

Lista de exercícios - Formulação Matemática de Problemas de PI

Formule os problemas abaixo como problemas de PI. Informe o número de variáveis e de restrições da sua formulação, bem como apresente uma breve explicação sobre o que elas representam. Use latex para editar a sua lista. Indique com F e D os 3 exercícios que você considerou mais fáceis e os 3 exercícios mais difíceis, respectivamente.

OBS: Os exercícios abaixo foram formulados pela Profa Luciana, retirados do material de aula em conjunto com o Prof. Marcus Ritt, ou propostos pelos seus alunos de atividade didática (Árton Dorneles e Fernando Stefanello).

Exercício 0.1

Uma empresa possui dois produtos P_1 e P_2 . O seu departamento de marketing estuda a forma mais econômica de aumentar em 30% as vendas de cada um dos produtos. As alternativas são:

- Investir em um programa institucional com outras empresas do mesmo ramo. Esse programa deve proporcionar um aumento de 3% nas vendas de cada produto, para cada \$ 1.000,00 investidos.
- Investir diretamente na divulgação de cada produto:
 - Cada \$ 1.000,00 investidos em P_1 retornam um aumento de 4% em sua venda.
 - Cada \$ 1.000,00 investidos em P_2 retornam um aumento de 10% em sua venda.

A empresa dispõe de \$ 10.000,00 para esse empreendimento. Quanto deverá destinar a cada atividade? Construa o modelo do sistema descrito.

Exercício 0.2

Resolva o problema de locação de facilidades capacitado (versão não capacitada vista em aula), ou seja, cada fábrica tem uma capacidade (c_j), cada cliente tem uma demanda d_i , cada link possui um custo de transporte (w_{ij}) de uma unidade do produto pelo link (i,j). Um cliente pode ser atendido por mais de uma fábrica. No entanto, considere que a demanda parcial que uma fábrica atende de um cliente é sempre uma quantia inteira. Uma fábrica tem um custo f_j para instalação e deve-se decidir quais fábricas instalar de forma que toda a demanda dos clientes seja atendida, sem extrapolar a capacidade das fábricas, e minimizando o custo total de instalação e transporte dos produtos.

Exercício 0.3

Os projetistas de móveis fazem os projetos em tempo de atendimento ao cliente. Uma dada loja possui m projetos diários, sendo que t_{ij} representa o tempo em minutos estimado que o projetista i demora para executar o projeto j , para $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$. Observe que os projetistas gastam tempo diferenciando dependendo do projeto, ou seja, dois projetistas diferentes têm tempos estimados diferentes de execução de um mesmo projeto. Ainda, um projetista não pode gastar mais do que 6h diárias projetando móveis. Ainda, infelizmente, alguns projetistas deverão ser despedidos. Dos n projetistas atualmente disponíveis, apenas k permanecerão no emprego. O dono da loja de móveis quer saber qual projeto atribuir a qual projetista, de forma que o tempo total gasto em projeto (e portanto de atendimento a cliente) seja minimizado, além do que quer saber quais projetistas serão mantidos no emprego. E você ainda deve prever a seguinte situação: dois projetistas recentemente brigaram, e o clima na loja está insustentável. Então o dono da loja resolveu que um deles, ou os dois, serão despedidos. Para facilitar a resolução do problema, eles estão elencados como o primeiro ($i = 1$) e o segundo ($i = 2$) na entrada de dados.

Considere que cada projeto deva ser integralmente resolvido por apenas um projetista, e que todos os projetos sejam atendidos.

Exercício 0.4

Um frota de m caminhões é usada para abastecer n clientes a partir de um único depósito. Cada cliente deve ser visitado uma vez. Cada caminhão faz no máximo uma viagem, visitando clientes, e volta ao depósito. O tempo para o caminhão k ir do cliente ao i ao cliente j é c_{ijk} . O tempo máximo de uma viagem do caminhão k é L_k . Formule um modelo para encontrar uma solução viável.

Exercício 0.5

Há um conjunto de m mochilas, cada qual com uma capacidade b_j em peso, e uma lista de n objetos. Sabendo-se que existe d_i unidades de cada objeto i , que cada um deles custa c_i e pesa w_i unidades, formule um modelo que maximize a soma total do valor dos objetos a serem alocados às mochilas.

Exercício 0.6

Formular o modelo de Programação Inteira para determinar o máximo número de rainhas que poderão ser colocados em um tabuleiro do jogo de xadrez de tamanho $n \times n$ (assumir $n \geq 3$), de modo que nenhuma rainha seja ameaçada pelas demais.

Exercício 0.7

No problema de empacotamento com restrições de conflito (bin packing problem with conflicts - BPPC), cada item $i = \{1, \dots, n\}$ possui um peso não negativo w_i . Tais itens devem ser colocados em caixas idênticas de capacidade C . Além disso, temos um grafo $G=(V,E)$ onde E é um conjunto de arestas tal que se $(i,j) \in E$ então os itens i e j estão em conflito e não podem ser colocados na mesma caixa. Existem no máximo m caixas disponíveis. O objetivo do problema é minimizar a quantidade de caixas utilizadas para empacotar todos os itens.

Exercício 0.8

O problema da árvore geradora mínima

Problema: Árvore Geradora Mínima

Entrada: Um grafo não-direcionado pesado $G = (V, A, w)$ com $|V| = n$, $|A| = m$

Solução: Árvore T que interliga todos os nós de cada componente.

Objetivo: Minimizar o custo de T .

Exercício 0.9

Problema das p -medianas. São dados n locais potenciais para instalação de facilidades, m clientes para serem atendidos e um valor não negativo C_{ij} associado ao custo do cliente i ser atendido pela facilidade instalada no local j . O problema das p -medianas pergunta onde as p facilidades devem ser instaladas para minimizar o custo total de atendimento de todos os clientes.

Exercício 0.10

Problema de *cutting-stock*: Uma fábrica dispõe de barras de comprimento L que são particionadas para atender suas demandas. Tal fábrica deve atender um pedido de N_i barras de comprimento l_i , sabendo que $l_i \leq L$, ou seja, qualquer barra do pedido é menor ou de mesmo comprimento que a barra fabricada. O problema consiste em satisfazer o pedido minimizando o número total de barras de tamanho L utilizadas.

Exercício 0.11

Enuncie um problema de criação sua, que você considere difícil, e apresente a formulação linear inteira para o mesmo.

Exercício 0.12

Encontre em livros ou Internet um problema de PI que você achou interessante. Coloque aqui o problema, bem como sua formulação matemática. Não esqueça de informar a fonte (link ou referência)!