

Máquina de Turing

Teoria da Computação

INF05501

A Máquina de Turing

- Proposta por [Alan Turing](#) em 1936
- Universalmente conhecida e aceita como **formalização de algoritmo**
- Possui, no mínimo, o mesmo poder computacional de qualquer computador de propósito geral
- Trata-se de um **mecanismo simples** que formaliza a ideia de **uma pessoa que realiza cálculos**
- **Não constitui uma máquina**, como definida anteriormente, mas sim **um programa para uma Máquina Universal**

Noção Intuitiva

- O ponto de partida de Turing: **pessoa fazendo cálculos** usando somente
 - Um instrumento de escrita
 - Um apagador
 - Uma folha de papel organizada em quadrados (células)

Funcionamento

- **Partida:** Folha de papel contém somente os **dados iniciais do problema**
- **Desenvolvimento:** Trabalho da pessoa composto por **três operações**:
 - Ler um símbolo de um quadrado
 - Alterar um símbolo de um quadrado
 - Mover os olhos entre quadrados
- **Parada:** Cálculos terminam quando é encontrada uma **representação satisfatória** para a resposta desejada

Hipóteses de Funcionamento

- Para viabilizar o procedimento descrito, as seguintes **hipóteses** são aceitáveis:
 - **Natureza bidimensional** do papel **não é requisito essencial**
 - Assume-se que **papel** consiste de uma **fita infinita organizada em quadrados**
 - **Conjunto de símbolos pode ser finito**
 - **Conjunto de estados da mente** da pessoa durante o processo de cálculo **é finito**
 - Existem dois tipos de estados em particular: **estado inicial** e **estado final**, correspondendo ao início e ao fim dos cálculos, respectivamente

Restrições de Funcionamento

- Essencialmente, existem **três restrições** quanto ao funcionamento de uma Máquina de Turing:
 - **Comportamento** da pessoa a cada momento é determinado somente pelo:
 - * Seu **estado** presente
 - * **Símbolo** armazenado no quadrado para o qual sua atenção está voltada
 - Pessoa é capaz de **observar e alterar** o símbolo de apenas **um quadrado de cada vez**
 - Pessoa só pode **transferir sua atenção** para um dos **quadrados adjacentes**

Noção como Máquina

- Uma Máquina de Turing é composta por:
 - Uma fita
 - Uma unidade de controle
 - Um programa

Noção como Máquina (cont.)

- Fita
 - Usada simultaneamente como
 - * Dispositivo de **entrada**
 - * Dispositivo de **saída**
 - * **Memória** de trabalho
 - É **finita à esquerda** e **infinita** (tão grande quanto necessário) **à direita**
 - **Dividida em células**, cada uma das quais armazena **um símbolo**

Noção como Máquina (cont.)

- Fita (cont.)
 - Os **símbolos** podem ser:
 - * Pertencentes ao alfabeto de entrada
 - * Pertencentes ao alfabeto auxiliar
 - * Branco, denotado por β
 - * Marcador de início de fita, denotado por \triangleright

Noção como Máquina (cont.)

- Fita (cont.)
 - No início:
 - * **Palavra** a ser processada ocupa as **células mais à esquerda, após o marcador** de início de fita
 - * **Demais células contêm branco**

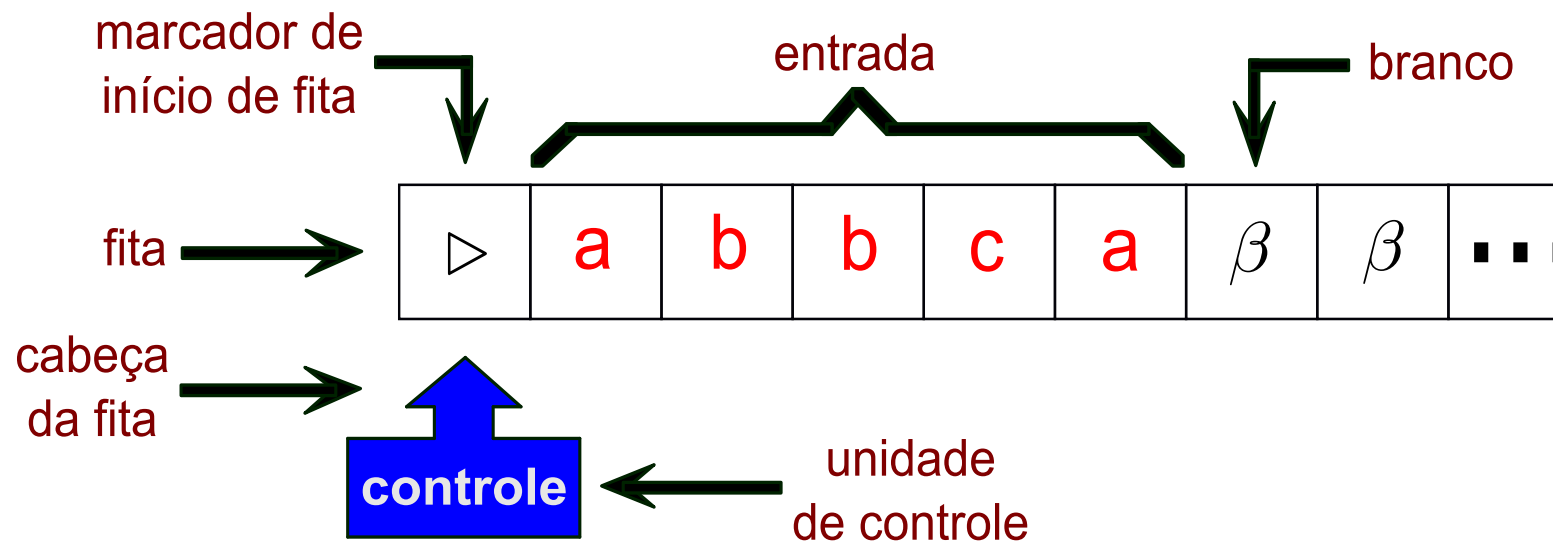
Noção como Máquina (cont.)

- Unidade de Controle
 - Reflete o **estado corrente** da máquina
 - Possui um **número finito e predefinido de estados**
 - Possui uma unidade de leitura e gravação (**cabeça da fita**), a qual acessa **uma célula da fita de cada vez**
 - A cabeça da fita **lê o símbolo da célula atual e grava um novo símbolo**
 - Após a leitura/gravação (a gravação é realizada na mesma célula de leitura), a **cabeça move-se uma célula para a direita ou esquerda**

Noção como Máquina (cont.)

- Programa (ou Função de Transição)
 - Utilizado para **comandar a unidade de controle**
 - Função que, a partir do **estado atual da máquina e de um símbolo lido**, determina:
 - * **Novo estado**
 - * **Símbolo a ser gravado** na célula atual
 - * **Sentido do movimento** da cabeça da fita

Representação de uma Máquina de Turing



Modelo Formal

- Σ é o alfabeto de *símbolos de entrada*
- Q é o *conjunto finito de estados possíveis*
- $q_0 \in Q$ é o *estado inicial*
- $F \subseteq Q$ é o *conjunto de estados finais*
- V é o *alfabeto de símbolos auxiliares*

Modelo Formal (cont.)

- β é o símbolo especial *branco*
- \triangleright é o símbolo especial de *início de fita*
- Π é o *programa ou função de transição*, que é uma função parcial definida como segue:

$$\Pi : Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \triangleright\}) \rightarrow Q \times (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \triangleright\}) \times \{E, D\}$$

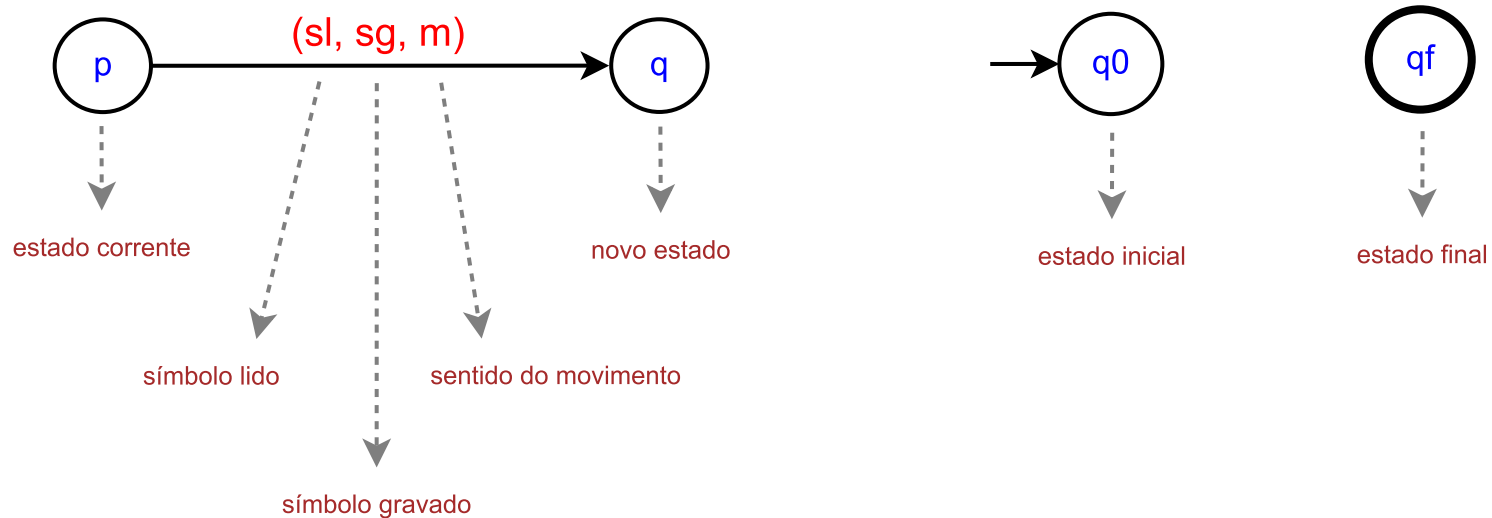
Modelo Formal (cont.)

- **Símbolo de início de fita** ocorre somente na **célula mais à esquerda**
- A **função programa** considera:
 - Estado atual $p \in Q$
 - Símbolo lido da fita $sl \in (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \triangleright\})$para determinar:
 - Novo estado $q \in Q$
 - Símbolo a ser gravado $sg \in (\Sigma \cup V \cup \{\beta, \triangleright\})$
 - Sentido do movimento da cabeça da fita m , tal que $m \in \{E, D\}$, onde E denota esquerda e D , direita

Representações

- Grafo finito:

$$\Pi(p, sl) = (q, sg, m)$$



Representações

- Tabela de Transições:

$$\Pi(p, sl) = (q, sg, m)$$

Π	\triangleright	...	sl	...	sg	...	β
p			(q, sg, m)				
q							
...							

Processamento

- Processamento de $M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \triangleright)$ dada uma **palavra de entrada** w :
 - Parte-se de q_0 , com a cabeça posicionada sobre a célula que contém \triangleright
 - Sucessiva aplicação de Π até ocorrer uma **condição de parada**

Condições de Parada

- Processamento pode parar **aceitando** ou **rejeitando** a entrada w
- **Entrada é aceita** se processamento de w leva a um **estado final**
- **Entrada é rejeitada** se:
 - A **função** programa é **indefinida** para o argumento (símbolo lido e estado corrente)
 - O argumento corrente da função programa define um **movimento inválido** (à esquerda da célula mais à esquerda)
- Condições de parada podem não ser atingidas para $w \Rightarrow$ **loop infinito**

Variações da Máquina de Turing

- Diversas variações sobre a definição de Máquina de Turing são conhecidas e adotadas
- O **objetivo** é **flexibilizar as restrições** da definição inicial e **facilitar o trabalho** com o formalismo e o seu **entendimento**
- No entanto, tais variações **não alteram o poder computacional do formalismo**
- Variações **mais significativas** estão nas **características da fita e no movimento da cabeça da fita**

Variações da Máquina de Turing (cont.)

- Exemplos:
 - Inexistência do marcador de início de fita
 - * **Célula mais à esquerda** da fita contém o **primeiro símbolo da entrada** (ou branco, se a entrada for vazia)
 - * **Requer cuidado especial** para controlar quando a cabeça da fita atinge o fim da mesma
 - Cabeça de fita não se move em uma leitura/gravação
 - * Adicionalmente ao movimento para esquerda ou direita, a **cabeça pode permanecer parada**
 - * Objetivo é **reduzir o número de transições** necessárias

Variações da Máquina de Turing (cont.)

- Exemplos:
- Estado final de rejeição
 - Definição de um **estado que explicita a condição de parada que rejeita a entrada**
 - Visa a facilitar a **compreensão da lógica da função programa**

Aplicações da Máquina de Turing

- Reconhecimento de linguagens
- Processamento de funções
- Análise da solucionabilidade de problemas