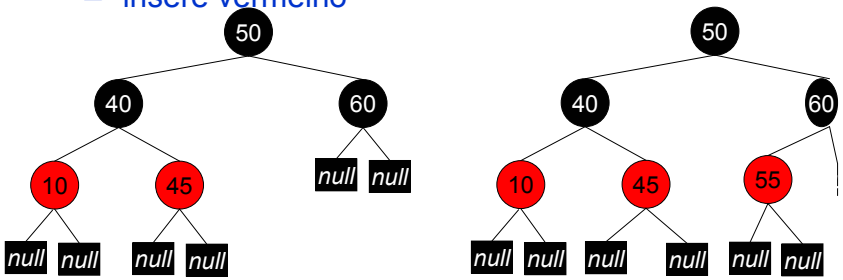
Caso 1

- **Pai** é preto



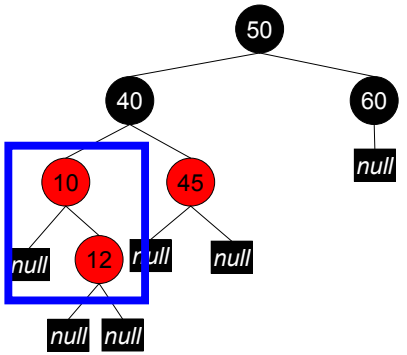
Caso 1

- **pai** é preto – 55
  - insere vermelho



Caso 2

- **pai** é vermelho 12



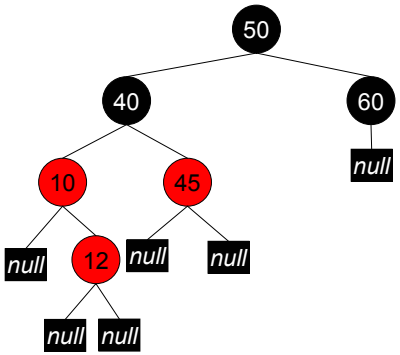
Se **pai** não é raiz
- seu **avô** é preto (*óbvio*)
- verificar a cor do **tio**

⇨ **2 casos**

Caso 2.1

- **tio** é vermelho 12

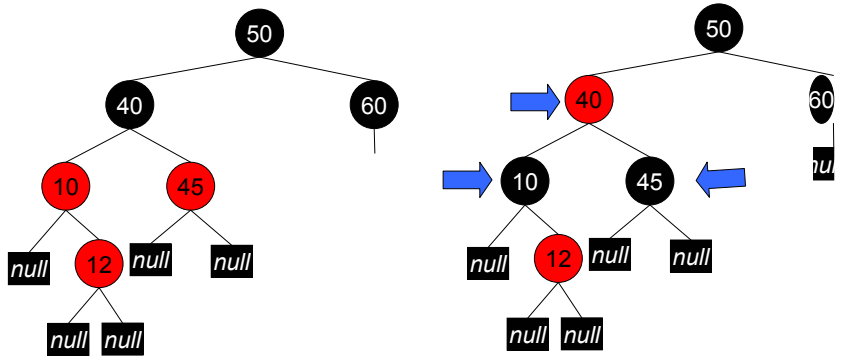
Alterar as cores **pai**, **tio** e do **avô**



Caso 2.1

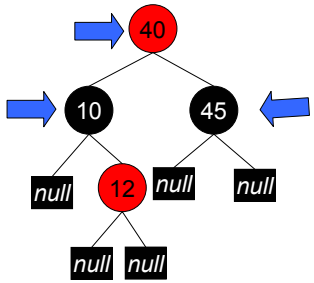
- **tio** é vermelho 12

Alterar as cores **pai**, **tio** e do **avô**



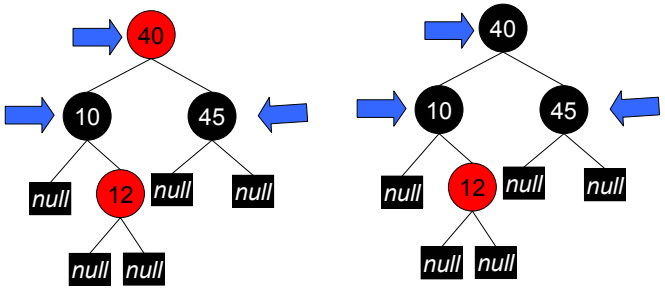
Caso 2.1 – Exceção RAIZ é avô

- **tio** é vermelho 12 Alterar as cores **pai**, **tio** e do **avô**



Caso 2.1 – Exceção RAIZ é avô

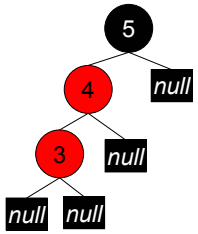
- **tio** é vermelho 12 Alterar as cores **pai**, **tio** e do **avô**



Avô é raiz – altera para preto

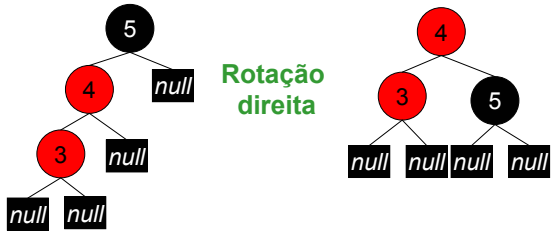
Caso 2.2 (A) - rotação direita

- **tio** é preto 3



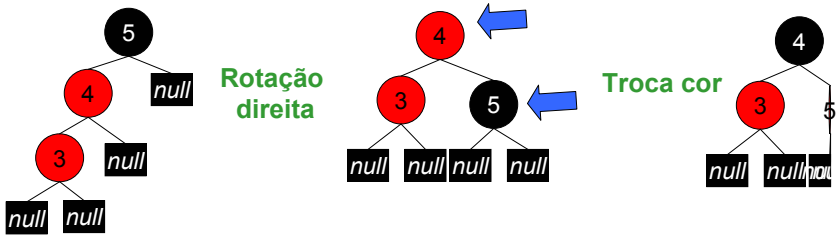
Caso 2.2 (A) - rotação direita

- **tio** é preto 3



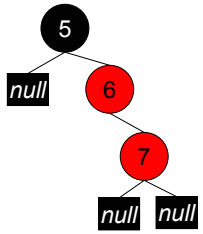
Caso 2.2 (A) - rotação direita

- **tio** é preto 



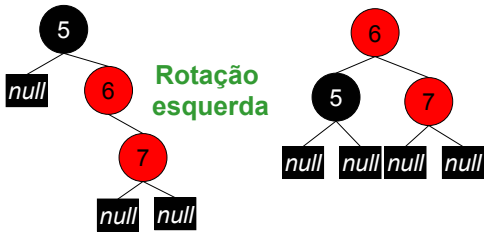
Caso 2.2 (B) - rotação esquerda

- **tio** é preto 



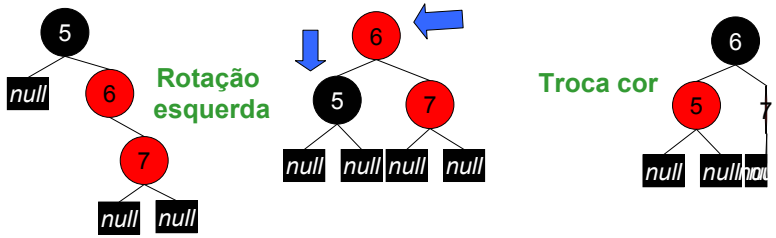
Caso 2.2 (B) - rotação esquerda

- **tio** é preto 



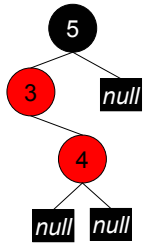
Caso 2.2 (B) - rotação esquerda

- **tio** é preto 



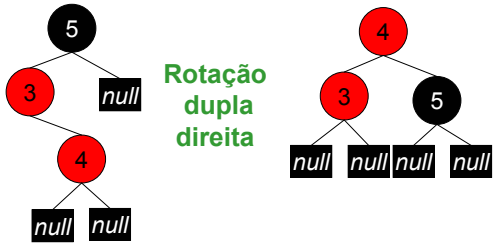
Caso 2.2 (C) - rotação dupla direita

- **tio** é preto 



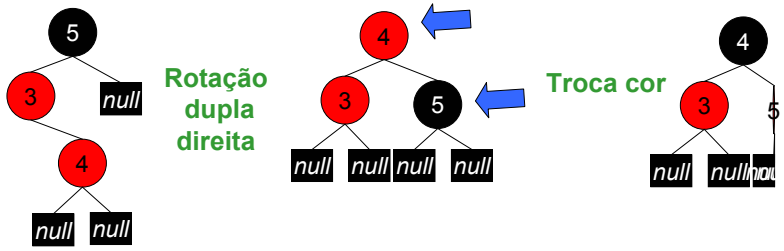
Caso 2.2(C) - rotação dupla direita

- **tio** é preto 



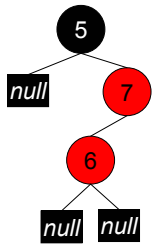
Caso 2.2 (C) - rotação dupla direita

- **tio** é preto 



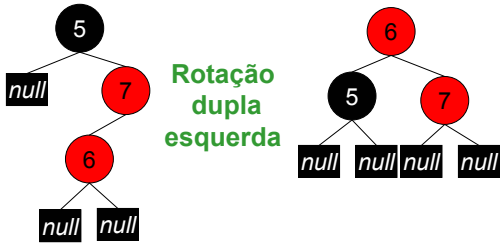
Caso 2.2 (D) - rotação dupla esquerda

- **tio** é preto 



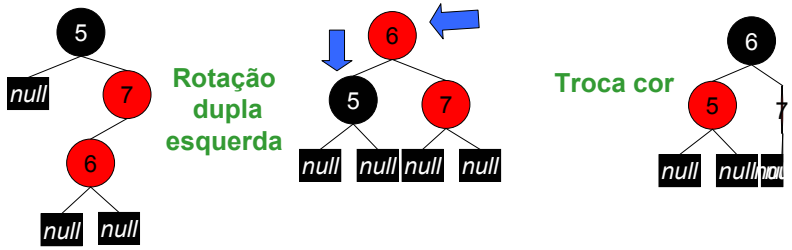
Caso 2.2 (D) - rotação dupla esquerda

- **tio** é preto 6



Caso 2.2 (D) - rotação dupla esquerda

- **tio** é preto 6



Inserção - resumo

- Raiz
  - Preto
- Demais filhos
  - vermelhos
- Caso 01 – pai preto
  - Insere vermelho
- Caso 02 – pai vermelho
  - Tio Vermelho
    - troca cor pai, tio, avô
  - Tio Preto
    - rotação e troca de cores

Problema:
DUPLO VERMELHO

REMOÇÃO

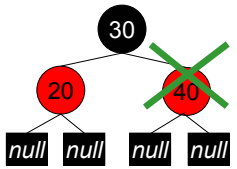
Remoção

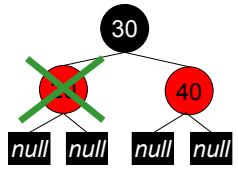
- Remoção nodo intermediário
  - Não há problema porque as cores permanecem iguais Existe apenas a troca de valores
- Nodo Vermelho
  - Ok! Não altera o balanceamento da árvore
- Nodo Preto
  - **PROBLEMA**

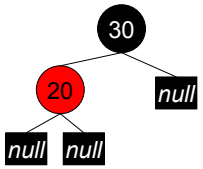
Problema:
DUPLO PRETO

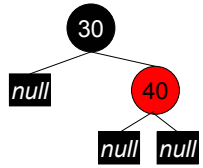
Caso 0

- Nodo vermelho



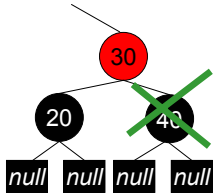






Caso 02

- Irmão preto – dois filhos pretos

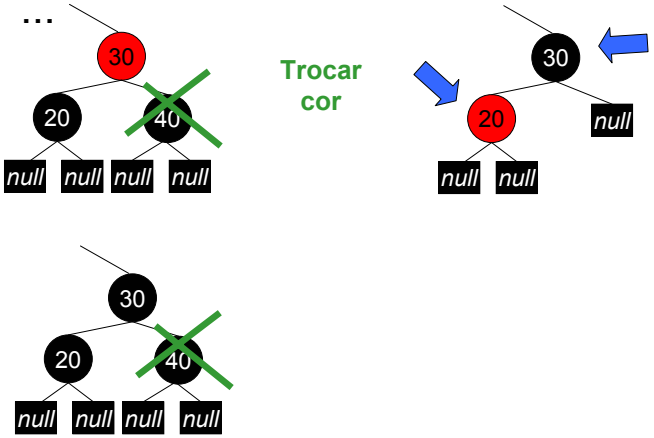


Caso 02

- Irmão preto – dois filhos pretos

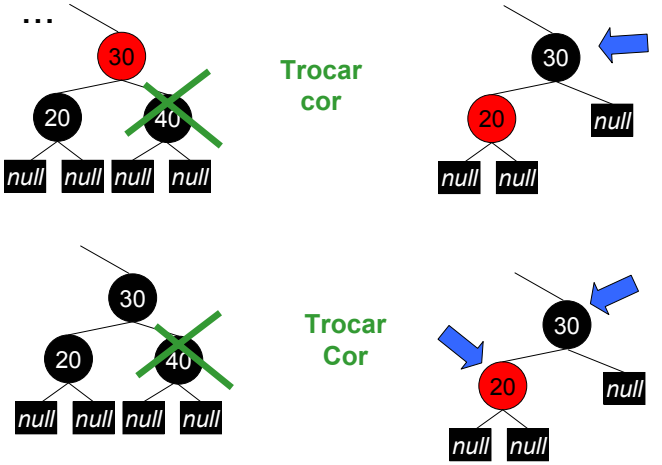
Caso 02

- Irmão preto – dois filhos pretos



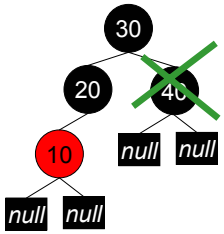
Caso 02

- Irmão preto – dois filhos pretos



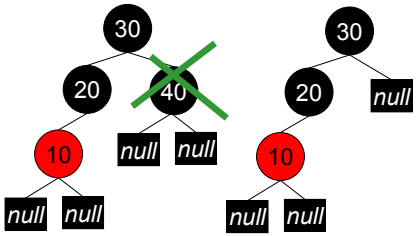
Caso 01

- Irmão preto – filho vermelho



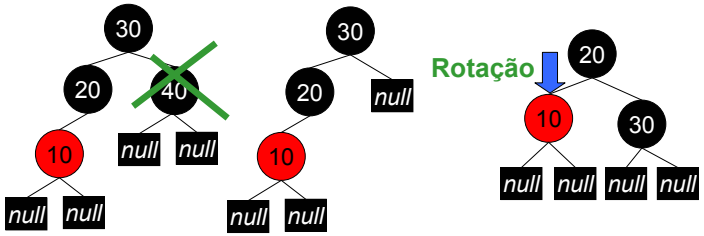
Caso 01

- Irmão preto – filho vermelho



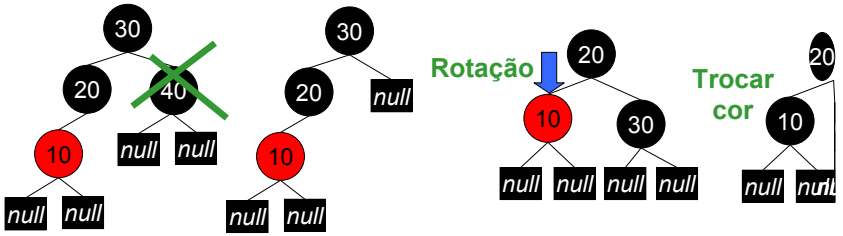
Caso 01

- Irmão preto – filho vermelho



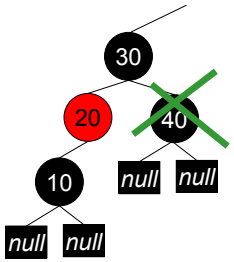
Caso 01

- Irmão preto – filho vermelho



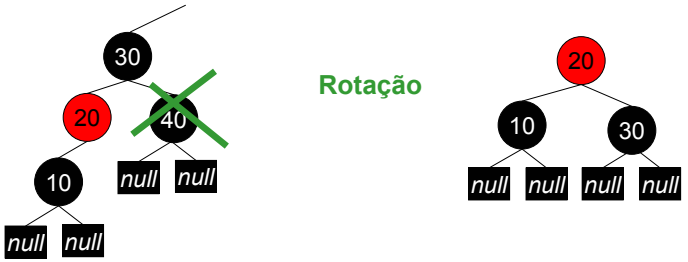
Caso 03

- Irmão vermelho



Caso 03

- Irmão vermelho



Demos

- http://webpages.ull.es/users/jriera/Docencia/AVL/AVL%20tree%20applet.htm
- http://people.ksp.sk/~kuko/bak/