

Lista de Exercícios 6

1. Verifique quais das relações S_1, S_2, S_3, T, M, N da lista 5 são de equivalência. Justifique sua resposta.
2. Seja R a relação de equivalência das congruências módulo n , ou seja, dizemos que $(a, b) \in R \iff a$ e b tem o mesmo resto na divisão por n . Dado $a \in \mathbb{Z}$ denotaremos por $[a]_n$ a classe de equivalência de a com respeito a relação R . Descreva a classe de equivalência $[4]_n$, onde:
a) $n = 3$, b) $n = 5$, c) $n = 6$, d) $n = 8$, e) $n = 9$
3. Será que as coleções de conjuntos abaixo definem uma partição do conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z})? Justifique sua resposta. Caso sua resposta seja negativa use alguns elementos da coleção para dar um exemplo de uma partição de \mathbb{Z} .
a) o conjunto dos números inteiros positivos e o conjunto dos números inteiros negativos
b) o conjunto dos números inteiros divisíveis por 3, o conjunto dos números inteiros que tem resto 1 na divisão por 3 e conjunto dos números inteiros que tem resto 2 na divisão por 3
c) o conjunto dos números inteiros que não são divisíveis por 3, o conjunto dos números pares e conjunto dos números inteiros que tem resto 3 na divisão por 6.

4. • **Questão 4 2006/2** (2,5 pontos): Seja R a relação em $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definida por:

$$((a, b), (c, d)) \in R \iff a + d = b + c.$$

- a) Mostre que R é uma relação de equivalência.
 - b) Determine as classes de equivalência de $[(1, 1)]_R$, $[(2, 1)]_R$ e $[(3, 2)]_R$.
5. • **Questão 4 2007/1** (2,0 pontos): Seja S uma relação em $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ definida por:

$$((a, b), (c, d)) \in S \iff a = c.$$

- a) S é funcional? S é sobrejetora?
- b) Mostre que S é uma relação de equivalência em \mathbb{R}^2 .
- c) Descreva $[(2, 3)]_S$