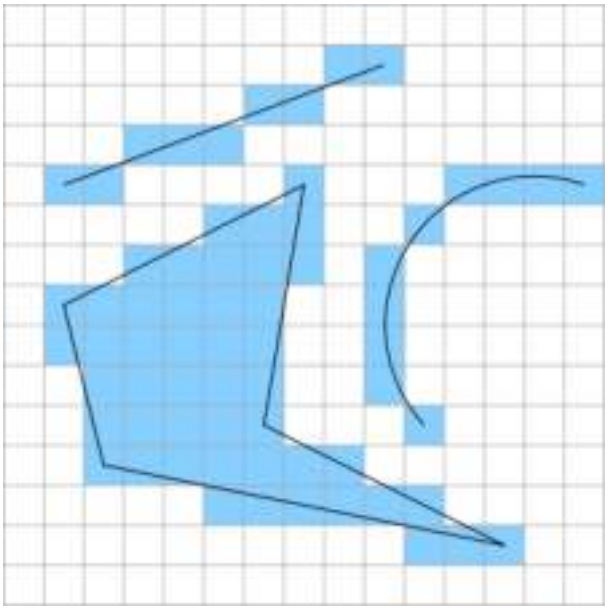
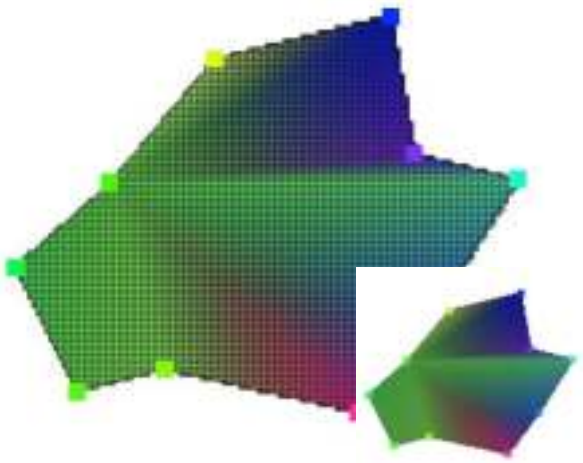
- INF01047 -

Rasterização de linhas no plano

UFRGS

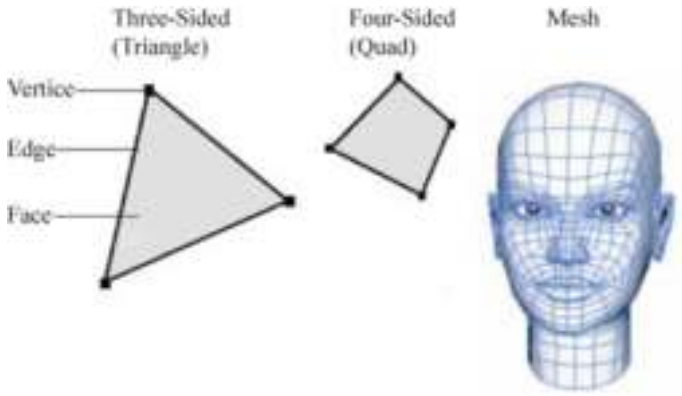
Como formamos as imagens na tela?





UFRGS

Hierarquia de Rasterização



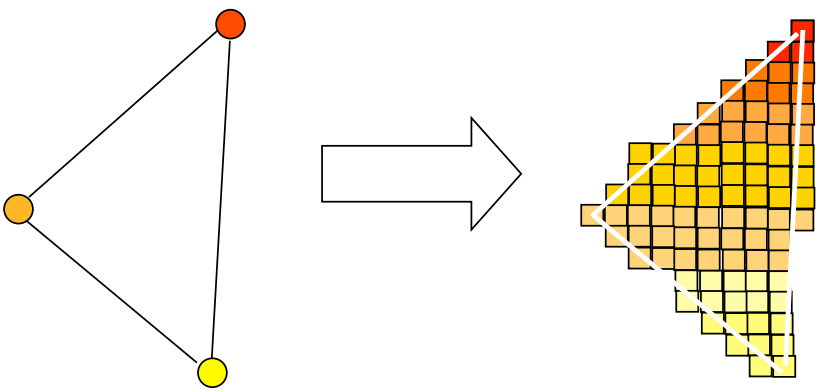
A rasterização de um objeto é feita rasterizando-se os polígonos que o compõem. A rasterização de cada polígono é feita a partir da rasterização das arestas definidoras do mesmo.

UFRGS

Rasterização = *Scan Conversion*

Representação Vetorial

Visualização Matricial

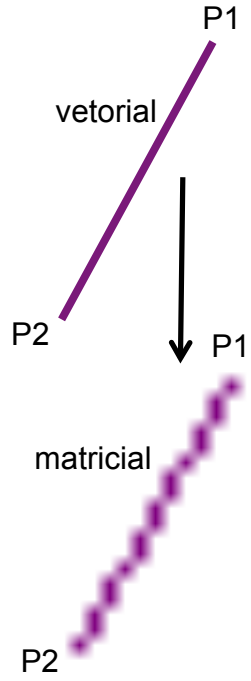


UFRGS

Rasterização de linhas

- Algoritmos de conversão de definição geométrica para pixels
- **Rasterizar = escolher pixels**
- Operação muito frequente
  - Deve ser eficiente!!

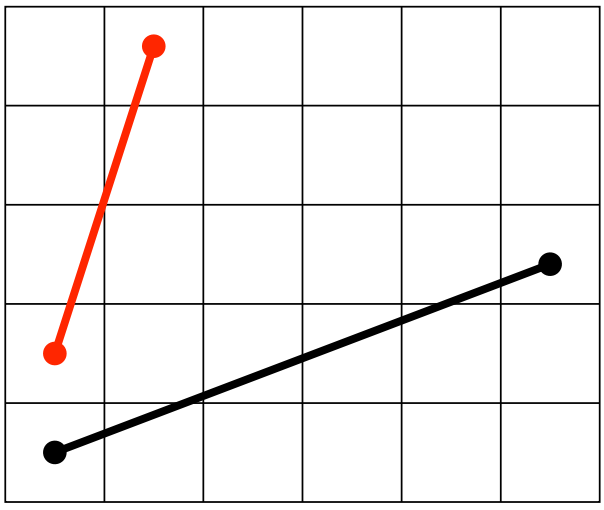
Aritmética de inteiros
Usar somas no lugar de multiplicações



UFRGS

Desenho de linhas

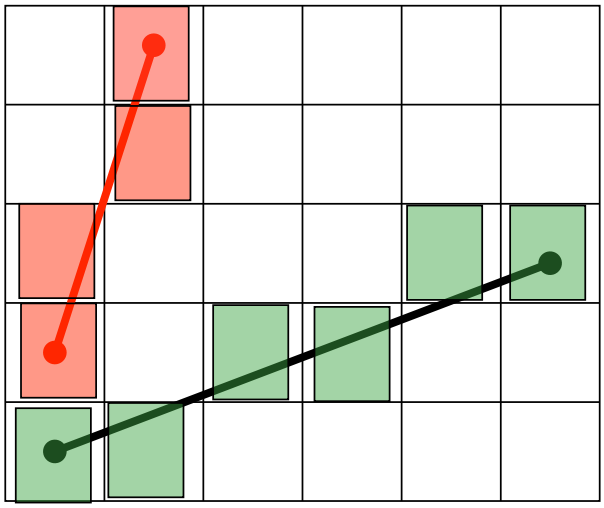
- Sejam as retas definidas por
  - P1=(1,1) e P2=(6,3)
  - P1=(0,1) e P2=(1,4)
  - Quais são os pixels que devem ser "ligados"?



UFRGS

Desenho de linhas

- Sejam as retas definidas por
  - P1=(1,1) e P2=(6,3)
  - P1=(0,1) e P2=(1,4)
  - Quais são os pixels que devem ser "ligados"?



UFRGS

Desenho de linhas: algoritmo básico

- Dados os pontos extremos da linha na tela (já inteiros)

  Pt1= (x1, y1), Pt2= (x2, y2)
- Calcula coeficientes da equação da reta
  - 2 operações com inteiros
  - 3 operações de ponto flutuante

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$$

$$b = y1 - m \cdot x1$$

- Liga todos os pixels que pertencem à reta

for **x** = x1 to x2 (assume incrementos unitários de x)

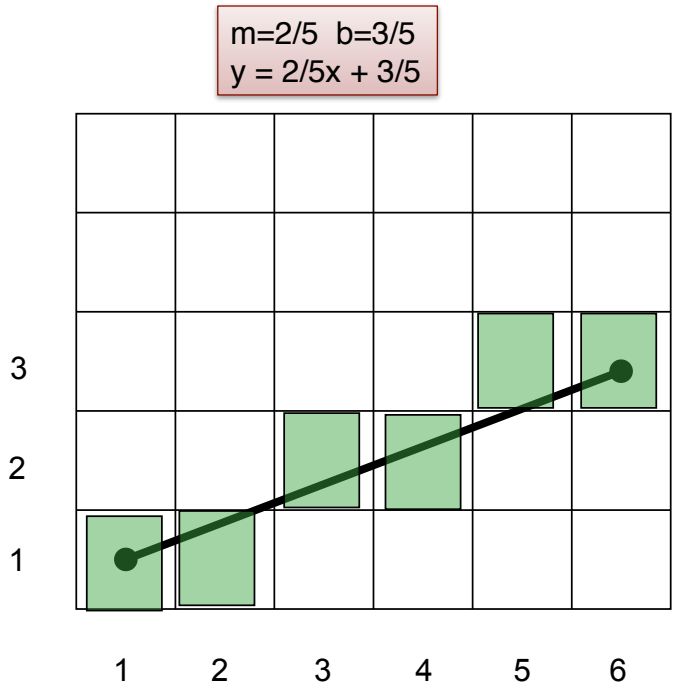
y = m * x + b

Desenha ponto(**x,y**) (x, y) inteiros! Como? Arredondamento

UFRGS

Para o exemplo anterior

x	y
1	1
2	2/5*2+3/5 7/5=1.4=1
3	2/5*3+3/5 9/5=1.8=2
4	2/5*4+3/5 11/5=2.2=2
5	2/5*5+3/5 13/5=2.6=3
6	2/5*6+3/5 15/5=3



UFRGS

Problemas…

- Assume 0<=m<=1
- 2 operações de ponto flutuante por pixel (multiplicação e soma)
- Porque trabalhar com float se pixels tem coordenadas inteiras?

UFRGS

Desenho de linhas: outra opção

- Usando a equação paramétrica da reta

P = Pt1 + t * (Pt2 - Pt1), 0<=t<=1

dx = x2-x1 dy = y2-y1

x = x1 + t * dx
y = y1 + t * dy

Ex: Pt1=(1,1) Pt2=(6,3)

x(t) = 1 + t(6-1) = 1 + 5t
y(t) = 1 + t(3-1) = 1 + 2t

Para t=1/2 teríamos

x(0.5) = 1 + 5/2 = 7/2 = 3.5
y(0.5) = 1 + 1 = 2

UFRGS

Desenho de linhas

- "Pinta" todos os pixels que pertencem à reta

```
y = y1;
x = x1;
for t = 0 to 1
    desenha ponto(x,y);
    y = y1 + t * dy;
    x = x1 + t * dx;
```

Continua com 2 multiplicações de ponto flutuante por pixel ….

Como saber o valor para incrementar em t?

UFRGS

Desenho de linhas

- Resumo dos problemas
  - Inclinação das linhas
  - Desempenho
    - Número de operações
    - Operações com números reais x inteiros
    - Multiplicações x adições
- Soluções
  - eliminar ou reduzir operações com números reais
  - aproveitar coerência espacial
    - similaridade de valores referentes a pixels vizinhos
- Exemplos:
  - *DDA: Digital Differential Analyzer*
  - *Bresenham (1965)*

UFRGS

Desenho de linhas: DDA

- Dados pontos extremos de um segmento de reta
  - Pt1= (x1, y1)
  - Pt2= (x2, y2)
- Da álgebra elementar

  $m = (y2 - y1)/(x2 - x1)$

  $m\,(x2 - x1) = y2 - y1$

  $y2 = m(x2 - x1) + y1$, x variando de x1 a x2
- *Qual o incremento em y, se x varia unitariamente?*

UFRGS

Resolvendo ...

- $y = m(x - x1) + y1$
- $y' = m((x+1) - x1) + y1$
- $y' - y = ?$
- $[m((x+1) - x1) + y1] - [m(x - x1) + y1]$
- $m(x+1) - mx1 + y1 - mx + mx1 - y1$
- $m(x+1) - mx1 + y1 - mx + mx1 - y1$

- $mx + m - mx$

O incremento em y é m!

UFRGS

Desenho de linhas: DDA

```
/* Interpolate values between start (xa, ya) and end (xb, yb) */
void DDA (int xa, int ya, int xb, int yb)
{
        int x;
        float m = (float) (yb - ya) / (float) (xb - xa); //m is the slope
        float y = ya;
        for (x=xa; x<=xb; x++) {
                output(x, round(y));
                y = y + m;
        }
}
```

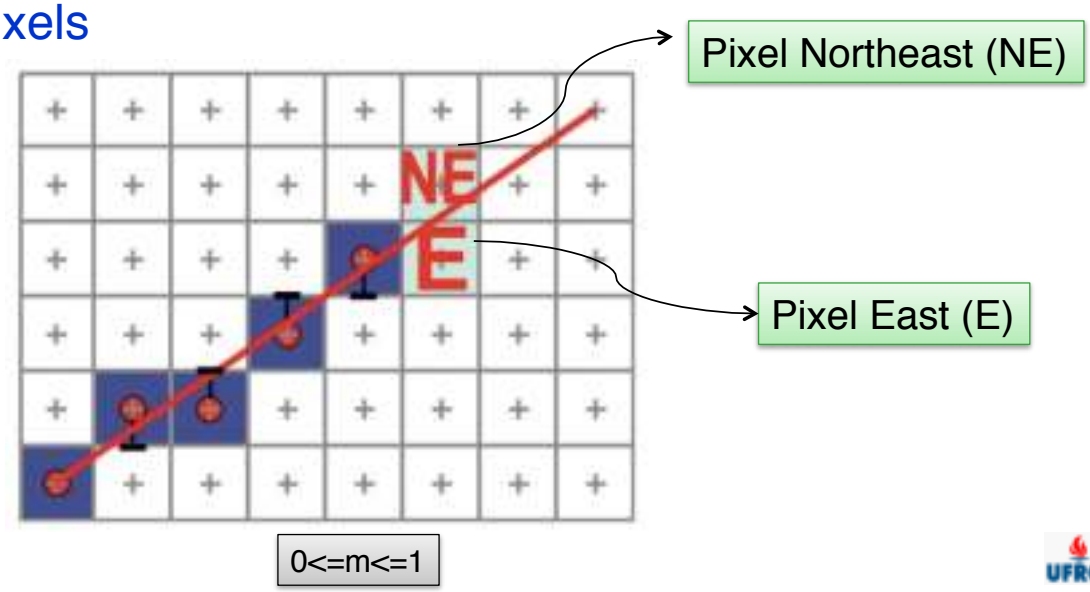
- Ainda mantém uma operação de ponto flutuante por pixel

  $y = y + m$
- Necessidade do arredondamento

UFRGS

Desenho de linhas: Bresenham (1965)

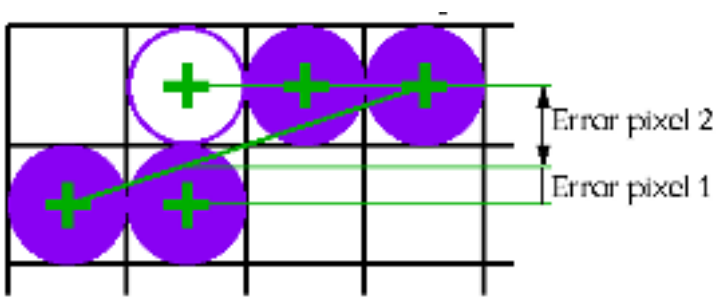
- Idéia chave: a cada avanço **unitário** em x, é preciso escolher apenas entre 2 pixels



UFRGS

Desenho de linhas: Bresenham

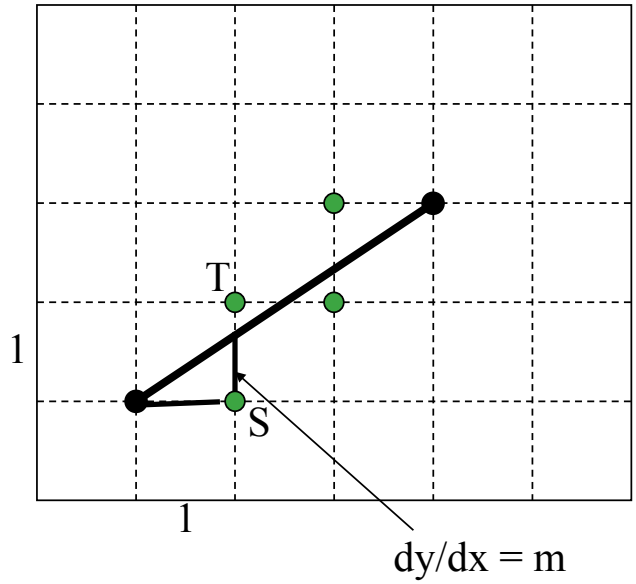
- Para incrementos unitários em x
  - A opção entre incrementar y ou não é determinada em função da distância do segmento de reta até o ponto na grade (raster).
  - Esta distância é chamada de erro (diferença para o y ideal, sobre a reta)
  - Minimizar este erro



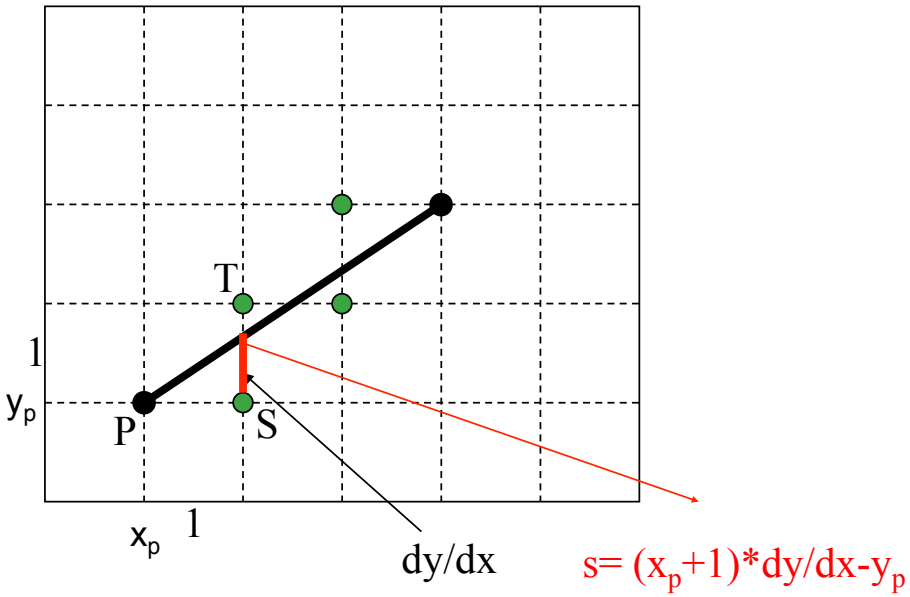
UFRGS

Desenho de linhas: Bresenham

- Na reta real, quando x tem incremento unitário, y é incrementado de m

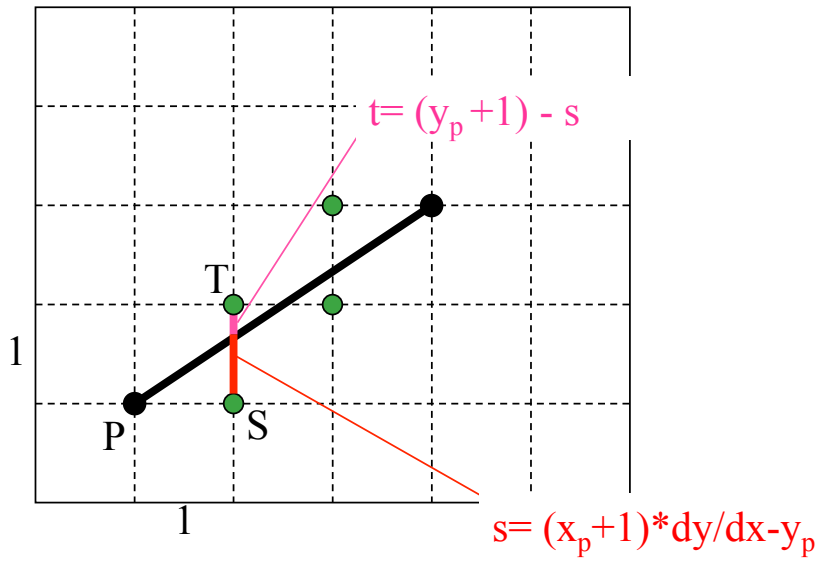


Desenho de linhas: Bresenham



Desenho de linhas: Bresenham

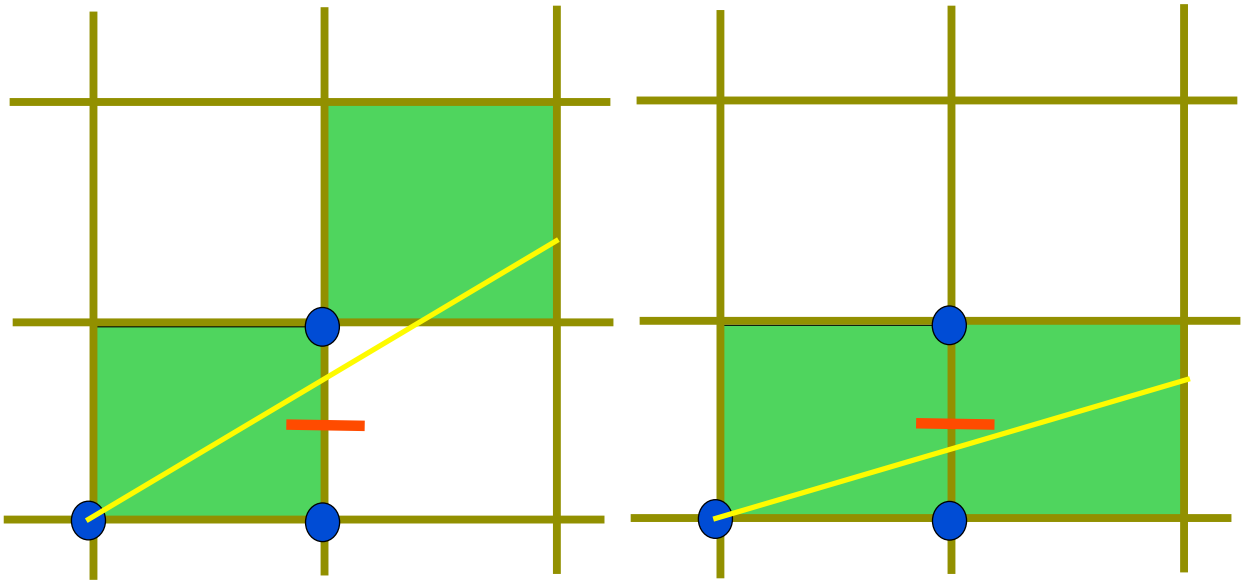
- Calcular erro = s-t envolve avaliar números reais!



UFRGS

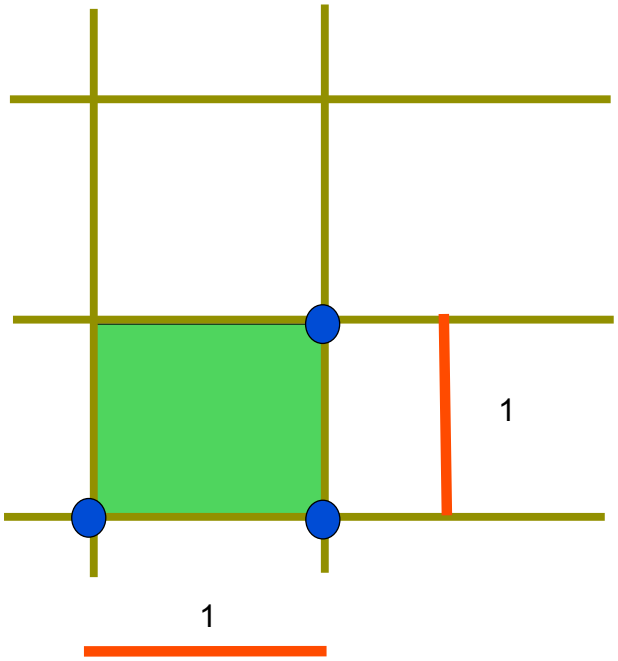
Bresenham

- Determinando o erro incrementalmente



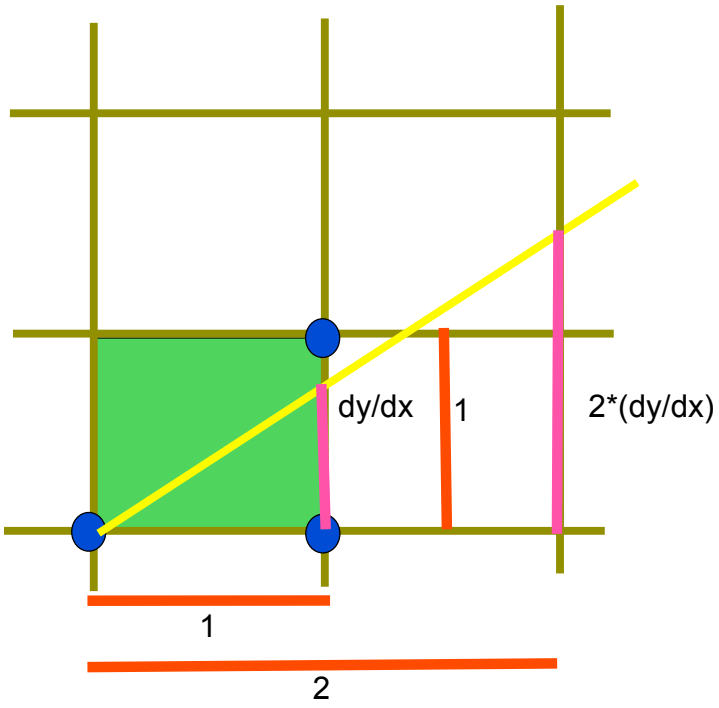
UFRGS

Bresenham (Definições)



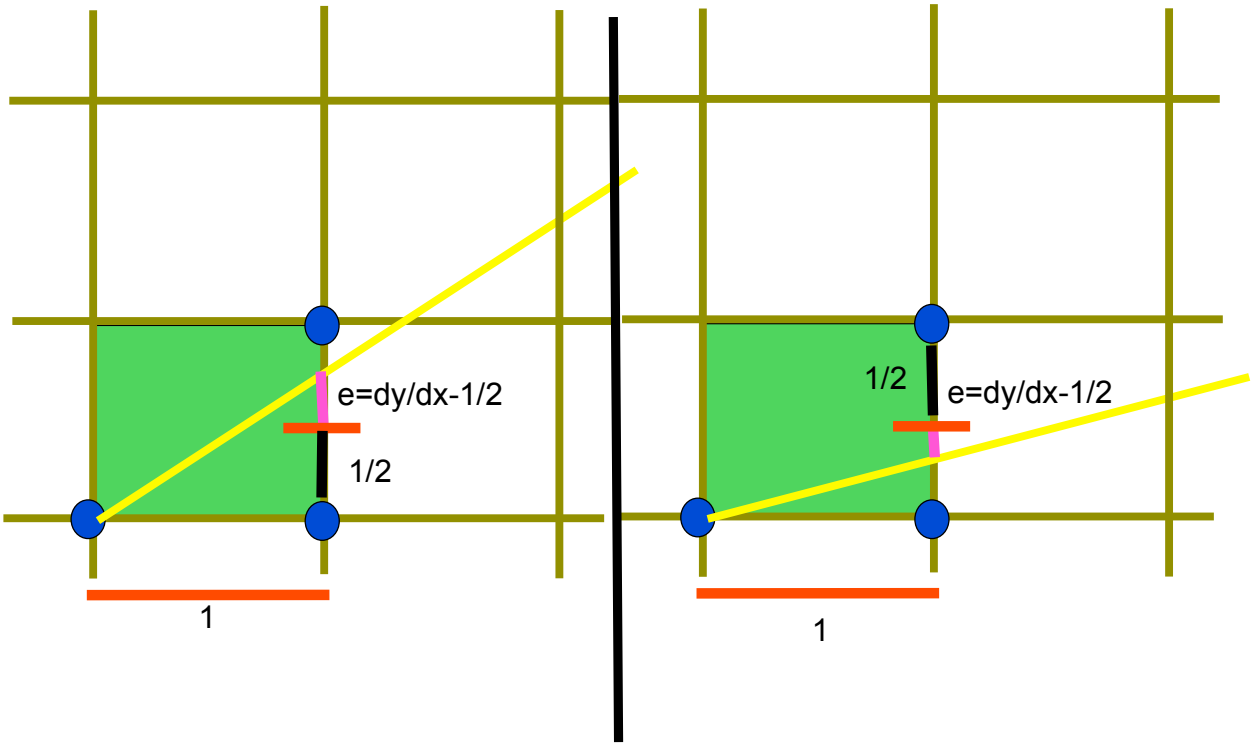
UFRGS

Bresenham (Definições)



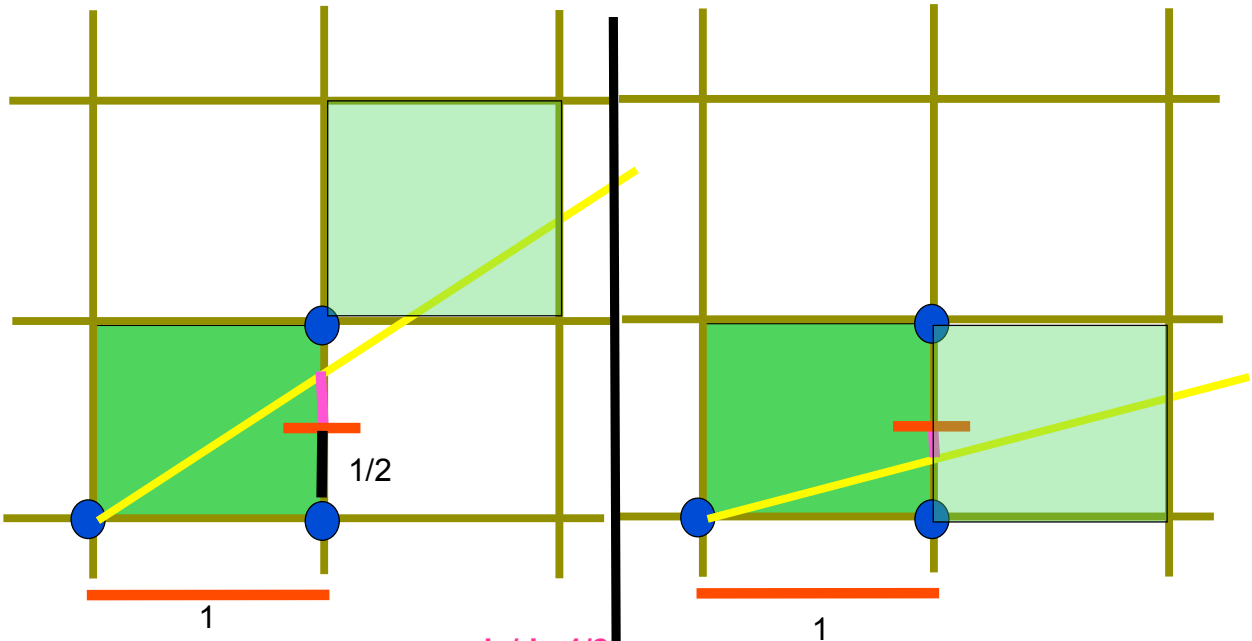
UFRGS

Bresenham (Casos Possíveis)



UFRGS

Bresenham (Casos Possíveis)

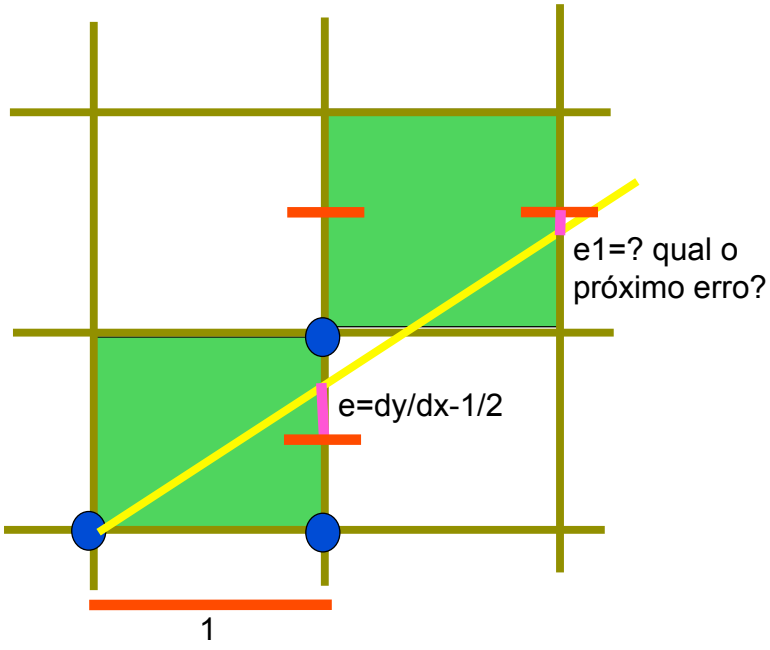


e=dy/dx-1/2

- Se o erro > 0
  - Desenhar o pixel (x+1, y+1)
- Senão
  - Desenhar (x+1, y)
- Erro é atualizado

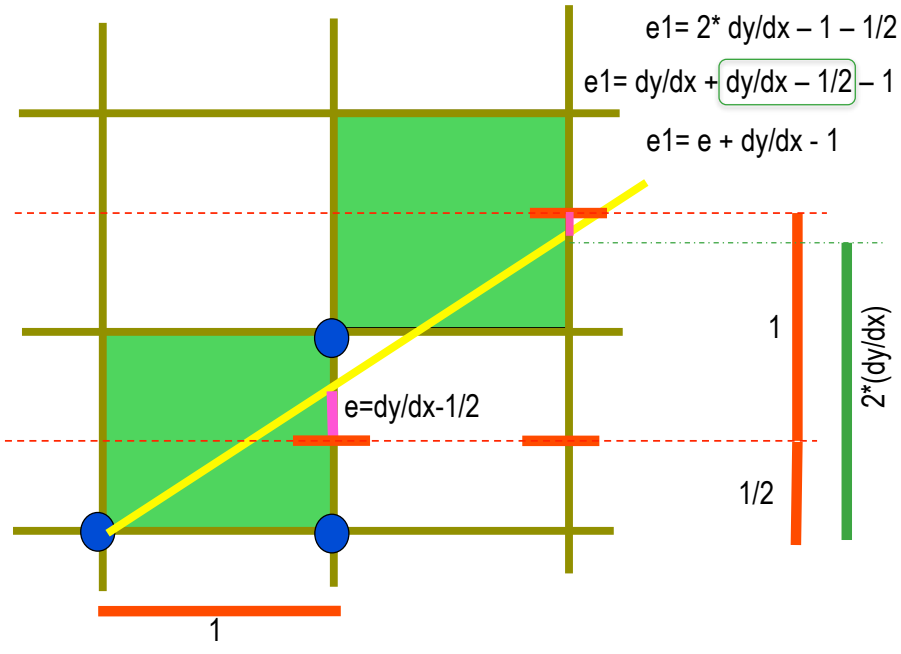
UFRGS

Bresenham (Atualização do erro)



UFRGS

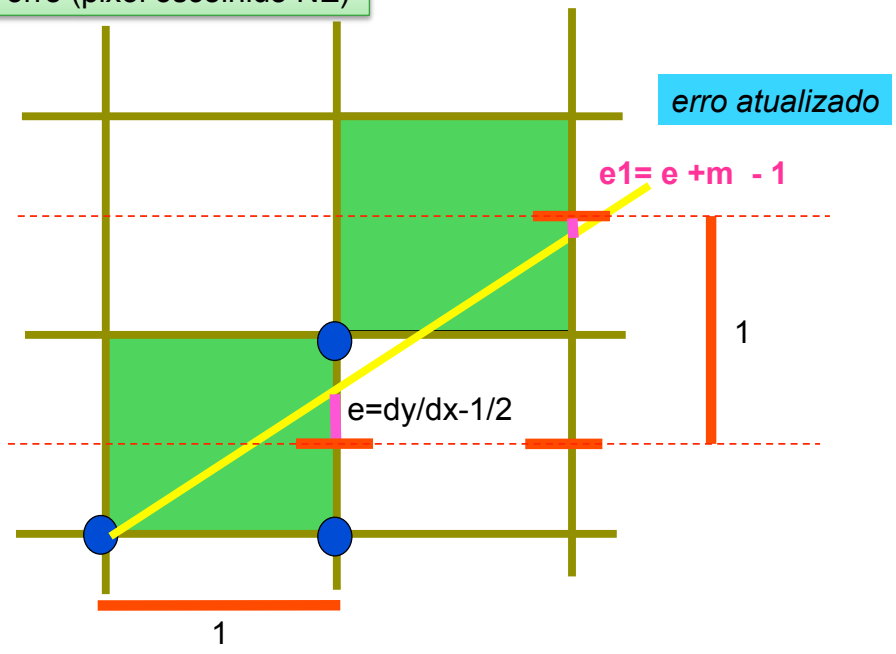
Bresenham (Definições)



UFRGS

Bresenham (Definições)

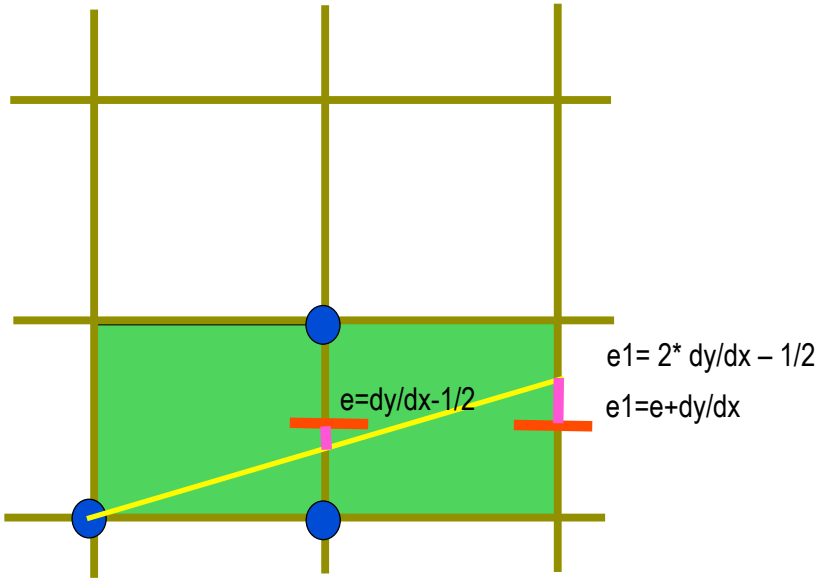
Caso 1 do próximo erro (pixel escolhido NE)



UFRGS

Bresenham (Definições)

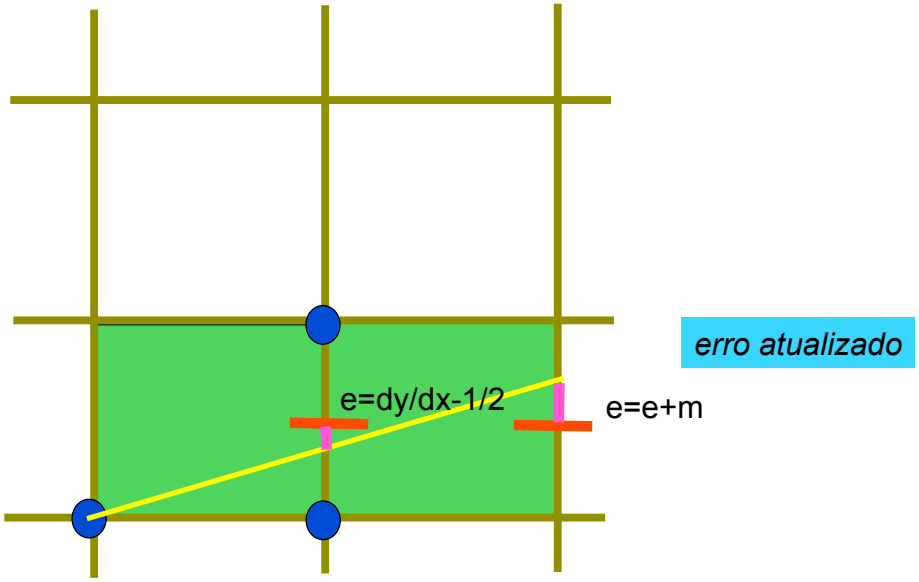
Caso 2 do próximo erro (pixel escolhido E)



UFRGS

Bresenham (Definições)

Caso 2 do próximo erro (pixel escolhido E)



Algoritmo Bresenham Real

```
ALGORITMO BRES_REAL (x0, y0, x1, y1)
1.   x = x0; y = y0;
2.   dy = y1-y0; dx = x1-x0;
3.   m = dy/dx;
4.   e = m – 0.5;
5.   FOR i=0 TO dx
6.      WritePixel(x, y);
7.      IF (e > 0) {
8.         y = y+1;
9.         e = e – 1; }
10.     e = e+m;
11.     x = x+1;
12.  ENDFOR
```

Substituindo e por ei = 2e*dx

```
ALGORITMO BRES_REAL (x0, y0, x1, y1)
1.    x = x0; y = y0;
2.    dy = y1-y0; dx = x1-x0;
3.    m = dy/dx;
4.    e = m – 0.5;
5.    FOR i=0 TO dx
6.       WritePixel(x, y);
7.       IF  (e > 0) {
8.          y = y+1;
9.          e = e – 1; }
10.      e = e+m;
11.      x = x+1;
12.   ENDFOR
```

-> ei = 2 * (m-0.5)*dx

-> ei = (2*dy/dx-1)*dx

-> ei = 2*dy-dx

-> 2*(e – 1)*dx

-> 2edx – 2dx

-> ei – 2dx

-> 2*(e + dy/dx)*dx

-> 2edx + 2dy

-> ei + 2dy

UFRGS

Bresenham inteiro

```
ALGORITMO BRES_INT (x0, y0, x1, y1)
1.    x = x0; y = y0;
2.    dy = y1-y0; dx = x1-x0;
3.
4.    e = 2dy-dx;
5.    FOR i=0 TO dx
6.       WritePixel(x, y);
7.       IF (e > 0)  {
8.          y = y+1;
9.          e = e – 2dx;  }
10.      e = e+2dy;
11.      x = x+1;
12.   ENDFOR
```

-> ei = 2 * (m-0.5)*dx

-> ei = (2*dy/dx-1)*dx

-> ei = 2*dy-dx

-> 2*(e – 1)*dx

-> 2edx – 2dx

-> ei – 2dx

-> 2*(e + dy/dx)*dx

-> 2edx + 2dy

-> ei + 2dy

UFRGS

Bresenham inteiro

```
ALGORITMO BRES_INT (x0, y0, x1, y1)
1.    x = x0; y = y0;
2.    dy = y1-y0; dx = x1-x0;
3.
4.    e = 2dy-dx;
5.    FOR i=0 TO dx
6.       WritePixel(x, y);
7.       IF (e > 0)  {
8.          y = y+1;
9.          e = e – 2dx;  }
10.      e = e+2dy;
11.      x = x+1;
12.   ENDFOR
```

- Usa simetria para reduzir a complexidade
  - Linhas em outros quadrantes
- Escolha se limita a dois pixels
- Usa função de erro como critério de escolha
- Trabalha em aritmética de inteiros
- Ótimo para implementar em hardware

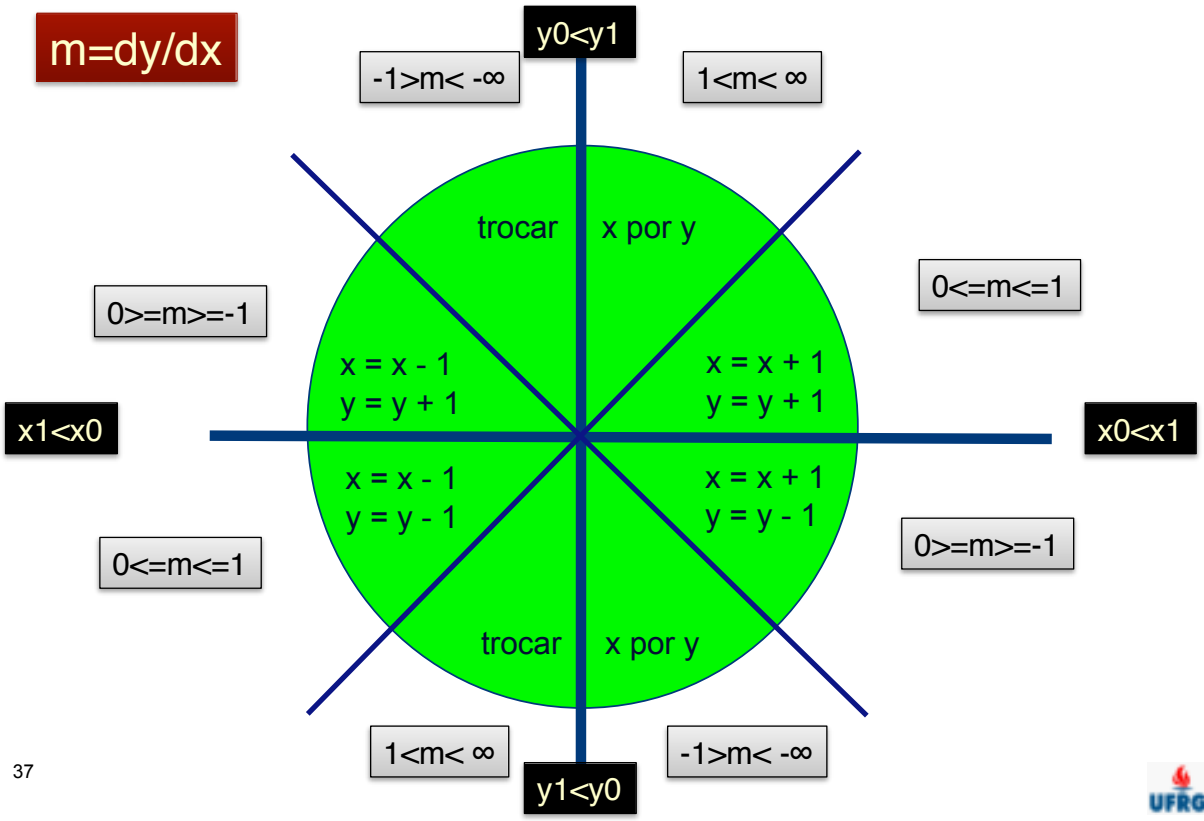
UFRGS

Outros tipos de retas

- Caso for horizontal ou vertical tratar como caso especial
- Caso $x_1 > x_2$ inverter ordem dos pontos
- Para as outras inclinações de segmentos extensões do caso principal

UFRGS

Bresenham (outros octantes)

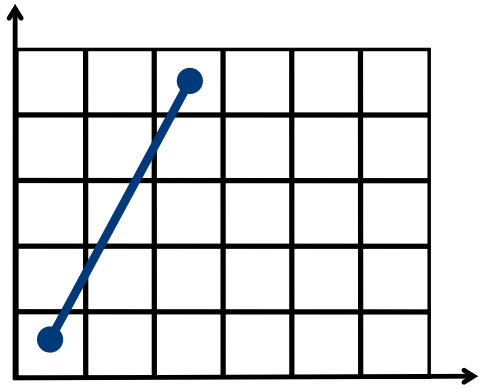


UFRGS

Exemplos

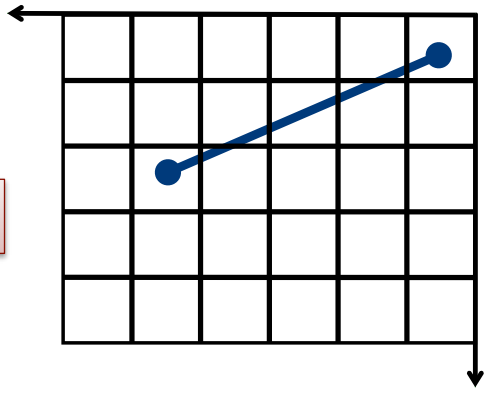
- P0=(1,1) P1=(3,5)
  m = (5-1)/(3-1)
  = 4/2
  = 2
- y0<y1

2o. octante



- P0=(-1,-1) P1=(-5,-3)
  m = (-3+1)/(-5+1)
  = -2/-4
  = 0.5
- x1< x0

5o. octante



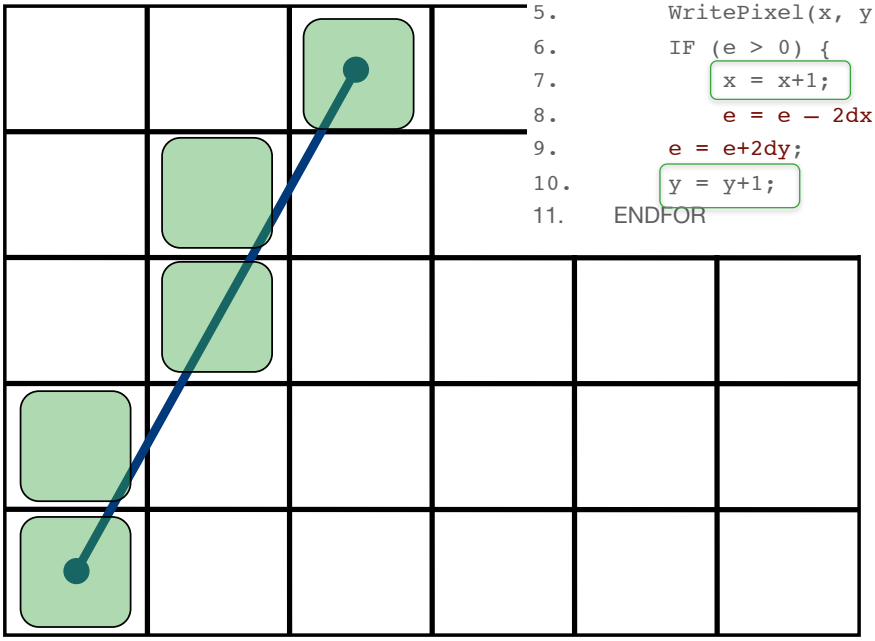
UFRGS

Bresenham (2o octante)

m=2
y0<y1

Trocar x por y

P0=(1,1) P1=(3,5)



```
ALGORITMO BRES_INTEIRO (x0, y0, x1, y1)
1.    x = y0; y = x0;
2.    dy = x1-x0; dx = y1-y0;
3.    e = 2dy – dx;
4.    FOR i=0 TO dx
5.        WritePixel(x, y);
6.        IF (e > 0) {
7.            x = x+1;
8.            e = e – 2dx; }
9.        e = e+2dy;
10.       y = y+1;
11.   ENDFOR
```


UFRGS

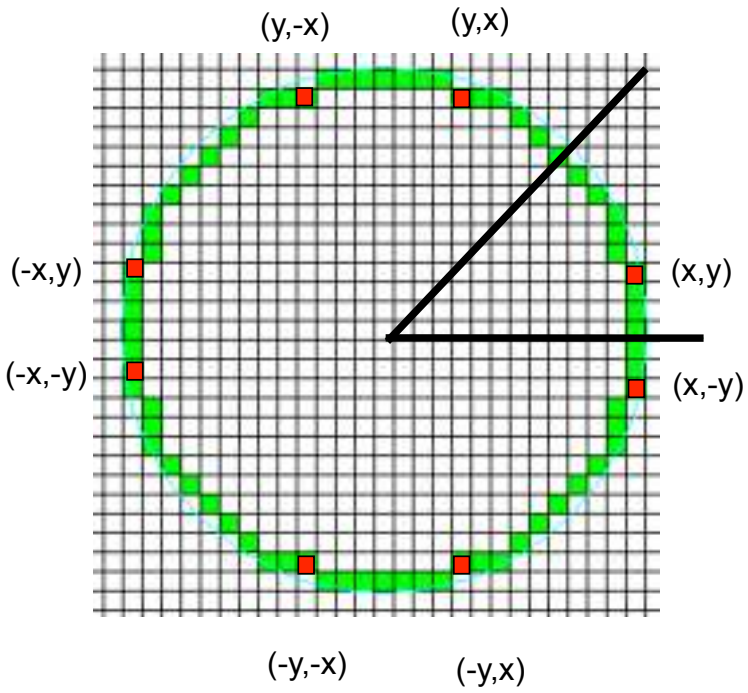
Outros objetos gráficos...

- Círculos
  - Equação do círculo: (x-xc)ˆ2 + (y-yc)ˆ2 = rˆ2
  - Outra opção: forma paramétrica
    - x = xc + r cosθ
    - y = yc + r sen θ
  - Custo alto computação
  - Desenho não-uniforme do círculo
- Equivalente Bresenham para círculos

UFRGS

Outros objetos gráficos...

- Simetria: precisamos rasterizar apenas um octante. Os outros 7 são encontrados por simetria



UFRGS