

Uma comissão de três indivíduos decide assuntos de uma organização. A proposta é aprovada se receber pelo menos dois votos “sim” dos membros da comissão. Determine uma função booliana que, recebendo como entrada os votos, retorne se a proposta foi ou não aprovada. Considere “1” representando o ‘sim’ e “0” representando o ‘não’.

A função será :

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z) &= (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) = \\
 &= [(x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z)] \vee [(x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y \wedge z)] \vee [(x \wedge y \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z)] = \\
 &= [x \wedge z \wedge (y \vee \bar{y})] \vee [x \wedge y \wedge (z \vee \bar{z})] \vee [y \wedge z \wedge (x \vee \bar{x})] = \\
 &= [x \wedge z \wedge 1] \vee [x \wedge y \wedge 1] \vee [y \wedge z \wedge 1] = (x \wedge z) \vee (x \wedge y) \vee (y \wedge z).
 \end{aligned}$$

Trocando a notação e utilizando ab para representar $a \wedge b$ e $a + b$ para representar $a \vee b$, as igualdades acima podem ser reescritas de forma mais simplificada, como segue:

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z) &= xyz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + \bar{x}yz = [(xyz) + (x\bar{y}z)] + [(xy\bar{z}) + (xyz)] + [(xyz) + (\bar{x}yz)] \\
 &= [xz(y + \bar{y})] + [xy(z + \bar{z})] + [yz(x + \bar{x})] = [xz1] + [xy1] + [yz1] = xz + xy + yz.
 \end{aligned}$$