Inteligência Artificial

Solução de exercícios

Prof. Paulo Martins Engel

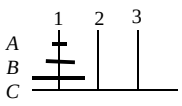
1. Considere o problema das **Torres de Hanói**, envolvendo 3 argolas de tamanhos diferentes, identificadas pelas letras *A*, *B* e *C* sendo as relações de tamanho ($A < B < C$) e 3 pinos numerados (1, 2, 3). Neste problema as argolas podem estar empilhadas, mas em nenhuma configuração, uma argola de tamanho maior pode ser colocada acima de uma argola menor. Em cada jogada, apenas uma única argola pode ser movimentada, a qual deve estar livre, ou seja, estar ou sozinha num pino ou no topo de uma pilha de argolas.

   Considere ainda que o estado do jogo é representado por uma trinca (i, j, k) onde i é o número do pino onde se encontra a argola *C*, j representa o pino da argola *B* e k o pino da argola *A*.

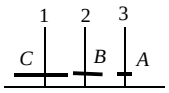
(a) Partindo do estado inicial (1, 1, 1), desenhe o grafo de estados contendo todas as jogadas válidas.

(b) A partir deste grafo, determine a menor seqüência de estados que leva do estado inicial (1, 1, 1) ao estado (2, 2, 2).

(c) A partir de um novo estado inicial (1, 2, 3), determine pelo grafo a menor seqüência de estados que leva ao estado (2, 3, 1).

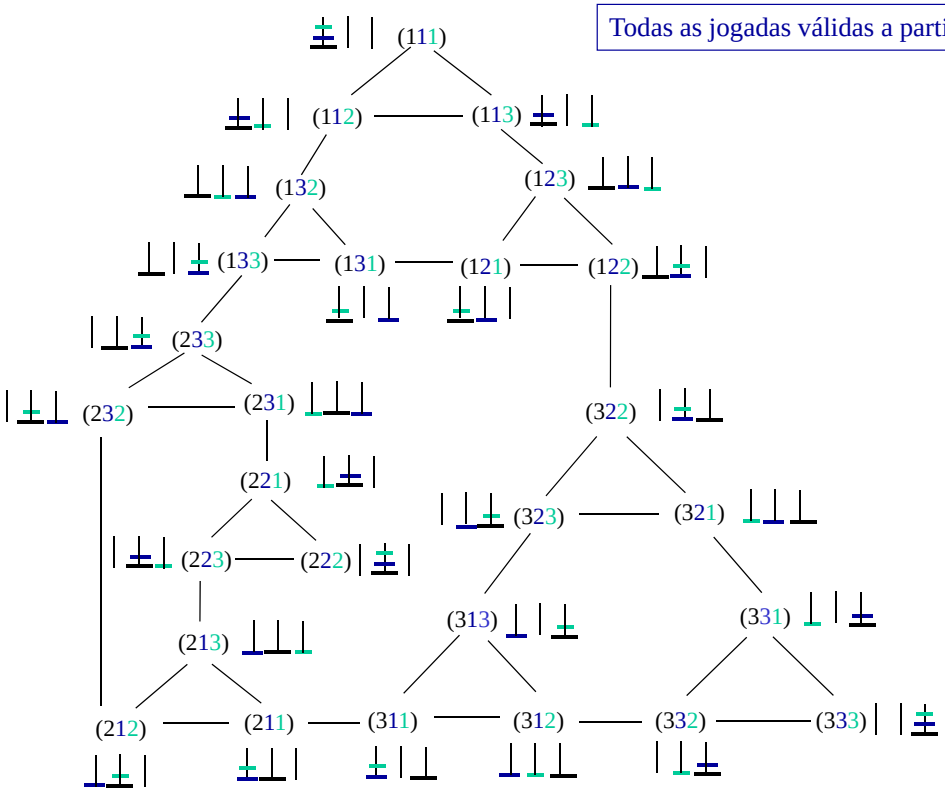


Estado: (1, 1, 1)

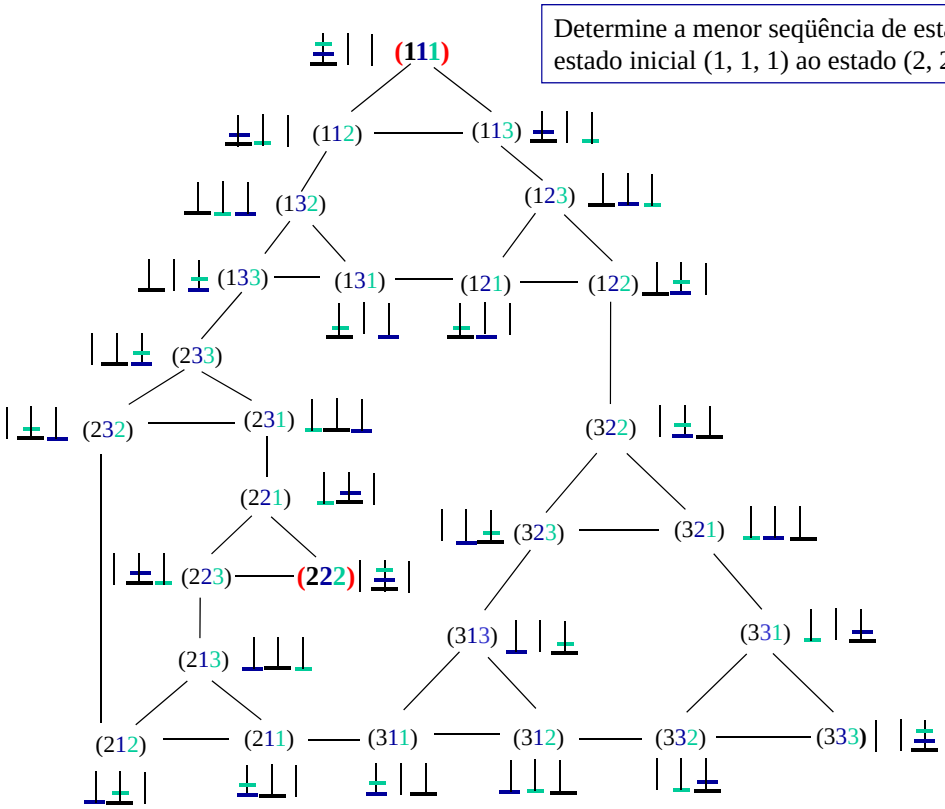


Estado: (1, 2, 3)

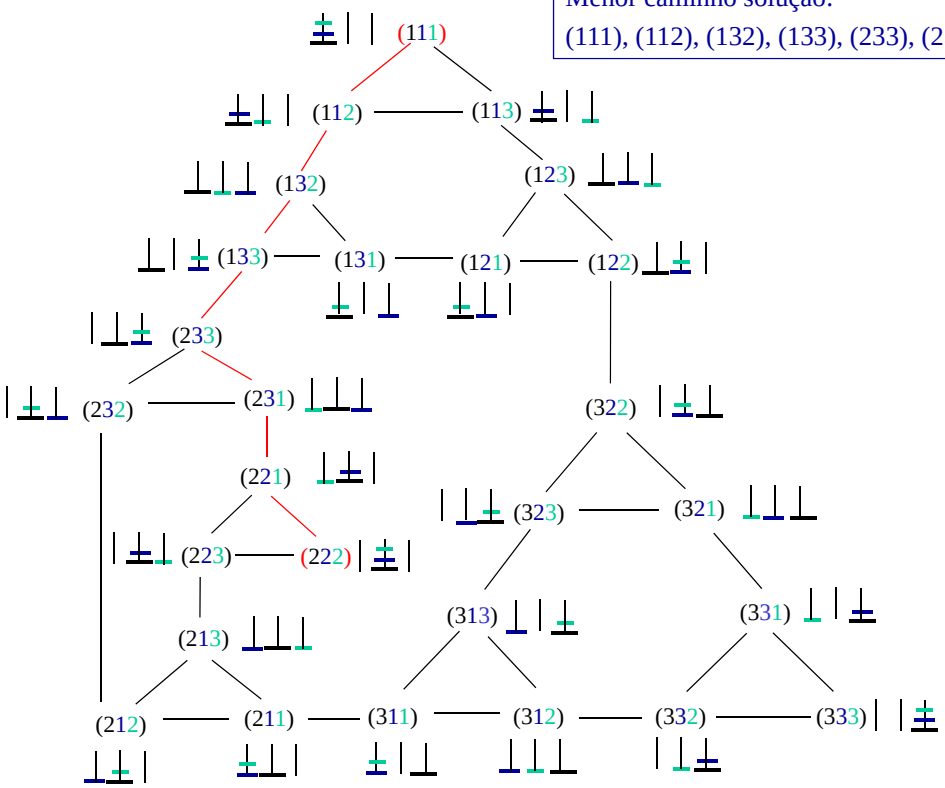
Todas as jogadas válidas a partir de (1,1,1)



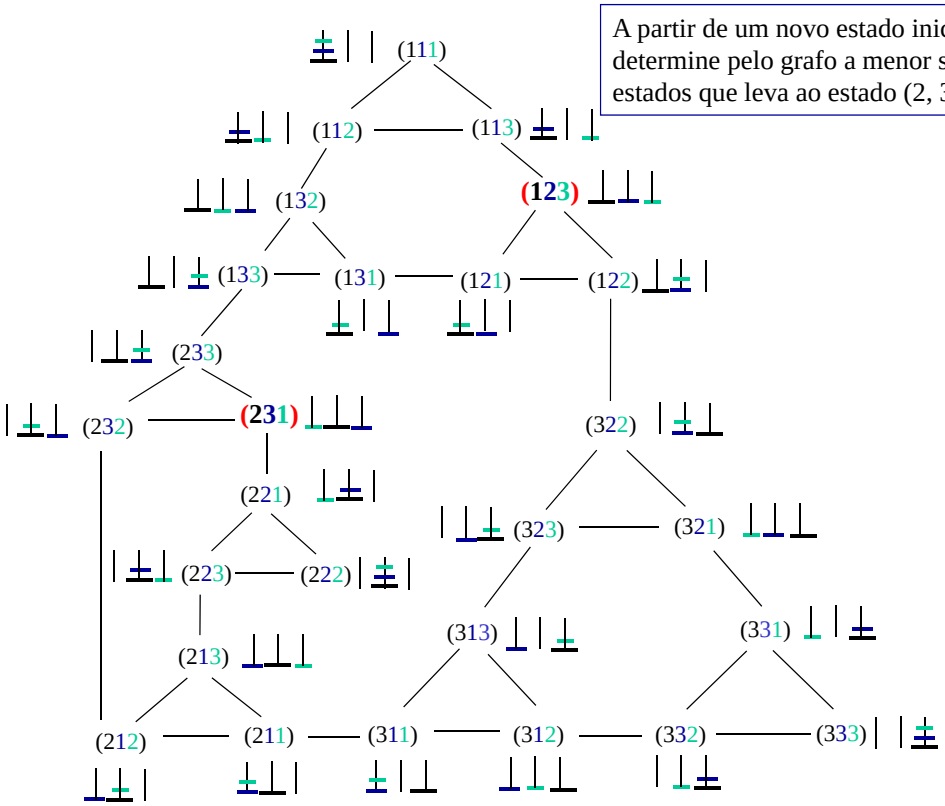
Determine a menor seqüência de estados que leva do estado inicial (1, 1, 1) ao estado (2, 2, 2)



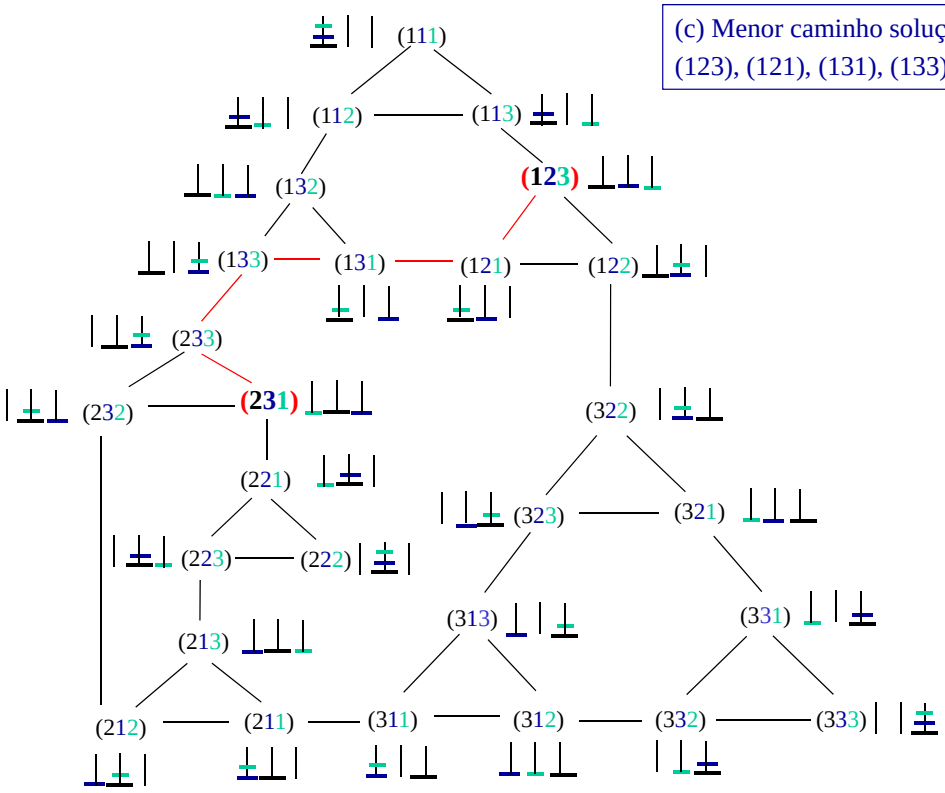
Menor caminho solução:
(111), (112), (132), (133), (233), (231), (221), (222)



A partir de um novo estado inicial (1, 2, 3), determine pelo grafo a menor seqüência de estados que leva ao estado (2, 3, 1).



(c) Menor caminho solução:
(123), (121), (131), (133), (233), (231)



2. Considere a Base de Regras (BR) e a Base de Fatos (BF) abaixo. Considerando-se que o objetivo a ser buscado é Q, especifique a ordem de disparo das regras segundo o mecanismo de inferência por:

a. Encadeamento progressivo (em profundidade):

OBJETIVO: Q
BASE DE FATOS: A, C, D, E, G, H
BASE DE REGRAS:

R1: I,M $\rightarrow$ Q
R2: I,P $\rightarrow$ J
R3: D,G $\rightarrow$ B
R4: A,B $\rightarrow$ P
R5: D,B $\rightarrow$ M
R6: F,P $\rightarrow$ Q
R7: J,F $\rightarrow$ R
R8: E,H $\rightarrow$ I
R9: H,C $\rightarrow$ F

2a. Encadeamento progressivo (em profundidade):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Base de fatos
	A, C, D, E, G, H
R3	A, C, D, E, G, H, B
R4	A, C, D, E, G, H, B, P
R5	A, C, D, E, G, H, B, P, M
R8	A, C, D, E, G, H, B, P, M, I
R1	A, C, D, E, G, H, B, P, M, I, Q

Caminho solução:
R3, R4, R5, R8, R1

2b. Encadeamento progressivo (em amplitude):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Base de fatos	Fatos novos
	A, C, D, E, G, H	

2b. Encadeamento progressivo (em amplitude):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Base de fatos	Fatos novos
	A, C, D, E, G, H	
R3		B
R8		B, I
R9		B, I, F

2b. Encadeamento progressivo (em amplitude):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Base de fatos	Fatos novos
	A, C, D, E, G, H, B, I, F	

2b. Encadeamento progressivo (em amplitude):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Base de fatos	Fatos novos
	A, C, D, E, G, H, B, I, F	
R4		P,
R5		P, M

2b. Encadeamento progressivo (em amplitude):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Base de fatos	Fatos novos
	A, C, D, E, G, H, B, I, F, P, M	

2b. Encadeamento progressivo (em amplitude):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Base de fatos	Fatos novos
	A, C, D, E, G, H, B, I, F, P, M	
R1		Q

Caminho solução:
R3, R8, R5, R1

2c. Encadeamento regressivo (em profundidade):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Metas	Base de fatos
	Q	A, C, D, E, G, H

2c. Encadeamento regressivo (em profundidade):

OBJETIVO: Q

BASE DE FATOS:

A, C, D, E, G, H

BASE DE REGRAS:

R1: I,M → Q
R2: I,P → J
R3: D,G → B
R4: A,B → P
R5: D,B → M
R6: F,P → Q
R7: J,F → R
R8: E,H → I
R9: H,C → F

Regra aplicada	Metas	Base de fatos
	Q	A, C, D, E, G, H
R1	I, M	A, C, D, E, G, H, Q
R8	M	A, C, D, E, G, H, Q, I
R5	B	A, C, D, E, G, H, Q, I, M
R3	–	A, C, D, E, G, H, Q, I, M, B

Caminho solução:
R3, R5, R8, R1

3. Considerando o sistema lógico do consultor financeiro apresentado em aula, e reproduzido abaixo, qual seria o tipo de investimento recomendado pelo sistema a uma pessoa com **dois dependentes**, uma **poupança de $15.000,00** e uma **renda estável de $20.000,00**? Mostre os cálculos.

1. **conta_poupança(inadequada) → investimento(poupança).**
2. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(adequada) → investimento(ações).**
3. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(inadequada) → investimento(combinação).**
4. ∀ **X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(adequada).**
5. ∀ **X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(inadequada).**
6. ∀ **X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, renda_min(Y))) → renda(adequada).**
7. ∀ **X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, renda_min(Y))) → renda(inadequada).**
8. ∀ **X ganhos(X, instável) → renda(inadequada).**

- onde **poupança_min(X) ≡ 5000 ∗ X** e **renda_min(X) ≡ 15000 + (4000 ∗ X)**.

- Acréscimo dos fatos como proposições lógicas à base:

1. **conta_poupança(inadequada) → investimento(poupança).**
2. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(adequada) → investimento(ações).**
3. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(inadequada) → investimento(combinação).**
4. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(adequada).**
5. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(inadequada).**
6. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, renda_min(Y))) → renda(adequada).**
7. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, renda_min(Y))) → renda(inadequada).**
8. **∀ X ganhos(X, instável) → renda(inadequada).**

9. **dependentes(2)**
10. **quantia_poupada(15000)**
11. **ganhos(20000, estável)**

← investimento(X)

poupança_min(X) ≡ 5000 ∗ X
renda_min(X) ≡ 15000 + (4000 ∗ X).

4 ou 5? com X= 15000, Y=2 poupança_min(2)=5000*2=10000

4. **quantia_poupada(15000) ∧ (dependentes(2) ∧ maior(15000, poupança_min(2))) → conta_poupança(adequada).**
5. **quantia_poupada(15000) ∧ (dependentes(2) ∧ ¬ maior(15000, poupança_min(2))) → conta_poupança(inadequada).**

∴ **conta_poupança(adequada)**

1. **conta_poupança(inadequada) → investimento(poupança).**
2. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(adequada) → investimento(ações).**
3. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(inadequada) → investimento(combinação).**
4. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(adequada).**
5. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(inadequada).**
6. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, renda_min(Y))) → renda(adequada).**
7. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, renda_min(Y))) → renda(inadequada).**
8. **∀ X ganhos(X, instável) → renda(inadequada).**
9. **dependentes(2)**
10. **quantia_poupada(15000)**
11. **ganhos(20000, estável)**

- onde **poupança_min(X) ≡ 5000 ∗ X** e **renda_min(X) ≡ 15000 + (4000 ∗ X).**

6 ou 7 ? com X=2000, Y=2 **renda_min(2) ≡ 15000 + (4000 ∗ 2) = 23000**

6. ganhos(2000, estável) ∧ (dependentes(2) ∧ maior(20000, renda_min(2))) → renda(adequada)

7. ganhos(2000, estável) ∧ (dependentes(2) ∧ ¬ maior(20000, renda_min(2))) → renda(inadequada)

∴ renda(inadequada)

1. **conta_poupança(inadequada) → investimento(poupança).**
2. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(adequada) → investimento(ações).**
3. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(inadequada) → investimento(combinação).**
4. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(adequada).**
5. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(inadequada).**
6. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, renda_min(Y))) → renda(adequada).**
7. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, renda_min(Y))) → renda(inadequada).**
8. **∀ X ganhos(X, instável) → renda(inadequada).**
9. **dependentes(2)**
10. **quantia_poupada(15000)**
11. **ganhos(20000, estável)**
12. **Conta_poupança(adequada)**

- onde **poupança_min(X) ≡ 5000 ∗ X** e **renda_min(X) ≡ 15000 + (4000 ∗ X)**.

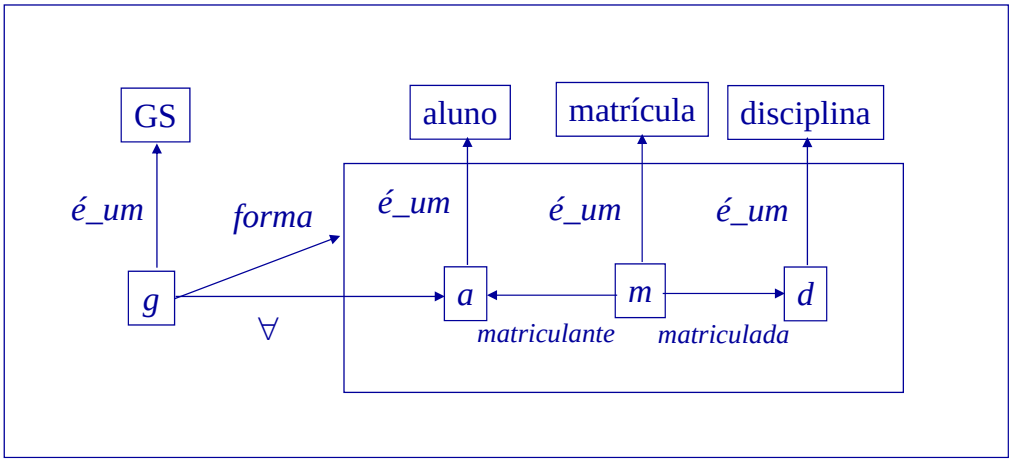
Por 3.

3. conta_poupança(adequada) ∧ renda(inadequada) → investimento(combinação).

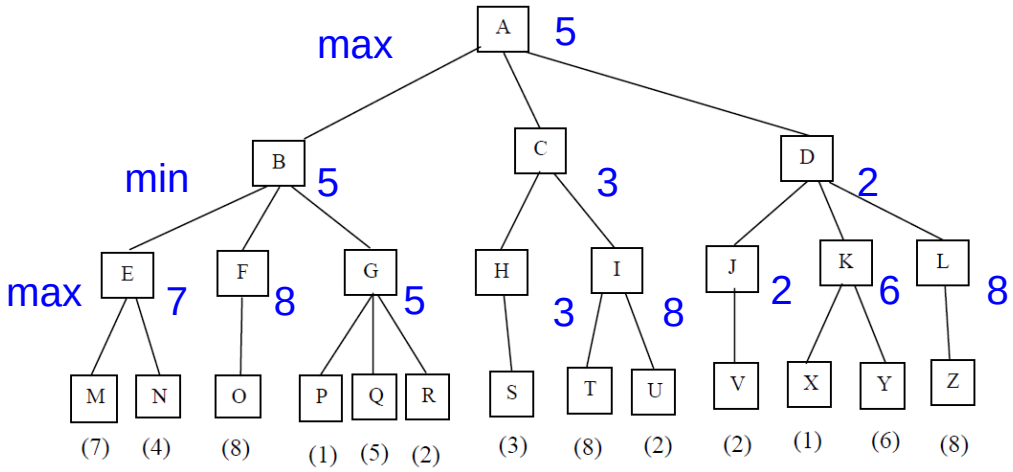
∴ investimento(combinação)

1. **conta_poupança(inadequada) → investimento(poupança).**
2. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(adequada) → investimento(ações).**
3. **conta_poupança(adequada) ∧ renda(inadequada) → investimento(combinação).**
4. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(adequada).**
5. **∀ X quantia_poupada(X) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, poupança_min(Y))) → conta_poupança(inadequada).**
6. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ maior(X, renda_min(Y))) → renda(adequada).**
7. **∀ X ganhos(X, estável) ∧ ∃ Y (dependentes(Y) ∧ ¬ maior(X, renda_min(Y))) → renda(inadequada).**
8. **∀ X ganhos(X, instável) → renda(inadequada).**
9. **dependentes(2)**
10. **quantia_poupada(15000)**
11. **ganhos(20000, estável)**
12. **Conta_poupança(adequada)**
13. **renda (inadequada)**

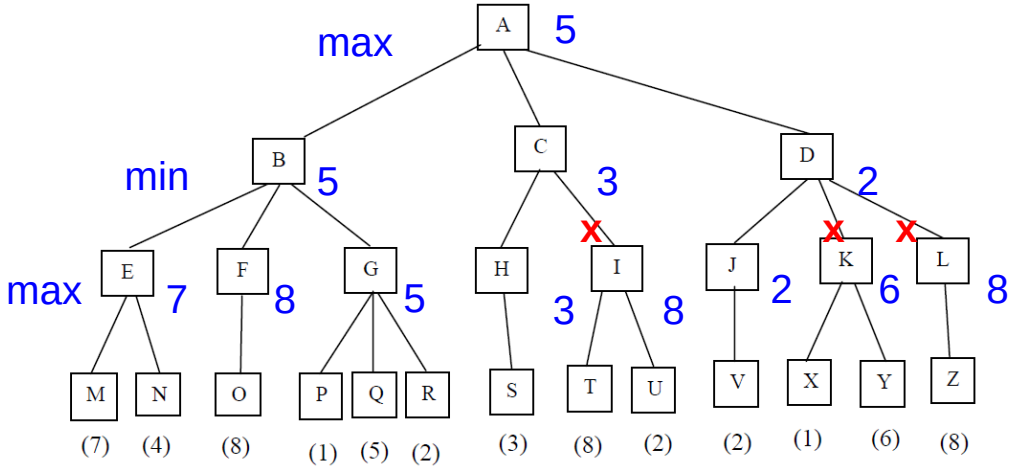
4. Como o fato: “Todo aluno se matricula numa disciplina”, pode ser representado por uma rede semântica?



5. Considerando que a jogada inicial é de maximização, qual seria a jogada escolhida por um algoritmo MINIMAX? Justifique colocando os valores para os níveis mais altos



5. Se aplicarmos o corte Alfa-Beta, quais são os nós que não precisarão ser avaliados?



6. Considere a seguinte base de regras para recomendação de participação em um jogo, em função de características do tempo.
O número entre parênteses após o consequente indica o Fator de Certeza (FC) de cada regra. Se FC for positivo, o seu valor corresponde à medida de crença (MC).
Se FC for negativo, o valor absoluto de FC corresponde à medida de descrença (MD).
Cada regra afeta somente uma das medidas, a outra permanece em zero.

R1: SE tempo = nublado ENTÃO recomendação = joga (FC = 0,7)
R2: SE ventoso = verdadeiro ENTÃO recomendação = joga (FC = – 0,7)
R3: SE temperatura = amena E umidade = normal ENTÃO recomendação = joga (FC = 0,9)
R4: SE tempo = chuvoso ENTÃO recomendação = joga (FC = 0,4)
R5: SE tempo = ensolarado E umidade = alta ENTÃO recomendação = não-joga (FC = 0,8)
R6: SE umidade = normal E ventoso = falso ENTÃO recomendação = não-joga (FC = – 0,7)

Considerando que num determinado dia o tempo esteja chuvoso, a temperatura esteja amena, a umidade seja normal e esteja ventando:

(a) Determinar, qual seria a recomendação que seria deduzida por esta base de regras.
(b) Calcule o FC acumulado desta conclusão.

Instância de teste:

tempo = chuvoso, temperatura = amena, umidade = normal, ventoso = verdadeiro

R1: SE tempo = nublado ENTÃO recomendação = joga (FC = 0,7)
R2: SE ventoso = verdadeiro ENTÃO recomendação = joga (FC = – 0,7)
R3: SE temperatura = amena E umidade = normal ENTÃO recomendação = joga (FC = 0,9)
R4: SE tempo = chuvoso ENTÃO recomendação = joga (FC = 0,4)
R5: SE tempo = ensolarado E umidade = alta ENTÃO recomendação = não-joga (FC = 0,8)
R6: SE umidade = normal E ventoso = falso ENTÃO recomendação = não-joga (FC = – 0,7)

(a) Determinar, qual seria a recomendação que seria deduzida por esta base de regras.

recomendação = joga

(b) Calcule o FC acumulado desta conclusão.

R2: (FC = – 0,7): MC = 0 MD = 0,7
R3: (FC = 0,9): MC = 0,9 MD = 0
R4: (FC = 0,4): MC = 0,4 MD = 0

(b) Calcule o FC acumulado desta conclusão.

R2: (FC = – 0,7): MC = 0 MD = 0,7
R3: (FC = 0,9): MC = 0,9 MD = 0
R4: (FC = 0,4): MC = 0,4 MD = 0

$$MC(H, R_1 \wedge R_2) = \begin{cases} 0 & \text{Se } MD(H, R_1 \wedge R_2) = 1 \\ MC(H, R_1) + MC(H, R_2) \,.\, (1 - MC(H, R_1)) & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

$$MD(H, R_1 \wedge R_2) = \begin{cases} 0 & \text{Se } MC(H, R_1 \wedge R_2) = 1 \\ MD(H, R_1) + MD(H, R_2) \,.\, (1 - MD(H, R_1)) & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

MC(joga, R2 $\wedge$ R3) = 0 + 0,9·(1 – 0) = 0,9

MD(joga, R2 $\wedge$ R3) = 0,7 + 0·(1 – 0,7) = 0,7

MC(joga, R2 $\wedge$ R3 $\wedge$ R4) = 0,9 + 0,4·(1 – 0,9) = 0,94

MD(joga, R2 $\wedge$ R3 $\wedge$ R4) = 0,7 + 0·(1 – 0,7) = 0,7

FC(joga, R2 $\wedge$ R3 $\wedge$ R4) = 0,94 – 0,7 = 0,24