Soluções prova 1

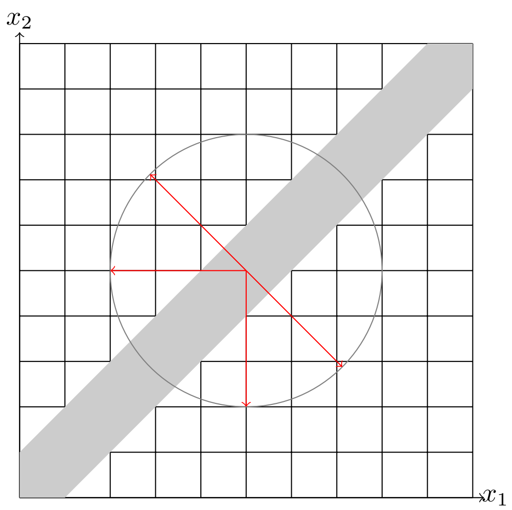
Questão 1 (Formulação, 1.5pt)
Seja x_i o tempo investido na questão $1 \le i \le 5$.

$$\begin{array}{rl}
\textbf{maximiza} & 2/25x_1 + 2/25x_2 + 2/20x_3 + 2/10x_4 + 2/30x_5 \\
\textbf{sujeito a} & 2/25x_1 \le 1.5 \\
& 2/25x_2 \le 2.5 \\
& 2/20x_3 \le 2 \\
& 2/10x_4 \le 2 \\
& 2/30x_5 \le 2 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 100 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R}_+.
\end{array}$$

Questão 2 (Formulação, 2.5pt)
Com n fabricas $F = [n]$ e m clientes $C = [m]$ seja c_f o custo de producao na fabrica $f \in F$, d_c a demanda do cliente $c \in C$ e t_{fc} o custo de transporte da fabrica $f \in F$ para cliente $c \in C$. Seja x_f a quantidade produzida na fabrica $f \in F$ e y_{fc} a quantidade transportada da fabrica $f \in F$ para cliente $c \in C$.

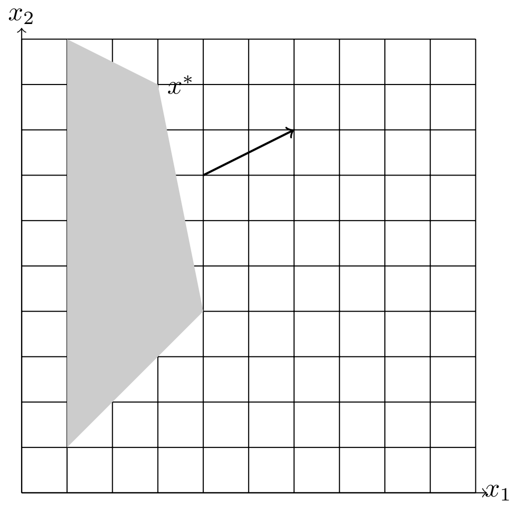
$$\begin{array}{rll}
\textbf{minimiza} & \sum_{f\in F} c_f x_f + \sum_{\substack{f\in F\\ c\in C}} t_{fc} y_{fc} & \\
\textbf{sujeito a} & \sum_{f\in F} y_{fc} \ge d_c & \forall c \in C \\
& \sum_{c\in F} y_{fc} = x_f & \forall f \in F \\
& x_f \in \mathbb{R}_+, y_{fc} \in \mathbb{R}_+ & \forall f \in F, c \in C.
\end{array}$$

Questão 3 (Método Simplex, 2pt)
Graficamente, a situação é



Logo, caso a função cresce numa direção com ângulo $\alpha \in (-45, 135)$ o sistema é ilimitado. Caso a direção satisfaz $\alpha \in \{135, -45, 180, -90\}$ o sistema possui um número infinito de soluções ótimas, caso ele satisfaz $\alpha \in (135, 180) \cup (-90, -45) \cup (-90, -180)$ o sistema possui uma solução ótima. O sistema nunca é inviável. Com um determinado α correspondem todos valores s, t tal que $s \tan \alpha = t$. No caso $s = t = 0$ o sistema também possui um número infinito de soluções ótimas.

Questão 4 (Resolução gráfica, 2pt)
A situação é



Logo a solução ótima é $x_1 = 3$ e $x_2 = 9$ com valor 15.

Questão 5 (Método Simplex, 2pt)

a) O regra de Bland determine que em caso de desempate na variável entrante ou sainte será escolhida a primeira variável em uma determinada ordem das variáveis (por exemplo uma ordenação pelo índice).

b) O sistema já está em forma normal.

c) Não, porque todos lados direitos têm valor positivo, em temos uma solução básica viável inicial $w_1 = 5$ e $w_2 = 3$. Podemos concluir que o sistema é viável.

d) Sim. O dicionário inicial é

$$\begin{array}{rrrrrr} z = & 0 & +5x_1 & +6x_2 & +9x_3 & +8x_4 \\ \hline w_1 = & 5 & -x_1 & -2x_2 & -3x_3 & -x_4 \\ w_2 = & 3 & -x_1 & -x_2 & -2x_3 & -3x_4 \end{array},$$

o primeiro pivô x_1–w_2 produz

$$\begin{array}{rrrrrr} z = & 15 & -5w_2 & +x_2 & -x_3 & -7x_4 \\ \hline w_1 = & 2 & +w_2 & -x_2 & -x_3 & +2x_4 \\ x_1 = & 3 & -w_2 & -x_2 & -2x_3 & -3x_4 \end{array},$$

e o segundo pivô x_2–w_1 o dicionário final

$$\begin{array}{rrrrrr} z = & 17 & -4w_2 & -w_1 & -2x_3 & -5x_4 \\ \hline x_2 = & 2 & +w_2 & -w_1 & -x_3 & +2x_4 \\ x_1 = & 1 & -2w_2 & +w_1 & -x_3 & -5x_4 \end{array}.$$

A solução ótima do sistema é $x_1 = 1$ e $x_2 = 2$ (com as restantes variáveis igual a 0) com valor 17.