

## Verificação de Conhecimentos de Teoria dos Conjuntos

### Soluções

1. Dados os conjuntos

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{a, b\} \quad C = \{a, b, \{1, 2\}, \square\}$$

Descreva, por extensão, o resultado de:

(a)  $a \in C$

**Resp.: Verdadeiro.**

(b)  $\{1, 2\} \in A$

**Resp.: Falso.**

(c)  $\{1, 2\} \subseteq A$

**Resp.: Verdadeiro.**

(d)  $A \times B$

**Resp.:  $\{(1, a), (2, a), (3, a), (1, b), (2, b), (3, b)\}$ .**

(e)  $A \cap B$

**Resp.:  $\emptyset$ .**

(f)  $A \cup B$

**Resp.:  $\{1, 2, 3, a, b\}$ .**

(g)  $C \cap A$

**Resp.:  $\emptyset$ .**

(h)  $B \subseteq C$

**Resp.: Verdadeiro.**

(i)  $\mathcal{P}(A)$  ou  $2^A$

**Resp.:  $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ .**

2. Defina o conjunto  $L$  por **extensão**:

$$L = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ tem no máximo 2 dígitos, os quais só podem ser 5 ou 8}\}$$

**Resp.:  $L = \{5, 8, 55, 58, 85, 88\}$**

3. Defina o conjunto  $P$  por **compreensão**:

$$P = \{2, 4, 8, 10, 12\}$$

**Resp.:  $P = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2 \wedge n < 13\}$ .**

4. Dadas as relações **totais**:

$$R1 = \{(1, 2), (3, B), (A, B)\}$$

$$R2 = \{(a, a), (c, b), (b, d), (c, d)\}$$

$$R3 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | 0 < x \leq 10 \wedge y = x + 2\}$$

(a) Diga quais conjuntos são o **domínio** e a **imagem** de cada relação.

**Resp.:**

$$Dom_{R1} = \{1, 3, A\}, Img_{R1} = \{2, B\}$$

$$Dom_{R2} = \{a, c, b\}, Img_{R2} = \{a, b, d\}$$

$$Dom_{R3} = \{x \in \mathbb{N} | 0 < x \leq 10\}, Img_{R3} = \{y \in \mathbb{N} | 3 \leq y \leq 12\}$$

(b) Diga quais relações são **funções** (**justifique** no caso da relação não ser função).

**Resp.:**

**$R1$  e  $R3$  são funções.  $R2$  não é função, pois o elemento  $c$  do domínio possui duas imagens diferentes.**

5. Dadas as funções

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad f(x) = x + 1$$

$$g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad g(y) = f(y) + y$$

$$h : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad h(x, y) = g(x) + f(y)$$

mostre a solução, **passo-a-passo**, das operações abaixo. Se não for possível obter um resultado, **explique** a razão.

(a)  $f(2) + g(2) = (2+1) + f(2) + 2 = 3 + (2+1) + 2 = 3 + 3 + 2 = \underline{8}$

(b)  $f(2, 3) =$  Não há resultado possível porque a definição da função  $f$  usa apenas um argumento.

(c)  $g(2) + 5 = f(2) + 2 + 5 = (2+1) + 2 + 5 = 3 + 2 + 5 = \underline{10}$

(d)  $g + 5 =$  Não há resultado possível porque não há valor associado a  $g$ .

(e)  $h(2, 3) = g(2) + f(3) = f(2) + 2 + (3+1) = (2+1) + 2 + 4 = 3 + 2 + 4 = \underline{9}$

(f)  $g \circ f(2) = g(f(2)) = g(2+1) = g(3) = f(3) + 3 = (3+1) + 3 = 4 + 3 = \underline{7}$

(g)  $f \circ g(2) = f(g(2)) = f(f(2) + 2) = f((2+1) + 2) = f(3 + 2) = f(5) = 5+1 = \underline{6}$

(h)  $f \circ h(1, 2) = f(h(1, 2)) = f(g(1) + f(2)) = f(f(1) + 1 + (2+1)) = f((1+1) + 1 + 3) = f(2 + 1 + 3) = f(6) = 6+1 = \underline{7}$

(i)  $h \circ f(2) =$  Não há resultado possível porque  $h$  requer dois valores para ser aplicada.

6. Considere um fichário que armazena registros de alunos de uma turma. Cada ficha contém as seguintes informações:

- Número de matrícula;
- Média aritmética das notas.

Enumere os passos necessários para obter-se a lista, ordenada em ordem crescente, de alunos que ficaram com média igual ou superior a 7.