

Nome:
 Cartão:

Prova 1

- Organize as suas respostas. Questões com soluções/tentativas de soluções fragmentadas e dispersas ao longo das folhas de resposta terão conceito zero

1. (0,5pt) Qual é a equação semântica que define a semântica denotacional do comando `while`? Explique o significado dessa equação.

Resposta:

$$\llbracket \text{while } b \text{ do } c \rrbracket = \text{fix } F$$

onde:

$F \in (\Sigma_{\perp} \rightarrow \Sigma_{\perp}) \rightarrow (\Sigma_{\perp} \rightarrow \Sigma_{\perp})$ é definida como:

$Fg = \lambda \sigma \in \Sigma_{\perp}. \text{ se } \llbracket b \rrbracket \sigma \text{ então } g(\llbracket c \rrbracket \sigma) \text{ senão } \sigma$

A equação diz que o significado do comando `while` é o menor ponto fixo do funcional F .

2. (1pt) Diga como é o enunciado e explique o papel do Teorema do Ponto Fixo na semântica denotacional do comando `while`.

Resposta:

O teorema do ponto fixo afirma que se $f \in D \rightarrow D$ for uma função contínua e D for um domínio então o menor ponto fixo de f existe e ele é igual a

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} f^n \perp_D$$

Se o funcional F , definido da seguinte forma:

$$Fg = \lambda \sigma \in \Sigma_{\perp}. \text{ se } \llbracket b \rrbracket \sigma \text{ então } g(\llbracket c \rrbracket \sigma) \text{ senão } \sigma$$

for contínuo e se $\Sigma_{\perp} \rightarrow \Sigma_{\perp}$ for domínio, pelo teorema do ponto fixo sabemos que o menor ponto fixo de F existe e que ele é igual a

$$\bigsqcup_{n=0}^{\infty} F^n \perp_{\Sigma_{\perp} \rightarrow \Sigma_{\perp}}$$

Em outras palavras, o teorema do ponto fixo nos permite afirmar que a equação $\llbracket \text{while } b \text{ do } c \rrbracket = \text{fix } F$ é bem definida para todo comando `while`.

3. (2,5pt) Defina a semântica denotacional do comando `repeat c forever` que entra em loop na execução do comando c .

Resposta: $\llbracket \text{repeat } c \text{ forever} \rrbracket = \lambda \sigma \in \Sigma_{\perp}. \perp_{\Sigma}$

4. Defina a semântica denotacional do comando

$$\mathbf{x, y := a_1, a_2}$$

Defina uma equação semântica para cada possibilidade

- (a) (1,25 pt) avaliação "paralela" da atribuição múltipla, ou seja, operacionalmente a_1 e a_2 são avaliados e após é feita a atribuição do valor de a_1 a x e do valor de a_2 a y

Resposta: $\llbracket x, y := a_1, a_2 \rrbracket \sigma = \sigma[x \mapsto \llbracket a_1 \rrbracket \sigma, y \mapsto \llbracket a_2 \rrbracket \sigma]$

- (b) (1,25 pt) avaliação "sequencial", ou seja, a_1 é avaliado e o seu valor é atribuído para x e em seguida a_2 é avaliado e seu valor atribuído a y

Resposta: $\llbracket x, y := a_1, a_2 \rrbracket \sigma = \sigma'[y \mapsto \llbracket a_2 \rrbracket \sigma'] \text{ onde } \sigma' = \sigma[x \mapsto \llbracket a_1 \rrbracket \sigma]$

5. Considere o seguinte programa P em IMP

```
if (n > m) {  
    i := m  
else {  
    i := n  
}  
while (n mod i) <> 0 or (m mod i) <> 0 {  
    i := i - 1  
}
```

com a especificação $\{n > 0 \text{ and } m > 0\} P \{i = gcd(m, n)\}$.

- (a) (0,5pt) explique o que esse programa calcula
 - (b) (1,5pt) verifique se o programa é parcialmente correto em relação a especificação dada.
 - (c) (1,5pt) verifique se o programa é totalmente correto em relação a especificação dada
6. **Questão Extra** (2 pts) Defina a semântica denotacional do comando `for` abaixo:

for $v := e_1$ **to** e_2 **do** c

O escopo da variável v é o comando *for*. Além disso v pode ser modificada em c e os valores de e_1 e e_2 são recalculados após cada repetição do comando c .