INF05515 - Complexidade de Algoritmos - 2011/1 - 27 de Junho de 2011 Professoras Luciana S. Buriol e Mariana L. Kolberg LISTA DE EXERCÍCIOS: Classes de Problemas

- 1. Liste ao menos cinco problemas NP-completos.
- 2. Marque a alternativa INCORRETA e justifique a sua resposta.
 - a) () Dados três problemas A, B e C, sendo que A \in NP-Completo. Sem qualquer informação adicional sobre os problemas B e C, se A \leq_P B e B \leq_P C, então pode-se afirmar que C \in NP-Completo.
 - b) () O Teorema de Cook estabelece que SAT é um problema NP-Completo.
 - c) () Dado um problema NP-Completo conhecido A, se A \leq_P B, então o problema B é NP-Difícil.
 - d) () O limite superior de complexidade de um problema refere-se à complexidade do melhor algoritmo conhecido que o resolve.
 - e) () Até hoje nunca foi apresentada uma verificação polinomial para o problema de otimização do problema do caixeiro viajante.
- 3. Marque a alternativa INCORRETA e justifique a sua resposta.
 - a) () A classe NP é composta pelos problemas que são verificáveis em tempo polinomial.
 - b) () Qualquer problema da classe P também está na classes NP
 - c) () Qualquer problema da classe NP-Completo também está na classe NP
 - d) () Existe na literatura uma redução polinomial do problema de decisão do problema de cobertura de vértices ao problema de árvore geradora mínima (AGM).
 - e) () Se qualquer problema na classe NP-Completo puder ser resolvido em tempo polinomial, então todo problema NP-Completo poderá ser resolvido em tempo polinomial.
- 4. Marque a alternativa INCORRETA e justifique a sua resposta.
 - a) () Segundo a literatura da área, o problema de satifabilidade de cláusulas booleanas foi o primeiro problema da literatura provado ser NP-Completo (através do Teorema de Cook).
 - b) () Um problema A pertence a classe de problemas NPI se i) possuir algoritmo de verificação em tempo polinomial ii) não for conhecido nenhum algoritmo em tempo polinomial que o resolva iii) não é conhecida uma redução $B \leq_P A$ para um problema B conhecido ser NP-Completo.
 - c) () Se A $\leq_P B$ então qualquer instância do problema A pode ser transformada em uma instância do problema B.
 - d) () Todo e qualquer problema NP-completo pode ser verificado em tempo polinomial.
 - e) () Todos problemas da classe NP-Difícil também estão na classe NP-Completo.
- 5. Enuncei a versão de decisão (e otimização quando cabível) dos seguintes problemas e informe a que classe cada um pertence: SAT, 2-SAT, Problema do caixeiro viajante (PCV), cobertura de vértices (CV), grupo exclusivo (clique), ciclo hamiltoniano, ciclo euleriano, 3-SAT, árvore geradora mínima, caminho mais curto de um nó para todos os demais do grafo.

- 6. Marque a alternativa INCORRETA e justifique a sua resposta.
 - a) () Considere um problema A tal que $A \leq_P B$ para um problema $B \in \text{NP-Completo}$. Então podemos concluir que o problema A pertence à classe de problemas NP-Difíceis, independente deste ser ou não verificado em tempo polinomial.
 - b) () Considere o problema "Dado um conjunto de pontos V e a distância entre cada par de pontos do conjunto V. Encontre o menor ciclo que parta de um ponto aleatório qualquer do conjunto V, passe por todos os demais pontos uma única vez, e retorne ao ponto de partida". Este problema é NP-Difícil.
 - c) () A classe de problemas NP-Completos é formada pela interseção das classes NP e NP-Difícil.
 - d) () Se a versão de decisão do problema de cobertura de vértices puder ser resolvido em tempo polinomial, então P=NP.
 - e) () Dados três problemas A, B e C, sendo que A é conhecido ser NP-Completo. Sem qualquer informação adicional sobre os problemas B e C, se A \leq_P B e B \leq_P C, então pode-se afirmar que o problema C pertence a classe de problemas NP-Difícil.
- 7. Marque verdadeiro ou falso e justifique a sua resposta.
 - (a) () Todo problema NP-completo é NP-difícil.
 - (b) () Todo problema NP-difícil é NP-completo.
 - (c) () Se um problema A possuir verificação em tempo 2^n , então este problema pertence à classe de problemas NP-Completos.
 - (d) () Dados três problemas A, B e C, sendo que A é conhecido ser NP-Completo. Sem qualquer informação adicional sobre os problemas B e C, se A \leq_P B e B \leq_P C, então pode-se afirmar que o problema C pertence a classe de problemas NP-Difícil.
 - (e) () Seja Q um problema NP-Completo e seja P um problema com solução verificável em tempo $O(2^n \cdot \log_4 n)$. Se uma redução $Q \leq_P P$ for fornecida, pode-se concluir que P é NP-completo.
 - (f) () Se o problema de decisão do problema do caixeiro viajante for resolvido em tempo polinomial, então será possível afirmar que P ≠ NP.
 - (g) () Seja A um problema provado ser NP-Completo. Se um problema B possuir verificação polinomial, e uma redução $A \leq B$ com complexidade 4^n . Então podese concluir que o problema B também é NP-Completo.
- 8. Dado um problema Q, a que classe pertence o problema se:
 - O problema possui um algoritmo polinomial que o resolve?
 - O problema pertence à classe NP, e nenhum algoritmo polinomial foi apresentado para resolver este problema, e nenhum problema pertencente a classe NP foi reduzido a ele?
- 9. Crie uma instância de cada um dos problemas a seguir e aplique uma redução deste problema para outro que você conhece, gerando uma instância de outro problema: soma de subconjuntos, clique, ciclo hamiltoniano, 3-SAT.