Linguagens e Alfabetos

Teoria da Computação

INF05501

Conceitos Básicos

- Para descrevermos procedimentos efetivos, usaremos alguns **modelos** e estabeleceremos **relações** entre estes modelos

- Tais modelos se baseiam em alguns conceitos básicos, os quais veremos a seguir

Linguagens

- Linguagem é um conceito fundamental no estudo da Teoria da Computação
- Define uma **forma precisa de se expressarem problemas**
- Desta forma, permite um desenvolvimento formal adequado ao **estudo da computabilidade**

Linguagens (cont.)

- Definição do dicionário:

  "Uso da palavra articulada ou escrita como meio de expressão e comunicação entre pessoas."

- Tal definição não é suficientemente precisa para permitir o **desenvolvimento matemático de uma teoria sobre linguagens**

Alfabetos

- Um alfabeto é o componente básico de uma linguagem, através do qual se definem quais são os **símbolos (caracteres)** permitidos
- A definição de um alfabeto estabelece um **padrão de símbolos inteligíveis** na linguagem
- Também cria **restrições sobre o quê pode ser representado** usando tal linguagem

Alfabetos (cont.)

- Mais formalmente, um alfabeto é definido como um **conjunto finito de símbolos**

- Exemplos de **alfabetos**:

  - $\{a, b, c\}$
  - $\{\}$

- Exemplos de conjuntos que **não são alfabetos**:

  - Conjunto dos número naturais
  - $\{a, b, aa, ab, ...\}$

Alfabetos (cont.)

- Quais dos conjuntos abaixo são alfabetos?
  - Conjunto dos números reais
  - Conjunto dos números naturais no intervalo $[5, 10)$
  - $\{\$, \#, \%\}$
  - $\{w, s, q, ...\}$

Palavras

- Uma cadeia de símbolos é uma **sequência de zero ou mais símbolos justapostos** de um alfabeto

- Uma **cadeia de símbolos finita** é usualmente denominada de palavra

- Logo, todo símbolo é também uma palavra

Palavras - Notações

- ε denota a **cadeia vazia ou palavra vazia**
- Se Σ representa um alfabeto
  - Σ^* denota o **conjunto de todas as palavras possíveis** de serem construídas com **símbolos de** Σ
  - Σ^+ denota $\Sigma^* - \varepsilon$

Palavras - Notações (cont.)

- **Exemplo:** Se $\Sigma = \{a, b\}$, então:

  $\Sigma^* =$?

  $\Sigma^+ =$?

Palavras - Notações (cont.)

- **Exemplo:** Se $\Sigma = \{a, b\}$, então:

  $\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, ...\}$

  $\Sigma^+ =$?

Palavras - Notações (cont.)

- **Exemplo:** Se $\Sigma = \{a, b\}$, então:

  $\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, ...\}$

  $\Sigma^+ = \{a, b, aa, bb, ab, ba, ...\}$

Comprimento de Palavras

- O comprimento de uma palavra é igual ao **número de símbolos que a compõem**

- Usa-se a notação $|w|$ para representar o comprimento de uma palavra w qualquer

- Assim

  $|a| = 1$

  $|abc| = 3$

  $|\varepsilon| = 0$

Subpalavras

- Uma subpalavra de uma palavra w é **qualquer sequência de símbolos contíguos** de w

  Exemplo: Se $w \stackrel{\text{def}}{=} abcde$, então b, bc e cde são exemplos de subpalavras de w

Subpalavras

- Uma subpalavra de uma palavra w é **qualquer sequência de símbolos contíguos** de w

  Exemplo: Se $w \stackrel{\text{def}}{=} abcde$, então b, bc e cde são exemplos de subpalavras de w

- Note que, pela definição
  - Toda palavra é uma subpalavra de si mesma
  - ε é uma subpalavra de todas as palavras

Subpalavras (cont.)

- **Subpalavras** de uma palavra w **que incluem o símbolo inicial** de w são ditas prefixos de w

  Exemplo: Se $w \stackrel{\text{def}}{=} abcde$, então a, ab e abc são exemplos de prefixos de w

- Da mesma forma, subpalavras de uma palavra w **que incluem o símbolo final** de w são ditas sufixos de w

  Exemplo: Se $w \stackrel{\text{def}}{=} abcde$, então e, de e cde são exemplos de sufixos de w

Subpalavras (cont.)

- Novamente, note que
  - Como prefixos e sufixos são subpalavras e toda palavra é uma subpalavra de si mesma, então toda palavra é prefixo e sufixo de si mesma
  - **Dentro do mesmo raciocínio, podemos dizer que ε é prefixo e sufixo de todas as palavras?**

Subpalavras (cont.)

- Dado que $q \stackrel{\text{def}}{=} f3a21P$
  - Quais são os possíveis prefixos de q?
  - Quais são os possíveis sufixos de q?

Linguagem Formal

- Uma Linguagem Formal, ou simplesmente linguagem, é **um conjunto de palavras sobre um alfabeto**

- **Exemplo:** Suponha o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Então:

  – O conjunto vazio e o conjunto formado pela palavra vazia são linguagens sobre Σ (Note que $\{\} \neq \{\varepsilon\}$)

  – O conjunto de **palíndromos** (palavras que têm a mesma leitura da esquerda para a direita e vice-versa) sobre Σ é um exemplo de **linguagem infinita**: $\{\varepsilon, a, b, aa, bb, aaa, aba, bab, bbb, aaaa, ...\}$

Concatenação de Palavras

- A concatenação de palavras é uma **operação binária**, definida sobre uma linguagem L

- Ela **associa, a cada par de palavras, uma palavra formada pela justaposição da primeira com a segunda**

- **Exemplo:** Sejam $w_1 \stackrel{\text{def}}{=} ab$ e $w_2 \stackrel{\text{def}}{=} cd$ palavras pertencentes a uma linguagem L qualquer, a concatenação w_1w_2 resulta na palavra $abcd$

Concatenação de Palavras (cont.)

- É importante frisar que a concatenação de palavras
  - **Não necessariamente** é **fechada em L** (i.e., se $w_1 \in L$ e $w_2 \in L$, sendo L uma linguagem qualquer, $w_1 w_2$ pode ou não pertencer a L)
  - É **associativa**: $v(wt) = (vw)t = vwt$
  - Possui um **elemento neutro à esquerda e à direita**, o qual é a palavra vazia: $\varepsilon w = w \varepsilon = w$

Concatenação Sucessiva

- A concatenação sucessiva de uma palavra w (com ela mesma) é representada na forma de um expoente w^n, onde n é o número de concatenações sucessivas

- Esta operação é definida indutivamente a partir da operação de concatenação binária:

  $w^0 = \varepsilon$

  $w^n = w^{n-1}w$, para $n > 0$

- **Exemplos:** Seja $w \stackrel{\text{def}}{=} ab$

  $w^1 = ab \quad w^2 = abab \quad w^3 = ababab$

Exercícios

1. Crie uma linguagem cujo alfabeto possua 5 símbolos diferentes

2. Apresente 5 palavras de comprimento 4 que pertençam a sua linguagem

3. Para cada palavra do exercício anterior, apresente seus possíveis prefixos e sufixos

4. Dada uma palavra w, entre as palavras do exercício 2, apresente w^3

5. Apresente exemplos, usando a sua linguagem, que demonstrem se a concatenação de palavras em sua linguagem é associativa, comutativa e fechada