

Queremos mostrar que $(\forall x, y, z \in \mathcal{B}) [(x \vee y) \wedge (\overline{x} \vee z) = (\overline{x} \wedge y) \vee (x \wedge z)]$.

Para isto, chamando de A a expressão que está no lado esquerdo da igualdade e de B aquela que está no lado direito, mostraremos que $A \wedge x = B \wedge x$ e que $A \vee x = B \vee x$, de onde poderemos concluir que $A = B$.

Farei a primeira das igualdades e deixo para que vocês façam a segunda.

$$\begin{aligned} A \wedge x &= [(x \vee y) \wedge (\overline{x} \vee z)] \wedge x \stackrel{1}{=} (x \vee y) \wedge [(\overline{x} \vee z) \wedge x] \stackrel{2}{=} (x \vee y) \wedge [x \wedge (\overline{x} \vee z)] \\ &\stackrel{3}{=} [(x \vee y) \wedge x] \wedge (\overline{x} \vee z) \stackrel{4}{=} x \wedge (\overline{x} \vee z) \stackrel{5}{=} (x \wedge \overline{x}) \vee (x \wedge z) \stackrel{6}{=} 0 \vee (x \wedge z) \stackrel{7}{=} x \wedge z \end{aligned}$$

- 1 - associatividade de \wedge ;
- 2 - comutatividade de \wedge ;
- 3 - associatividade de \wedge ;
- 4 - absorção;
- 5 - distributividade de \wedge em relação a \vee ;
- 6 - propriedade do \overline{x} ;
- 7 - propriedade do 0;

$$B \wedge x = [(\overline{x} \wedge y) \vee (x \wedge z)] \wedge x \stackrel{8}{=} [(\overline{x} \wedge y) \wedge x] \vee [(x \wedge z) \wedge x] \stackrel{9}{=} [(y \wedge \overline{x}) \wedge x] \vee [(z \wedge x) \wedge x]$$

$$\stackrel{10}{=} [y \wedge (\overline{x} \wedge x)] \vee [z \wedge (x \wedge x)] \stackrel{11}{=} [y \wedge 0] \vee [z \wedge x] \stackrel{12}{=} 0 \vee [z \wedge x] \stackrel{13}{=} z \wedge x \stackrel{14}{=} x \wedge z$$

- 8 - distributividade de \wedge em relação a \vee ;
- 9 - comutatividade de \wedge ;
- 10 - associatividade de \wedge ;
- 11 - propriedade do \overline{x} e idempotência;
- 12 - propriedade do 0;
- 13 - propriedade do 0;
- 14 - comutatividade de \wedge ;

Portanto, $A \wedge x = B \wedge x$.