

# Cálculo relacional

Carlos A. Heuser

## Cálculo relacional

- Linguagem teórica baseada no **cálculo de predicados**.
- Através do cálculo de predicados escrevem-se **expressões lógicas que falam sobre um universo de indivíduos**:
  - *Para todo aluno vale que o curso em que ele está inscrito é um dos cursos ativos na Universidade.*

©Carlos A. Heuser

2

## Cálculo relacional

- **Desenvolvimento** do cálculo relacional:
  1. Proposta de Codd » ALPHA (Codd) » QUEL (Ingres).
  2. SQL (principalmente a primeira versão) incorpora algumas idéias do cálculo relacional.
- **Poder de expressão** é **idêntico** ao da **álgebra relacional**:
  - Toda consulta que é possível expressar com álgebra relacional também é expressável com cálculo e vice-versa.
- Há dois tipos de cálculo relacional:
  - Cálculo **de tupla** (variáveis correm sobre *linhas* de uma tabela)
  - Cálculo **de domínios** (variáveis correm sobre *domínios*)

©Carlos A. Heuser

3

## Expressões em cálculo relacional (de tuplas)

- Uma expressão de cálculo relacional tem a seguinte forma:

$$\{t \mid P(t)\}$$

- onde  $t$  é uma **variável de linha** (tupla) e
  - $P(t)$  é um **predicado** avaliável sobre  $t$ .
- O resultado desta expressão de cálculo relacional é uma tabela formada por todas tuplas  $t$  para as quais o predicado  $P(t)$  é verdadeiro.
- A expressão  $t.A$  denota o valor do atributo  $A$  da tabela que contém a linha  $t$ .

©Carlos A. Heuser

4

## Exemplo: seleção

- Exemplo equivalente à projeção na álgebra relacional:

$$\{p \mid p \in Peca \wedge p.CidadePeca = 'PoA'\}$$

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

## Exemplo: seleção

- Exemplo equivalente à projeção na álgebra relacional:

$$\{p \mid p \in Peca \wedge p.CidadePeca = 'PoA'\}$$

$p$  é a variável de linha (tupla)

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

## Exemplo: seleção

- Exemplo equivalente à projeção na álgebra relacional:

$$\{p \mid p \in Peca \wedge p.CidadePeca = 'PoA'\}$$

predicado que deve ser verdadeiro para que uma linha  $p$  apareça no resultado

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

## Exemplo: seleção

- Exemplo equivalente à projeção na álgebra relacional:

$$\{p \mid p \in Peca \wedge p.CidadePeca = 'PoA'\}$$

$p$  é uma linha de Peça

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

## Exemplo: seleção

- Exemplo equivalente à projeção na álgebra relacional:

$$\{p \mid p \in Peca \wedge p.CidadePeca = 'PoA'\}$$

o atributo  
CidadePeca da linha  
 $p$  tem o valor 'PoA'

Peca				
CodPeca	NomePeca	CorPeca	PesoPeca	CidadePeca
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

## Exemplo: seleção

- Exemplo equivalente à **seleção** na álgebra relacional:

$$\{p \mid p \in Peca \wedge p.Cidade = 'PoA'\}$$

- Conjunto de todas linhas  $p$ , tal que  $p$  é uma linha da tabela Peca e o atributo CidadePeca tem o valor 'PoA'.
  - ou, em outros termos:
- Obter as peças de Porto Alegre.

## Exemplo: projeção

- Consulta: obter os **nomes** de todas **peças**.
  - O resultado é uma tabela formada por linhas que contém **somente a coluna NomePeca**.
- A expressão deve ser algo como:

$$\{r \mid P(r)\}$$

- onde  $r$  é uma variável que corre sobre as linhas da tabela resultante;
- não há na base de dados uma tabela que contém uma única coluna NomePeca.

## Quantificador existencial

- Para esta consulta, deve-se usar o **quantificador existencial**:

$$\exists t \in Tab (P(t))$$

- Esta fórmula é verdadeira, quando, na tabela **Tab** existir **ao menos uma** linha  $t$ , para a qual o predicado  $P(t)$  é verdadeiro.

## Exemplo: projeção

- Consulta: obter os nomes de todas peças.

```
{r | ∃ p ∈ Peca (
    r.NomePeca = p.NomePeca
)}
```

## Exemplo: projeção

- Consulta: obter os nomes de todas peças.

```
{r | ∃ p ∈ Peca (
    r.NomePeca = p.NomePeca
)}
```

Quantificador existencial -  $\exists$

A expressão  
 $\exists p \in Peca (P(p))$   
significa que deve existir uma  
linha em Peca que satisfaça o  
predicado  $P(p)$

## Exemplo: projeção

- Consulta: obter os nomes de todas peças.

```
{r | ∃ p ∈ Peca (
    r.NomePeca = p.NomePeca
)}
```

Define as  
colunas do  
resultado

## Exemplo: projeção

- Consulta: obter os nomes de todas peças.

```
{r | ∃ p ∈ Peca (
    r.NomePeca = p.NomePeca
)}
```

## BD exemplo

- Obter as linhas dos fornecedores que tem pelo menos um embarque.

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

Fornec			
CodFornec	NomeFornec	StatusFornec	CidadeFornec
F1	Silva	5	SãoPaulo
F2	Souza	10	Rio
F3	Alvares	5	SãoPaulo
F4	Tavares	8	Rio

## Exemplo: junção

- Obter as linhas dos fornecedores com embarques.

$$\{f \mid f \in \text{Fornec} \wedge \exists e \in \text{Embarq} (e.\text{CodFornec} = f.\text{CodFornec})\}$$

## Exemplo: junção

- Obter as linhas dos fornecedores com embarques.

$$\{f \mid f \in \text{Fornec} \wedge \exists e \in \text{Embarq} (e.\text{CodFornec} = f.\text{CodFornec})\}$$

*f é uma linha de Fornecedor*

## Exemplo: junção

- Obter as linhas dos fornecedores com embarques.

$$\{f \mid f \in \text{Fornec} \wedge \exists e \in \text{Embarq} (e.\text{CodFornec} = f.\text{CodFornec})\}$$

*existe um embarque para o fornecedor f*

## BD exemplo

- Obter os nomes dos fornecedores com embarques.

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

Fornec			
CodFornec	NomeFornec	StatusFornec	CidadeFornec
F1	Silva	5	SãoPaulo
F2	Souza	10	Rio
F3	Alvares	5	SãoPaulo
F4	Tavares	8	Rio

## Exemplo: junção

- Obter os nomes dos fornecedores com embarques

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.NomeFornec = r.NomeFornec ∧
    ∃ e ∈ Embarq (
        e.CodFornec = f.CodFornec
    )
)}
```

## Exemplo: junção

- Obter os nomes dos fornecedores com embarques

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.NomeFornec = r.NomeFornec ∧
    ∃ e ∈ Embarq (
        e.CodFornec = f.CodFornec
    )
)}
```

existe uma linha  $f$  de Fornecedor

## Exemplo: junção

- Obter os nomes dos fornecedores com embarques

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.NomeFornec = r.NomeFornec ∧
    ∃ e ∈ Embarq (
        e.CodFornec = f.CodFornec
    )
)}
```

no resultado  $r$  aparece o NomeFornec de  $f$

## Exemplo: junção

- Obter os nomes dos fornecedores com embarques

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.NomeFornec = r.NomeFornec ∧
    ∃ e ∈ Embarq (
        e.CodFornec = f.CodFornec
    )
)}
```

e existe um embarque para o fornecedor *f*

## Exercício

- Obter os nomes dos fornecedores de peças de cor Vermelha

Peça

CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq

CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

Fornec

CodFornec	NomeFornec	StatusFornec	CidadeFornec
F1	Silva	5	SãoPaulo
F2	Souza	10	Rio
F3	Alvares	5	SãoPaulo
F4	Tavares	8	Rio

## Exemplo: União

- Obter as cidades em que há uma peça ou um fornecedor.
- Em álgebra relacional, seria resolvida com o operador de **união**.

Peça

CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Fornec

CodFornec	NomeFornec	StatusFornec	CidadeFornec
F1	Silva	5	SãoPaulo
F2	Souza	10	Rio
F3	Alvares	5	SãoPaulo
F4	Tavares	8	Rio

## Exemplo: União

- Obter as cidades em que há uma peça ou um fornecedor.

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.CidadeFornec = r.Cidade
)
}
∪
{p | ∃ p ∈ Peça (
    p.CidadePeça = r.Cidade
)
}
```

a coluna Cidade do resultado contém valores de CidadeFornec

## Exemplo: União

- Obter as cidades em que há uma peça ou um fornecedor.

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.CidadeFornec = r.Cidade
)
ou
∃ p ∈ Peca (
    p.CidadePeca = r.Cidade
)
}
```

## Exemplo: União

- Obter as cidades em que há uma peça ou um fornecedor.

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.CidadeFornec = r.Cidade
)
∨
∃ p ∈ Peca (
    p.CidadePeca = r.Cidade
)
}
```

a coluna Cidade do resultado contém valores de CidadePeca

## Exemplo: Diferença

- Obter as cidades em que há uma peça, mas não há fornecedor.
- Em álgebra relacional, seria resolvida com o operador de diferença.

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Fornec			
CodFornec	NomeFornec	StatusFornec	CidadeFornec
F1	Silva	5	SãoPaulo
F2	Souza	10	Rio
F3	Alvares	5	SãoPaulo
F4	Tavares	8	Rio

## Exemplo: Diferença

- Obter as cidades em que há um fornecedor, mas não há peça.

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.CidadeFornec = r.Cidade
)
^
¬ ∃ p ∈ Peca (
    p.CidadePeca = r.Cidade
)
}
```



## Exemplo: Diferença

- Obter as cidades em que há um fornecedor, mas não há peça.

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.CidadeFornec = r.Cidade
)
^
¬ ∃ p ∈ Peca (
    p.CidadePeca = r.Cidade
)
}
```

a coluna Cidade do resultado contém valores de CidadeFornec

## Exemplo: Diferença

- Obter as cidades em que há um fornecedor, mas não há peça.

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.CidadeFornec = r.Cidade
)
^
¬ ∃ e ∈ Peca (
    e.CidadePeca = r.Cidade
)
}
```

## Exemplo: Diferença

- Obter as cidades em que há um fornecedor, mas não há peça.

```
{r | ∃ f ∈ Fornec (
    f.CidadeFornec = r.Cidade
)
^
¬ ∃ p ∈ Peca (
    p.CidadePeca = r.Cidade
)
}
```

a coluna Cidade do resultado NÃO contém valores de CidadePeca

## Exercício

Obter os nomes dos fornecedores cuja cidade tem ao menos uma peça de cor Vermelha

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

Fornec			
CodFornec	NomeFornec	StatusFornec	CidadeFornec
F1	Silva	5	SãoPaulo
F2	Souza	10	Rio
F3	Alvares	5	SãoPaulo
F4	Tavares	8	Rio

## Quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.

Peça

CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq

CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

## Quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- Para esta consulta, usa-se o **quantificador universal**:

$$\forall t \in Tab (P(t))$$

- Esta fórmula é verdadeira, quando **para toda** linha  $t$  da tabela  $Tab$ , o predicado  $P(t)$  é verdadeiro.

## Quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- Esta consulta seria resolvida em álgebra relacional com operador de **divisão**.
- O **enunciado** pode ser **reescrito** para:
  - Obter os códigos dos fornecedores, tal que, para toda peça de 'PoA' ou de 'Rio', exista um embarque para a peça em questão, feito pelo fornecedor em questão.

## Quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- Obter os códigos dos fornecedores, tal que, para toda peça, ou ela não é de 'PoA' ou de 'Rio', ou então, exista um embarque para a peça em questão feito pelo fornecedor em questão.

```
{r |
  ∀ p ∈ Peça (
    ¬(p.CidadePeca = 'PoA' ∨
      p.CidadePeca = 'Rio'
    )
  )
  ∨
  ∃ e ∈ Embarq (
    e.CodFornec = r.Codfornec ∧
    e.CodPeca = p.CodPeca
  )
}
```

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

uma linha  $r$   
faz parte do  
resultado se:

$$\{r \mid$$

$$\quad \forall p \in Peca ($$

$$\quad \quad \neg(p.CidadePeca = 'PoA' \vee$$

$$\quad \quad \quad p.CidadePeca = 'Rio'$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad \vee$$

$$\quad \quad \exists e \in Embarq ($$

$$\quad \quad \quad e.CodFornec = r.Codfornec \wedge$$

$$\quad \quad \quad e.CodPeca = p.CodPeca$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad )$$

$$\}$$

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

para toda  
peça  $p$   
vale que

$$\{r \mid$$

$$\quad \forall p \in Peca ($$

$$\quad \quad \neg(p.CidadePeca = 'PoA' \vee$$

$$\quad \quad \quad p.CidadePeca = 'Rio'$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad \vee$$

$$\quad \quad \exists e \in Embarq ($$

$$\quad \quad \quad e.CodFornec = r.Codfornec \wedge$$

$$\quad \quad \quad e.CodPeca = p.CodPeca$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad )$$

$$\}$$

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

ou a peça  $p$   
não é de PoA  
nem Rio

$$\{r \mid$$

$$\quad \forall p \in Peca ($$

$$\quad \quad \neg(p.CidadePeca = 'PoA' \vee$$

$$\quad \quad \quad p.CidadePeca = 'Rio'$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad \vee$$

$$\quad \quad \exists e \in Embarq ($$

$$\quad \quad \quad e.CodFornec = r.Codfornec \wedge$$

$$\quad \quad \quad e.CodPeca = p.CodPeca$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad )$$

$$\}$$

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

ou deve existir ao  
menos um embarque  
desta peça pelo  
fornecedor que  
aparece no resultado

$$\{r \mid$$

$$\quad \forall p \in Peca ($$

$$\quad \quad \neg(p.CidadePeca = 'PoA' \vee$$

$$\quad \quad \quad p.CidadePeca = 'Rio'$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad \vee$$

$$\quad \quad \exists e \in Embarq ($$

$$\quad \quad \quad e.CodFornec = r.Codfornec \wedge$$

$$\quad \quad \quad e.CodPeca = p.CodPeca$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad )$$

$$\}$$

## Quantificador universal: modelo conceitual de execução

- Idéia por trás:
  - Para cada linha  $r$  do resultado:
    - percorrer a tabela Peca e verificar para cada peça  $p$  se:
      - ou a peça não é de PoA nem Rio
      - ou existe um embarque  $e$  desta peça para o fornecedor que aparece no resultado ( $r$ );
    - se isto for verdadeiro para todas peças, significa que  $r$  deve aparecer no resultado

## Quantificador universal: exemplo de execução

- Toma-se uma linha  $r$
- Por exemplo:

$r.CodFornec = 'F1'$

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

## Quantificador universal: exemplo de execução

- Percorre-se cada peça  $p$ .
- Verifica-se para a peça se o predicado do quantificador universal é verdadeiro.

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

## Quantificador universal: exemplo de execução

- Percorre-se cada peça  $p$ .
- Verifica-se para a peça se o predicado do quantificador universal é verdadeiro.

$$\neg(p.CidadePeça = 'PoA' \vee p.CidadePeça = 'Rio')$$

$$\vee$$

$$\exists e \in Embarq ($$

$$e.CodFornec = r.CodFornec \wedge$$

$$e.CodPeça = p.CodPeça$$

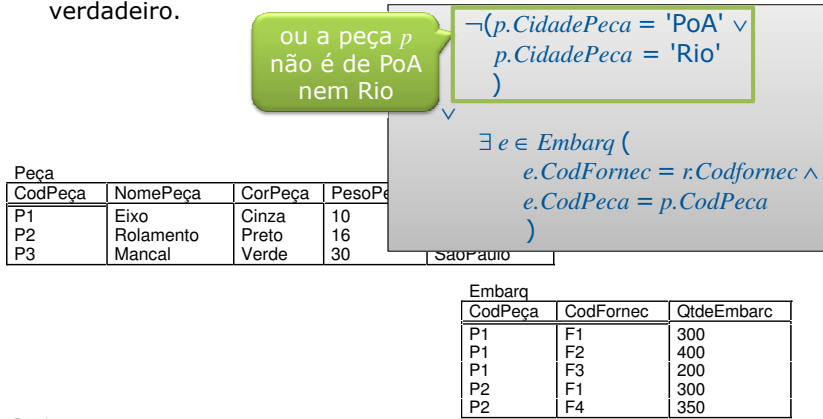
$$)$$

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

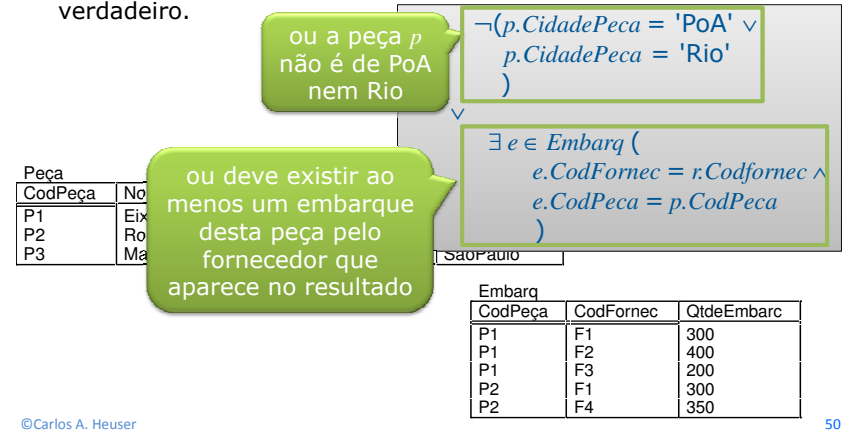
## Quantificador universal: exemplo de execução

- Percorre-se cada peça  $p$ .
- Verifica-se para a peça se o predicado do quantificador universal é verdadeiro.



## Quantificador universal: exemplo de execução

- Percorre-se cada peça  $p$ .
- Verifica-se para a peça se o predicado do quantificador universal é verdadeiro.



## Quantificador universal: exemplo de execução

- Percorre-se cada peça  $p$ .
- Verifica-se para a peça se o predicado do quantificador universal é verdadeiro.
- Se o predicado for verdadeiro para todas peças, o fornecedor  $r.CodFornec$  faz parte do resultado

CodPeca	NomePeca	CorPeca	PesoPeca	CidadePeca
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

CodPeca	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser 51

## Quantificador universal: exemplo de execução

- Vamos considerar como possível resultado:  
 $r.CodFornec = 'F1'$
- Percorre-se cada peça  $p$ .
- Começamos com  $p$  na linha de 'P1' e verificamos se o predicado do quantificador universal é verdadeiro.

CodPeca	NomePeca	CorPeca	PesoPeca	CidadePeca
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

CodPeca	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser 52

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$   
 $p$  na linha de 'P1'

peça é de 'PoA' e existe  
um embarque de 'P1'  
para o fornecedor em  
questão  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

53

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$   
 $p$  na linha de 'P1'

peça é de 'PoA' e existe  
um embarque de 'P1'  
para o fornecedor em  
questão  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

54

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$   
 $p$  na linha de 'P2'

peça é do 'Rio' e existe  
um embarque de 'P2'  
para o fornecedor em  
questão  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

55

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$   
 $p$  na linha de 'P2'

peça é do 'Rio' e existe  
um embarque de 'P2'  
para o fornecedor em  
questão  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

56

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$   
 $p$  na linha de 'P3'

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

57

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$   
 $p$  na linha de 'P3'

'P3' não é de PoA nem  
Rio  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

58

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$   
 $p$  na linha de 'P3'

'P3' não é de PoA nem  
Rio  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
✓ P1	Eixo	Cinza	10	PoA
✓ P2	Rolamento	Preto	16	Rio
✓ P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

59

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F1'$

predicado é verdadeiro  
para todas peças  
→  
linha  $r$  faz parte do  
resultado

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
✓ P1	Eixo	Cinza	10	PoA
✓ P2	Rolamento	Preto	16	Rio
✓ P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

60

## Quantificador universal: exemplo de execução

- Vamos considerar como possível resultado:

$r.CodFornec = 'F2'$

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

61

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F2'$

$p$  na linha de 'P1'

peça é de 'PoA' e existe um embarque de 'P1' para o fornecedor em questão  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

62

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F2'$

$p$  na linha de 'P1'

peça é de 'PoA' e existe um embarque de 'P1' para o fornecedor em questão  
→  
predicado é verdadeiro

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
✓ P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

63

## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F2'$

$p$  na linha de 'P2'

'P2' é do Rio, mas não existe um embarque de 'P2' para o fornecedor em questão  
→  
predicado é falso

Peça				
CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
✓ P1	Eixo	Cinza	10	PoA
✗ P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq		
CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
P1	F1	300
P1	F2	400
P1	F3	200
P2	F1	300
P2	F4	350

©Carlos A. Heuser

64



## Quantificador universal: exemplo de execução

$r.CodFornec = 'F2'$   
 $p$  na linha de 'P2'

predicado não é verdadeiro para todas peças  
 $\rightarrow$   
 linha  $r$  NÃO faz parte do resultado

Peça	CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
✓	P1	Eixo	Cinza	10	PoA
✗	P2	Rolamento	Preto	16	Rio
	P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo

Embarq	CodPeça	CodFornec	QtdeEmbarc
	P1	F1	300
	P1	F2	400
	P1	F3	200
	P2	F1	300
	P2	F4	350

## Conector implica

- Fórmulas envolvendo o quantificador universal muitas vezes são escritas usando o conector lógico **implica** ( $\Rightarrow$ ).

- A fórmula:

$$P \Rightarrow Q$$

significa:

- $P$  implica  $Q$ , ou
- se  $P$  então  $Q$  (se  $P$  é verdadeiro, então  $Q$  também deve ser).

- A fórmula é equivalente a:

$$\neg P \vee Q$$

## Conector implica – tabela verdade

- A tabela verdade para o conector **implica** é a seguinte:

$P$	$Q$	$P \Rightarrow Q$ $\neg P \vee Q$
Verdadeiro	Verdadeiro	Verdadeiro
Verdadeiro	Falso	Falso
Falso	Verdadeiro	Verdadeiro
Falso	Falso	Verdadeiro

## Quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- Obter os códigos dos fornecedores, tal que, para toda peça de 'PoA' ou de 'Rio', exista um embarque para a peça em questão feito pelo fornecedor em questão.

```
{r |
  ∀ p ∈ Peca (
    (p.CidadePeca = 'PoA' ∨
     p.CidadePeca = 'Rio'
    )
  ⇒
  ∃ e ∈ Embarq (
    e.CodFornec = r.Codfornec ∧
    e.CodPeca = p.CodPeca
  ))
}
```

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

uma linha  $r$   
faz parte do  
resultado se:

$$\{r \mid \forall p \in Peca ( (p.CidadePeca = 'PoA' \vee p.CidadePeca = 'Rio') \Rightarrow \exists e \in Embarq ( e.CodFornec = r.Codfornec \wedge e.CodPeca = p.CodPeca ) ) \}$$

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

para toda  
peça  $p$   
vale que

$$\{r \mid \forall p \in Peca ( (p.CidadePeca = 'PoA' \vee p.CidadePeca = 'Rio') \Rightarrow \exists e \in Embarq ( e.CodFornec = r.Codfornec \wedge e.CodPeca = p.CodPeca ) ) \}$$

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

se a peça  
 $p$  é de PoA  
ou Rio

$$\{r \mid \forall p \in Peca ( (p.CidadePeca = 'PoA' \vee p.CidadePeca = 'Rio') \Rightarrow \exists e \in Embarq ( e.CodFornec = r.Codfornec \wedge e.CodPeca = p.CodPeca ) ) \}$$

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

então

$$\{r \mid \forall p \in Peca ( (p.CidadePeca = 'PoA' \vee p.CidadePeca = 'Rio') \Rightarrow \exists e \in Embarq ( e.CodFornec = r.Codfornec \wedge e.CodPeca = p.CodPeca ) ) \}$$

## Quantificador universal

- Interpretação do predicado  $P(r)$ .

$$\{r \mid$$

$$\quad \forall p \in Peca ($$

$$\quad \quad (p.CidadePeca = 'PoA' \vee$$

$$\quad \quad \quad p.CidadePeca = 'Rio'$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad \Rightarrow$$

$$\quad \exists e \in Embarq ($$

$$\quad \quad e.CodFornec = r.Codfornec \wedge$$

$$\quad \quad e.CodPeca = p.CodPeca$$

$$\quad \quad )$$

deve existir ao menos um embarque desta peça pelo fornecedor que aparece no resultado

## Cálculo sem o quantificador universal

- SQL implementa o quantificador existencial, mas **não** oferece o **quantificador universal**.
- O quantificador universal não é necessário do ponto de vista teórico. Seu efeito pode ser simulado usando o quantificador existencial:

$$\forall t \in Tab (P(t))$$

é equivalente a

$$\neg \exists t \in Tab (\neg P(t))$$

## Cálculo sem o quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- O **enunciado** pode ser **reescrito** para:
  - Obter os códigos dos fornecedores, tal que, não exista nenhuma peça de 'PoA' ou de 'Rio', para a qual não exista um embarque, feito pelo fornecedor em questão.

## Cálculo sem o quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- Solução com quantificador universal:

$$\{r \mid$$

$$\quad \forall p \in Peca ($$

$$\quad \quad \neg (p.CidadePeca = 'PoA' \vee$$

$$\quad \quad \quad p.CidadePeca = 'Rio'$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad \vee$$

$$\quad \quad \exists e \in Embarq ($$

$$\quad \quad \quad e.CodFornec = r.Codfornec \wedge$$

$$\quad \quad \quad e.CodPeca = p.CodPeca$$

$$\quad \quad )$$

$$\quad )$$

$$\}$$

## Cálculo sem o quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- Substituindo quantificador universal por existencial:

```
{r |  
  ∃ p ∈ Peca (  
    ¬(  
      ¬(p.CidadePeca = 'PoA' ∨  
        p.CidadePeca = 'Rio')  
    )  
    ∨  
    ∃ e ∈ Embarq (  
      e.CodFornec = r.Codfornec ∧  
      e.CodPeca = p.CodPeca  
    )  
  )  
}
```

## Cálculo sem o quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores que possuem embarques para **todas** peças de 'PoA' ou de 'Rio'.
- Alicando a Lei de De Morgan:

```
{r |  
  ¬∃ p ∈ Peca (  
    (  
      ¬¬(p.CidadePeca = 'PoA' ∨  
        p.CidadePeca = 'Rio')  
    )  
    ∧  
    ¬∃ e ∈ Embarq (  
      e.CodFornec = r.Codfornec ∧  
      e.CodPeca = p.CodPeca  
    )  
  )  
}
```

## Cálculo sem o quantificador universal

- Obter os códigos dos fornecedores, tal que, **não exista** nenhuma peça de 'PoA' ou de 'Rio', para a qual **não exista** um embarque, feito pelo fornecedor em questão.
- Substituindo a dupla negação:

```
{r |  
  ¬∃ p ∈ Peca (  
    (  
      (p.CidadePeca = 'PoA' ∨  
        p.CidadePeca = 'Rio')  
    )  
    ∧  
    ¬∃ e ∈ Embarq (  
      e.CodFornec = r.Codfornec ∧  
      e.CodPeca = p.CodPeca  
    )  
  )  
}
```

## QUEL: Uma linguagem baseada em cálculo relacional

- O SGBD acadêmico **Ingres** utilizava a linguagem de consulta QUEL, cuja sintaxe baseia-se no cálculo relacional de tuplas
- A Instrução **RANGE** serve para definir o escopo das variáveis de tupla.
- A instrução **RETRIEVE** é a instrução de consulta a base de dados (forma e modelo de execução baseados em cálculo relacional)

## Exemplo de Quel

```
RANGE OF
  Peça IS Peça,
  Fornec IS Fornec,
  Embarq IS Embarq
RETRIEVE
(Fornec.CodigoFornec,
  Fornec.NomeFornec, Fornec.StatusFornec)
WHERE (Fornec.StatusFornec > 5 AND
  Fornec.CidadeFornec = 'Rio')
```

- O quantificador existencial não necessita ser especificado explicitamente em QUEL:

```
RETRIEVE (Fornec.NomeFornec) WHERE
(Fornec.CodFornec=Embarq.CodFornec AND
  Peça.CodPeça=Embarq.CodPeça AND
  Peça.CorPeça="Verm") )
```

## Cálculo relacional de domínios

- Há um outro cálculo relacional, chamado **cálculo relacional de domínios**.
- Neste, as variáveis correm sobre os domínios dos atributos e não sobre as tuplas (linhas de uma tabela).
- Ambos tem o mesmo poder de expressão.

## Cálculo relacional de domínios

- Exemplo:

```
{<CodPeca, NomePeca> |
  ∃ PesoPeca, CidadePeca (
    < CodPeca, NomePeca, PesoPeca, CidadePeca> ∈ Peca ∧
    PesoPeca > 5 ∧
    CidadePeca <> 'Rio'
  )
}
```

- Obtém código e nome de peças que não são do Rio e cujo peso excede 5.

CodPeça	NomePeça	CorPeça	PesoPeça	CidadePeça
P1	Eixo	Cinza	10	PoA
P2	Rolamento	Preto	16	Rio
P3	Mancal	Verde	30	SãoPaulo