PROBABILIDADE

Prof. Lorí Viali, Dr.

viali@mat.pucrs.br

PUCRS

Porto Alegre, março de 2002

Fatorial

$$n! = n.(n - 1).(n - 2). \ldots .3.2.1$$

Obs.: **(i)** $0! = 1$

(ii) $n! = n.(n - 1)!$

Princípio fundamental da contagem (princípio multiplicativo)

Suponha que se possa fazer **"n"** escolhas independentes com:

- $\mathbf{m_1}$ maneiras de fazer a escolha **1**,
- $\mathbf{m_2}$ maneiras de fazer a escolha **2**,
- ....,
- $\mathbf{m_n}$ maneiras de fazer a escolha **n**.

Então existem $\mathbf{m_1.m_2. ... .m_n}$ maneiras diferentes de fazer a seqüência inteira de escolhas.

Princípio fundamental da contagem (princípio multiplicativo)

Exemplo:

Quantos números distintos de dois algarismos existem?

$$m_1.m_2 = 9.9 = 81$$

Permutações

Uma permutação é uma das possíveis maneiras de arranjar, ou ordenar, um conjunto de objetos.

O número de permutações de "r" objetos distintos é dado por:

$$P_r = r.(r - 1).(r - 2). \ldots . 3.2.1 = r!$$

Permutações

Exemplo:

Dado o conjunto { a, b, c, d }. O número de permutações possíveis é:

$$P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$$

Arranjos

O número de arranjos de “n” objetos distintos, tomados “r” a cada vez, onde r ≤ n, é dado por:

$$A(n, r) = n(n - 1)(n - 2) \ldots (n - r + 1)$$

O número de arranjos pode ser expresso em função do fatorial da seguinte forma:

$$A(n, r) = n! / (n - r)!$$

Arranjos

Exemplo:

De um baralho de 52 cartas, 5 são retiradas sucessivamente e sem reposição. Quantas seqüências são possíveis?

$$A(52, 5) = 52! / (52 - 5)! = 52.51.50.49.48 =$$

$$= 311\ 875\ 200$$

Arranjos

Observação:

A PERMUTAÇÃO é um caso particular do ARRANJO, quando n = r.

$$A(n, r) = n! / (n - r)! = A(n, n) =$$

$$= n! / (n - n)! = n! / 0! = n!$$

Arranjos com itens duplicados

Se “n” objetos contém n_1 que são idênticos, outros, n_2 que são idênticos entre si, mas diferentes dos primeiros n_1 e assim sucessivamente , até n_k, então o número de arranjos dos “n” objetos é dado por:

$$AD = n! / (n_1!n_2! \ldots n_k!)$$

Arranjos com itens duplicados

Exemplo:

Quantos anagramas são possíveis com a palavra ARARA?

$$AD(5/3,2) = 5!\ /3!2! = 5.4.3.2/3.2.2\ = 10$$

Arranjo completo

Se “r” elementos forem tomados de “n”, onde são permitidas as repetições, isto é, o mesmo elemento pode ocorrer mais de uma vez, então o número de arranjos é dado por:

$$AC = n^r$$

Arranjo completo

Exemplo:

De um baralho de 52 cartas, 5 são retiradas sucessivamente e <u>com</u> reposição. Quantas seqüências são possíveis?

$$AC(52, 5) = 52^5 = 418\ 195\ 493$$

Combinações

O número de combinações, ou subconjuntos, de “n” objetos tomados em grupos de “r”, onde $r \leq n$ é dado por:

$$C(n, r) = n! / r!(n - r)!$$

Combinações

Exemplo:

Quantos são os cartões diferentes do jogo TOTO-BOLA?

$$C(n, r) = C(25, 15) = 25! / 15!(25 - 15)! =$$

$$= 3\ 268\ 760$$

RELAÇÃO ENTRE OS TRÊS PRINCIPAIS RESULTADOS:

$$A(n, r) = P_r . C(n, r)$$

Pois

$$Pr. C(n, r) = r!. [n! / r!(n - r)!] =$$

$$= n! / (n - r)! = A(n, r)$$

O brigado!