Revisão: Conjuntos e Funções

Fundamentos de Algoritmos

INF05008

Conjuntos

- Coleções de elementos
  - **Sem ordem**
  - **Sem repetição**
  - Descritos por **extensão** ou **compreensão**

- Extensão: **Enumeração** dos elementos entre chaves

$$\{4, 5\} \qquad \{a, b, c\} \qquad \{\}$$

- Compreensão: **Propriedade** que caracteriza os elementos

  Ex.: Conjunto dos números inteiros maiores do que 42
  $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \land x > 42\}$

Conjuntos

- **Conjunto vazio:** $\varnothing$ ou $\{\}$

  $\{\varnothing\} \neq \varnothing$

- **Cardinalidade:** Número de elementos de um conjunto

  $|\varnothing| = 0$

  $|\{\varnothing\}| = 1$

  $|\{a, b, c\}| = 3$

  $|\mathbb{N}| = \aleph_0$ (infinito)

Operações sobre Conjuntos

- $x \in A$ (pertinência): Relaciona um **elemento** x a um **conjunto** A, sendo válida se x **pertencer a** A.

$$4 \in \mathbb{N} \qquad \{4\} \notin \mathbb{N}$$

- $A \subseteq B$ (continência): Relaciona um **conjunto** A a um **conjunto** B, sendo válida se **todo elemento de** A **for também elemento de** B.

$$4 \nsubseteq \mathbb{N} \qquad \{4\} \subseteq \mathbb{N}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \qquad \varnothing \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$$

Operações sobre conjuntos (cont.)

- $A \cup B$ (união): Conjunto contendo todos os elementos que ocorrem em A **ou** em B.

$$\{1,2,3\} \cup \{5\} = \{1,2,3,5\} \qquad \{a,b\} \cup \{a\} = \{a,b\}$$

- $A \cap B$ (intersecção): Conjunto contendo todos os elementos que ocorrem em A **e** em B.

$$\{1,2,3\} \cap \{5\} = \varnothing \qquad \{a,b\} \cap \{a\} = \{a\}$$

Operações sobre conjuntos (cont.)

- $A \times B$ (conjunto dos pares): Conjunto de todos os **pares ordenados** (a, b), onde $a \in A$ e $b \in B$.

$$\{a, b\} \times \{1, 2\} = \{\ (a, 1),\ (a, 2),\ (b, 1),\ (b, 2)\ \}$$

- $\mathcal{P}(A)$ ou 2^A (conjunto potência): Conjunto de todos os **subconjuntos** de A.

$$\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\ \{\},\ \{a\},\ \{b\},\ \{a, b\}\ \}$$

Relações

- Uma relação binária $R : A \rightarrow B$ é uma **associação entre elementos** de um **conjunto** A com elementos de um **conjunto** B.

$$A = \{a, b\} \qquad B = \{1, 2\}$$
$$R = \{\ (a, 1),\ (a, 2),\ (b, 2)\ \}$$

Também se usa a notação $R \subseteq A \times B$ para denotar relações.

- Uma relação é dita funcional (ou função) se, para todo $a \in A$ não há dois elementos **distintos** $b, b' \in B$ relacionados a a.

Funções

- Uma função $f : A \rightarrow B$ é um **mapeamento** de elementos de A para elementos de B
  - A é o **domínio** (ou origem) de f.
  - B é o **contradomínio** (ou destino) de f.
  - O conjunto de todos os elementos de B aos quais algum $a \in A$ está associado é chamado de **imagem** de f.

Ex.: $A = \{x_1, x_2\}$, $B = \{y_1, y_2, y_3\}$, $f : A \rightarrow B = \{(x_1, y_1), (x_2, y_3)\}$

$Dom(f) = \{x_1, x_2\}$

$Codom(f) = \{y_1, y_2, y_3\}$

$Img(f) = \{y_1, y_3\}$

Funções (cont.)

- f é dita total se todo elemento $a \in A$ possui um elemento associado em B

- Normalmente se usa $f : A \rightharpoonup B$ para representar que f é **parcial**, e $A \to B$ para denotar que f é **totalmente definida**.

Funções (cont.)

- Nesta disciplina trabalharemos essencialmente com **funções parciais**, mas usando a seta comum $\rightarrow$.

- Funções totais são casos particulares de funções parciais, e serão indicadas explicitamente.

- Definições de funções:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$ Domínio e contradomínio

$$f(x) = x + 1$$ Definição da transformação

Composição de funções

- Considere $f : A \to B$ e $g : B \to C$. A função $g \circ f : A \to C$ é denominada a composição de f e g.

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"'] \arrow[rr, bend left, "g\circ f"] & B \arrow[r, "g"'] & C \end{tikzcd}$$

$$g(f(x)) = g \circ f(x)$$

- Composição só é possível entre funções **compatíveis**. Duas funções f e g são compatíveis sss $Dom(g) = Codom(f)$.