MAT 01375 – Matemática Discreta B	2009/2
Lista de Exercícios 2	

1. Seja $A = \{3, 4, 5, 7, 9, 11, 13\}$. Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas (justifique sua resposta).

   a) $(\forall x \in A)\ x^2 > 10$

   b) $(\forall x \in A)\ x + 3 \notin A$

   c) $(\forall x \in A)\ x$ é ímpar

   d) $(\forall x \in A)(\forall y \in A)\ x + y \in A$

   e) $(\forall x \in A)(\exists y \in A)\ x + y \in A$

   f) $(\forall x \in A)(\exists y \in A)\ x + 2y > 25$

2. Determine o valor verdade de cada uma das proposições abaixo:

   a) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(x + y = 0)$

   b) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x + y = 0)$

   c) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(x + y = 0)$

   d) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x + y = 0)$

   e) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(x \cdot y = 0)$

   f) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x \cdot y = 0)$

   g) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(x \cdot y = 0)$

   h) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x \cdot y = 0)$

   i) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(x > y \ \vee \ y > x)$

   j) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(x^2 = y)$

   k) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x^2 = y)$

   l) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x^2 = y)$

   m) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(x + 5 = y)$

   n) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x + 5 = y)$

   o) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{N})(x + 5 = y)$

   p) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(5x = y)$

   q) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(x - y \in \mathbb{Z})$

   r) $(\forall x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N})(x - y \in \mathbb{N})$

   s) $(\forall x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N})(xy$ não é primo$)$

   t) $(\exists x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N})(xy$ não é primo$)$

   u) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(\forall z \in \mathbb{Z})(xy > z)$

   v) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(\forall z \in \mathbb{Z})(xy > z)$

   x) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\forall y \in \mathbb{Z})(\exists z \in \mathbb{Z})(xy > z)$

3. Negue as proposições do exercício anterior.

4. Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função. Dizemos que f é uma função contínua em $x_0 \in \mathbb{R}$ se e somente se para cada $\epsilon > 0$ existe um número $\delta > 0$ tal que $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$, sempre que $|x - x_0| < \delta$.

   a) Reescreva a definição acima utilizando os quantificadores $\forall, \exists$ e os conectivos lógicos estudados.

   b) Negue a proposição acima; ou seja, complete a frase: Dizemos que f não é contínua em $x_0 \in \mathbb{R}$ se e somente se ...

5. A CONTRAPOSITIVA de uma proposição do tipo $p \longrightarrow q$ é a proposição $q \longrightarrow p$. Escreva em linguagem corrente, a contrapositiva e a negação das seguintes afirmações:

   a) Se todos os gatos estão miando então algum cachorro latiu.

   b) Se algum vídeo é bom então todos acessam o utube.

   c) Se todos os bixos são pintados então todos os veteranos ficam felizes.

6. Negue as seguintes proposições expressando-as em linguagem corrente.

   a) Se ocorrer algum tumulto então alguém é morto.

   b) Todo número inteiro é racional.

   c) Algumas retas do plano não são paralelas.

   d) Nenhum triângulo escaleno é isósceles.

   e) Todo número natural n é tal que $n^2 + 2 > 8$.

   f) Todos os triângulos são isósceles.

7. Quais das afirmações abaixo são verdadeiras? Justifique.

   a) $(\forall n \in \mathbb{N})\ n = 2 \implies n^2 - n - 2 = 0$.

   b) $(\forall n \in \mathbb{N})\ n^2 - n - 2 = 0 \implies n = 2$.

   c) $(\forall n \in \mathbb{N})\ n^2 - n - 2 = 0 \implies (n = -1 \ \wedge\ n = 2)$.

   d) $(\forall n \in \mathbb{N})\ n^2 - n - 2 = 0 \implies (n = -1 \ \vee\ n = 2)$.

   e) $(\forall n \in \mathbb{N})\ n^2 - n - 2 = 0 \iff (n = -1 \ \wedge\ n = 2)$.

   f) $(\forall n \in \mathbb{N})\ n^2 - n - 2 = 0 \iff (n = -1 \ \vee\ n = 2)$.

   g) $(\forall n \in \mathbb{N})\ (n^2 - n - 2 = 0 \implies n = 2) \ \vee\ (n^2 - n - 2 = 0 \implies n = -1)$.

   h) $(\forall n \in \mathbb{N})\ (n = 2 \implies n^2 - n - 2 = 0) \ \vee\ (n = -1 \implies n^2 - n - 2 = 0)$.

   i) $(\forall n \in \mathbb{N})\ (n = 2 \implies n^2 - n - 2 = 0) \ \wedge\ (n = -1 \implies n^2 - n - 2 = 0)$.

   j) $(\forall n \in \mathbb{Z})\ n > 5 \implies n^2 > 25$.

   k) $(\forall n \in \mathbb{Z})\ n^2 > 25 \implies n > 5$.