

### Lista de Exercícios Sobre Algoritmos Gulosos

1. (Via Dutra) A via Dutra é uma rodovia que liga Campinas ao Rio de Janeiro. A rodovia possui pontos de atendimento aos transitantes, que são lugares com uma pequena construção com telefone, banheiros e outras facilidades. A administração da via Dutra resolveu colocar também, em alguns destes pontos, ambulâncias para atendimento a emergências. Como ficaria muito caro alocar uma ambulância a cada ponto, a administração resolveu que não alocaria ambulâncias a todos os pontos, mas que nenhum ponto ficaria distante mais que  $q$  quilômetros de uma ambulância. A administração quer também minimizar o número de ambulâncias que serão usadas para este serviço.

Exemplo: x — x — x ————— x — x — x — x

- Quantas ambulâncias seriam necessárias para resolver o problema do exemplo cima, considerando  $q=4$ ?
  - Elabore um algoritmo que resolve o problema dado que sejam fornecidos  $q$  e um vetor  $d$  de dimensão  $n$  (número de pontos) no qual  $d_i$  indica a distância do ponto  $i$  ao ponto  $i + 1$ .
  - Qual a complexidade do seu algoritmo?
  - Argumente porque o seu algoritmo está correto.
2. (Problema da Mochila fracionária) Considere um conjunto de elementos  $S = s_1, s_2, \dots, s_n$ . Cada elemento  $s_i$  possui dois valores associados que se referem ao peso  $p_i$  e ao custo do elemento  $c_i$ . Suponha que alguns elementos serão inseridos numa mochila que suporta no máximo um peso  $P$ . Considere o problema fracionário, ou seja, um elemento pode ser selecionado por inteiro, ou apenas uma fração do mesmo pode ser inserida na mochila.
    - (a) Desenvolva um algoritmo guloso que seleciona um conjunto de elementos cuja soma dos seus custos seja máxima, respeitando a capacidade de peso da mochila. O algoritmo deve retornar informação sobre que elementos foram selecionados, e qual a fração usada de cada um.
    - (b) Analise o seu algoritmo.
    - (c) Argumente o porque o algoritmo é correto.
  3. (Troco em moedas) Considere o problema de fazer a troca de  $K$  centavos usando o menor número de moedas. Suponha que o valor de cada moeda seja um inteiro. Suponha que as moedas disponíveis tenham as denominações que são potências de  $c$ , isto é, as denominações são  $c^0, c^1, \dots, c^n$  para inteiros  $c > 1$  e  $n \geq 1$ .
    - (a) Para moedas de valores R\$ 3, R\$ 1, R\$ 9, qual o número mínimo de moedas para fornecer troco para R\$ 52?
    - (b) Descreva um algoritmo guloso que efetue a troca consistindo em  $n$  valores de moedas diferentes. O algoritmo recebe como entrada um conjunto de  $n$  moedas e  $K$ .
    - (c) Analise seu algoritmo.
    - (d) Argumente porque o seu algoritmo sempre produz uma solução ótima.
  4. (Prim) Suponha que o grafo  $G=(V,E)$  seja representado como uma matriz de adjacências. Forneça uma implementação simples do algoritmo de Prim para esse caso que seja executada no tempo  $O(V^2)$ .
    - a) Escreva o pseudocódigo do algoritmo.
    - b) Argumente brevemente porque a sua estratégia gulosa garante respostas ótimas de acordo com a definição do problema.