

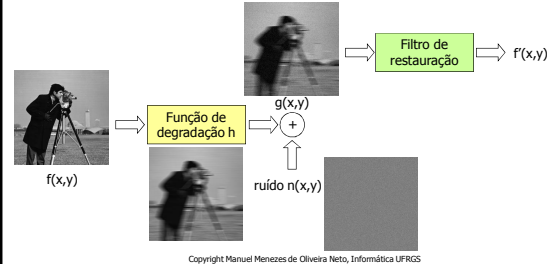
Fundamentos de Processamento de Imagens

Aula 16

Restauração de Imagens: Filtragem Inversa

Modelagem dos Processos de Degradação e Restauração

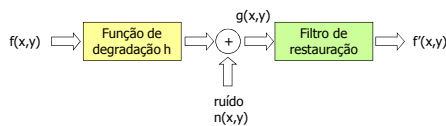
- Seja $f(x,y)$ uma imagem e seja $g(x,y)$ uma versão de $f(x,y)$ gerada por algum processo de degradação



Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS

Modelagem dos Processos de Degradação e Restauração

- Seja $f(x,y)$ uma imagem e seja $g(x,y)$ uma versão de $f(x,y)$ gerada por algum processo de degradação



- No domínio espacial: $g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) + n(x,y)$
- No domínio frequência: $G(u,v) = F(u,v)H(u,v) + N(u,v)$

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS

Filtragem Inversa

- Assuma que a função de degradação seja conhecida
 - Estimada por meio de observação da imagem
 - Estimada por meio de experimentação com o equipamento que produziu a imagem
 - Estimada por meio de modelagem
- Desconsiderando-se a existência de ruído (ou incorporando-o à função de degradação), tem-se:

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v)$$

$$F'(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} \quad (\text{divisão elemento a elemento})$$

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS

Filtragem Inversa

- Assuma que a função de degradação seja conhecida
 - Estimada por meio de observação da imagem
 - Estimada por meio de experimentação com o equipamento que produziu a imagem
 - Estimada por meio de modelagem

- Pode-se escrever:

$$F'(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} \quad (\text{divisão elemento a elemento})$$

onde $\frac{1}{H(u,v)}$ é chamado de filtro inverso

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS

Filtragem Inversa

- Como $G(u,v) = F(u,v)H(u,v) + N(u,v)$

tem-se:

$$F'(u,v) = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$


- Problemas

- Mesmo que $H(u,v)$ seja conhecido, não é possível recuperar $f(x,y)$ exatamente, pois $N(u,v)$ é uma função randômica e sua transformada de Fourier não é conhecida
- $H(u,v)$ pode assumir valores muito pequenos ou zero, dominando o valor estimado $F'(u,v)$
- Caso $N(u,v) = H(u,v) = 0$, tem-se 0/0 para (u,v)

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS


Exemplo de Filtragem Inversa

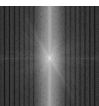
- Borramento (filtro gaussiano 1D), simul. movimento de câmera



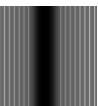
$$F'(u,v) = G(u,v) \frac{1}{H(u,v)}$$

Neste caso, $H(u,v)$ é conhecido exatamente

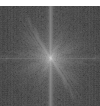


$g(x,y)$

 $G(u,v)$

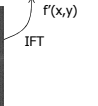
FT


 $1/H(u,v)$

=


 $F'(u,v)$

IFT


 $f(x,y)$

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS

Caso sem Ruído

f

 F


h

 H


$g = f \otimes h$

 $G = F \cdot H$


Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS

Caso com Ruído

$g = f \otimes h + \eta$

 $G = F \cdot H + N$


f

 F


h


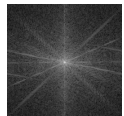
 H

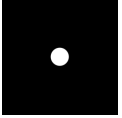
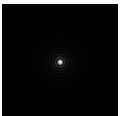

η


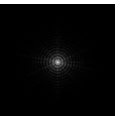
 N


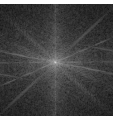

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS

Filtragem Inversa sem Ruído

f

 F


h

 H



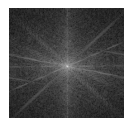
$g = f \otimes h$

 $G = F \cdot H$


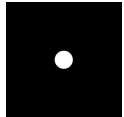
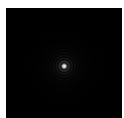
$\hat{f} = \text{fft2}(G ./ H)$

 $\hat{F} = G ./ H$



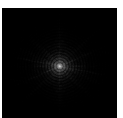
Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS

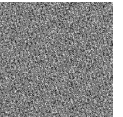
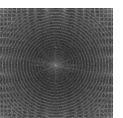
Filtragem Inversa com Ruído

(Gaussian Noise $\sigma = 0.001$)

f

 F


h

 H


$g = f \otimes h + \eta$

 $G = F \cdot H + N$


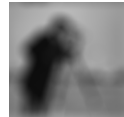
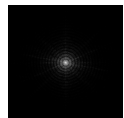
$\hat{f} = \text{fft2}(G ./ H)$

 $\hat{F} = G ./ H$



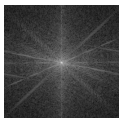
Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS

Comparação: com vs Sem Ruído


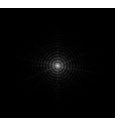
(Ruído Gaussiano $\sigma = 0.001$)

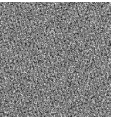
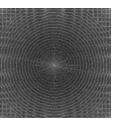
Sem ruído

 $g = f \otimes h$

 $G = F \cdot H$


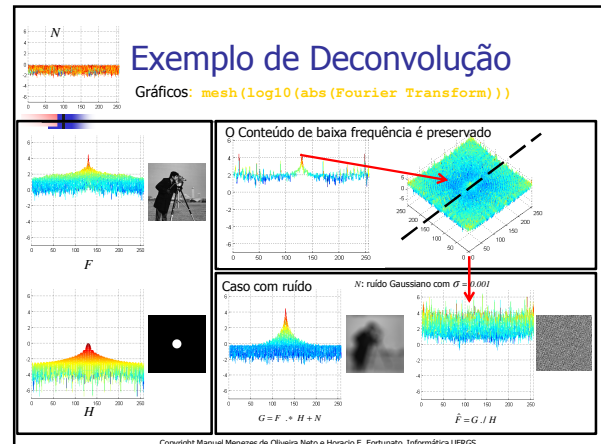
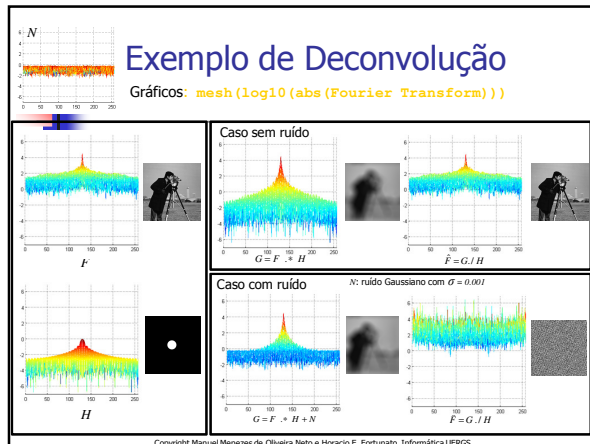
$\hat{f} = \text{fft2}(G ./ H)$

 $\hat{F} = G ./ H$


Com ruído

 $g_s = f \otimes h + \eta$

 $G_s = F \cdot H + N$


$\hat{f}_s = \text{fft2}(G_s ./ H)$

 $\hat{F}_s = G_s ./ H$


Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS



Filtro de Wiener

- Solução mais rigorosa para o problema de ruído afetando o resultado da deconvolução (minimiza o erro quadrático)

$$F'(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \left[\frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + |N(u, v)|^2} \right] G(u, v)$$

- Requer conhecimento do espectro de potência do ruído e da imagem não degradada!
- Baseado na minimização de um critério estatístico, produzindo um resultado ótimo no caso médio
- Caso não haja ruído, reduz-se a filtragem inversa

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS

Filtro de Wiener

- O espectro de potência da imagem não degradada raramente é conhecido
- No caso de ruído branco (spectrally white noise), $|N(u, v)|^2$ é constante
- Quando $|N(u, v)|^2$ e/ou $|F(u, v)|^2$ não são conhecidos ou não podem ser estimados, utiliza-se uma constante (K), escolhida iterativamente de modo a obter-se o melhor resultado visual

$$F'(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \left[\frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS

Filtro de Wiener

Original image f

$G = H * F$

$\hat{F} = G / H$

$\hat{F}_{wiener} = \frac{1}{H(u, v)} \left[\frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + |N(u, v)|^2} \right] G(u, v)$

Minimize: $\Delta = \sum_{u,v} |\hat{F}_{u,v} - F_{u,v}|^2$

g = f * h

g_hat = f_hat * h

g_hat = f_hat * h + eta

h : raio do círculo = 20, ruído Gaussiano com $\sigma = 0.001$

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS

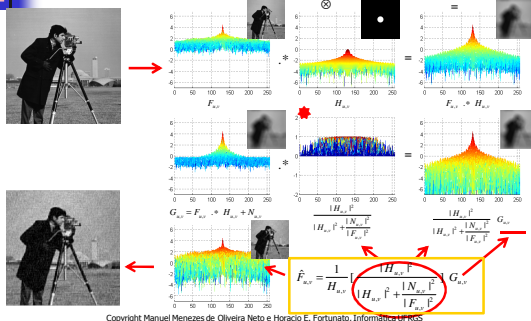
Filtro de Wiener

$$\hat{F}_{u,v} = \frac{1}{H_{u,v}} \left[\frac{|H_{u,v}|^2}{|H_{u,v}|^2 + \frac{|N_{u,v}|^2}{|F_{u,v}|^2}} \right] G_{u,v}$$

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto e Horacio E. Fortunato, Informática UFRGS

Deconvolução com Filtro de Wiener

Gráficos: `mesh(log10(abs(Fourier Transform)))`



Exemplo de uso do Filtro de Wiener

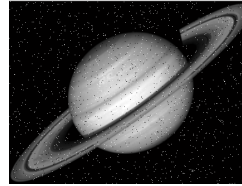


Imagem com ruído "salt & pepper"



Imagem filtrada

Copyright Manuel Menezes de Oliveira Neto, Informática UFRGS