

Nome:  
Cartão:

## Prova 1

Dicas gerais:

- Leia todas as questões antes de começar e pergunte em caso de dúvidas.
- Organize as suas respostas. Questões com soluções/tentativas de soluções fragmentadas e dispersas ao longo das folhas de resposta terão conceito zero

### Questão 1 (Semântica denotational do laço while)

(0,5pt) Qual é a equação semântica que define a semântica denotational do laço while? Explique o significado dessa equação.

### Questão 2 (Semântica axiomática)

(2pt) Considere o seguinte programa  $P$  em IMP

```
while x < y do (  
  x := x + 1  
  y := y - 1  
)
```

com a especificação  $\{x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge x \leq y\} P \{(x = y \vee x = y + 1) \wedge x - x_0 = y_0 - y\}$ .

(a) Assinale abaixo a invariante adequada para provar a corretude parcial de  $P$  (em relação a especificação)?

- ☐ true
- ☐  $x \leq y + 1 \wedge xy = x_0 y_0$
- ☐ false
- ☐  $x \leq y + 1 \wedge x + y = x_0 + y_0$
- ☐  $x = y \vee x = y + 1$

(b) Prove a corretude parcial, usando o cálculo de Hoare com a invariante adequada do item (a).

(c) Qual é uma variante adequada para provar a corretude total (em relação a especificação)?

- ☐  $x$
- ☐  $x + y$
- ☐  $y - x$
- ☐  $y - x + 1$
- ☐  $y$

### Questão 3 (Semântica Axiomática)

(1pt) O que significam as seguintes propriedades em relação ao conjunto de regras que constituem uma semântica axiomática de uma linguagem de programação:

1. segurança
2. completeza
3. decidibilidade

### Questão 4 (Semântica Denotational)

(1,5pt) Usando as equações da semântica denotacional mostra a equivalência entre os comandos

$$\llbracket (\text{if } b \text{ then } c_0 \text{ else } c_1) ; c_2 \rrbracket = \llbracket \text{if } b \text{ then } c_0 ; c_2 \text{ else } c_1 ; c_2 \rrbracket$$

### Questão 5 (Semântica Denotational)

Considere o seguinte programa de IMP

```
while (n>0) do (  
  n:=2*n-3  
)
```

- (a) (1,5pt) Calcule  $F^1(\perp)$ ,  $F^2(\perp)$  e  $F^3(\perp)$  explicitamente.  
(b) (1,5pt) Qual é o menor limite superior da cadeia

$$F^0(\perp) \subseteq F^1(\perp) \subseteq F^2(\perp) \subseteq \dots \quad ?$$

**Questão 6 (Execução inversa)**

Suponha um comando **reverse**  $c_1$   $c_2$  que, dados dois comandos  $c_1$  e  $c_2$ , os execute na ordem  $c_2$  e depois  $c_1$ .

- (a) (1pt) Defina a semântica denotacional desse comando  
(b) (1pt) Usando a equação semântica do item anterior e da seqüência, prove que

$$\llbracket \text{reverse } c_1 \ (\text{reverse } c_2 \ c_3) \rrbracket = \llbracket c_1; c_2; c_3 \rrbracket$$

**Questão 7 (Questão Extra)**

(2 pts) Esta questão está relacionada com a semântica do comando **for**:

- Identifique e descreva informalmente pelo menos duas semânticas diferentes para o comando **for**  $v := e_1$  **to**  $e_2$  **do**  $c$
- Ilustre as diferenças com exemplos concretos
- Defina a semântica denotacional para cada uma das semânticas propostas no item anterior