Nome: Cartão:

Prova 1

Dicas:

- Leia todas as questões antes de começar e pergunte em caso de dúvidas.
- Sempre justifique a sua resposta.
- Responda a cada questão, ainda que a resposta não esteja completa.
- Uma formulação consiste em uma definição das variáveis e dados com uma breve explicação do significado, a definição de eventuais conjuntos de índices e do próprio modelo.

Questão 1 (Formulação, 4pt)

Uma indústria de produtos lácteos possui duas distribuidoras localizadas em cidades diferentes. A indústria atende diariamente a demanda de três grandes clientes. A tabela abaixo apresenta a capacidade de produção diária de cada distribuidora, o custo de transporte de cada mil litros de leite entre cada distribuidora e cliente, bem como a demanda diária solicitada por cada cliente. Deseja-se minimizar o custo de entrega de leite de forma que os clientes sejam atendidos e a capacidade de cada distribuidora seja respeitada.

		Cliente		
	1	2	3	Capacidade [litros]
Distribuidora 1	R\$ 600	R\$ 800	R\$ 700	400.000
Distribuidora 2	R\$ 400	R\$ 900	R\$ 600	500.000
Demanda [litros]	300.000	200.000	400.000	

- a) Formule este problema como um problema de programação linear.
- b) (Modelo genérico) Para n distribuidoras e m clientes, suponha que seja fornecida uma matriz de custos onde c_{ij} seja o custo de transporte de mil litros de leite da distribuidora i ao cliente j, a capacidade de cada distribuidora i seja dado por p_i , e a demanda de cada cliente j seja dada por d_i . Generalize a formulação do problema para este caso.
- c) Suponha que os valores de custo, demanda e capacidade sejam diferentes a cada dia. Adapte o modelo genérico para que o mesmo atenda as demandas diárias de k dias.
- d) Suponha que k=7. Há um acordo que estabelece que a quantidade semanal que distribuidora 2 atende o cliente 1 não ultrapasse r e não seja menor quer t. Adapte o modelo confome este acordo.
- e) Informe o número de variáveis e restrições não triviais das formulações matemáticas de cada um dos itens acima.

Questão 2 (Método Simplex, 4pt)

Considere o sistema

maximiza
$$-x_1 + x_2$$

sujeito a $x_1 + x_2 \ge 2$
 $3x_1 + x_2 \le -2$
 $-2x_1 + x_2 \le 0$
 $x_1, x_2 \ge 0$.

Resolva o sistema acima usando o algoritmo simplex. Caso houver solução ótima, indique claramente o valor da função objetivo e variáveis da solução ótima.

Questão 3 (Método Simplex, 2pt)

Informe se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas para o sistema $\max\{c^t x \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$? Justifique a resposta.

- a) O primeiro passo do método Simplex introduz variáveis de folga no sistema em forma normal. Na solução ótima do sistema, o valor de todas variáveis de folga é zero.
- b) Caso um sistema não possua uma solução ótima, então ele não possui soluções viáveis.
- c) Caso o coeficiente de uma variável na função objetivo seja negativo, essa variável não pode ocorrer numa base ótima.